

19



OFICINA ESPAÑOLA DE  
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 378 309**

51 Int. Cl.:  
**H04L 1/24** (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

- 96 Número de solicitud europea: **04018940 .9**  
96 Fecha de presentación: **10.08.2004**  
97 Número de publicación de la solicitud: **1626521**  
97 Fecha de publicación de la solicitud: **15.02.2006**

54 Título: **Procedimiento para realizar una prueba estadística en la que el experimento es multinomial**

45 Fecha de publicación de la mención BOPI:  
**11.04.2012**

45 Fecha de la publicación del folleto de la patente:  
**11.04.2012**

73 Titular/es:  
**ROHDE & SCHWARZ GMBH & CO. KG**  
**MÜHLDORFSTRASSE 15**  
**81671 MÜNCHEN, DE**

72 Inventor/es:  
**Maucksch, Thomas**

74 Agente/Representante:  
**Arpe Fernández, Manuel**

**ES 2 378 309 T3**

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

## DESCRIPCIÓN

Procedimiento para realizar una prueba estadística en la que el experimento es multinomial

Gracias al documento WO 02/089390 A1 se conoce un procedimiento de ensayo para decidir el éxito o fracaso de una prueba estadística. No obstante, su aplicabilidad es restringida. La etapa elemental tiene dos resultados: error de bit/bit correcto o paquete perdido/paquete recibido o límite incumplido/límite cumplido.

A continuación facilitamos un ejemplo correspondiente a una aplicación en la que no se puede utilizar este ensayo. En la tecnología HSDPA (High-Speed Downlink Packet Access [acceso de paquetes de enlace descendente de alta velocidad]), los paquetes de datos se transmiten desde la estación base a la estación móvil. La relación señal/ruido S/N varía en función del tiempo, como se muestra en la figura 1. El rendimiento de datos de usuario superará un límite especificado. Los paquetes se transmitirán uniformemente separados en el tiempo. Debido al canal radioeléctrico móvil, una porción de los paquetes puede recibirse correctamente, y otra porción perderse. Dado que los paquetes perdidos aparecen irregularmente distribuidos, el rendimiento es uno de los parámetros estadísticos que ha de revisarse. Si todos los paquetes transportan la misma cantidad de bits de usuario, el rendimiento de datos de usuario podrá tratarse estadísticamente mediante el procedimiento estadístico más avanzado. No obstante, en HSDPA, los datos de usuario contenidos en los paquetes tienen diferentes cantidades. Por ejemplo, los paquetes b con 2 kbits de datos de usuario se utilizan en periodos con una elevada calidad de canal (una relación S/N elevada), y los paquetes a, con tan sólo 1 kbit de datos de usuario se utilizan en periodos de baja calidad de canal (baja relación S/N), como se muestra en la figura 1. Los diferentes paquetes a y b se reciben, o se pierden, de forma irregular, en función de la irregularidad del canal radioeléctrico. Por lo tanto, el procedimiento avanzado no se puede aplicar, ya que pueden darse múltiples posibles resultados con respecto a los datos de usuario.

Por lo tanto, el objeto de la presente invención consiste en encontrar un procedimiento que amplíe la prueba estadística a dispositivos o canales de radio en los que sean posibles más de dos resultados.

Dicho objeto se resuelve mediante las características de la reivindicación 1.

El procedimiento de la invención para la realización de una prueba estadística en un dispositivo o canal radioeléctrico, que tiene N resultados en forma de N diferentes eventos, donde paquetes (a, b, c...) con N-1 diferentes cantidades de datos se transmiten a través del dispositivo o canal radioeléctrico y en el que los N-1 eventos consisten en la recepción de un paquete con una de las diferentes cantidades de datos específicas, siendo el N-ésimo evento la pérdida de un paquete, y siendo N superior a 2, comprende las siguientes etapas:

- medición de ns muestras de la salida del dispositivo o canal radioeléctrico sometido a prueba, con lo cual se produce un número específico, como  $n_a$ ,  $n_b$ ,  $n_{\neq}$  de casos de cada evento, donde  $n_{\neq}$  es el número de paquetes perdidos,

- definición de un rendimiento para la prueba y búsqueda de un límite específico L consistente en puntos que satisfacen dicho rendimiento en un espacio aumentado por el número específico de casos de cada evento.

- establecimiento de una distribución de probabilidades de dimensiones N-1, que es una distribución binómica de dimensiones N-1 en una serie de puntos del límite L,

- constitución de un umbral  $T_f$  de fracaso, bien del canal radioeléctrico o del dispositivo, y un umbral  $T_p$  de éxito por parte del canal radioeléctrico o dispositivo, sumando o integrando la distribución de probabilidades de N-1 dimensiones a lo largo de unas trayectorias paralelas al límite L, hasta alcanzar un nivel de confianza F predefinido para cada una de dichas distribuciones de probabilidad en dichos diferentes puntos del límite L. En caso de medir en ns muestras un punto del umbral  $T_p$  de éxito o de alejamiento del origen, el dispositivo habrá superado la prueba, y si se mide en ns muestras un punto situado en el umbral  $T_f$  de fracaso o en dirección al origen, el dispositivo habrá fracasado.

Las reivindicaciones dependientes comprenden desarrollos adicionales del procedimiento de la invención.

Preferiblemente, la suma o integración se inician en el origen.

A continuación se explicará la invención en relación con las figuras, en las cuales:

La figura 1 muestra la relación señal/ruido de un canal radioeléctrico y los paquetes asociados a y b;

La figura 2 muestra las posibles combinaciones de número de eventos  $n_a$  y  $n_b$ ;

La figura 3 muestra la dirección adecuada de la suma;

La figura 4 muestra ejemplos de las distribuciones;

La figura 5 muestra diferentes umbrales con respecto al límite;

La figura 6 muestra diferentes límites y los respectivos umbrales;

La figura 7 muestra los límites y umbrales correspondientes a los distintos tiempos de prueba y

La figura 8 muestra el límite de una prueba con tres resultados.

5 En primer lugar facilitamos un resumen del enfoque estadístico más avanzado con dos resultados, a fin de facilitar la comprensión del procedimiento de la invención. En una segunda etapa presentamos el procedimiento estadístico ampliado de la invención con tres resultados. En una tercera etapa seguimos con el enfoque estadístico con cuatro resultados. Debería ser posible generalizar hasta los n resultados.

10 En primer lugar se comentará un procedimiento estadístico para un experimento con dos resultados, de acuerdo con el estado de la técnica actual. Consideramos un test de rendimiento con una cantidad constante de datos de usuario en los paquetes. La nomenclatura es la siguiente: ns es el número de muestras; una muestra es un paquete que se ha enviado. Puede perderse o recibirse correctamente. ne es el número de eventos; un evento es un paquete correctamente recibido. R es la proporción real entre el número de paquetes correctos y el número total de paquetes. Se trata de una característica del dispositivo sometido a examen. Es desconocida por nosotros durante el tiempo del examen finito. L es el límite especificado para R.

15 Este enfoque estadístico es aplicable, en el caso de que R sea independiente del tiempo y un evento sea independiente del anterior, es decir, carezca de memoria.

De este modo, la distribución binómica puede aplicarse de acuerdo con la siguiente fórmula (1):

$$p(ne) = \binom{ns}{ne} (R)^{ne} (1 - R)^{ns-ne} \tag{1}$$

donde

$$\binom{ns}{ne} = \frac{ns!}{ne! * (ns - ne)!} \tag{2}$$

Y donde ne es la variable que oscila entre  $0 \leq ne \leq ns$ . R y ns son parámetros. P(ne) es la probabilidad de encontrar ne eventos en ns muestras en un objeto de prueba con una proporción real R.

Cabe señalar cuanto sigue:

25 1.1)  $ne + ne = ns$  (3)

Número de evento + número de no eventos (paquetes perdidos) = número de muestras.

1.2)  $p(R=1) = 1$  para  $ne = ns$  (4)  
 $p(R=1) = 0$  para el resto de ne

Esto describe una distribución degenerada.

30 1.3)  $p(R=0) = 1$  para  $ne = 0$  (5)  
 $P(R=0) = 0$  para el resto de ne

Esto describe una vez más una distribución degenerada. Eso es característico de la distribución binómica, ya que  $0! = 1$ .

35 El objetivo consiste en predecir un determinado número de eventos nep en ns, los cuales, al medirse realmente, permiten indicar el siguiente enunciado: El valor real R es igual o mejor que el límite L con una probabilidad del F% (por ejemplo, 95%). En el caso de haber alcanzado el límite, decidimos dar la prueba por satisfactoria. nep es el número de evento en el que se supera la prueba. F se denomina "nivel de confianza". El complemento (1-F) se denomina "riesgo de decisión errónea". Deseamos predecir otro número de eventos nef en ns que, una vez medido realmente, permita manifestar el siguiente enunciado: el valor real R es peor que el límite L con una probabilidad del F%. En caso de que se mida realmente, decidimos dar la prueba por no superada. nef es el número de evento

40

correspondiente al fracaso. Podemos encontrar los valores  $nep$  y  $nef$  elevando la distribución binómica con el valor real de  $R$  al límite  $L$  para  $n_s$  muestras con la variable  $ne$ . El sumatorio de  $ne$  desde 0 a  $nep$  será por ejemplo de un 5%, que corresponde a  $1-F$ . De este modo se determina  $nep$ . El sumatorio de  $ne$  desde  $nep$  a  $n_s$  será por ejemplo 5%, y de este modo se determina  $nep$ . O lo que es lo mismo: el sumatorio de  $ne$  desde 0 a  $nep$  será del 95%. Todo ello determina  $nep$ . A esto se le denomina "operación acumulada inversa".

$nep$  es el límite para dar la prueba por superada. Si se mide  $nep$  o un valor superior en  $n_s$  muestras, se decide que la prueba se ha superado.  $nef$  es el límite de fracaso. Si se mide  $nef$  o un valor inferior en  $n_s$  muestras, se decide que la prueba no se ha superado. Si el valor medido se encuentra entre  $nep$  y  $nef$  en  $n_s$  muestras. No se puede tomar una decisión con el nivel de confianza deseado  $F$ . Dichos umbrales de éxito y fracaso pueden calcularse para pruebas breves, para las que  $n_s$  adopta un valor bajo, y para pruebas de larga duración, para las cuales  $n_s$  adopta un valor elevado. Cuanto más se aproximen dichos umbrales al límite  $L$ , más prolongada será la prueba, aunque sin embargo, no se alcance nunca el límite.

Aun cuando pueda calcularse el umbral de éxito y de fracaso de la prueba para pruebas breves y prolongadas tan sólo se permite su aplicación en un instante determinado de la prueba, predefinido por  $n_s$ . La duración de la prueba debe planificarse de antemano. Dependiendo del valor real de  $R$  un posible resultado de la prueba puede ser indeciso. Para evitar esto, se establece un límite más flexible  $LL$ , siendo  $LL < L$ . Lo que se desea es tomar la decisión sobre el fracaso en función de  $L$ , y adoptar la decisión de éxito de la prueba en función de  $LL$ . El límite de fracaso permanece sin cambios y converge hacia  $L$  en el caso de las pruebas más prolongadas. El límite flexible de éxito converge hacia  $LL$  en el caso de las pruebas más prolongadas. De este modo, la intersección entre el límite de fracaso, basado en  $L$ , y el límite de éxito, basado en  $LL$ , tiene lugar en un  $n_s$  determinado =  $n_{sint}$ . Si se ha previsto que la prueba tenga una duración de  $n_{sint}$  muestras, ya no será posible un resultado indeciso.

La superación significa: el valor real de  $R$  es mejor que  $LL$  con un nivel de confianza del 95% en este ejemplo. El fracaso significa que el valor real de  $R$  es peor que  $L$  con un nivel de confianza del 95% en este ejemplo.

A continuación se explicará una realización de la invención consistente en un procedimiento estadístico para un experimento con tres resultados. Consideramos una prueba de rendimiento con dos cantidades de datos de usuario  $a$  y  $b$  ( $a < b$ ) en los paquetes y paquetes perdidos. La nomenclatura es la siguiente:  $n_s$  es el número de muestras; una muestra es un paquete, que ha sido enviado. Puede perderse o recibirse correctamente.  $n_a$  es el número de eventos  $a$ . Un evento  $a$  es un paquete correctamente recibido con una cantidad  $a$ .  $n_b$  es el número de eventos  $b$ . Un evento  $b$  es un paquete correctamente recibido con una cantidad  $b$ .  $R_a$  es la proporción real entre el número de paquetes correctos con la cantidad  $a$  y todos los paquetes. Su valor nos es desconocido.  $R_b$  es la proporción real entre el número de paquetes correctos con la cantidad  $b$  y todos los paquetes. Su valor también nos es desconocido.

Puede efectuarse una generalización:  $n_e$  se expande en un vector con los componentes  $(n_a, n_b)$  siendo  $n_e = n_a + n_b$ .  $R$  se expande en un vector con los componentes  $(R_a, R_b)$ .

$T$  es el rendimiento. En contraste con el procedimiento estadístico de dos resultados, es necesario asignar cantidades a los eventos  $a$  y  $b$ . Por ejemplo, el paquete  $a$  transporta 1 kbit de datos de usuario y el paquete  $b$  transporta 2 kbit de datos de usuario.

Cada paquete comprende varios bits (por ejemplo, 1 kbit o 2 kbits). En el procedimiento estadístico de 2 resultados, el rendimiento podría entenderse como sigue:

- paquetes, recibidos / paquetes, enviados, o como

- bits de usuario, recibidos / bits de usuario, enviados.

Tan sólo la segunda alternativa resulta significativa para el procedimiento estadístico con más de dos resultados. El rendimiento  $T$  debería definirse como bits de usuario, recibidos / bits de usuario, enviados, con cualquier combinación de  $n_a$  y  $n_b$ .  $L$  es el límite especificado para  $T$ .

Todo ello se muestra en la figura 2. En el ejemplo de la figura 2, el paquete  $a$  transporta 1 kbit y el paquete  $b$  transporta 2 kbits de datos de usuario. Como promedio, el límite especificado  $L$  será de 1 kbit. Esta condición se cumple en todos los puntos de la línea  $L$ . Un límite más estricto es una línea recta 2 que discurre paralela al límite  $L$  alejándose del origen. Un límite más flexible es una línea recta 3 que discurre paralela al límite  $L$  en dirección al origen. Los límites 2, 3 y 4 de la figura 2 tienen un gradiente común:  $-2/-$ . El gradiente viene determinado por proporción cantidad de paquetes  $b$ /cantidad de paquetes  $a$ .

La línea recta punteada 4 que va desde  $n_a = n_s$  a  $n_b = n_s$  separa el área válida 5 en dirección al origen del área no válida 6 que se aleja del origen.

Puede aplicarse el procedimiento estadístico, si

- el vector  $R=(R_a, R_b)$  es independiente del tiempo, y

- cada evento  $(n_a, n_b)$  es independiente del anterior, es decir, es carente de memoria, y

- los eventos a y b se asignan a cantidades.

En ese caso, la distribución binómica bidimensional puede aplicarse mediante

$$p(na, nb) = \frac{ns!}{na! * nb! * (ns - na - nb)!} * Ra^{na} * Rb^{nb} * (1 - Ra - Rb)^{(ns - na - nb)}$$

(6)

O, lo que es lo mismo, mediante

$$p(na, nb) = \binom{ns}{na} Ra^{na} * \binom{ns - na}{nb} Rb^{nb} * (1 - Ra - Rb)^{(ns - na - nb)}$$

(7)

Donde (na, nb) es la variable vectorial que oscila dentro del rango de  $0 \leq na \leq ns$ ,  $0 \leq nb \leq ns$ ,

(Ra, Rb) es un parámetro vectorial,

ns es un parámetro escalar, y

p(na, nb) es la probabilidad de encontrar el vector del evento ne = (na, nb) en ns muestras de un objeto de prueba con una proporción real R=(Ra, Rb).

Cabe señalar que:

2.1)  $na + nb + ne = ns$

Número de eventos a + Número de eventos b + número de no eventos (paquetes perdidos) = número de muestras.

En la figura 2 distinguimos seis áreas que comprenden un plano, tres líneas y dos puntos.

2.2) superficie válida (sin bordes): cualquier punto situado en el plano 5 puede transportar un vector (R o L o ne) con dos componentes. Dichos componentes se utilizan para describir una estadística con tres resultados. El tercer resultado (paquetes perdidos) no es independiente por lo indicado en la nota 2.1 que antecede.

2.3) límite izquierdo (sin puntos de los extremos): en esta línea 8, un componente del vector, es decir, el componente b, no es aleatorio, sino determinístico, y equivale a 0. La estadística degenera en una estadística con dos resultados, na y ne, donde ne no es independiente debido a lo indicado en la nota 1.1 que antecede.

2.4) límite inferior (sin puntos de los extremos): en esta línea, un componente del vector (el componente a), no es aleatorio, sino determinístico, y equivale a 0. La estadística degenera en una estadística con dos resultados, nb y ne, donde ne no es independiente.

2.5) límite 10 de na=ns a nb=ns (sin puntos de los extremos): en esta línea 10, el número de paquetes perdidos ne no es aleatorio, sino determinístico, y equivale a 0. La estadística degenera en una estadística con dos resultados, na y nb, donde nb no es independiente.  $nb = ne$ .

2.6) na = ns. En este punto 11, nb y el número de paquetes perdidos ne no constituyen variables aleatorias sino determinísticas, y equivale a 0. La totalidad de la estadística degenera en determinística.

2.7) nb = ns. En este punto 12, nb y el número de paquetes perdidos ne no constituyen variables aleatorias sino determinísticas, y equivale a 0. La totalidad de la estadística degenera en determinística.

El objetivo consiste en predecir un determinado umbral de rendimiento Tp en un experimento de ns muestras que, al verse afectadas por una medición real, permiten establecer el siguiente enunciado: El dispositivo sometido a prueba es igual o mejor que el límite L con una probabilidad de F, por ejemplo, 95%. Si se ha medido realmente, se decide que se ha superado la prueba. Tp es el rendimiento necesario para superar la prueba. Deseamos predecir otro umbral Tf en un experimento de ns muestras que, cuando se ven afectadas por una medición real, permiten establecer el siguiente enunciado: El dispositivo sometido a prueba es peor que el límite L con una probabilidad de F. Si se ha medido realmente, se decide que no se ha superado la prueba. Tf es el umbral de rendimiento para que la prueba no se supere.

Podemos encontrar los valores Tp y Tf mediante la aplicación de una serie de distribuciones binómicas bidimensionales con un valor real R en cada punto del límite L. A continuación describiremos como hallar un punto

de  $T_p$ . Disponemos una distribución binómica bidimensional en un punto del límite L. La proporción real  $R = (R_a, R_b)$  es el centro de las curvas cerradas de la figura 3. En el caso monodimensional realizamos una suma a lo largo de la variable  $n_e$ . La suma a lo largo de  $n_e$  desde 0 a  $n_{ep}$  será del 95% en el ejemplo. De este modo se determina  $n_{ep}$ . Así pues, en los ejemplos, se ha separado el 95% de la distribución del 5% restante de la distribución. El resultado fue el punto de separación  $n_{ep}$ . En el caso de 2 dimensiones deseamos separar en el ejemplo un 95% de la distribución del 5% restante de la distribución. No obstante, en el caso bidimensional, disponemos de infinitas posibilidades de sumar:

$$P(na, nb) = 95\% = \sum_{i=0}^{n_{ep}} \sum_{j=0}^{n_{ep}-i} p(na_i, nb_j) \tag{9}$$

Obteniéndose  $n_{ap}$  como resultado, o

$$P(na, nb) = 95\% = \sum_{j=0}^{n_{ep}} \sum_{i=0}^{n_{ep}-j} p(na_i, nb_j) \tag{10}$$

Obteniéndose  $n_{bp}$  como resultado.

Ninguno de los resultados resulta adecuado para nuestro problema. La figura 3 muestra la dirección adecuada del sumatorio.

Una posibilidad consiste en comenzar en el origen e ir sumando a lo largo de líneas rectas siguiendo las flechas 13 paralelas al límite L. Existe una última línea 14 finalizada en una suma por debajo del 95% en este ejemplo. La siguiente línea posterior a la flecha 15 finaliza con una suma por encima del 95%. A continuación comentaremos esta línea 15. Entre los valores de probabilidad a lo largo de esta línea A – B hay un máximo. Este es el punto deseado en  $T_p$ . No hay ninguna preferencia en cuanto a la dirección del sumatorio dentro de la línea. Dado que disponemos de una distribución discreta, las líneas rectas son en realidad líneas escalonadas rectas. En general, existen varios conjuntos exclusivos de líneas rectas escalonadas. Están entrelazados. Este procedimiento, según se describe, es el equivalente bidimensional de la conocida operación acumulada inversa.

El resto de los puntos de  $T_p$  se construyen de forma similar seleccionando otros vectores R en el límite L. En la práctica, basta con construir unos cuantos puntos  $T_p$  y efectuar la interpolación mediante cualquier procedimiento adecuado. Los puntos de  $T_f$  se construyen de la misma manera.

A modo de ejemplo, la figura 4 muestra un trazado tridimensional de la figura 3, siendo la probabilidad  $8(n_a, n_b)$  una función de  $n_a$  y  $n_b$  para los diferentes vectores R.

El resultado se comenta haciendo referencia a la figura 5. La línea recta en negrilla L es el límite. La curva  $T_{p30}$  es un umbral de éxito para una prueba breve, es decir,  $n_s$  comprende 30 muestras. La curva  $T_{p100}$  es un umbral de éxito para una prueba de duración intermedia, donde, por ejemplo,  $n_s$  comprende 100 muestras. La curva  $T_{p300}$  es un umbral de éxito para una prueba de larga duración, donde, por ejemplo,  $n_s$  comprende 300 muestras.

$T_p$  son curvas situadas exclusivamente en uno de los lados del límite, alejándose del origen. Cuando  $n_s$  tiende a infinito, tienden al límite L. las curvas son para una primera aproximación líneas rectas aproximadamente paralelas al límite L, y para una segunda aproximación, líneas rectas no paralelas al límite L. Se encuentran más alejadas del límite L, cuando  $R_a$  o  $R_b$  se encuentran más próximas a  $n_s/2$ . En una tercera aproximación, las curvas no son rectas. En comparación con el experimento con dos resultados, la distancia D de  $T_p$  a L es menor en todos los puntos de las curvas.  $T_f$  se encuentra exclusivamente en el otro lado del límite L en dirección al origen. De lo contrario, tiene las mismas propiedades.

A continuación se comentará una serie de casos especiales en relación con la figura 6.

En la figura 6 se muestra un límite menos restrictivo LL con el correspondiente umbral de éxito  $T_{Lp}$ . El punto  $T_{Lp}$  del eje  $n_b$  puede calcularse a partir de las estadísticas con dos resultados,  $n_b$  y  $n_{\bar{b}}$ , véase la nota 2.4. El punto  $T_{Lp}$  del eje  $n_a$  puede calcularse a partir de las estadísticas con dos resultados,  $n_a$  y  $n_{\bar{a}}$ , véase la nota 2.3. En la figura 6 se muestra un límite L que finaliza en  $n_a+n_s$ . Cualquier distribución en torno a este punto tiende a un único impulso, véase la nota 2.6. Por lo tanto, en este punto, el umbral de éxito  $T_p$  tiende al límite L. Asimismo se muestra un límite más estricto LS con el correspondiente umbral de éxito  $T_{Sp}$ . En este límite hay un reducido rango 16 donde no es posible encontrar un umbral de éxito con el nivel deseado de confianza F. Este efecto carece de equivalente en la estadística con dos resultados.

$T_p$  es el límite de éxito; si se mide un punto en  $T_p$  o alejado del origen en  $n$  muestras se decide que la prueba se ha superado.  $T_f$  es el límite de fracaso; si se mide un punto en  $T_f$  i en dirección al origen en  $n$  muestras se decide que la prueba no se ha superado. Si la medición se encuentra entre  $T_p$  y  $T_f$  en  $n_s$  muestras, no se podrá tomar una decisión con el nivel de confianza deseado  $F$ .

5 Dichos umbrales de éxito y fracaso pueden calcularse para pruebas de duración reducida ( $n_s$  bajo) y pruebas de larga duración ( $n_s$  alto). Cuando más tiendan dichos umbrales al límite  $L$ , mayor será la duración de la prueba, si bien jamás se llega por completo al límite. Aun cuando el umbral de éxito y fracaso puede calcularse para pruebas de duración reducida y prolongada, tan sólo se permite su aplicación en un instante determinado de la prueba, predefinido por  $n_s$ . Este valor de  $n_s$  debe planificarse con antelación a la prueba. Dependiendo del valor real de  $R$  un posible resultado de la prueba puede ser indeciso. Para evitar esto, se establece un límite más flexible  $LL$ , siendo  $LL < L$ . (en este caso,  $<$  significa paralelo en dirección al origen). El límite de fracaso  $T_f$  se mantiene sin cambios y tiende a  $L$  en el caso de aumentarse la duración de la prueba. El límite de éxito menos estricto  $TL_p$  tiende a  $LL$  en el caso de aumentarse la duración de la prueba. De este modo, para un tiempo de prueba dado, se produce la intersección entre el límite de fracaso  $T_f$  y el límite menos estricto de éxito  $TL_p$ .

15 Utilizando la primera aproximación, la intersección se producirá en un  $n_s = n_{sInt}$  dado. Si la prueba se planifica para que tenga una duración de  $n_{sInt}$  muestras, ya no será posible la obtención de un resultado indeciso. Utilizando la segunda aproximación o aproximaciones superiores, la intersección será una línea situada en el espacio  $n_a-n_b-n_s$ .

Distinguimos tres áreas de  $n_s$ . Esto puede verse en la figura 7 como la fila inferior. En una prueba de corta duración, la región no decidida  $U$  del plano  $n_a-n_b$  divide por completo las regiones de éxito y fracaso. En una prueba de duración media, la región no decidida  $U$  del plano  $n_a-n_b$  divide parcialmente las regiones de éxito y fracaso. De lo contrario, las regiones de éxito y fracaso se solapan. En una prueba de larga duración no habrá una región indecisa. El primero de los  $n_s$  se denomina  $n_{sT}$ . Si se planifica la prueba para que tenga una duración de  $n_{sT}$  muestras, ya no será posible un resultado indeciso. Es el tiempo de prueba más breve en el que se excluye un resultado no decidido.

25 La superación de la prueba significa que el valor real  $T$  es mejor que  $LL$  con un nivel de confianza del 95% en el ejemplo. El fracaso significa que el valor real  $T$  es peor que  $L$ , con un nivel de confianza del 95% en el ejemplo.

En la figura 7, todos los ejes son horizontales para un valor de  $n_b$  de 0 a  $n_s$ , y verticales para los valores de  $n_a$  de 0 a  $n_s$ .  $L$  es el límite original.  $T_p$  es el límite de éxito, y  $T_f$  es el límite de fracaso. De izquierda a derecha aumenta el tiempo de prueba  $n_s$ . Imaginemos tres capas  $n_s$  en el espacio  $n_a, n_b, n_s$ . Por lo tanto, los límites de éxito y de fracaso  $T_p$  y  $T_f$  tienden a  $L$ . Si medimos un vector entre  $T_p$  y  $T_f$ , el resultado del test será indeciso. Incluso en el caso de pruebas prolongadas, un resultado indeciso no es inevitable. Véase la primera fila de la figura 7.

30 Para poder evitar un resultado indeciso, el límite original  $L$  se utiliza únicamente para obtener el límite de fracaso  $T_f$ . Se introduce un límite menos estricto  $LL$  para obtener un límite de éxito más flexible  $TL_p$ , como puede apreciarse en la segunda fila de la figura 7. En esta misma fila también aumentamos el tiempo de prueba de izquierda a derecha. Para una prueba de corta duración sigue habiendo una región indecisa  $U$ . Para un test de mediana duración, la región de indecisión  $U$  está a punto de desvanecerse. En el caso de una prueba prolongada, ya no es posible la existencia de una región de indecisión.

A continuación se comentará una realización acorde con la invención de un procedimiento estadístico para un experimento con cuatro resultados, en relación con el procedimiento de la invención. Consideremos una prueba de rendimiento con tres cantidades de datos de usuario  $a, b, c$  ( $a < b < c$ ) en los paquetes y paquetes perdidos. La nomenclatura es la siguiente:  $n_s$  es el número de muestras. Una muestra es un paquete enviado. Puede perderse o recibirse correctamente.  $n_a$  es el número de eventos  $a$ . Un evento  $a$  es un paquete correctamente recibido con una cantidad  $a$ .  $n_b$  es el número de eventos  $b$ . Un evento  $b$  es un paquete correctamente recibido con la cantidad  $b$ .  $n_c$  es el número de eventos  $c$ . Un evento  $c$  es un paquete correctamente recibido con una cantidad  $c$ .  $R_a$  es la proporción real entre el número de paquetes correctos con la cantidad  $a$  y todos los paquetes. Su valor es desconocido para nosotros.  $R_b$  es la proporción real entre el número de paquetes correctos con la cantidad  $b$  y todos los paquetes. Su valor también es desconocido para nosotros.  $R_c$  es la proporción real entre el número de paquetes correctos con la cantidad  $c$  y todos los paquetes. Su valor es también desconocido para nosotros.

50 Puede establecerse la siguiente generalización:  $n_e$  se expande en un vector con los componentes ( $n_a, n_b, n_c$ ) siendo  $n_e = n_a + n_b + n_c$ .  $R$  se expande en un vector con los componentes ( $R_a, R_b, R_c$ ).

$T$  es el rendimiento y se define como bits de usuario recibidos / bits de usuario enviados, mediante cualquier combinación de  $n_a, n_b$  y  $n_c$ .  $L$  es el límite especificado para  $T$ . Todo ello se muestra en la figura 8.

El límite  $L$  es un plano uniforme. Un límite más estricto  $LT$  es un plano uniforme paralelo a  $L$  que se aleja del origen. Un límite menos estricto  $LL$  es un plano uniforme paralelo a  $L$  que converge hacia el origen. El plano uniforme 17 que se extiende entre  $n_a = n_s, n_b = n_s$  y  $n_c = n_s$  separa el volumen válido en dirección al origen del volumen no válido que se aleja del origen. El gradiente de los límites de la figura 8 viene dado por las cantidades de paquetes,  $a, b$  y  $c$ .

Este procedimiento estadístico es aplicable en el caso de que:

- el vector  $R = (R_a, R_b, R_c)$  sea independiente del tiempo,
- un evento  $(n_a, n_b, n_c)$  sea independiente del anterior, es decir, carezca de memoria, y
- los eventos a b y c se asignen a cantidades.

5 De este modo, la distribución binómica tridimensional puede aplicarse mediante:

$$p(n_a, n_b, n_c) = \frac{n_s!}{n_a! n_b! n_c! (n_s - n_a - n_b - n_c)!} R_a^{n_a} R_b^{n_b} R_c^{n_c} (1 - R_a - R_b - R_c)^{(n_s - n_a - n_b - n_c)} \quad (11)$$

Donde  $p(n_a, n_b, n_c)$  es la probabilidad de encontrar el vector del evento  $n_e = (n_a, n_b, n_c)$  en  $n_s$  muestras de un objeto de prueba con una proporción real  $R=(R_a, R_b, R_c)$ .

Cabe señalar cuanto sigue:

10 3.1)  $n_a + n_b + n_c + n_e = n_s$  (12)

Existen cuatro áreas de la figura 8 que deben distinguirse:

3.2) En el volumen válido de la figura 8 (sin límites) puede aplicarse la estadística con cuatro resultados  $n_a, n_b, n_c, n_e$ , en la que  $n_e$  no es independiente.

3.3) En los planos de límite, la estadística degenera a una estadística con tres resultados.

15 3.4) En las líneas de límite, la estadística degenera en una estadística con dos resultados.

3.5) En los puntos del límite, la estadística total degenera en determinística.

El objetivo consiste en predecir un cierto umbral de rendimiento  $T_p$  en un experimento de  $n_s$  muestras, que, cuando se someten a una medida real, permiten establecer el siguiente enunciado: El dispositivo sometido a prueba es igual o mejor que el límite L con una probabilidad de F (por ejemplo, 95%). Si se ha medido realmente, se decide que se ha superado la prueba. Deseamos predecir otro umbral  $T_f$  en un experimento de  $n_s$  muestras que, cuando se ven afectadas por una medición real, permiten establecer el siguiente enunciado: El dispositivo sometido a prueba es peor que el límite L con una probabilidad de F. Si se ha medido realmente, se decide que no se ha superado.

Podemos encontrar los valores  $T_p$  y  $T_f$  mediante la aplicación de una serie de distribuciones binómicas tridimensionales con un valor real R en cada punto del límite L, que es el plano uniforme de la figura 8. A continuación describiremos cómo hallar un punto de  $T_p$ . Disponemos una distribución binómica tridimensional en un punto del límite. Para ejecutar la operación acumulada inversa, empezamos en el origen y sumamos a lo largo planos uniformes paralelos al límite. Existe un último plano finalizado con una suma que en el ejemplo es inferior al 95%. El siguiente plano finaliza con una suma superior al 95%. A continuación comentaremos este plano. Entre los valores de probabilidad de este plano se da un máximo. Este es el punto deseado del  $T_p$ . No hay preferencias en cuanto a la dirección del sumatorio en un plano. Existen varios conjuntos exclusivos de planos rectos escalonados. Se encuentran entrelazados.

Los otros puntos de  $T_p$  se construyen de la misma forma. En la práctica, basta con construir unos pocos puntos  $T_p$  y llevar a cabo una interpolación mediante un procedimiento adecuado. Los puntos de  $T_f$  se construyen de la misma forma. El resultado puede comentarse como sigue: El plano uniforme L de la figura 8 es el límite. Los planos  $T_p$  se encuentran exclusivamente en un lado del límite, que se aleja del origen. En el caso de una prueba breve, el valor de la distancia D al límite es elevado. En el caso de que en la prueba,  $n_s \rightarrow \infty$ , el plano  $T_p$  tiende al límite,  $D \rightarrow 0$ .

El plano  $T_p$ , en una primera aproximación, es un plano uniforme aproximadamente paralelo al límite, y para una segunda aproximación, un plano uniforme no paralelo al límite. Se encuentra más alejado del límite cuando  $R_a$  o  $R_b$  o  $R_c$  se acercan a  $n_s/2$ . En una tercera aproximación, el plano no es uniforme. En comparación con el experimento con dos resultados, la distancia D de  $T_p$  a L es nuevamente más reducida en cualquier punto del plano. Hemos de concluir que la distancia decrece cada vez más cuando los experimentos tienen más resultados.

Los efectos que se aprecian en el experimento con tres resultados pueden resumirse de la forma siguiente: pueden utilizarse unas estadísticas dimensionales más bajas para encontrar los  $T_p$  puntos en los planos y líneas del borde. Si el plano, en el límite L, intersecta el límite de validez, que es el plano 17 de la figura 8, no podrá conseguirse el

nivel de confianza  $F$  deseado en las cercanías del límite validez 17. Si el límite intersecta el punto del límite,  $T_p$  tenderá al punto del límite.

5  $T_f$  se encuentra exclusivamente en el otro lado del límite, hacia el origen. De lo contrario, tendrá las mismas propiedades.  $T_p$  es el límite de éxito; si un punto situado en el plano  $T_p$  o que se aleje del origen se mide en  $n_s$  muestras, se decide que la prueba se ha superado.  $T_f$  es el límite de fracaso; si un punto situado en el plano  $T_f$  o que se aproxime al origen se mide en  $n_s$  muestras, se decide que la prueba no se ha superado. Si la medición se encuentra entre  $T_p$  y  $T_f$  en  $n_s$  muestras, no se podrá tomar una decisión con el nivel de confianza deseado  $F$ .

10 Dichos umbrales de éxito y fracaso pueden calcularse para pruebas de duración reducida ( $n_s$  bajo) y pruebas de larga duración ( $n_s$  alto). Cuando más tiendan dichos umbrales al límite  $L$ , mayor será la duración de la prueba, si bien jamás se llega por completo al límite.

15 Aun cuando el umbral de éxito y fracaso puede calcularse para pruebas de duración reducida y prolongada, tan sólo se permite su aplicación en un instante determinado de la prueba, predefinido por  $n_s$ . Este valor de  $n_s$  debe planificarse con antelación a la prueba. Dependiendo del valor de  $R$  un posible resultado de la prueba puede ser indeciso. Para evitar esto, se establece un límite más flexible  $LL$ , siendo por ejemplo  $LL < L$ . (en este caso,  $<$  significa paralelo en dirección al origen). El límite de fracaso  $T_f$  se mantiene sin cambios y tiende a  $L$ . El límite de éxito menos estricto  $T_{Lp}$  tiende a  $LL$ . De este modo, se produce la intersección entre el límite de fracaso  $T_f$  basado en  $L$  y el límite menos estricto de éxito  $T_{Lp}$  basado en  $LL$ .

20 Utilizando la primera aproximación, la intersección se producirá en un  $n_s = n_{sInt}$  dado. Si la prueba se planifica para que tenga una duración de  $n_{sInt}$  muestras, ya no será posible la obtención de un resultado indeciso. Utilizando la segunda aproximación o aproximaciones superiores, la intersección será una línea situada en el hiperespacio  $n_a-n_b-n_c-n_s$ .

Podemos distinguir tres áreas de  $n_s$ :

$n_s$  baja: la región no decidida del hiperespacio  $n_a-n_b-n_c$  divide por completo las regiones de éxito y fracaso.

25  $n_s$  media: la región no decidida del hiperespacio  $n_a-n_b-n_c$  divide parcialmente las regiones de éxito y fracaso. De lo contrario, las regiones de éxito y fracaso se solapan.

$n_s$  alta: no existe una región indecisa. El primero de los  $n_s$  se denomina  $n_{sT}$ .

30 Si se planifica la prueba para que tenga una duración de  $n_{sT}$  muestras, ya no será posible un resultado indeciso. Es el tiempo de prueba más breve en el que se excluye un resultado no decidido. La superación de la prueba significa que el valor real  $T$  es mejor que  $LL$  con un nivel de confianza del 95% en el ejemplo. El fracaso significa que el valor real  $T$  es peor que  $L$ , con un nivel de confianza del 95%.

La invención no se limita a los ejemplos, y concretamente, no se limita a las pruebas efectuadas con dos o tres resultados. La invención comentada anteriormente puede aplicarse a muchos escenarios de prueba para canales radioeléctricos y dispositivos tales como estaciones base de telefonía móvil y otros equipos.

**REIVINDICACIONES**

1. Procedimiento para realizar una prueba estadística en un dispositivo o canal radioeléctrico, que tiene N resultados en forma de N diferentes eventos, donde paquetes (a, b, c...) con N-1 diferentes cantidades de datos se transmiten a través del dispositivo o canal radioeléctrico en el que N-1 eventos consisten en la recepción de un paquete con una de las diferentes cantidades de datos específicas, siendo el N-ésimo evento la pérdida de un paquete, siendo N superior a 2,

comprendiendo dicho procedimiento las siguientes etapas:

- medición de ns muestras de la salida del dispositivo o canal radioeléctrico sometido a prueba, con lo cual se produce un número específico, na, nb, ñe o na, nb, nc, ñe de casos de cada evento, siendo ñe el número de paquetes perdidos,

- definición de un rendimiento para la prueba, y encontrar un límite L (L) específico, consistente en puntos que cumplen dicho rendimiento específico en un espacio aumentado por el número específico de casos de cada evento,

- establecimiento de una distribución de probabilidades de dimensiones N-1, en una serie de puntos del límite L (L),

- constitución de un umbral Tf de fracaso, bien por parte del canal radioeléctrico o del dispositivo, y un umbral de éxito por el canal radioeléctrico o el dispositivo, para cada una de dichas distribuciones de probabilidad de dichos diversos puntos del límite L (L):

se lleva a cabo el sumatorio o integración de la distribución de probabilidades de N-1 dimensiones a lo largo de unas trayectorias paralelas al límite L, hasta alcanzar un nivel de confianza predefinido (F) y en el caso de que se mida en ns muestras un punto del umbral (Tp) de éxito o que se aleje del origen, el dispositivo habrá superado la prueba,

y si se mide en ns muestras un punto situado en el umbral (Tf) de fracaso o en dirección al origen, el dispositivo no habrá superado la prueba,

siendo la distribución de probabilidades de N-1 dimensiones la distribución binómica de N-1 dimensiones.

2. Procedimiento de acuerdo con la reivindicación 1, caracterizado porque el dispositivo o canal radioeléctrico tiene tres resultados en forma de tres diferentes eventos y porque se utiliza la siguiente distribución binómica bidimensional:

$$p(na, nb) = \binom{ns}{na} Ra^{na} * \binom{ns - na}{nb} Rb^{nb} * (1 - Ra - Rb)^{(ns - na - nb)}$$

donde

ns es el número de muestras,

na es el número de primeros eventos dentro de las ns muestras

nb es el número de segundos eventos dentro de las ns muestras

Ra es la proporción real entre la ocurrencia del primer evento frente a todos los eventos.

Rb es la proporción real entre la ocurrencia del segundo evento frente a todos los eventos, y

p(na, nb) es la probabilidad de ocurrencia de na primeros eventos y nb segundos eventos.

3. Procedimiento según la reivindicación 2, caracterizado porque se transmiten paquetes (a, b) con dos cantidades de datos diferentes a través del dispositivo o canal radioeléctrico, y porque el primer evento consiste en la recepción de un paquete (a) con la primera cantidad de datos, el segundo evento es la recepción de un paquete (b) con la segunda cantidad de datos, y el tercer evento es la pérdida de un paquete.

4. Procedimiento según la reivindicación 1, caracterizado porque el dispositivo o canal radioeléctrico tiene cuatro resultados en forma de cuatro diferentes eventos, y porque se utiliza la siguiente distribución binómica tridimensional:

$$p(na, nb, nc) = \frac{ns!}{na!nb!nc!(ns - na - nb - nc)!} Ra^{na} Rb^{nb} Rc^{nc} (1 - Ra - Rb - Rc)^{(ns - na - nb - nc)}$$

5 donde

ns es el número de muestras,

na es el número de primeros eventos dentro de las ns muestras

nb es el número de segundos eventos dentro de las ns muestras

nc es el número de terceros eventos dentro de las ns muestras

10 Ra es la proporción real entre la ocurrencia del primer evento frente a todos los eventos.

Rb es la proporción real entre la ocurrencia del segundo evento frente a todos los eventos,

Rc es la proporción real entre la ocurrencia del tercer evento frente a todos los eventos, y

p(na, nb, nc) es la probabilidad de ocurrencia de na primeros eventos, nb segundos eventos y nc terceros eventos.

15 5. Procedimiento según la reivindicación 4, caracterizado porque se transmiten paquetes (a, b, c) con tres cantidades de datos diferentes a través del dispositivo o canal radioeléctrico, y porque el primer evento consiste en la recepción de un paquete (a) con la primera cantidad de datos, el segundo evento es la recepción de un paquete (b) con la segunda cantidad de datos, el tercer evento es la recepción de un paquete (c) con la tercera cantidad de datos y el cuarto evento es la pérdida de un paquete.

20

6. Procedimiento según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 5, caracterizado porque se constituyen los umbrales (Tf, Tp) de éxito y fracaso tan sólo para unos pocos puntos del límite L (L) y se efectúa una interpolación entre los umbrales (Tf, Tp) de dichos puntos.

25 7. Procedimiento según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 6, caracterizado porque el sumatorio o la integración se inician desde el origen.

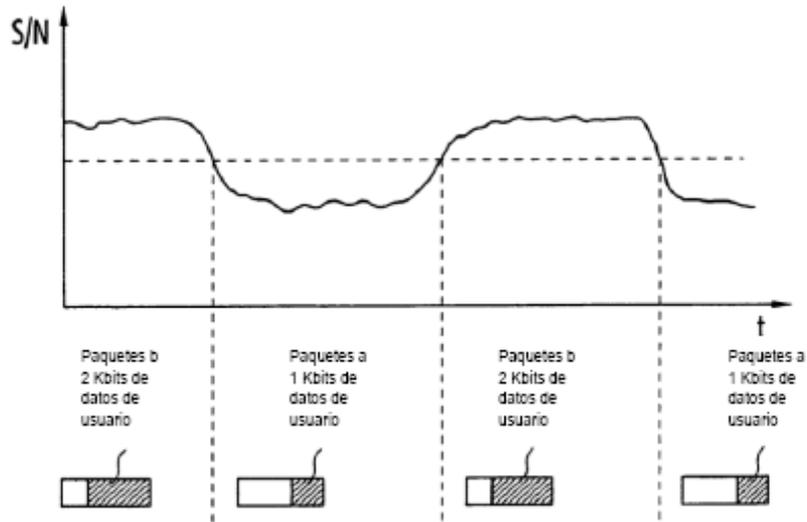


Figura 1

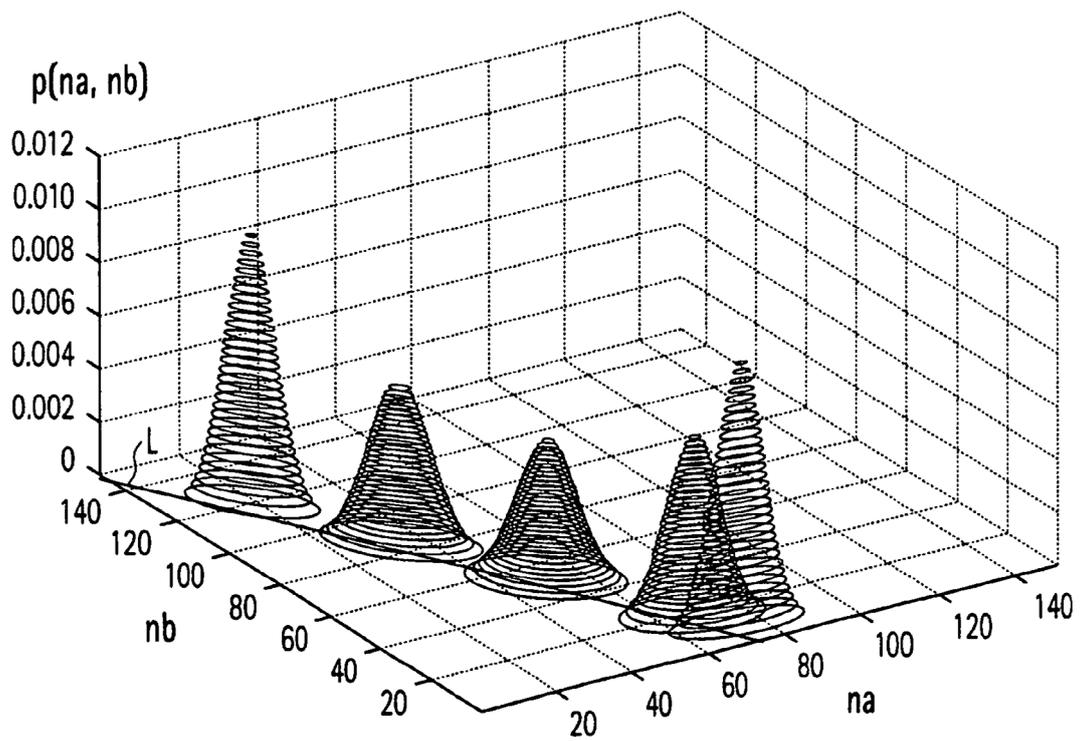


Fig. 4

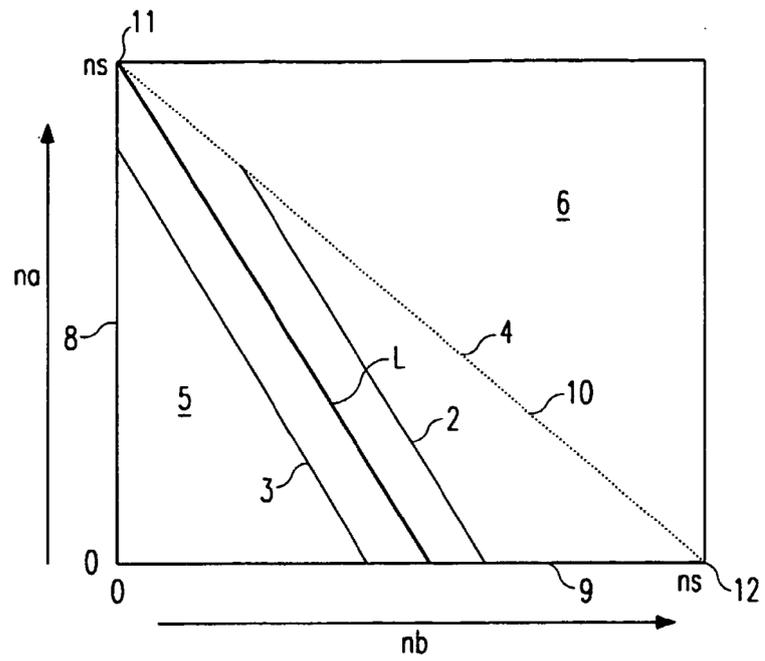


Fig. 2

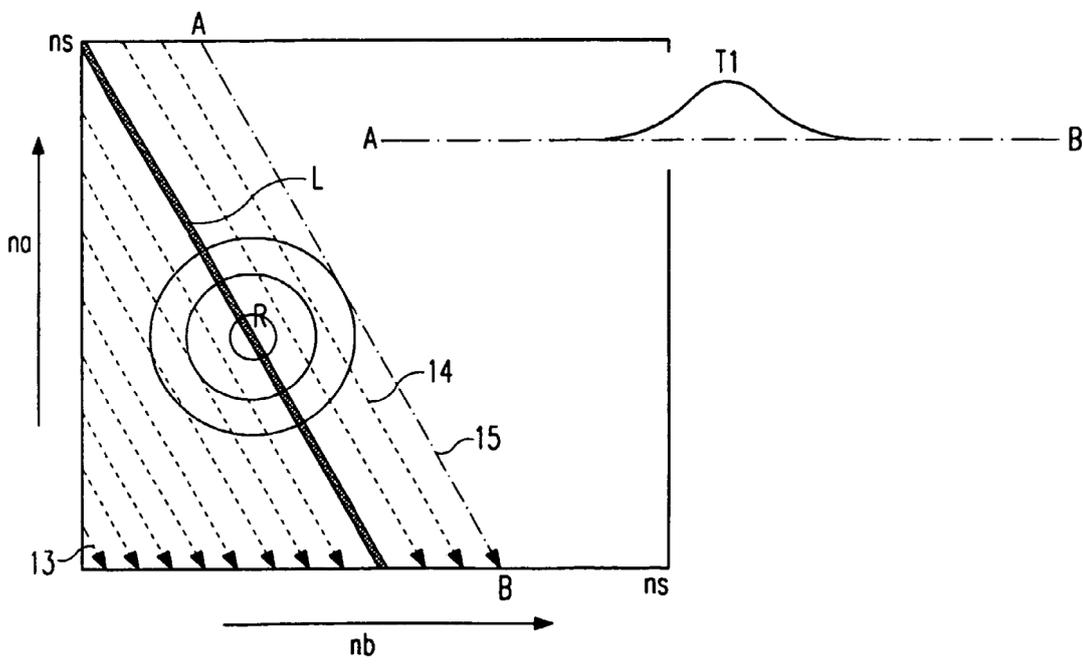


Fig. 3

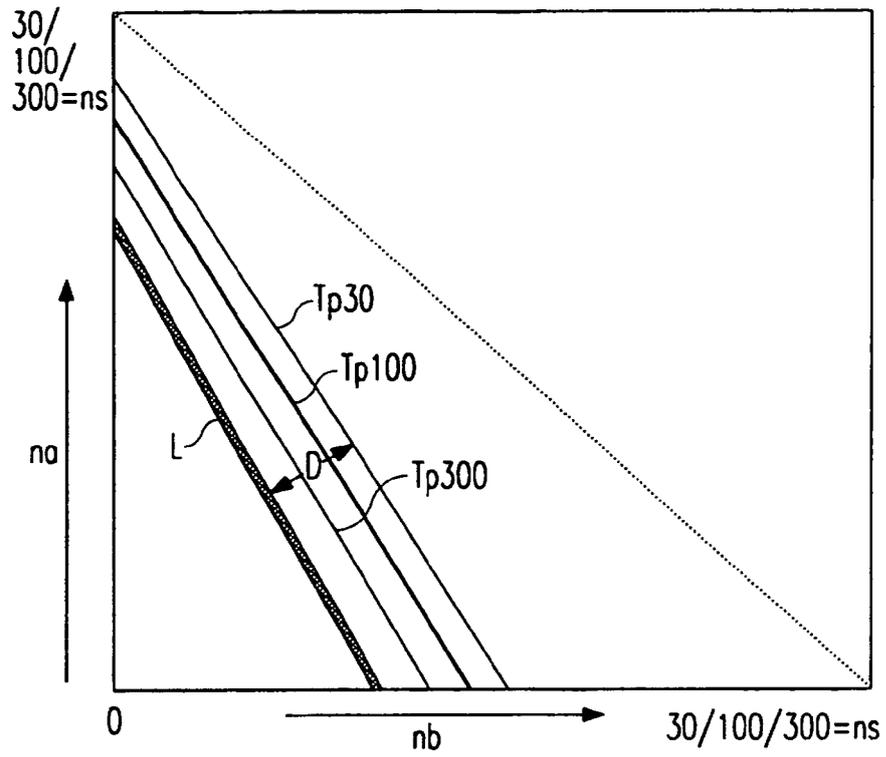


Fig. 5

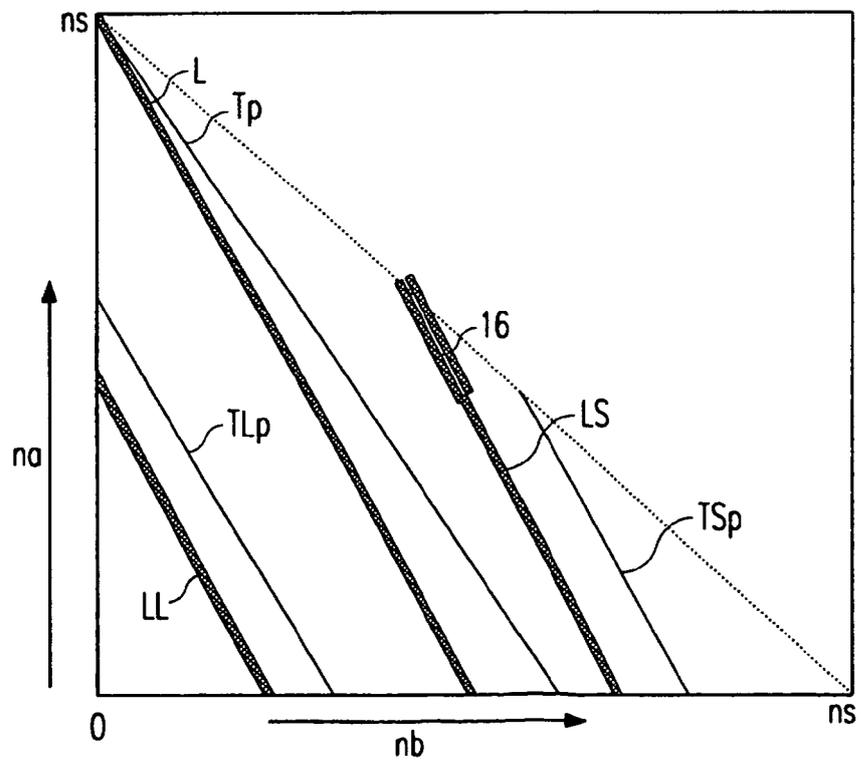


Fig. 6

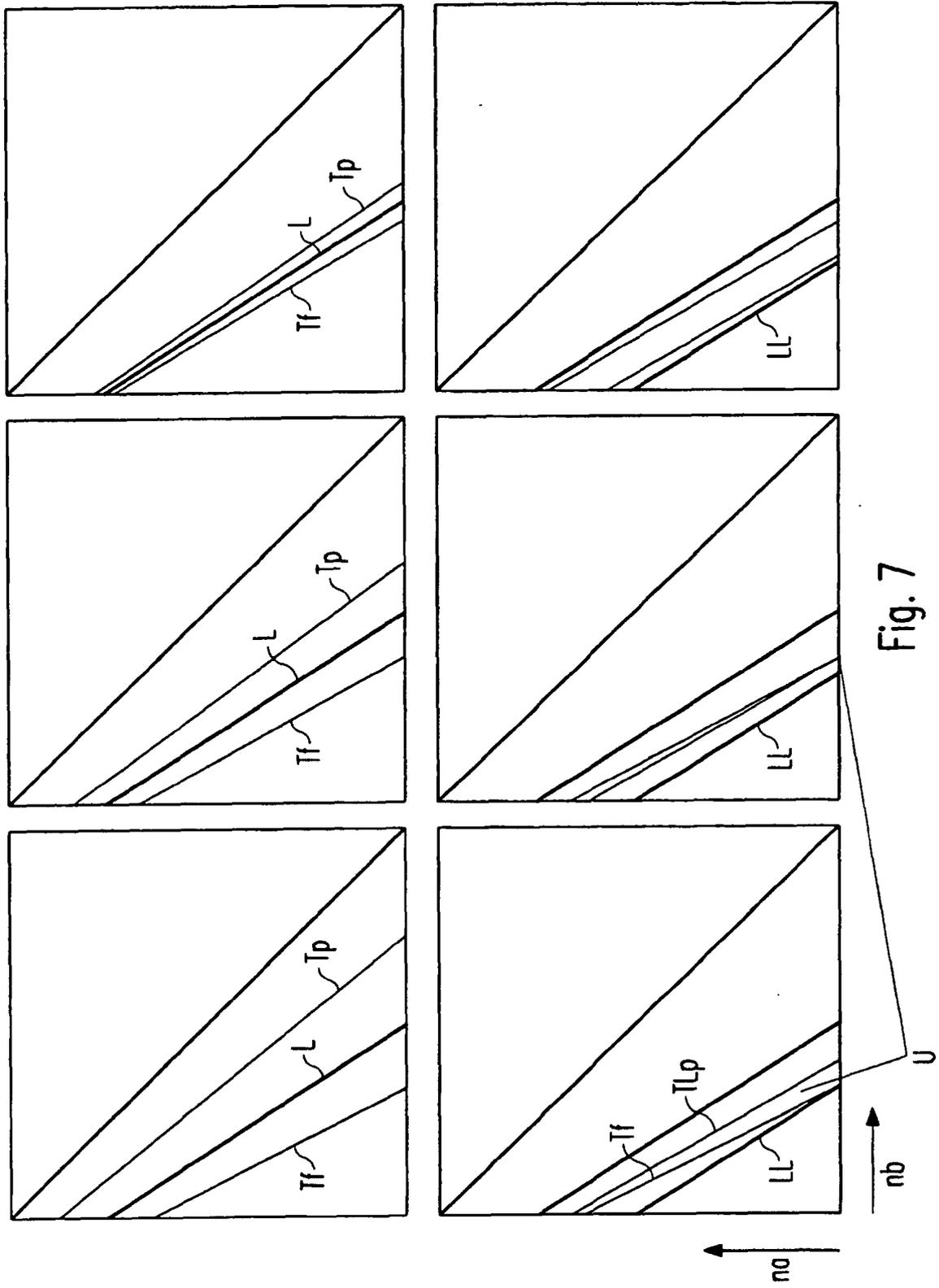


Fig. 7

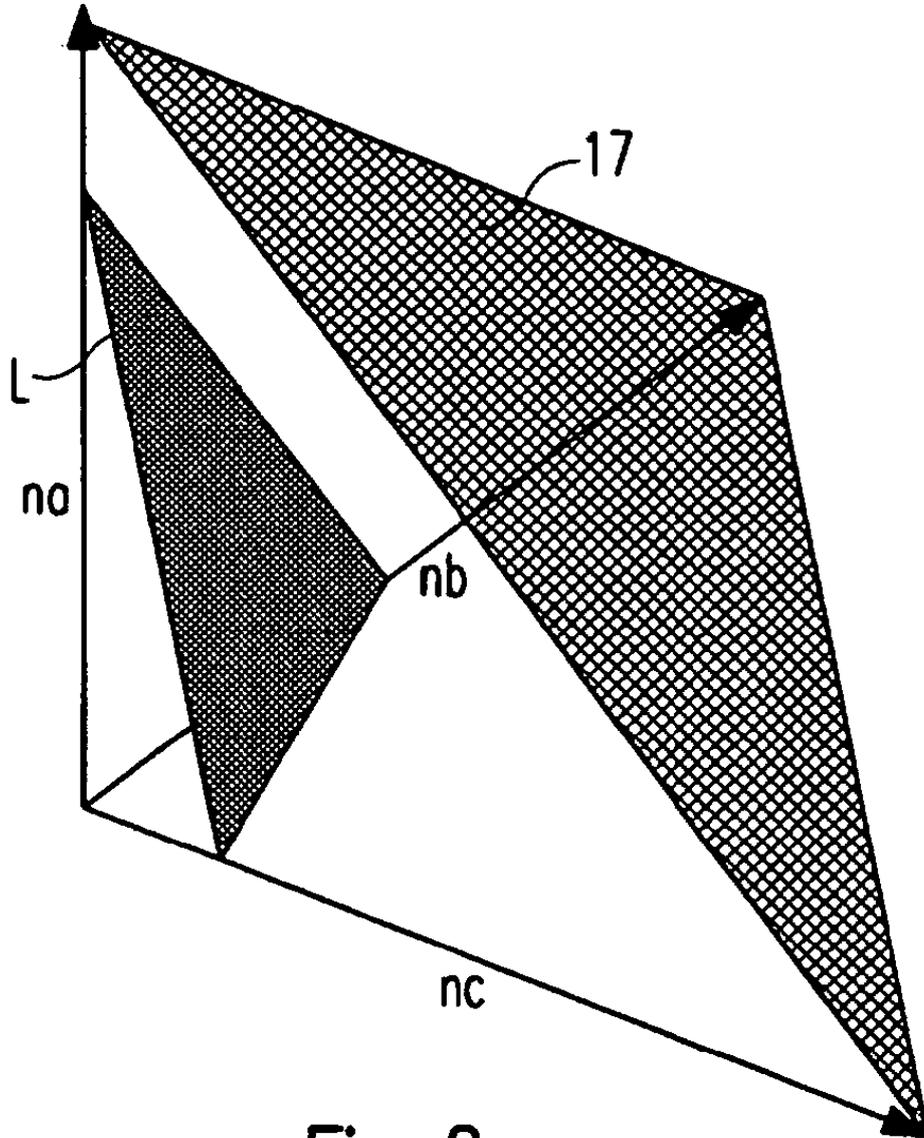


Fig. 8