

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 381 761**

51 Int. Cl.:
G06T 7/00 (2006.01)
G06T 7/20 (2006.01)
G01S 11/12 (2006.01)
G01S 3/786 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Número de solicitud europea: **07116447 .9**
96 Fecha de presentación: **14.09.2007**
97 Número de publicación de la solicitud: **2037408**
97 Fecha de publicación de la solicitud: **18.03.2009**

54 Título: **Procedimiento, programa de ordenador y dispositivo para determinar el riesgo de una colisión en el aire**

45 Fecha de publicación de la mención BOPI:
31.05.2012

45 Fecha de la publicación del folleto de la patente:
31.05.2012

73 Titular/es:
SAAB AB
581 88 Linköping, SE

72 Inventor/es:
Nordlund, Per-Johan

74 Agente/Representante:
Carpintero López, Mario

ES 2 381 761 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Procedimiento, programa de ordenador y dispositivo para determinar el riesgo de una colisión en el aire

Campo técnico

5 La invención versa acerca de un procedimiento, un programa de ordenador y un dispositivo para determinar la probabilidad de una colisión en el aire de vehículos. En particular, la invención versa acerca de la determinación del riesgo de una colisión en vehículos no tripulados.

Técnica antecedente

10 Un problema fundamental que surge cuando se operan vehículos aéreos no tripulados (UAV) es cómo evitar colisiones en el aire de forma autónoma utilizando sensores a bordo. En la actualidad, dependiendo del tipo de espacio aéreo y de aeronave, las aeronaves tripuladas recurren ya sea a sistemas automáticos de evasión de colisiones basados en transpondedores como el TCAS (aeronaves comerciales), o la vista de los pilotos para aeronaves más pequeñas utilizando Reglas de vuelo visual (VFR). En la actualidad, la operación de UAV normalmente requiere que el espacio aéreo segregado excluya tráfico aéreo civil. La siguiente generación de UAV necesita ser capaz de volar de forma autónoma en espacio aéreo civil y, por lo tanto, también necesita un sistema autónomo de evasión de colisiones que detecte tanto vehículos basados en transpondedor como otras aeronaves sin transpondedores (paracaidistas, planeadores, otros UAV, etc.).

15 Las aeronaves tripuladas que vuelan en un espacio aéreo controlado mantienen una distancia segura entre sí utilizando el servicio proporcionado por un Control del tráfico aéreo (ATC). El ATC informa y da órdenes a pilotos humanos para que lleven a cabo maniobras para evitar Casi colisiones en el aire (NMAC). Los sistemas semiautomáticos de la última década como el ACAS (Sistema de evasión de colisión en el aire) han sido implantados que traslada esencialmente esta responsabilidad del ATC al piloto. La OACI (Organización de aviación civil internacional) estipula que todas las aeronaves tripuladas con más de 19 pasajeros tengan un sistema ACAS. La presente implementación del ACAS (denominada TCAS II) da al piloto una advertencia (por ejemplo, "ascienda, ascienda") y un denominado Consejo de Resolución (RA) cuando el riesgo de colisión entre dos aeronaves supera un cierto umbral. Entonces, el piloto lleva a cabo la maniobra recomendada manualmente. Un enlace basado en transpondedores garantiza que el RA dado a los pilotos en ambas aeronaves es tal que se realiza la mejor maniobra conjuntamente para evitar una colisión.

20 Sin embargo, el sistema ACAS/TCAS supone que ambas aeronaves intercambian datos acerca de la velocidad, la altitud y el curso magnético por un enlace de transmisión de datos y que ambos sistemas cooperan. Cuando se operan UAV pequeños esta suposición a menudo deja de ser válida. Un UAV típico opera en altitudes en las que a menudo hay presentes pequeñas aeronaves intrusas que no tienen transpondedores. Este documento describe un procedimiento para detectar situaciones peligrosas en base a datos procedentes de un sensor pasivo del curso magnético únicamente.

25 Una de las dicotomías más importantes es la elección de propagación del vector de estado: nominal, del caso más desfavorable o probabilístico. El enfoque probabilístico proporciona un sistema de referencia que permite combinar las incertidumbres que se producen de forma natural en mediciones en un sistema de referencia estricto.

30 Un reto de los sensores de medición del curso magnético únicamente es cómo abordar la incertidumbre significativa obtenida en una distancia relativa estimada. Un enfoque para aumentar la precisión en la distancia estimada es llevar a cabo maniobras de la plataforma propia.

35 El documento US 20070210953 A1 da a conocer un sistema y un procedimiento para un sistema de detección y de evasión de colisiones y un procedimiento y una aeronave. El sistema de detección y de evasión de colisiones incluye un interrogador de imágenes que identifica amenazas de colisiones potenciales para la aeronave y proporciona maniobras para evitar cualquier amenaza identificada. Una unidad de seguimiento de múltiples objetivos de línea visual (LOS) hace un seguimiento de objetivos locales detectados y mantiene un historial de seguimiento en coordenadas de LOS para cada objetivo local detectado. Una unidad de evaluación de amenazas determina si cualquier objetivo local seguido supone una amenaza de colisión.

40 En los métodos de Monte Carlo las probabilidades se calculan para múltiples puntos de un área incierta en torno al objeto detectado. Se conoce que los métodos de Monte Carlo pueden aproximar probabilidades arbitrariamente bien. También se conoce que requieren mucho cálculo, en particular cuando las probabilidades subyacentes son pequeñas.

45 El objeto de la invención es proporcionar un procedimiento para calcular una probabilidad de casi colisión en el aire entre dos vehículos/objetos que puede ser llevado a cabo en un vehículo en tiempo real.

Resumen de la invención

Las realizaciones de la presente invención abordan el problema de proporcionar un procedimiento para permitir un cálculo de una casi colisión en el aire en un vehículo en tiempo real.

La presente invención versa acerca de un procedimiento según la reivindicación 1.

5 La invención da a conocer un procedimiento para determinar la probabilidad de que un vehículo colisione con un objeto detectado que comprende las etapas de: detectar el objeto, al capturar una imagen por medio de un sensor óptico montado en el vehículo y registrar el objeto en la imagen, determinar, a partir de una serie de imágenes capturadas por el sensor óptico, la posición y la velocidad relativas del objeto detectado, y de ese modo una
 10 posición, una dirección y una velocidad relativas al vehículo, por medio de una unidad de seguimiento de objetivos dispuesta en el vehículo, que determina un proceso estocástico, que representa una distancia relativa entre el vehículo y el objeto detectado, teniendo el proceso estocástico una dirección y una velocidad constante $s(t)=v(0)$ relativa al vehículo, en el que el proceso estocástico tiene valores iniciales estocásticos $s(0)$ y $v(0)$, en el que el proceso estocástico está definido por $s(t)=s(0)+v(0)t$ en dos dimensiones, que definen una zona de seguridad del vehículo con respecto al objeto detectado al aproximar una zona de seguridad como una línea recta ubicada entre el
 15 objeto detectado y el vehículo perpendicular a una línea visual del objeto detectado, en el que la línea recta está ubicada a una distancia R del vehículo y tiene una longitud predeterminada de $2R$, siendo R una distancia mínima de seguridad y determinar la probabilidad de colisión con el objeto detectado durante un periodo de tiempo al considerar el proceso estocástico, estando definida la probabilidad de colisión con el objeto detectado para que sea la probabilidad del proceso estocástico, cruzando la línea recta, en base a una variable aleatoria τ que representa el
 20 tiempo t que tarda la distancia relativa a lo largo de la línea visual para reducirse hasta R , utilizándose la posición del objeto detectado con respecto al vehículo como el valor inicial $s(0)$ del proceso estocástico, utilizándose la dirección y la velocidad del objeto detectado relativas al vehículo a partir de la unidad de seguimiento de objetivos como la dirección y la velocidad $v(0)$ del proceso estocástico.

Además, la determinación de la probabilidad puede implicar, además, un sistema de coordenadas que es girado de
 25 forma que el eje x del sistema de coordenadas esté alineado con el eje x del sistema de coordenadas y que la línea recta de la zona de seguridad tenga dos puntos extremos y que definen una longitud predeterminada de la línea y que la línea recta sea perpendicular al eje x del sistema de coordenadas.

Además, se puede definir la zona de seguridad por medio de un plano rectangular o elíptico hacia el objeto
 30 detectado y el proceso estocástico está definido como una entidad tridimensional y el sistema de coordenadas comprende, además, un eje z .

En una realización, la colisión, casi colisión en el aire (NMAC), entre el vehículo y el objeto puede ser expresada, en un sistema bidimensional, como

$$NMAC_{(0,T)} \Leftrightarrow \min_{0 < t < T} \|s(t)\| < R \cap \|s(0)\| > R$$

en la que

35 s = distancia entre el vehículo y el objeto,

R = la mitad de la longitud predeterminada de la zona de seguridad

$$\|s(t)\| = \sqrt{s_x^2(t) + s_y^2(t)},$$

y la probabilidad de una colisión, $P(NMAC)$, está formulada como

$$P(NMAC_{(0,T)}) \approx P(\tau | v_y | < R \cap \tau < T),$$

40 en la que

τ = representa el tiempo que tarda la distancia en la dirección x en convertirse en al menos R

v = velocidad

Además, se puede expresar la colisión, casi colisión en el aire (NMAC), entre el vehículo y el objeto, en un sistema
 45 tridimensional, como

$$NMAC_{(0,T)} \Leftrightarrow \min_{0 < t < T} \|s(t)\| < R \cap \|s(0)\| > R$$

en la que

s = distancia entre el vehículo y el objeto,

R = la mitad de la longitud predeterminada de la zona de seguridad

$$\|\mathbf{s}(t)\| = \sqrt{s_x^2(t) + s_y^2(t) + s_z^2(t)}$$

5 y la probabilidad de una colisión, P(NMAC), se formula como

$$P(NMAC_{(0,T)}) \approx P(\tau | v_y | < R \cap \tau | v_z | < R \cap \tau < T)$$

en la que

τ = representa el tiempo que tarda la distancia en la dirección x en convertirse en al menos R

v = velocidad

10 Además, también se puede expresar la colisión, casi colisión en el aire (NMAC), entre el vehículo y el objeto, en la que la zona de seguridad tiene un plano elíptico hacia el objeto detectado, como

$$NMAC_{(0,T)} \Leftrightarrow \min_{0 < t < T} \|\mathbf{s}(t)\| < R \cap \|\mathbf{s}(0)\| > R$$

en la que

s = distancia entre el vehículo y el objeto,

15 R = el radio de la zona de seguridad

$$\|\mathbf{s}(t)\| = \sqrt{s_x^2(t) + s_y^2(t) + s_z^2(t)}$$

y la probabilidad de una colisión, P(NMAC), se formula como

$$P(NMAC_{(0,T)}) \approx P(\tau \sqrt{v_y^2 + v_z^2} < R \cap \tau < T)$$

en la que

20 τ = representa el tiempo que tarda la distancia en la dirección x en convertirse en al menos R

v = velocidad

Una realización adicional da a conocer un producto de programa de ordenador que cuando es ejecutado en una unidad de ordenador, tal como un procesador, ejecuta el procedimiento como tal.

25 Además, se da a conocer un procesador con un producto de programa de ordenador, como se ha indicado anteriormente, instalado en el mismo.

Una realización muestra un vehículo no tripulado que comprende un sensor óptico, una unidad de seguimiento de objetivos, y un procesador según lo anterior.

Breve descripción de los dibujos

30 Se puede comprender mejor la invención, junto con otros objetivos y ventajas adicionales de la misma, mediante referencia a la siguiente descripción tomada junto con los dibujos adjuntos en los que:

La Figura 1 muestra un esquema que representa dónde se producirá un cruce descendente,

la Figura 2 muestra una comparación entre un método de muestreo (Monte Carlo) y dos variantes distintas del procedimiento según la invención,

la Figura 3 muestra una geometría para el límite de NMAC en dos dimensiones,

35 la Figura 4 muestra un esquema de una probabilidad de colisión con un objeto detectado comparando el resultado utilizando una realización de la invención con el resultado de un método de Monte Carlo,

la Figura 5 muestra un esquema de la probabilidad de colisión con un objeto detectado comparando el resultado utilizando una realización de la invención con el resultado de un método de Monte Carlo,

la Figura 6 es un esquema que muestra la probabilidad de colisión con un objeto detectado como una función de

$$\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$$

5 la Figura 7 es un esquema que muestra la probabilidad de colisión con un objeto detectado como una función de

$$\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$$

la Figura 8 es un esquema que muestra la probabilidad de colisión con un objeto detectado como una función de

$$\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$$

la Figura 9 es un esquema que muestra la probabilidad de colisión con un objeto detectado como una función de

10
$$\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$$

la Figura 10 es una geometría esquemática de la invención,

la Figura 11 da a conocer una disposición de un vehículo para determinar la probabilidad de colisión con un objeto detectado,

15 la Figura 12 muestra un diagrama de flujo de un procedimiento para llevar a cabo un cálculo de una probabilidad de colisión, y

la Figura 13 muestra un diagrama de flujo de un cálculo de la probabilidad de colisión entre un vehículo y un objeto.

Descripción detallada de realizaciones de la invención

20 El procedimiento de este documento no depende de estimaciones precisas de distancia. La razón es que el procedimiento está basado en una probabilidad acumulativa calculada de NMAC. Aquí, probabilidad acumulativa significa que se considera la probabilidad de NMAC durante un periodo arbitrario de tiempo. El procedimiento de probabilidad acumulativa es robusto ante grandes incertidumbres, a diferencia de un procedimiento basado en la probabilidad instantánea de NMAC en el que las grandes incertidumbres tienden a reducir la probabilidad resultante. Se calcula la probabilidad instantánea de NMAC como la probabilidad de que la posición relativa en un tiempo t se encuentre dentro de la zona de seguridad. No se puede obtener fácilmente una probabilidad acumulativa de NMAC en base a esta probabilidad instantánea debido a la gran dependencia entre una NMAC en distintos instantes de tiempo.

30 La invención hace uso de la teoría para procesos estocásticos y cruces a nivel. Un proceso estocástico es un proceso aleatorio. Se puede ver el evento correspondiente al NMAC como un cruce a nivel de una zona de seguridad. Mediante aproximaciones apropiadas de la zona de seguridad, el cálculo de la probabilidad acumulativa de NMAC se hace tratable. La situación implica grandes incertidumbres iniciales, normalmente como resultado de hacer un seguimiento de intrusos en base a sensores del ángulo únicamente. En una realización la determinación se extiende a las tres dimensiones.

35 Una realización versa acerca de un procedimiento para determinar la probabilidad de que un objeto detectado colisione con un vehículo en base a datos procedentes de un sensor óptico tal como una cámara o similar dispuesta en el vehículo. A partir de una imagen tomada por una cámara o similar se puede determinar el ángulo con respecto al objeto con una precisión bastante buena pero es muy difícil determinar una distancia hasta el objeto. Al modelar una distancia relativa como un proceso estocástico se incluye la gran incertidumbre de distancia de forma natural. El objeto detectado representará un área/volumen, como se muestra en la Figura 10. El objeto detectado es colocado en un sistema de coordenadas que es girado de forma que se alinea el objeto con un eje x del sistema de coordenadas. La determinación implica, además, aproximar una zona de seguridad del vehículo como una línea recta de una longitud predeterminada, 2R, que tiene puntos extremos R,R y R, -R en el sistema de coordenadas, en el que la línea recta cruza el eje x. En el ejemplo ilustrado la línea de la zona de seguridad es perpendicular al eje x. En la realización de extensión del cálculo a las tres dimensiones la línea límite de la zona de seguridad es un plano perpendicular al objeto detectado formando, por ejemplo, un volumen de disco o un volumen elíptico, que rodea el

vehículo. Con independencia de la forma se puede aproximar el área de cruce hacia el objeto detectado como un área rectangular o elíptica.

5 Al tomar en cuenta la velocidad relativa, que da la dirección, y la velocidad del objeto, se calcula la probabilidad del proceso estocástico de entrar en contacto con dicha línea, con los puntos extremos (R,R) o (R,-R), en un procesador dispuesto en el vehículo. Se pueden leer la velocidad relativa y la posición relativa a partir de una unidad de seguimiento de objetivos, tal como un filtro de Kalman o similar, que calcula la dirección y la velocidad del objeto en base a una secuencia, por ejemplo, de imágenes grabadas.

10 Entonces, se puede utilizar el resultado del cálculo para llevar a cabo una acción evasiva, tal como girar alejándose del objeto o para determinar que no es necesaria ninguna acción evasiva. A continuación se describirá la teoría del cálculo y realizaciones:

Teoría de extremos y cruces a nivel

Consideremos un proceso estocástico $\{x(t), t \in \mathbf{R}\}$ con densidad $f_{x(t)}(x)$. Nos interesa la distribución del mínimo del proceso, o, en realidad, la probabilidad de que el mínimo sea menor que un cierto nivel, es decir

$$P(\min_{0 < t < T} x(t) < u). \tag{1}$$

15 En general, es difícil calcular (1), pero se puede utilizar el hecho de que si $x(0) > u$ entonces para que $\min_{0 < t < T} x(t) < u$ sea verdadero debe haber al menos un cruce descendente de nivel u , es decir

$$P(\min_{0 < t < T} x(t) < u) = P(x(0) > u) \cap (N_{(0,T)}^-(x, u) \geq 1) + P(x(0) < u), \tag{2}$$

en la que $N_{(0,T)}^-(x, u)$ es el número de cruce descendente. Además, normalmente se puede aproximar (2) bien mediante

$$20 \begin{aligned} P(\min_{0 < t < T} x(t) < u) &\leq P(N_{(0,T)}^- \geq 1) + P(x(0) < u) \\ &\leq E[N_{(0,T)}^-] + P(x(0) < u), \end{aligned} \tag{3}$$

en la que $N_{(0,T)}^-$ es una abreviación de $N_{(0,T)}^-(x, u)$. Supongamos que $x(t)$ tiene trayectorias de muestra absolutamente continuas, es decir

$$x(t) = \int_{-\infty}^t y(s) ds \tag{4}$$

25 en la que $y(s)$ es una función integrable. Entonces, se puede calcular el valor esperado para el número de cruces descendentes $E[N_{(0,T)}^-]$ utilizando la fórmula de Rice, véase el Teorema 1.

Teorema 1 (fórmula de Rice extendida) *Para cualquier proceso estocástico $\{x(t), t \in \mathbf{R}\}$ con trayectorias de muestra absolutamente continuas y una distribución absolutamente continua, la intensidad de cruces descendentes de un nivel u es dada por*

$$E[N_{(0,T)}^-(x, u)] = \int_0^T \int_{-\infty}^0 -z f_{x(t)\dot{x}(t)}(u, z) dz dt, \tag{5}$$

30 en la que $f_{x(t)\dot{x}(t)}(\cdot, \cdot)$ es el densidad de probabilidad conjunta para el proceso $x(t)$ y su derivada $\dot{x}(t)$.

Probabilidad de colisión en una dimensión

Cruces a nivel en una dimensión

Se puede formular la probabilidad de NMAC en una dimensión, $NMAC^{1-D}$, como un problema de valor de extremos según

$$35 \quad P(NMAC_{(0,T)}^{1-D}) = P(\min_{0 < t < T} s(t) < R \cap s(0) > R) \tag{6}$$

en la que $(0, T)$ es el periodo de tiempo bajo consideración. Además, $s(t)$ es un proceso estocástico que representa la distancia relativa entre los dos objetos y R es la distancia mínima de seguridad. Solo nos interesa una NMAC potencial en el futuro, de ese modo la condición añadida $s(0) > R$. Esta formulación del problema es atractiva, de tal

forma que si la distancia relativa $s(t)$ para cualquier t cae por debajo de R , sin importar durante cuánto tiempo, tenemos una NMAC. Utilizando la **anterior** teoría tenemos que

$$P(NMAC_{(0,T)}) = P(s(0) > R \cap N_{(0,T)}^- \geq 1) \leq E[N_{(0,T)}^-], \quad (7)$$

en la que

$$5 \quad E[N_{(0,T)}^-] = \int_0^T \int_{-\infty}^0 -v f_{s(t)|s(0)}(R|v) dv dt. \quad (8)$$

Entonces, la probabilidad de una NMAC es dada por el Lema 1.

Lema 1 (Probabilidad de cruce descendente de un nivel dado) *Para un proceso estocástico $\{s(t), t \in \mathbf{R}\}$ con $\dot{s}(t) = v(t)$ se da la probabilidad de un cruce descendente de un nivel R en T seg por*

$$\begin{aligned} P(s(0) > R \cap N_{(0,T)}^- \geq 1) &= P(N_{(0,T)}^-(s, R) = 1) \\ &= \int_R^\infty \int_{-\infty}^{-\frac{s-R}{T}} P_{s(0)v(0)}(s, v) dv ds \end{aligned} \quad (9)$$

10 *en la que $p_{s(0)}, v(0), (s, v)$ es la función de probabilidad conjunta para $s(0)$ y $v(0)$. Demostración: véanse los Ejemplos 1 y 2.*

Ejemplo 1 Probabilidad exacta de NMAC

Consideremos el integrador doble unidimensional, es decir

$$\begin{aligned} \dot{s} &= v, & p_{s(0)}(s) &= N(m_s, \sigma_s^2), \\ \dot{v} &= 0, & p_{v(0)}(v) &= N(m_v, \sigma_v^2), \end{aligned} \quad (10)$$

15 *suponiendo que $s(0)$ y $v(0)$ no están correlacionadas. El siguiente razonamiento nos proporcionará una expresión para*

$$P(NMAC_{(0,T)}).$$

Debido a que $v(t) = v(0)$, para que se produzca un cruce descendente se debe tener $s(0) > R$. Además, la velocidad constante significa que no puede haber nunca dos o más cruces descendentes, es decir

$$20 \quad P(s(0) > R \cap N_{(0,T)}^- \geq 1) = P(N_{(0,T)}^- = 1). \quad (11)$$

Dado $s(0) > R$, para que se produzca un cruce descendente en el marco temporal $0 \leq t \leq T$ la velocidad necesita ser

$$-\infty \leq v(0) \leq -\frac{s(0) - R}{T}, \quad (12)$$

véase la Figura 1. La probabilidad de que esto ocurra es de

$$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_v} \int_{-\infty}^{-\frac{s(0)-R}{T}} e^{-\frac{(v-m_v)^2}{2\sigma_v^2}} dv = \Phi\left(\frac{R - s(0) - m_v T}{\sigma_v T}\right). \quad (13)$$

25 *Ahora, teniendo en cuenta que la posición $s(0) = s$ es también estocástica, tenemos que*

$$\begin{aligned}
 P(N_{(0,T)}^- = 1) &= \frac{1}{2\pi\sigma_s\sigma_v} \int_R^\infty e^{-\frac{(s-m_s)^2}{2\sigma_s^2}} \left(\int_{-\infty}^{-\frac{s-R}{T}} e^{-\frac{(v-m_v)^2}{2\sigma_v^2}} dv \right) ds \\
 &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_s} \int_R^\infty e^{-\frac{(s-m_s)^2}{2\sigma_s^2}} \Phi\left(\frac{R-s-m_vT}{\sigma_vT}\right) ds \\
 &= \frac{1}{\sigma_s} \int_R^\infty \phi\left(\frac{s-m_s}{\sigma_s}\right) \Phi\left(\frac{R-s-m_vT}{\sigma_vT}\right) ds
 \end{aligned} \tag{14}$$

y por lo tanto

$$P(\text{NMAC}_{(0,T)}) = \frac{1}{\sigma_s} \int_R^\infty \phi\left(\frac{s-m_s}{\sigma_s}\right) \Phi\left(\frac{R-s-m_vT}{\sigma_vT}\right) ds. \tag{15}$$

5 Figura 1: Se producirá un cruce descendente en (0,T) seg si s(0) y v(0) están ubicadas en algún lugar del área marcada.

Ejemplo 2 Probabilidad de NMAC utilizando la fórmula de Rice

Se obtiene el mismo resultado para P(NMAC_(0,T)) como en (15) utilizando la expresión para el valor esperado del número de cruces descendentes, es decir

$$E[N_{(0,T)}^-] = \int_0^T \int_{-\infty}^0 -vp_{s(t)v(t)}(R,v) dv dt. \tag{16}$$

10 Utilizando el cambio de variables

$$\begin{bmatrix} s(t) \\ v(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s(0) \\ v(0) \end{bmatrix}, \tag{17}$$

la probabilidad conjunta para s(t) y v(t), suponiendo que s(0) y v(0) son independientes, es

$$p_{s(t),v(t)}(s,v) = p_{s(0),v(0)}(s-vt,v) = p_{s(0)}(s-vt)p_{v(0)}(v). \tag{18}$$

Con la suposición de que s(0) y v(0) están distribuidas según (10) tenemos

$$p_{s(t),v(t)}(s,v) = \frac{1}{2\pi\sigma_s\sigma_v} e^{-\frac{(s-vt-m_s)^2}{2\sigma_s^2}} e^{-\frac{(v-m_v)^2}{2\sigma_v^2}}. \tag{19}$$

15

Sustituyendo (19) en (16) se obtiene

$$E[N_{(0,T)}^-] = \frac{1}{2\pi\sigma_s\sigma_v} \int_0^T \int_{-\infty}^0 -ve^{-\frac{(R-vt-m_s)^2}{2\sigma_s^2}} e^{-\frac{(v-m_v)^2}{2\sigma_v^2}} dv dt. \tag{20}$$

Con un cambio de variables según

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} vt \\ v \end{bmatrix}, \tag{21}$$

20 se transforma (20) en

$$\begin{aligned}
 E[N_{(0,T)}^-] &= \frac{1}{2\pi\sigma_s\sigma_v} \int_{-\infty}^0 \int_{-\infty}^{\frac{x}{T}} e^{-\frac{(R-x-m_s)^2}{2\sigma_s^2}} e^{-\frac{(y-m_v)^2}{2\sigma_v^2}} dy dx \\
 &= \frac{1}{\sigma_s} \int_R^\infty \phi\left(\frac{s-m_s}{\sigma_s}\right) \Phi\left(\frac{R-s-m_v T}{\sigma_v T}\right) ds,
 \end{aligned} \tag{22}$$

que es idéntica a (15).

$$P(N_{(0,T)}^- = 1) \text{ con corr}$$

5 En esta sección se utiliza la **anterior** teoría **para abarcar el caso más importante de** variables aleatorias correlacionadas. Supongamos que el proceso $s(t)$ y su derivada $s'(t)$ tienen valores iniciales estocásticos $s(0)$ y $v(0)$ respectivamente, pero una vez se determinan $s(0)$ y $v(0)$ el proceso es predecible exactamente. Esto significa, para empezar, que

$$P(N_{(0,T)}^- = 1) = E\left[N_{(0,T)}^-\right]. \tag{23}$$

10 **Además, supongamos que $s(0)$ y $v(0)$ son dos variables mutuamente correlacionadas distribuidas normalmente. Entonces $P(N_{(0,T)}^- = 1)$ es dada por el Lema 2.**

Lema 2 (Probabilidad de cruce descendente con variables correlacionadas) Para un proceso estocástico $\{s(t), t \in \mathbf{R}\}$ con $\dot{s}(t) = v(t)$ y

$$\begin{bmatrix} s(0) \\ v(0) \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} m_s \\ m_v \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & \rho\sigma_s\sigma_v \\ \rho\sigma_s\sigma_v & \sigma_v^2 \end{bmatrix}\right), \tag{24}$$

la probabilidad de un cruce descendente de un nivel R en T seg es dada por

$$\begin{aligned}
 P(N_{(0,T)}^- = 1) &= \frac{1}{2\pi(1-\gamma^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{\frac{m_v}{\sigma_v}}^\infty \int_h^\infty e^{-\frac{u^2-2\gamma uv+v^2}{2(1-\gamma^2)}} dudv \\
 &\quad - \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{\frac{m_v}{\sigma_v}}^\infty \int_{\frac{m_s-R}{\sigma_s}}^\infty e^{-\frac{u^2-2\rho uv+v^2}{2(1-\rho^2)}} dudv,
 \end{aligned} \tag{25}$$

15 o

$$P(N_{(0,T)}^- = 1) = \frac{1}{2\pi(1-\eta^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\frac{m_s-R}{\sigma_s}}^\infty \int_h^\infty e^{-\frac{u^2-2\eta uv+v^2}{2(1-\eta^2)}} dv du, \tag{26}$$

en la que

$$\begin{aligned}
 h &= \frac{m_s - R + m_v T}{\sqrt{\sigma_v^2 T^2 + 2\sigma_s\sigma_v\rho T + \sigma_s^2}}, \\
 \gamma &= \frac{\sigma_v T + \rho\sigma_s}{\sqrt{\sigma_v^2 T^2 + 2\rho\sigma_s\sigma_v T + \sigma_s^2}}, \\
 \eta &= -\frac{\rho\sigma_v T + \sigma_s}{\sqrt{\sigma_v^2 T^2 + 2\rho\sigma_s\sigma_v T + \sigma_s^2}}.
 \end{aligned} \tag{27}$$

20 Demostración: véase arriba

Un caso especial importante es cuando $T-x$ representa $P(N_{(0,x)}^- = 1)$. En (26) y (27) vemos que

$$P(N_{(0,\infty)}^- = 1) = \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\frac{m_s-R}{\sigma_s}}^{\infty} \int_{\frac{m_s}{\sigma_v}}^{\infty} e^{-\frac{u^2+2\rho uv+v^2}{2(1-\rho^2)}} dvdu. \quad (28)$$

Cálculo de $P(NMAC_{(0,T)}^{I-D})$

No es posible calcular exactamente la probabilidad $P(N_{(0,T)}^- = 1)$ en (25) y (26). Sin embargo, existen un número de procedimientos que proporcionan soluciones aproximadas aunque precisas y a continuación se explican algunos procedimientos sencillos.

El enfoque directo es utilizar un método de Monte Carlo, es decir, para extraer N muestras de las distribuciones respectivas de las variables aleatorias y aproximar la probabilidad con el resultado del muestreo. Denotemos el valor verdadero de la probabilidad buscada con p . El conjunto de muestras está distribuido de forma binomial,

$$\{n^\circ \text{ muestras} \leq x\} \sim Bin(N, p), \quad (29)$$

pero para un N lo suficientemente grande, normalmente $Np(1-p) > 20$ es adecuado, se aproxima bien la probabilidad con

$$P(-) = \frac{\{n^\circ \text{ muestras} \leq x\}}{N} \sim N(p, \sigma^2), \quad \sigma^2 = \frac{p(1-p)}{N}. \quad (30)$$

Para un error medio cuadrático relativo $\epsilon \leq \frac{\sigma}{p}$ se pueden escribir un número necesario de muestras según

$$N \geq \frac{1-p}{\epsilon^2 p} \approx \frac{1}{\epsilon^2 p}. \quad (31)$$

en la que la última aproximación es válida para una p pequeña. Supongamos que $p = 0,01$ y $3\epsilon \leq 0,1$, es decir un error relativo menor del 10% con una probabilidad de 0,997. Estos valores sustituidos en (31) sugieren que se debe utilizar $N \geq 90000$. Para muchas aplicaciones en línea esto significa una carga elevada de cálculo.

Para calcular la distribución normal unidimensional $\Phi(\cdot)$ se da un resultado muy preciso con

$$\Phi(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^a e^{-\frac{x^2}{2}} dx \approx \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{7e^{-\frac{a^2}{2}} + 16e^{a^2(\sqrt{2}-2)} + (7 + \frac{\pi a^2}{4})e^{-a^2}}{120}} + \frac{1}{2}. \quad (32)$$

para $a \geq 0$. Según [17] el error relativo en (32) es menor que 3×10^{-4} , que es mucho mejor que un procedimiento basado en muestreo con una cantidad manejable de muestras.

Para calcular $P(N_{(0,T)}^- = 1)$, que según (25) y (26) es una distribución normal bidimensional, que no puede aplicar (32) directamente. Sin embargo, existe una aproximación muy sencilla y precisa a (25) si se sabe que m_s/σ_s es grande. Completando los cuadrados de v y aproximando la integral con respecto a v con uno da

$$P(N_{(0,T)}^- = 1) \approx \Phi(-h) - \Phi\left(-\frac{m_s - R}{\sigma_s}\right) \quad (33)$$

que puede ser calculada utilizando (32). Véase la Figura 2 para una comparación. De forma similar, existe una aproximación precisa a (26) si se sabe que m_s/σ_s es grande. Completando los cuadrados de u y aproximando la integral con respecto a u con uno da

$$P(N_{(0,T)}^- = 1) \approx \Phi(-h), \quad (34)$$

que puede ser calculada utilizando (32). Véase la Figura 2 para una comparación.

Una aproximación aún más sencilla a (26) es dada por [18]. La probabilidad partiendo de (26) de que $k = -(m_s - R)/\sigma_s$ y h y η adopten (27) se escribe según

$$\begin{aligned} P(N_{(0,T)}^- = 1) &= P(u > k, v > h) = P(v > h) - P(u < k, v > h) \\ &= P(v > h) - P(u < k)P(v > h|u < k) \\ &= \Phi(-h) - \Phi(k)E\left[\Phi\left(-\frac{h - \eta u}{\sqrt{1 - \eta^2}}\right)|u < k\right]. \end{aligned} \quad (35)$$

5

La aproximación consiste en sustituir u con la expectativa (35) con su expectativa condicional

$$\mu(k) = E[u|u < k] = -\frac{\varphi(k)}{\Phi(k)}, \quad (36)$$

esperando que u sea muy constante para $u < k$. Esto significa que se aproxima (35) con

$$\begin{aligned} P(N_{(0,T)}^- = 1) &\approx \hat{P}_{CW}(N_{(0,T)}^- = 1) \\ &= \Phi(-h) - \Phi(k)\Phi\left(\frac{\eta\mu(k) - h}{\sqrt{1 - \eta^2}}\right), \end{aligned} \quad (37)$$

10 en la que se calcula $\Phi(\cdot)$ utilizando (32). Véase la Figura 2 para una comparación.

4 Ampliación de la teoría para dos dimensiones

Condiciones para NMAC en dos dimensiones

De forma similar al caso unidimensional, se puede formular NMAC en dos dimensiones, $NMAC^{2-D}$, como un problema de valor de extremos según

$$15 \quad NMAC_{(0,T)}^{2-D} \Leftrightarrow \min_{0 < t < T} \|\mathbf{s}(t)\| < R \cap \|\mathbf{s}(0)\| > R \quad (38)$$

20 en la que $\|\mathbf{s}(t)\| = \sqrt{s_x^2(t) + s_y^2(t)}$. Supongamos que se conoce la posición relativa inicial $s(0)$ y la velocidad $v(0)$ de forma exacta, y que la velocidad es constante $v(t) = v(0)$. Se gira el sistema de coordenadas de forma que se alinea la línea visual (LOS) con el eje x , dando $s_y(0) = 0$. Bajo las anteriores condiciones, una interpretación geométrica útil de (38) es como sigue. Para que se produzca alguna vez una NMAC en el futuro, la posición inicial a lo largo de la LOS $s_x(0)$ y el ángulo β entre la LOS y la velocidad deben ser tales que

$$s_x(0)|\sin\beta| < R \quad (39)$$

compárese con la Figura 3. Obsérvese que también debe requerirse que la posición y la velocidad sean

$$s_x(0) > R \cap v_x(0) < 0. \quad (40)$$

25 La expresión según (39) es para infinitos horizontes temporales. Si se considera un horizonte temporal finito T se debe incluir

$$\frac{l}{\sqrt{v_x^2(0) + v_y^2(0)}} < T, \quad (41)$$

en la que la longitud l es desde $s_x(0)$ hasta la intersección con el círculo y está dada por

$$l = s_x(0) \cos \beta - \sqrt{R^2 - s_x^2(0) \sin^2 \beta}. \quad (42)$$

Cuando $s(0)$ y $v(0)$ son aleatorias se permite que se calcule la probabilidad de NMAC según

$$P(NMAC_{(0,\infty)}) = P(s_x(0) |\sin \beta| < R \cap \Delta), \quad (43)$$

en la que

$$5 \quad \Delta = s_x(0) > R \cap v_x(0) < 0. \quad (44)$$

Se hace notar que (43) es válida con la suposición de que se mida de forma muy precisa el curso magnético con respecto al objeto, es decir, se conoce que el objeto está ubicado en algún lugar a lo largo de la línea visual. Un curso magnético muy preciso junto con un sistema de coordenadas girado de forma que el eje x está alineado con la línea visual significa que $s_y(0) \approx 0$. Si $s_y(0) \approx 0$ no es una suposición válida (43) cambiaría a

$$10 \quad P(NMAC_{(0,\infty)}) = P(|s_x(0) \sin \beta + s_y(0) \cos \beta| < R \cap \Delta) \quad (45)$$

Aquí suponemos que las mediciones del curso magnético son lo suficientemente precisas como para que la suposición se cumpla. La expresión correspondiente para un horizonte temporal finito es

$$P(NMAC_{(0,T)}) = P(s_y(0) |\sin \beta| < R \cap \frac{l}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}} < T \cap \Delta), \quad (46)$$

en la que l está dada por (42).

15 Por desgracia, (43) y en particular (46) son difíciles de calcular de forma analítica cuando las variables aleatorias implicadas están distribuidas de forma normal. Un enfoque para superar esta dificultad es considerar el cruce de una línea con puntos extremos $(R, -R)$ hasta (R, R) en vez de la intersección con el círculo; véase la Figura 3. Una buena aproximación para que se produzca una NMAC es que la posición relativa debe cruzar esta línea finita, es decir

$$(s_x(0) - R) |\tan \beta| < R \quad (47)$$

20 suponiendo que Δ sea verdadera. Definamos una variable aleatoria τ según

$$\tau = \begin{cases} \frac{s_x(0) - R}{-v_x(0)} & \text{si } s_x(0) > 0 \cap v_x(0) < 0 \\ \infty & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (48)$$

en la que τ representa el tiempo que tarda la distancia entre los dos objetos a lo largo de la línea visual en disminuir hasta R . Ahora se puede formular una probabilidad aproximada de $NMAC_{(\alpha,T)}$ según

$$P(NMAC_{(0,T)}) \approx P(\tau |v_y| < R \cap \tau < T), \quad (49)$$

25 es decir, dado que $\tau = t$, si $|v_y|$ no es lo suficientemente grande como para que la distancia en la dirección y llegue a ser al menos R , después de t segundos habrá una NMAC. La parte derecha en (49) está dada por el Lema 3.

Lema 3 (Probabilidad de cruce descendente de una línea finita dada) Para un proceso estocástico $\{s(t) = [s_x(t) \ s_y(t)]^T, t \in \mathbf{R}\}$ con $\dot{s}(t) = v(t)$, $s_y(0) = 0$ con independencia de $s_x(0)$ y $v_x(0)$ la probabilidad de un cruce descendente en T seg. de una línea con puntos extremos (R,R) y $(R,-R)$ está dada por

$$P(\tau |v_y| < R \cap \tau < T) = P(|v_y| < \frac{R}{T}) P(\tau < T) + \int_{R/T}^{\infty} (p_{v_y}(y) + p_{v_y}(-y)) P(\tau < \frac{R}{y}) dy, \quad (50)$$

30 en la que τ está definida según (48) y

$$P(\tau < T) = P(N_{(0,T)}^-(s_x, R) = 1). \quad (51)$$

Demostración: véase **abajo**.

Sea $T \rightarrow \infty$ en (50) y se obtiene la expresión correspondiente para un horizonte temporal infinito, es decir

$$P(NMAC_{(0,\infty)}) = \int_0^\infty (\rho_{v_y}(y) + \rho_{v_y}(-y)) P(\tau < \frac{R}{y}) dy. \quad (52)$$

- 5 Figura 2: Comparación entre $P(N_{(0,T)}^- = 1)$ calculada utilizando muestreo con $N = 90000$ (curva continua) y expresiones aproximadas (31) (de rayas), (32) (de puntos) y (35) (de rayas y puntos). En todos los casos $m_s = 2400$, $m_v = 120$ y $\rho = 0,8$. En los gráficos superiores $\sigma_s = 800$, $\sigma_v = 40$, en los centrales $\sigma_s = 1200$, $\sigma_v = 60$, en los gráficos inferiores $\sigma_s = 2400$, $\sigma_v = 120$.

Cálculo de $P(NMAC_{(0,T)}^{2-D})$

- 10 Partiendo de (50) y (26), suponiendo que las variables aleatorias implicadas s_t , v_t y v_y están distribuidas de forma normal, obtenemos

$$\begin{aligned} P(NMAC_{(0,T)}) &\approx \\ &\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\frac{R}{y}}^\infty \frac{\phi(\frac{y-m_y}{\sigma_y}) + \phi(\frac{y+m_y}{\sigma_y})}{\sigma_y \sqrt{1-\eta^2(\frac{R}{y})}} \int_{-\frac{m_s}{\sigma_s}}^\infty \int_{h(\frac{R}{y})}^\infty e^{-\frac{s^2-2\eta s v+v^2}{2(1-\eta^2)}} dv ds dy \\ &+ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Phi(\frac{R}{\sigma_y} - \frac{m_y}{\sigma_y}) - \Phi(-\frac{R}{\sigma_y} - \frac{m_y}{\sigma_y})}{\sqrt{1-\eta^2(T)}} \int_{-\frac{m_s}{\sigma_s}}^\infty \int_{h(T)}^\infty e^{-\frac{s^2-2\eta s v+v^2}{2(1-\eta^2)}} dv ds, \end{aligned} \quad (53)$$

con

$$\begin{aligned} h(t) &= \frac{m_s - R + m_v t}{\sqrt{\sigma_v^2 t^2 + 2\sigma_s \sigma_v \rho t + \sigma_s^2}}, \\ \eta(t) &= -\frac{\rho \sigma_v t + \sigma_s}{\sqrt{\sigma_v^2 t^2 + 2\rho \sigma_s \sigma_v t + \sigma_s^2}}. \end{aligned} \quad (54)$$

- 15 La expresión aproximada para $P(N_{(0,T)}^- = 1)$ según (37) da

$$\begin{aligned} P(NMAC_{(0,T)}) &\approx \\ &\frac{1}{\sigma_y} \int_{R/T}^\infty \left(\phi\left(\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right) + \phi\left(\frac{y+m_y}{\sigma_y}\right) \right) \hat{P}_{CW}\left(\tau < \frac{R}{y}\right) dy \\ &+ \left(\Phi\left(\frac{R}{T} - \frac{m_y}{\sigma_y}\right) - \Phi\left(-\frac{R}{T} - \frac{m_y}{\sigma_y}\right) \right) \hat{P}_{CW}(\tau < T), \end{aligned} \quad (55)$$

El segundo término en (55) es sencillo de calcular de forma precisa utilizando el esquema de aproximación según (32). Una forma sencilla y eficaz de evaluar la integral es aplicar la regla de Simpson, es decir

$$\begin{aligned} \int_{y^{(0)}}^{y^{(2M)}} f(y) dy &= \frac{h}{3} \left(f(y^{(0)}) + 4(f(y^{(1)}) + \dots + f(y^{(2M-1)})) \right. \\ &\quad \left. + 2(f(y^{(2)}) + \dots + f(y^{(2M-2)})) + f(y^{(2M)}) \right) + R_M. \end{aligned} \quad (56)$$

en la que $y^{(0)} = R/T$, $y^{(2M)} = 4\sigma_y + m_y$ y

$$f(y^{(i)}) = \left(\phi\left(\frac{y^{(i)} - m_y}{\sigma_y}\right) + \phi\left(\frac{y^{(i)} + m_y}{\sigma_y}\right) \right) \dot{P}_{CW}\left(\tau < \frac{R}{y^{(i)}}\right). \quad (57)$$

Se sabe que al aplicar la regla de Simpson según (56) el término de resto R_M es menor que

$$R_M < \frac{Mh^5}{90} |f^{(4)}(\xi)|, \quad y^{(0)} \leq \xi \leq y^{(2M)}. \quad (58)$$

- 5 Véanse las Figuras 4 y 5 para dos ejemplos que utilizan $M = 50$. Se puede concluir que la aproximación es ligeramente subestimante según m_s/σ_s se vuelve menor. Sin embargo, debería ser posible la compensación utilizando una aproximación modificada en comparación con (37) cuando η es negativa.

- 10 En el caso que nos interesa $P(\text{NMAC}_{(0,\infty)})$ la aproximación con una línea a través de $(R, -R)$ y (R, R) se vuelve muy conservadora. Cuanto menor es m_s , peor es la aproximación, en particular cuando $\tan \beta \approx R/(s_r(0) - R)$; compárese con la Figura 3. Es posible una mejor aproximación si se considera en cambio el cruce de la línea $(0, -R)$ y $(0, R)$. Las Figuras 6, 7 y 8 muestran tres comparaciones entre la solución aproximada para $P(\text{NMAC}_{[0,50]})$ utilizando ambas líneas respectivamente y el resultado obtenido utilizando una simulación de Monte Carlo con respecto al círculo. La evaluación se lleva a cabo como una función de $\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$.

- 15 Figura 4: $\text{NMAC}_{(0,T)}$ basada en (55) evaluada con la regla de Simpson y $M = 50$ (curva continua) en comparación con la solución de Monte Carlo de (55) utilizando 360000 muestras (curva de rayas). Aquí $m_s = 2400$, $m_v = 120$, $\sigma_s = 800$, $\sigma_v = 40$, $m_y = 9$, $\sigma_y = 4,5$ y $\rho = 0,8$.

Figura 5: $\text{NMAC}_{(0,T)}$ basada en (55) evaluada con la regla de Simpson y $M = 50$ (curva continua) en comparación la solución de Monte Carlo de (55) utilizando 360000 muestras (curva de rayas). Aquí, $m_s = 2400$, $m_v = 120$, $\sigma_s = 1200$, $\sigma_v = 60$, $m_y = 9$, $\sigma_y = 4,5$ y $\rho = 0,8$.

20 **Dependencia entre τ y v_y**

Para abordar la dependencia entre v_y y τ se procede como sigue. Partir de (4) y cambiar el orden del cálculo da

$$\begin{aligned} P(\text{NMAC}_{(0,T)}) &= \\ & \int_{R/T}^{\infty} \int_0^{R/y} p_{v_y}(y) p_{\tau|v_y}(t|y) dt dy + \int_{-R/T}^{R/T} \int_0^T p_{v_y}(y) p_{\tau|v_y}(t|y) dt dy + \\ & \int_{-\infty}^{-R/T} \int_0^{R/y} p_{v_y}(y) p_{\tau|v_y}(t|y) dt dy = \\ & \int_{R/T}^{\infty} p_{v_y}(y) P\left(\tau < \frac{R}{|y|} | v_y = y\right) dy + \int_{-R/T}^{R/T} p_{v_y}(y) P(\tau < T | v_y = y) dy + \\ & \int_{-\infty}^{-R/T} p_{v_y}(y) P\left(\tau < \frac{R}{|y|} | v_y = y\right) dy. \end{aligned} \quad (59)$$

En el caso de que s_x , v_x y v_y estén distribuidas de forma normal, con media y covarianza

$$\begin{bmatrix} m_s \\ m_v \\ m_y \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & \rho_{sv}\sigma_s\sigma_v & \rho_{sy}\sigma_s\sigma_y \\ \rho_{sv}\sigma_s\sigma_v & \sigma_v^2 & \rho_{vy}\sigma_v\sigma_y \\ \rho_{sy}\sigma_s\sigma_y & \rho_{vy}\sigma_v\sigma_y & \sigma_y^2 \end{bmatrix}, \quad (60)$$

- 25 la distribución para s_r , $v_x|v_y$ sigue siendo normal con

$$\begin{aligned}
 m_{sv|y} &= \begin{bmatrix} m_s \\ m_v \end{bmatrix} + \frac{1}{\sigma_y} \begin{bmatrix} \rho_{sy}\sigma_s\sigma_y \\ \rho_{vy}\sigma_v\sigma_y \end{bmatrix} (y - m_y), \\
 P_{sv|y} &= \begin{bmatrix} \sigma_s^2 & \rho_{sv}\sigma_s\sigma_v \\ \rho_{sv}\sigma_s\sigma_v & \sigma_v^2 \end{bmatrix} - \frac{1}{\sigma_y^2} \begin{bmatrix} \rho_{sy}\sigma_s\sigma_y \\ \rho_{vy}\sigma_v\sigma_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \rho_{sy}\sigma_s\sigma_y \\ \rho_{vy}\sigma_v\sigma_y \end{bmatrix}^T.
 \end{aligned} \tag{61}$$

Esto significa que para $P(\tau < T | v_y = y)$ se utiliza (61) en vez de m_{sv} y P_{sv} cuando se calcula $P(\tau < T)$.

Figura 6: $P(NMAC_{(0,50)})$ como una función de $\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$. Se muestra una solución aproximada según (55)

5 utilizando la línea $x = R$ y $x = 0$ por medio de una línea continua y una de rayas, respectivamente, y la solución Monte Carlo de (46) ($\approx 0,01$ en $\beta = 10,5$) utilizando 360000 muestras es dada por medio de una línea de puntos. Aquí, $s_x = 2400$, $v_x = 120$, $\sigma_s = 600$, $\sigma_v = 30$, $\rho = 0,8$, $m_y = m_v \tan \beta$ y $\sigma_y = (m_y/m_s\sigma_s + m_s10^{-3})^{1/2}$.

Ampliación de la teoría a tres dimensiones

10 La siguiente etapa es incluir la tercera dimensión utilizando la teoría de la anterior sección. Denotemos la tercera coordenada con z . En cuanto al ángulo en la dirección y y suponemos que el ángulo α a lo largo de z es medido de forma precisa, lo que significa que $s_z(0) \approx 0$.

Con una zona protegida con forma similar a un disco, las condiciones exactas para una NMAC son

$$NMAC_{(0,\infty)} \Leftrightarrow s_x(0) |\sen \beta| < R_y \cap l |\tan \alpha| < R_z \tag{62}$$

en la que

$$\begin{aligned}
 \beta &= \arctan \frac{v_y}{-v_x}, \\
 \alpha &= \arctan \frac{v_z}{\sqrt{v_x^2 + v_y^2}}, \\
 l &= s_x(0) \cos \beta - \sqrt{R_y^2 - s_x^2(0) \sen^2 \beta}.
 \end{aligned} \tag{63}$$

15 Se hace notar que la expresión en (62) solo es válida si los dos vehículos se encuentran a la misma altitud.

De forma similar al caso de 2-D aproximamos la geometría de los cruces, pero aquí con un rectángulo perpendicular a la línea visual. La probabilidad del evento $NMAC_{(0,\infty)}^{3-D}$ es aproximadamente igual a

$$P(NMAC_{(0,\infty)}) \approx P((\tau | v_y| < R_y) \cap (\tau | v_z| < R_z)), \tag{64}$$

20 es decir, la distancia recorrida durante el tiempo τ debe ser menor tanto que R_y , a lo largo del eje y como que R_z a lo largo del eje z . Supongamos que v_y y v_z son independientes entre sí y con respecto a s_x y v_r . Entonces, la probabilidad en (64) es dada por el Lema 4.

Figura 7: $P(NMAC_{(0,50)})$ como una función de $\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$. Se muestra una solución aproximada según (55)

25 utilizando una línea a través de $x = R$ y $x = 0$ por medio de una línea continua y otra de rayas, respectivamente, y la solución de Monte Carlo de (46) ($\approx 0,01$ en $\beta = 20$ y $\approx 0,005$ en $\beta = 30$) utilizando 360000 muestras es dada por una línea de puntos. Aquí $s_x = 2400$, $v_x = 120$, $\sigma_s = 800$, $\sigma_v = 40$, $\rho = 0,8$, $m_y = m_v \tan \beta$ y $\sigma_y = (m_y/m_s\sigma_s + m_s10^{-3})^{1/2}$.

Lema 4 (Probabilidad de cruce descendente de un rectángulo dado) *Para un proceso estocástico $\{s(t) = [s_x(t) \ s_y(t) \ s_z(t)]^T, t \in R\}$ con $\dot{s}(t) = v(t)$. $s_y(0) = s_z(0) = 0$. Siendo $v_y(0)$ y $v_z(0)$ independientes entre sí y $s_x(0)$ y $v_x(0)$ la probabilidad de un cruce descendente en T seg de un rectángulo con el eje x como su normal y longitudes laterales R_y y R_z está dada por*

$$\begin{aligned}
 & P((\tau|v_y| < R_y) \cap (\tau|v_z| < R_z)) = \\
 & \int_0^\infty (p_{v_y}(-y) + p_{v_y}(y)) P(\tau < \frac{R_y}{y}) P(|v_z| < \frac{R_z}{R_y} y) dy + \\
 & \int_0^\infty (p_{v_z}(-z) + p_{v_z}(z)) P(\tau < \frac{R_z}{z}) P(|v_y| < \frac{R_y}{R_z} z) dz,
 \end{aligned} \tag{65}$$

en la que τ está definida según (48) y

$$P(\tau < T) = P(N_{(0,T)}^-(s_x, R) = 1). \tag{66}$$

Demostración: véase a continuación.

5 Suponiendo variables aleatorias distribuidas normalmente, (65) es igual a

$$\begin{aligned}
 & P(\text{NMAC}_{(0,\infty)}) \approx \\
 & \frac{1}{\sigma_y} \int_0^\infty \left(\phi\left(\frac{y+m_y}{\sigma_y}\right) + \phi\left(\frac{y-m_y}{\sigma_y}\right) \right) P\left(\tau < \frac{R_y}{y}\right) \left(\int_{-\frac{R_z}{R_y} \frac{y-m_z}{\sigma_z}}^{\frac{R_z}{R_y} \frac{y-m_z}{\sigma_z}} \frac{e^{-\frac{\zeta^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} d\zeta \right) dy + \\
 & \frac{1}{\sigma_z} \int_0^\infty \left(\phi\left(\frac{z+m_z}{\sigma_z}\right) + \phi\left(\frac{z-m_z}{\sigma_z}\right) \right) P\left(\tau < \frac{R_z}{z}\right) \left(\int_{-\frac{R_y}{R_z} \frac{z-m_y}{\sigma_y}}^{\frac{R_y}{R_z} \frac{z-m_y}{\sigma_y}} \frac{e^{-\frac{\zeta^2}{2}}}{\sqrt{2\pi}} d\zeta \right) dz.
 \end{aligned} \tag{67}$$

Véase la Figura 9 para un ejemplo en la aplicación de (67).

Figura 8: $P(\text{NMAC}_{(0,50)})$ como una función de $\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$. Se muestra una solución aproximada según (55)

10 utilizando una línea a través de $x = R$ y $x = 0$ por medio de una línea continua y una de rayas, respectivamente, y la solución de Monte Carlo de (46) ($\approx 0,034$ en $\beta = 30$) utilizando 360000 muestras está dada por una línea de puntos. Aquí $s_x = 2400$, $v_x = 120$, $\sigma_s = 1200$, $\sigma_v = 60$, $\rho = 0,8$, $m_y = m_v \tan \beta$ y $\sigma_y = (m_y/m_s \sigma_s + m_s 10^{-3})^{1/2}$.

Figura 9: $P(\text{NMAC}_{(0,\infty)})$ como una función de $\beta = \arctan \frac{m_y}{m_x}$. Se muestra una solución aproximada según (67)

15 utilizando $M = 100$ y un rectángulo con $R_y = 2 \times 150$ y $R_z = 2 \times 75$ a través de $x = 75$ por medio de una línea continua, y la solución de Monte Carlo de (62) ($\approx 0,01$ en $\beta = 19$) utilizando 360000 muestras está dada por una línea de puntos. Aquí $s_x = 2400$, $v_x = 120$, $\sigma_s = 800$, $\sigma_v = 40$, $\rho = 0,8$, $m_y = m_v \tan \beta$, $m_z = 0$. $\sigma_y = (m_y/m_s \sigma_s)^2 + (m_s 10^{-3})^2)^{1/2}$ y $\sigma_z = m_s 10^{-3}$.

Si se correlacionan y y z , debería ser posible aplicar una rotación que descorrelacione y y z . Cualquier correlación entre z y x es gestionada de la misma forma que una correlación entre y y x según lo anterior

Conclusiones

20 El presente informe proporciona un procedimiento para calcular la probabilidad acumulativa de una casi colisión en el aire entre dos objetos.

Demostración del Lema 2

Se conoce que al fijar la velocidad $v(0) < 0$, para que se produzca un cruce descendente del nivel R en T seg la distancia inicial debe ser

$$25 \quad R < \varrho(0) < R - v(0)T. \tag{68}$$

La probabilidad de un cruce descendente en T seg es

$$P(N_{(0,T)}^- = 1) = \int_{-\infty}^0 \left(\int_R^{R-vT} \rho_{\mathfrak{s}(0), \mathfrak{v}(0)}(s, v) ds \right) dv. \quad (69)$$

Como una primera etapa se vuelve a escribir la distribución en (69) utilizando el cambio de variables

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_x \sqrt{1-\rho^2} & 0 \\ 0 & \sigma_y \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & \rho \frac{\sigma_s}{\sigma_v} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} s - m_s \\ v - m_v \end{bmatrix}, \quad (70)$$

que da

$$\begin{aligned} P(N_{(0,T)}^- = 1) &= \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{m_v}{\sigma_v}}^{\infty} \int_{\frac{m_s - R + m_v T - (\rho \sigma_s + \sigma_v T) y}{\sigma_s \sqrt{1-\rho^2}}}^{\infty} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2}} dx dy \\ &\quad - \frac{1}{2\pi} \int_{\frac{m_v}{\sigma_v}}^{\infty} \int_{\frac{m_s - R - \rho \sigma_s y}{\sigma_s \sqrt{1-\rho^2}}}^{\infty} e^{-\frac{x^2 + y^2}{2}} dx dy. \end{aligned} \quad (71)$$

5

Ahora sea

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\gamma^2} & \gamma \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \gamma = \frac{\sigma_v T + \rho \sigma_s}{\sqrt{\sigma_v^2 T^2 + 2\rho \sigma_s \sigma_v T + \sigma_s^2}}, \quad (72)$$

para la primera integral en (71) y

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sqrt{1-\rho^2} & \rho \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad (73)$$

10 para la segunda integral y obtenemos la forma estándar

$$\begin{aligned} P(N_{(0,T)}^- = 1) &= \frac{1}{2\pi(1-\gamma^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{\frac{m_v}{\sigma_v}}^{\infty} \int_h^{\infty} e^{-\frac{u^2 - 2\gamma uv + v^2}{2(1-\gamma^2)}} du dv \\ &\quad - \frac{1}{2\pi(1-\rho^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{\frac{m_v}{\sigma_v}}^{\infty} \int_{\frac{m_s - R}{\sigma_s}}^{\infty} e^{-\frac{u^2 - 2\rho uv + v^2}{2(1-\rho^2)}} du dv, \end{aligned} \quad (74)$$

en la que

$$h = \frac{m_s - R + m_v T}{\sqrt{\sigma_v^2 T^2 + 2\sigma_s \sigma_v \rho T + \sigma_s^2}}. \quad (75)$$

Si comenzamos fijando $s(0) > R$ tenemos, en vez de ello,

$$15 \quad -\infty < \mathfrak{v}(0) < -\frac{\mathfrak{s}(0) - R}{T}. \quad (76)$$

El cambio de variables según

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_s & 0 \\ 0 & \sigma_v \sqrt{1-\rho^2} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \rho \frac{\sigma_v}{\sigma_s} & 1 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} s - m_s \\ v - m_v \end{bmatrix} \quad (77)$$

da

$$\begin{aligned} P(N_{(0,T)}^- = 1) &= \int_R^\infty \left(\int_{-\infty}^{-\frac{s-R}{T}} p_{s(0),v(0)}(s,v) dv \right) ds \\ &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{m_s-R}{\sigma_s}}^\infty \int_{\frac{m_s-R+m_v T + (\sigma_s + \rho\sigma_v T)x}{\sigma_v T \sqrt{1-\rho^2}}}^\infty e^{-\frac{z^2+v^2}{2}} dy dx. \end{aligned} \quad (78)$$

Ahora sea

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \eta & \sqrt{1-\eta^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}, \quad \eta = -\frac{\rho\sigma_v T + \sigma_s}{\sqrt{\sigma_v^2 T^2 + 2\rho\sigma_s\sigma_v T + \sigma_s^2}} \quad (79)$$

5

que da

$$P(N_{(0,T)}^- = 1) = \frac{1}{2\pi(1-\eta^2)^{\frac{1}{2}}} \int_{-\frac{m_s-R}{\sigma_s}}^\infty \int_h^\infty e^{-\frac{u^2-2\eta uv+v^2}{2(1-\eta^2)}} dv du. \quad (80)$$

con h tomada de (75).

Demostración del Lema 3

10 Utilizando la densidad de v_y y τ tenemos

$$\begin{aligned} P(\tau | v_y(0) < R \cap \tau < T) &= P\left(|v_y(0)| < \frac{R}{\tau} \cap \tau < T\right) \\ &= \int_0^T \int_{-Rt}^{Rt} p_{v_y, \tau}(y, t) dy dt. \end{aligned} \quad (81)$$

Con la suposición de que τ y v_y sean independientes

$$P(\tau | v_y(0) < R \cap \tau < T) = \int_0^T \int_{-Rt}^{Rt} p_{v_y}(y) p_\tau(t) dy dt. \quad (82)$$

Cambiar el orden de cálculo en (82) da

$$\begin{aligned} P(\tau | v_y(0) < R \cap \tau < T) &= \\ &= \int_{R/T}^\infty \int_0^{R/y} p_{v_y}(y) p_\tau(t) dt dy + \int_{-R/T}^{R/T} \int_0^T p_{v_y}(y) p_\tau(t) dt dy + \\ &= \int_{-\infty}^{-R/T} \int_0^{-R/y} p_{v_y}(y) p_\tau(t) dt dy = \\ &= P(|v_y| < \frac{R}{T}) P(\tau < T) + \int_{R/T}^\infty (p_{v_y}(y) + p_{v_y}(-y)) P(\tau < \frac{R}{y}) dy. \end{aligned} \quad (83)$$

15

Puede encontrarse la distribución $P(\tau < T)$ ya sea partiendo de (48) o derivando la distribución para τ cuando se ve como la relación de dos variables aleatorias. Se da el resultado para el caso con dos variables normales. Sin

embargo, $P(\tau < T)$ es exactamente igual que la probabilidad de que se produzca un cruce descendente en $(0, T)$, es decir

$$P(\tau < T) = P(N_{(0, T)}^-(S_x, R) = 1). \quad (84)$$

Demostración del Lema 4

5 Partiendo de (64), tenemos

$$\begin{aligned} P\left(\tau < \frac{R_y}{|v_y|}\right) \cap \left(\tau < \frac{R_z}{|v_z|}\right) &= P\left(\tau < \min\left(\frac{R_y}{|v_y|}, \frac{R_z}{|v_z|}\right)\right) = \\ &\int_{-\infty}^{\infty} p_{v_z}(z) \int_{-\infty}^{\infty} p_{v_y}(y) \int_0^{\min\left(\frac{R_y}{|v_y|}, \frac{R_z}{|v_z|}\right)} p_{\tau}(t) dt dy dz. \end{aligned} \quad (85)$$

Supongamos que $R_s = R$ y $R_z = \nu R$, es decir $\nu = R_s/R_y$. Para $z > 0$ el resultado es

$$\begin{aligned} &\int_0^{\infty} p_{v_z}(z) \int_{-\infty}^{\infty} p_{v_y}(y) \int_0^{\min\left(\frac{R_y}{|v_y|}, \frac{R_z}{|v_z|}\right)} p_{\tau}(t) dt dy dz = \\ &\int_0^{\infty} p_{v_z}(z) \int_{-\frac{z}{\nu}}^{-\frac{z}{\nu}} p_{v_y}(y) P\left(\tau < \frac{R}{|y|}\right) dy dz + \\ &\int_0^{\infty} p_{v_z}(z) \int_{-\frac{z}{\nu}}^{\frac{z}{\nu}} p_{v_y}(y) P\left(\tau < \frac{\nu R}{|z|}\right) dy dz + \\ &\int_0^{\infty} p_{v_z}(z) \int_{\frac{z}{\nu}}^{\infty} p_{v_y}(y) P\left(\tau < \frac{R}{|y|}\right) dy dz. \end{aligned} \quad (86)$$

Cambiar el orden de integración para y y z en las integrales primera y tercera en (86) da

$$\begin{aligned} &\int_0^{\infty} p_{v_z}(z) \int_{-\infty}^{\infty} p_{v_y}(y) \int_0^{\min\left(\frac{R_y}{|v_y|}, \frac{R_z}{|v_z|}\right)} p_{\tau}(t) dt dy dz = \\ &\int_{-\infty}^0 p_{v_y}(y) P\left(\tau < \frac{R}{|y|}\right) \int_0^{-\nu y} p_{v_z}(z) dz dy + \\ &\int_0^{\infty} p_{v_z}(z) P\left(\tau < \frac{\nu R}{|z|}\right) \int_{-\frac{z}{\nu}}^{\frac{z}{\nu}} p_{v_y}(y) dy dz + \\ &\int_0^{\infty} p_{v_y}(y) P\left(\tau < \frac{R}{|y|}\right) \int_0^{\nu y} p_{v_z}(z) dz dy = \\ &\int_0^{\infty} (p_{v_y}(-y) + p_{v_y}(y)) P\left(\tau < \frac{R}{y}\right) P(0 < v_z < \nu y) dy + \\ &\int_0^{\infty} p_{v_z}(z) P\left(\tau < \frac{\nu R}{z}\right) P(|v_y| < \frac{z}{\nu}) dz. \end{aligned} \quad (87)$$

10

Aplicar la misma técnica para $z < 0$ da

$$\int_{-\infty}^0 p_{v_z}(z) \int_{-\infty}^{\infty} p_{v_y}(y) \int_0^{\min(\frac{Ry}{|v|}, \frac{Rz}{|z|})} p_{\tau}(t) dt dy dz =$$

$$\int_0^{\infty} (p_{v_y}(-y) + p_{v_y}(y)) P(\tau < \frac{R}{y}) P(-\nu y < v_z < 0) dy + \quad (88)$$

$$\int_0^{\infty} p_{v_z}(-z) P(\tau < \frac{\nu R}{z}) P(|v_y| < \frac{z}{\nu}) dz.$$

que, junto con (87), da

$$P(\text{NMAC}_{(0,\infty)}) \approx P((\tau|v_y| < R_y) \cap (\tau|v_z| < R_z)) =$$

$$\int_0^{\infty} (p_{v_y}(-y) + p_{v_y}(y)) P(\tau < \frac{R}{y}) P(|v_z| < \nu y) dy + \quad (89)$$

$$\int_0^{\infty} (p_{v_z}(-z) + p_{v_z}(z)) P(\tau < \frac{\nu R}{z}) P(|v_y| < \frac{z}{\nu}) dz.$$

5 En la figura 10 se muestra una visión general esquemático de una realización de un procedimiento para calcular una probabilidad de que un objeto detectado 200 va a colisionar con un vehículo 100, tal como un UAV o similar en un sistema de coordenadas x-y en base a un sensor con precisión angular, tal como una cámara. Se gira el sistema de coordenadas de forma que el eje x está alineado con una línea visual con respecto al objeto detectado 200. Se aproxima el objeto detectado 200 en distancia como un proceso estocástico que define un área/volumen alargado de SP y una línea L define una zona aproximada de seguridad del vehículo con una longitud de 2R en la dirección y del sistema de coordenadas. La probabilidad de que el objeto 200 colisione con el vehículo 100, es decir, cuando se calcula el proceso estocástico SP para hacer contacto con la línea L, estando definida la línea L entre los puntos extremos (R,R) o (R,-R), es calculada por medio de un procedimiento en el vehículo no tripulado.

15 La Figura 11 da a conocer una visión general esquemática de unidades en un vehículo no tripulado. El vehículo comprende un sensor óptico 101 de grabación, tal como una cámara digital o similar. El sensor óptico 101 graba una imagen de un objeto detectado. La detección puede llevarse a cabo mediante un procesamiento de imágenes y ciertos límites predeterminados de valores, tales como diferenciación de colores entre el fondo y la parte de la imagen, formas predeterminadas o similares. Un ángulo con respecto al objeto detectado es bastante preciso en la imagen tomada, pero la distancia al objeto es más incierta. El vehículo comprende, además, una unidad 102 de seguimiento de objetivos, tal como un procesador que lleva a cabo un filtro de seguimiento de objetivos o similar, que es utilizada para determinar la dirección del objeto detectado relativa al vehículo. Estos datos pueden ser tomados de una serie de imágenes tomadas por el sensor óptico. A partir de los datos de la imagen y de la dirección/velocidad procedentes de la unidad 102 de seguimiento de objetivos hay dispuesto un procesador 103 de probabilidad en el vehículo para calcular la probabilidad de que el objeto detectado colisione con el vehículo. El vehículo no tripulado puede llevar a cabo acciones evasivas en base a la probabilidad calculada, tal como para girar alejándose del objeto o similar. Un UAV implementado dotado de un procedimiento inventivo instalado puede comprender una cámara dispuesta para grabar imágenes para detectar un objeto y la dirección y la velocidad del objeto, un procesador dispuesto para determinar la dirección y la velocidad al igual que llevar a cabo el cálculo de probabilidad de colisión entre el objeto y el UAV, y un sistema de control para controlar el UAV. Por lo tanto, como se muestra en la figura 11 como una línea de rayas, los procesos de determinación de la dirección y de la velocidad relativas del objeto y se puede llevar a cabo el cálculo de probabilidad por medio del mismo procesador.

La Figura 12 da a conocer un procedimiento para detectar un objeto y determinar una probabilidad de colisión entre un vehículo, tal como un UAV, y el objeto.

35 En la etapa 301, un dispositivo de grabación de imágenes, tal como una cámara o similar, graba una imagen de un área. El vehículo puede comprender un número de cámaras dirigidas en distintas direcciones para grabar tanto como resulte posible de las inmediaciones del vehículo. El vehículo también, o de forma alternativa, puede comprender simplemente una cámara amovible para grabar el área circundante.

40 En la etapa 303, se lleva a cabo un procesamiento de imagen en la imagen grabada para determinar la presencia de un objeto. La detección de un objeto puede estar basada en la diferenciación de colores, escala de grises, formas o similares. Se debe hacer notar que durante el procedimiento el dispositivo de grabación puede grabar imágenes de forma continua. El procesamiento de imágenes es llevado a cabo por medio de un procesador dispuesto en el vehículo.

Si hay presente un objeto en la imagen el procedimiento continúa hasta la etapa 305. Si no hay presente ningún objeto en la imagen el procedimiento se detiene.

5 En la etapa 305, se determina/lee una dirección y velocidad del objeto relativas al vehículo, también denominada velocidad relativa, a partir de un procedimiento de seguimiento de objetivos, tal como un proceso de filtro de Kalman o similar, en el que se calcula una dirección y velocidad de un objeto a partir de una secuencia de datos grabados, tales como imágenes o similares. En el caso de utilizar la misma imagen que la de la etapa 303, el filtro de Kalman necesitaría al menos dos imágenes secuenciales procedentes del dispositivo de grabación para llevar a cabo el proceso de filtro de Kalman. El procedimiento de seguimiento de objetivos se lleva a cabo por medio de un procesador dispuesto en el vehículo. La unidad de seguimiento de objetivos también puede producir una posición
10 relativa del objeto detectado para ser utilizada en la etapa de cálculo de la probabilidad de colisión.

En la etapa 307, se calcula una probabilidad de una colisión entre el vehículo y el objeto por medio de un procesador dispuesto en el vehículo. Anteriormente/a continuación se describe con más detalle el procedimiento del cálculo de la probabilidad.

Las etapas del procedimiento pueden ser llevadas a cabo en procesadores individuales o en un único procesador.

15 En la figura 13 se muestra un diagrama esquemático de flujo de una realización de un procedimiento para calcular una probabilidad de que se produzca una colisión entre un vehículo y un objeto detectado en una imagen grabada por una cámara dispuesta en el vehículo como se muestra.

20 En la etapa 401, la imagen es procesada en una etapa de procesamiento de imágenes mientras que se determina un ángulo con respecto al objeto en la imagen considerando la cámara como un origen de coordenadas en un sistema de coordenadas y el eje x del sistema de coordenadas señala a la imagen, descrito en la figura 14.

En la etapa 403, se gira el sistema de coordenadas el ángulo determinado en torno a su punto de origen para alinear una dirección con respecto al objeto detectado con el eje x del sistema de coordenadas. Aquí, se debería hacer notar que en el caso tridimensional se rota/gira el sistema de coordenadas de forma que la dirección con respecto al objeto en la imagen está alineada con el eje x, sin lecturas en el eje y o en el eje z del sistema de coordenadas.

25 En la etapa 405, se leen datos de una unidad/un proceso de seguimiento de objetivos. En el procedimiento de seguimiento de objetivos, tal como un proceso de filtro de Kalman o similar, se procesan datos de imágenes secuenciales o una toma de datos para determinar una posición y velocidad relativas, es decir, una posición, una dirección y una velocidad de movimiento del objeto detectado relativas al vehículo en la imagen. Entonces, se lee la dirección y la velocidad de movimiento por medio del procedimiento de probabilidad. Esta etapa puede llevarse a
30 cabo antes de la etapa 403.

En la etapa 407, se determina un valor de distancia inicial desde la imagen, por ejemplo, la posición relativa desde la unidad de seguimiento.

35 En la etapa 408, se calcula una probabilidad de colisión con el objeto. En el cálculo se utiliza un valor inicial de distancia en un proceso estocástico que representa la incertidumbre de la distancia hasta el objeto. El cálculo de probabilidad se lleva a cabo al determinar la probabilidad de que el proceso estocástico cruce una línea de una longitud predeterminada que representa un límite de una zona de seguridad que rodea al vehículo tomando en cuenta la velocidad y la dirección relativas al vehículo. Se debería comprender que en el caso de cálculos tridimensionales el límite de la zona de seguridad puede ser representado por un plano rectangular/elíptico con una longitud y una profundidad predeterminadas (longitud y y longitud z). Se pueden establecer las dimensiones de la
40 zona de seguridad para cubrir todos los tamaños posibles del objeto con un gran margen dado que no se conoce el tamaño del objeto o pueden estar basadas en las dimensiones del vehículo. El plano elíptico facilita los cálculos, dado que los cálculos pueden no ser tan sensibles al ángulo.

La Figura 14 muestra una visión general esquemática de la etapa de proceso de la figura 13 para fijar el objeto en un sistema de coordenadas.

45 En la figura superior una cámara 101 o similar graba una imagen 501 de un área que contiene un objeto 200. Como se ilustra en la figura, hay dispuesto un sistema de coordenadas en la imagen 501.

50 Sin embargo, debido al hecho de que el ángulo con respecto al objeto detectado 200 es bastante preciso se gira el sistema de coordenadas varios grados según el ángulo de alineamiento del objeto 200 con el eje x del sistema de coordenadas como se ilustra en la figura central de la figura 14, en la que el sistema girado de coordenadas es el sistema de coordenadas de líneas de rayas. Esto a su vez facilita el cálculo de la probabilidad de colisión.

55 Cuando se lleva a cabo el cálculo de la probabilidad de colisión, la incertidumbre del objeto 200 en la dirección y es muy pequeña y es bastante grande en la dirección x (así como en la dirección z en el caso tridimensional) en el sistema girado de coordenadas. El resultado es dado a conocer en la figura inferior de la figura 14 que representa visualmente la figura 10 girada, en la que se denota el límite de la zona de seguridad como L con una longitud de $2R$, la incertidumbre de la distancia está definida como el proceso estocástico SP, y se denota la velocidad/dirección

relativas del objeto como v . Esto tiene como resultado que se facilita el cálculo. La dirección y la velocidad pueden ser establecidas antes o después de la rotación del sistema de coordenadas.

- 5 Al utilizar el procedimiento para calcular la probabilidad de colisión como se ha indicado anteriormente, se proporciona un procedimiento que no requiere tanto cálculo como los procedimientos conocidos y, por lo tanto, permite que se construyan UAV pequeños rentables. El procedimiento también proporciona una posibilidad de establecer una probabilidad por diseño y no, como los sistemas conocidos, llevando a cabo un procedimiento iterativo, llevando a cabo pruebas de vuelo, realizando ajustes manuales, etcétera. El procedimiento inventivo requiere mucho menos cálculo, dado que, entre otros, omite el procedimiento discrecional del proceso de Monte Carlo.
- 10 Se debería hacer notar, que aunque los ejemplos descritos estén dirigidos a un vehículo que comprende un aparato grabador de imágenes y una unidad de seguimiento de objetivos, se pueden transferir los datos de dirección y de posición al vehículo por el aire o similar. Es decir, el vehículo puede recibir todos los datos de una estación central, por ejemplo, una estación de radar.
- 15 Lo anterior ha descrito los principios, las realizaciones preferentes y los modos de operación de la presente invención. Sin embargo, se debería considerar la invención como ilustrativa en vez de restrictiva, y no como limitada a las realizaciones particulares expuestas anteriormente. Por lo tanto, se debería apreciar que se pueden llevar a cabo variaciones en esas realizaciones por los expertos en la técnica sin alejarse del alcance de la presente invención como se define en las siguientes reivindicaciones.

REIVINDICACIONES

1. Un procedimiento para determinar la probabilidad de que un vehículo (100) colisione con un objeto (200) que comprende la etapa de:

- 5 - detectar el objeto, al capturar una imagen por medio de un sensor óptico (101) montado en el vehículo (100) y registrar el objeto (200) en la imagen,
- determinar a partir de una serie de imágenes capturadas por el sensor óptico (101) la posición y la velocidad relativas del objeto detectado (200), y de ese modo una posición, una dirección y una velocidad relativas al vehículo (100) por medio de una unidad (102) de seguimiento de objetivos dispuesta en el vehículo (100),

10 **caracterizado por** las etapas adicionales de:

- 15 - determinar un proceso estocástico (SP, s(t)), que representa una distancia relativa entre el vehículo (100) y el objeto detectado (200), teniendo el proceso estocástico (SP, s(t)) una dirección y una velocidad constante $\dot{s}(t) = v(0)$ relativas al vehículo (100), en el que el proceso estocástico (SP, s(t)) tiene valores iniciales estocásticos s(0) y v(0), en el que el proceso estocástico está definido por $s(t) = s(0) + v(0)t$ en dos dimensiones,
- definir una zona de seguridad del vehículo con respecto al objeto detectado al aproximar una zona de seguridad como una línea recta (L) ubicada entre el objeto detectado (200) y el vehículo (100) perpendicular a una línea visual del objeto detectado (200), en el que la línea recta (L) está ubicada a una distancia R del vehículo (100) y tiene una longitud predeterminada de 2R, siendo R una distancia mínima de seguridad y
- 20 - determinar la probabilidad de colisión con el objeto detectado (200) durante un periodo de tiempo al considerar el proceso estocástico (SP, s(t)), en el que la probabilidad de colisión con el objeto detectado está definida para que sea la probabilidad del proceso estocástico (SP, s(t)), cruzando la línea recta (L), en base a una variable aleatoria τ que representa el tiempo t que tarda la distancia relativa a lo largo de la línea visual para disminuir hasta R, en el que se utiliza la posición del objeto detectado (200) con respecto al vehículo (100) como el valor inicial s(0) del proceso estocástico (SP, s(t)), en el que se utilizan la dirección y la velocidad del objeto detectado (200) relativas al vehículo (100) a partir de la unidad (102) de seguimiento de objetivos como la dirección y la velocidad v(0) del proceso estocástico (SP, s(t)).

30 2. Un procedimiento según la reivindicación 1, en el que la determinación de la probabilidad implica, además, un sistema de coordenadas que es girado de forma que el eje x del sistema de coordenadas está alineado con el eje x del sistema de coordenadas y en el que la línea recta de la zona de seguridad tiene dos puntos extremos (R,R) y (R,-R) que definen una longitud predeterminada de la línea y en el que la línea recta es perpendicular al eje x del sistema de coordenadas.

35 3. Un procedimiento según cualquiera de las reivindicaciones 1-2, en el que la zona de seguridad está definida por un plano rectangular o elíptico hacia el objeto detectado y el proceso estocástico está definido como una entidad tridimensional y en el que el sistema de coordenadas comprende, además, un eje z.

4. Un procedimiento según cualquiera de las reivindicaciones 1-2, en el que se expresa la colisión relativa a una casi colisión en el aire (NMAC), entre el vehículo y el objeto como

40
$$NMAC_{(0,T)} \Leftrightarrow \min_{0 < t < T} \|s(t)\| < R \cap \|s(0)\| > R$$

en la que

s = distancia entre el vehículo y el objeto,

R = mitad de la longitud predeterminada de la zona de seguridad

$$\|s(t)\| = \sqrt{s_x^2(t) + s_y^2(t)},$$

45 y la probabilidad de una colisión, P(NMAC), está formulada como

$$P(NMAC_{(0,T)}) \approx P(\tau | v_y | < R \cap \tau < T),$$

en la que

τ = representa el tiempo que tarda la distancia en la dirección x en convertirse en al menos R

v = velocidad

5. Un procedimiento según la reivindicación 3, en el que se expresa la colisión relativa a una casi colisión en el aire (NMAC), entre el vehículo y el objeto como

$$NMAC_{(0,T)} \Leftrightarrow \min_{0 < \tau < T} \|s(t)\| < R \cap \|s(0)\| > R$$

5 en la que

s = distancia entre el vehículo y el objeto,

R = la mitad de la longitud predeterminada de la zona de seguridad

$$\|s(t)\| = \sqrt{s_x^2(t) + s_y^2(t) + s_z^2(t)}$$

y se formula la probabilidad de una colisión, P(NMAC), como

10
$$P(NMAC_{(0,T)}) \approx P(\tau | v_y | < R \cap \tau | v_z | < R \cap \tau < T)$$

en la que

τ = representa el tiempo que tarda la distancia en la dirección x en convertirse en al menos R

v = velocidad

- 15 6. Un procedimiento según la reivindicación 3, en el que se expresa la colisión relativa a una casi colisión en el aire (NMAC), entre el vehículo y el objeto como

$$NMAC_{(0,T)} \Leftrightarrow \min_{0 < \tau < T} \|s(t)\| < R \cap \|s(0)\| > R$$

en la que

s = distancia entre el vehículo y el objeto, R = el radio de la zona de seguridad

$$\|s(t)\| = \sqrt{s_x^2(t) + s_y^2(t) + s_z^2(t)}$$

20 y se formula la probabilidad de una colisión, P(NMAC), como

$$P(NMAC_{(0,T)}) \approx P(\tau \sqrt{v_y^2 + v_z^2} < R \cap \tau < T)$$

en la que

τ = representa el tiempo tarda la distancia en la dirección x en convertirse en al menos R

v = velocidad

- 25 7. Un producto de programa de ordenador que cuando es ejecutado en una unidad de ordenador, tal como un procesador, ejecuta el procedimiento según cualquiera de las reivindicaciones 1-6.

8. Un procesador con un producto de programa de ordenador según la reivindicación 7 instalado en el mismo.

9. Un vehículo no tripulado que comprende un sensor óptico, una unidad de seguimiento de objetivos, y un procesador según la reivindicación 8.

30

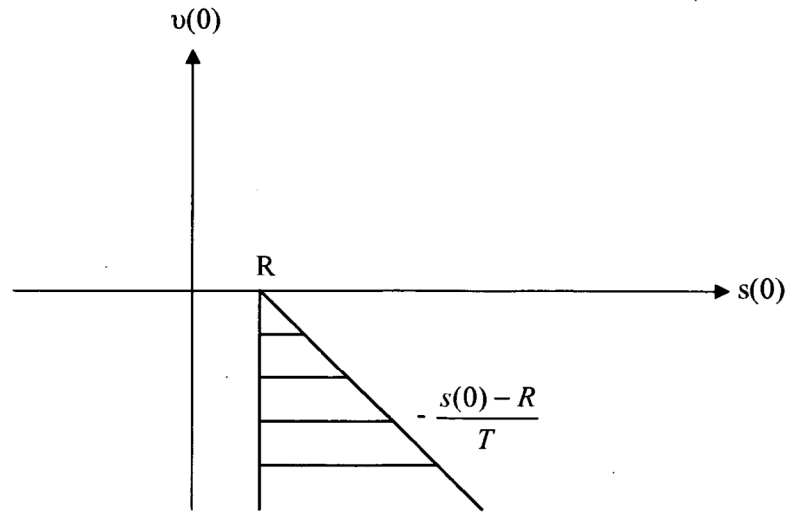


FIG. 1

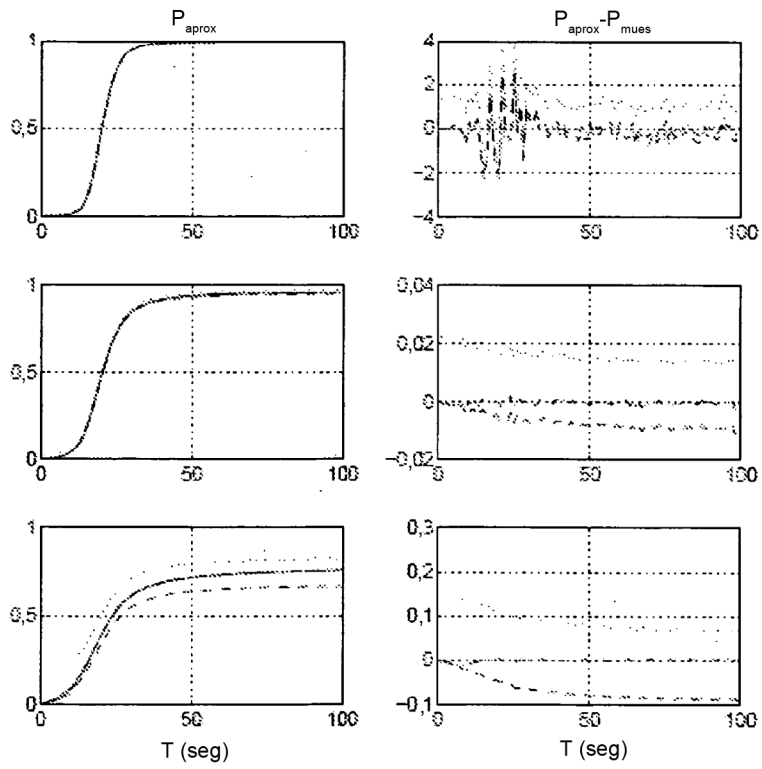


FIG. 2

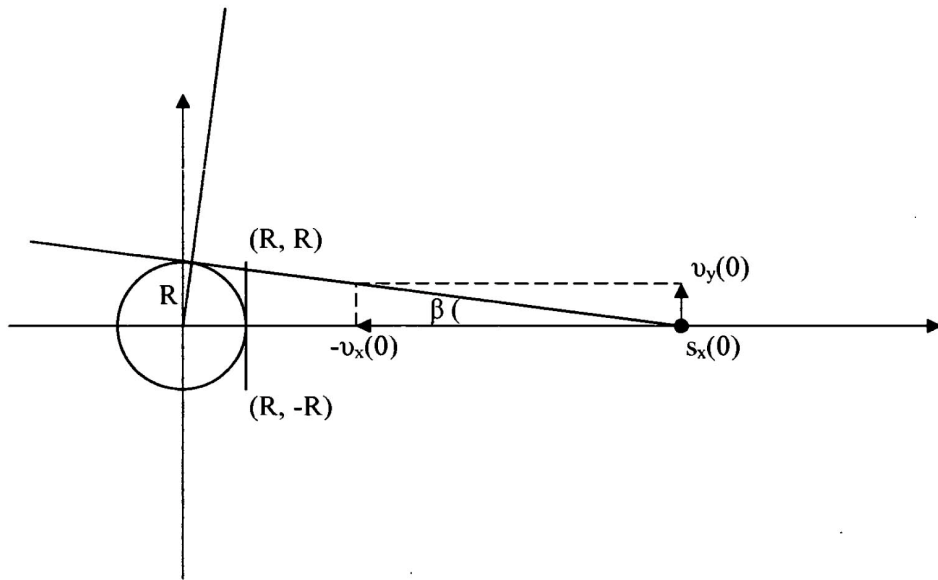


FIG. 3

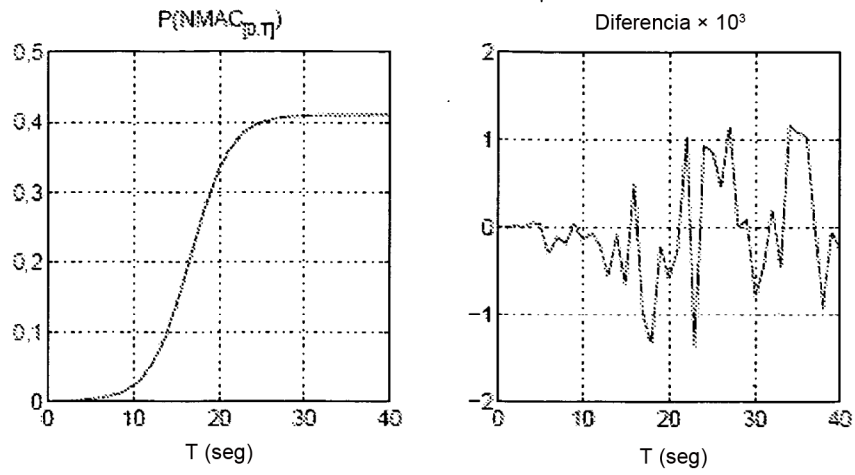


FIG. 4

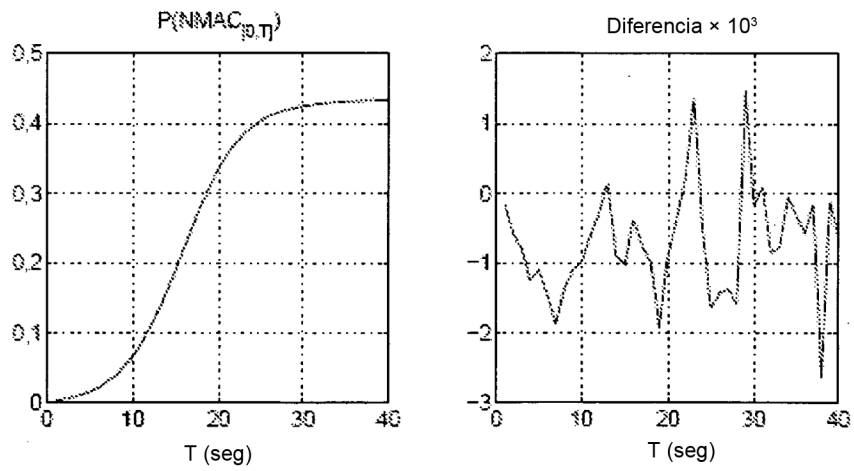


FIG. 5

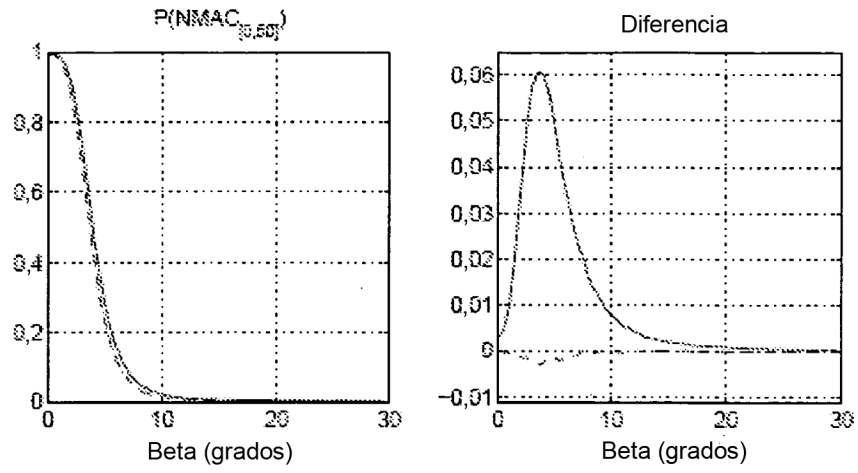


FIG. 6

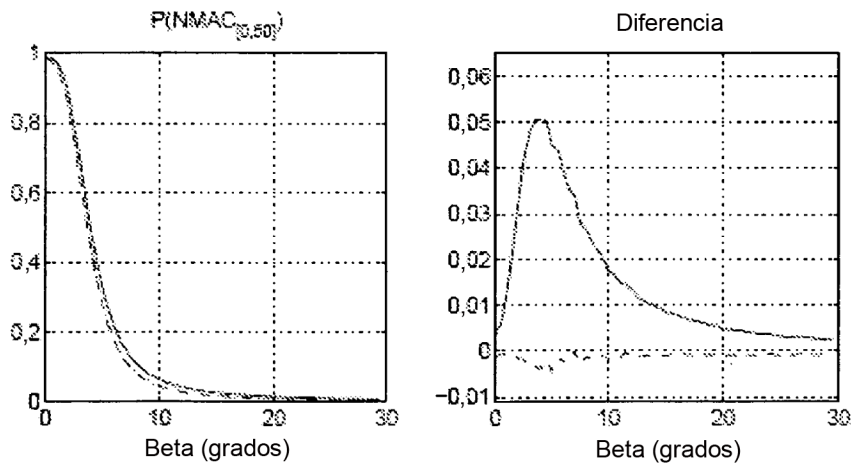


FIG. 7

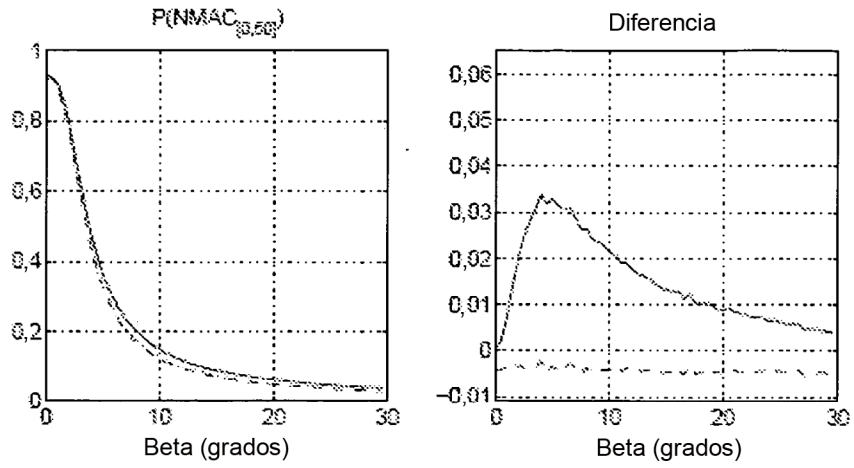


FIG. 8

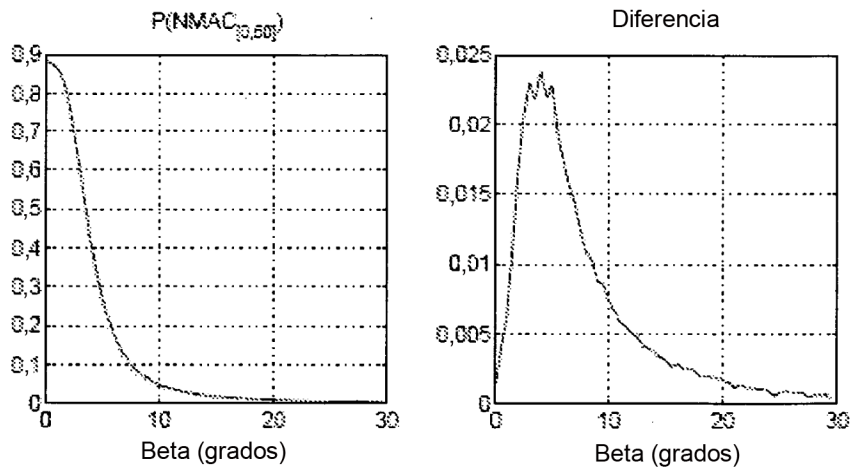


FIG. 9

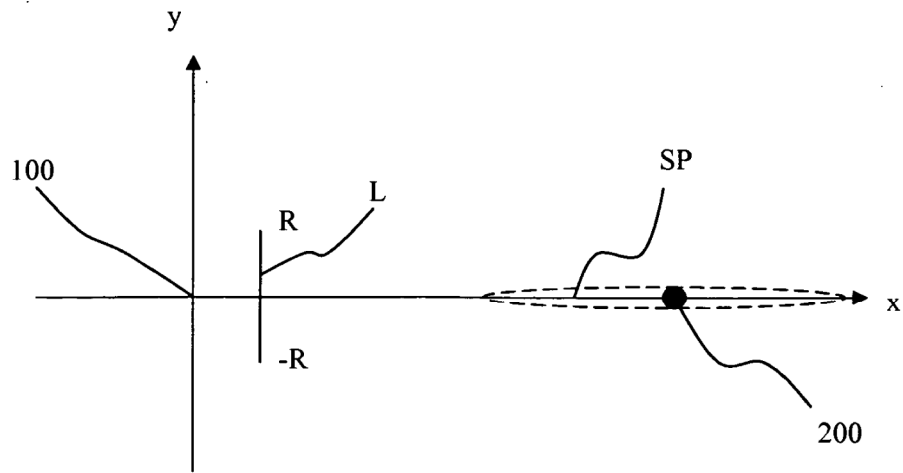


FIG. 10

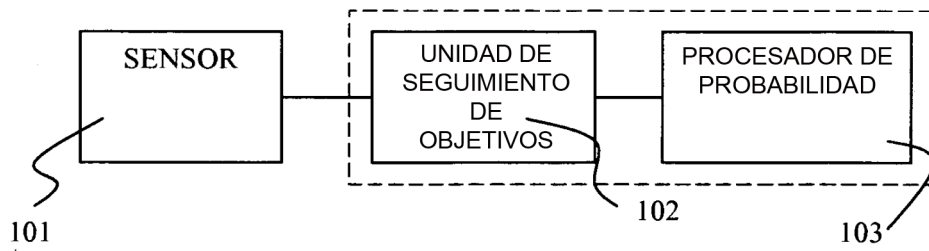


FIG. 11

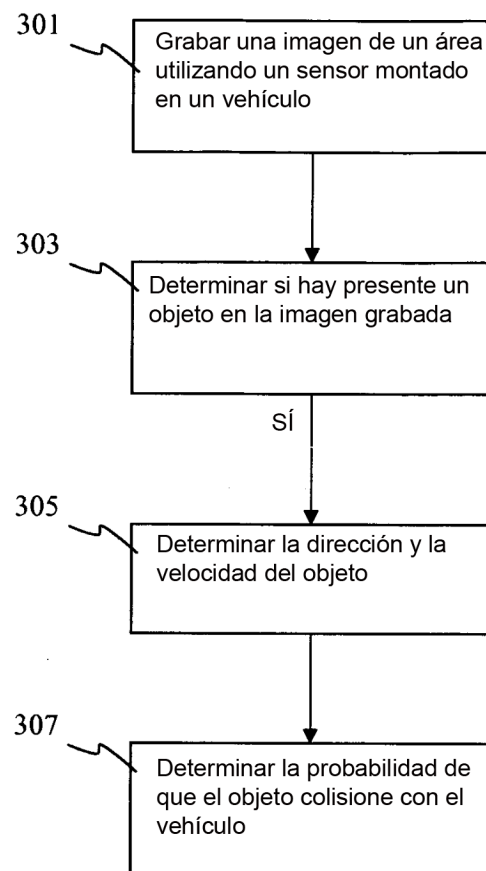


FIG. 12

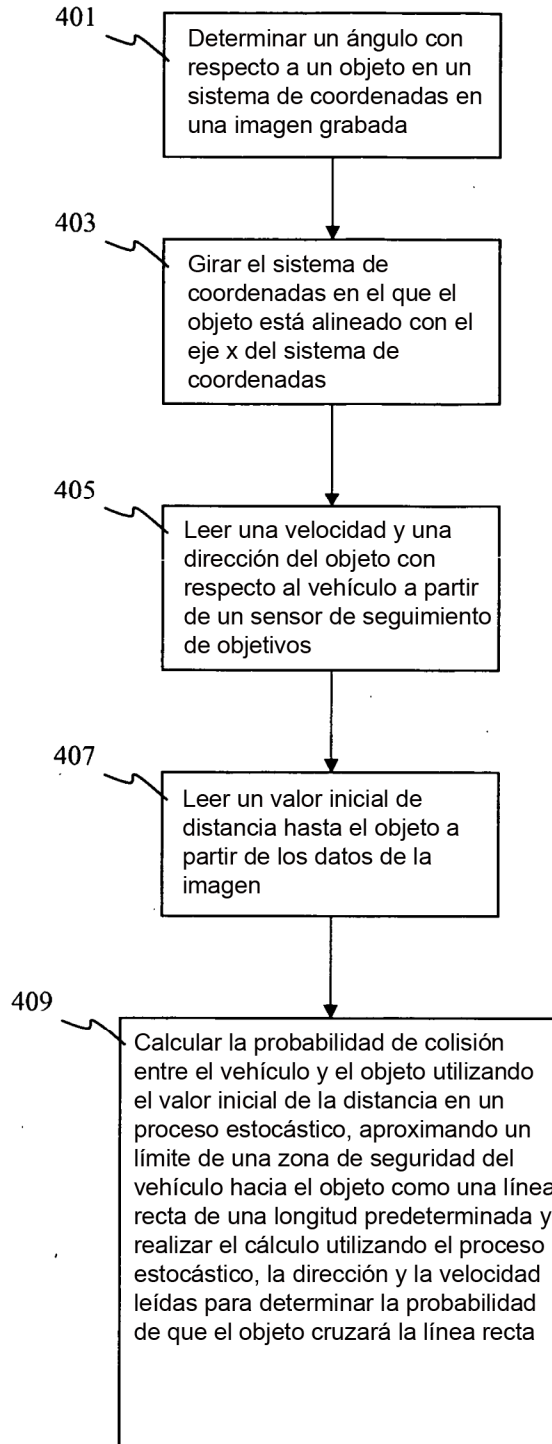


FIG. 13

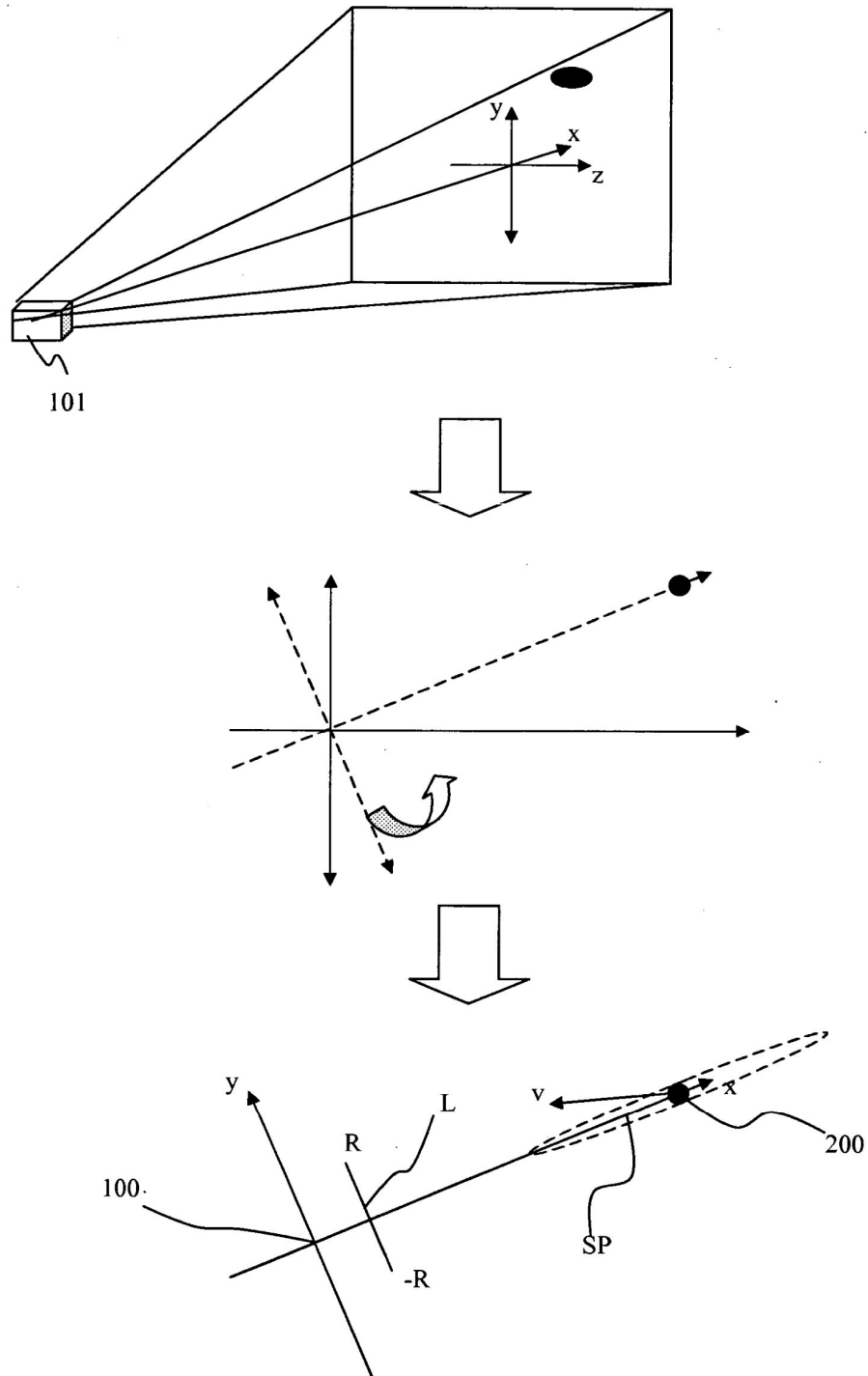


FIG. 14