

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 381 848**

51 Int. Cl.:
G01S 15/00 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

- 96 Número de solicitud europea: **09772709 .3**
96 Fecha de presentación: **08.06.2009**
97 Número de publicación de la solicitud: **2294452**
97 Fecha de publicación de la solicitud: **16.03.2011**

54 Título: **Procedimiento y dispositivo de sondeo mediante propagación de ondas**

30 Prioridad:
09.06.2008 FR 0853821

45 Fecha de publicación de la mención BOPI:
01.06.2012

45 Fecha de la publicación del folleto de la patente:
01.06.2012

73 Titular/es:
**Centre National de la Recherche Scientifique -
CNRS
3, rue Michel-Ange
75794 Paris Cedex 16, FR**

72 Inventor/es:
**DERODE, Arnaud;
AUBRY, Alexandre y
FINK, Mathias**

74 Agente/Representante:
Veiga Serrano, Mikel

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

ES 2 381 848 T3

DESCRIPCIÓN

Procedimiento y dispositivo de sondeo mediante propagación de ondas

5 **Sector de la técnica**

La presente invención se refiere a los procedimientos y dispositivos de sondeo mediante propagación de ondas.

10 Más particularmente, la invención se refiere a un procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas, que comprende:

(a) una etapa de emisión durante la cual se hace que un conjunto de transductores (es decir, la totalidad o parte de los transductores del conjunto) emita una onda incidente en un medio difusor para dicha onda,

15 (b) una etapa de medición durante la cual se hace que dicho conjunto de transductores (es decir la totalidad o parte de los transductores del conjunto) capte señales representativas de una onda reflejada reverberada por el medio a partir de la onda incidente, comprendiendo dichas señales captadas:

20 - una componente de difusión simple, representativa de trayectos de onda en los que la onda reflejada resulta de una única reflexión de la onda incidente por difusores que pertenecen al medio,

- y dado el caso una componente de difusión múltiple, representativa de trayectos de onda en los que la onda reflejada resulta de varias reflexiones sucesivas de la onda incidente sobre los difusores del medio antes de alcanzar el conjunto de transductores,

25 (c) una etapa de tratamiento durante la cual se tratan dichas señales captadas con vistas a determinar características del medio (las características en cuestión pueden consistir en una imagen del medio, y/o un valor de un parámetro del medio, y/o la presencia o no de un punto singular tal como una heterogeneidad, etc.).

30 La etapa de tratamiento mencionada anteriormente permite por ejemplo medir un parámetro característico del medio, y/o detectar un punto singular del medio, y/o realizar una imagen del medio.

Los procedimientos de este tipo se usan concretamente en los sistemas de detección y obtención de imágenes, tales como por ejemplo los sónares, los radares, los ecógrafos, etc.

35 **Estado de la técnica**

En los procedimientos conocidos de este tipo y concretamente en los procedimientos de obtención de imágenes ecográficas o radar, se usa la componente de difusión simple de las señales captadas: si cada difusor sólo interacciona una única vez con la onda, hay en efecto una equivalencia directa entre el tiempo de llegada de cada eco y la distancia que separa al transductor y al difusor que ha generado ese eco. La detección de un eco en un instante dado es el signo de la presencia de un difusor a la distancia correspondiente al tiempo de llegada del eco. Entonces puede construirse dado el caso una imagen de la reflectividad del medio, es decir de la posición de los diferentes difusores en el interior del medio, a partir de las señales captadas.

45 En cambio, no se usa la difusión múltiple en los métodos de obtención de imágenes ecográficas o radar. Por el contrario, estos métodos de obtención de imágenes se basan en la hipótesis de que esta difusión múltiple es despreciable. Ahora bien, en presencia de una componente importante de difusión múltiple, concretamente cuando los difusores contenidos en el medio tienen un poder difusor elevado y/o son muy densos en el interior del medio, los métodos de obtención de imágenes clásicos se ven fuertemente perturbados y ya no son fiables. En efecto, en este caso, ya no hay equivalencia entre el tiempo de llegada de un eco y la distancia que separa a un transductor y a un difusor del medio, lo que no permite construir una imagen del medio.

55 **Objeto de la invención**

La presente invención tiene concretamente por objetivo perfeccionar los procedimientos de sondeo tal como se han definido anteriormente, de manera que se tenga en cuenta la componente de difusión múltiple.

60 Para ello, según la invención, durante la etapa de tratamiento, se extrae al menos una componente elegida entre la componente de difusión múltiple y la componente de difusión simple, mediante filtrado de al menos una matriz de transferencia frecuencial representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores, comprendiendo la etapa de tratamiento (c) al menos las siguientes subetapas:

65 (c1) una subetapa de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana durante la cual se determina al menos una matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)=[k_{ij}(T,f)]$ correspondiente a una matriz temporal sometida a función ventana de respuesta entre elementos $K(T,t)=[k_{ij}(T,t)]$,

correspondiendo dicha matriz temporal sometida a función ventana de respuesta entre elementos, en una ventana temporal próxima a un tiempo T y de duración Δt , a las respuestas temporales $h_{ij}(t)$ entre transductores del conjunto de transductores, siendo f la frecuencia,

5 (c3) una subetapa de filtrado durante la cual se separa la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple en cada matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en función de la coherencia de los coeficientes $k_{ij}(T,f)$ de la matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en cada antidiagonal de dicha matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$.

10 Puede aprovecharse esta separación, por ejemplo:

- para usar únicamente la componente de difusión simple con vistas a construir una imagen del medio,
- o incluso para determinar un parámetro característico del medio a partir de la componente de difusión múltiple, etc.

15 Se observará que la invención puede aplicarse cuando las señales captadas no comprenden eficazmente una componente de difusión múltiple: la invención permite en efecto entonces determinar que la difusión múltiple es nula, lo que puede proporcionar una indicación útil para caracterizar el medio sondeado. Además, incluso en ausencia de contribución de difusión múltiple significativa, la invención permite eliminar en gran medida el ruido y los efectos de aberración en las señales captadas cuando se extrae la contribución de difusión simple, lo que puede resultar extremadamente útil.

En diversos modos de realización del procedimiento según la invención, puede recurrirse eventualmente además a una y/u otra de las siguientes disposiciones:

25 - la componente de difusión múltiple es no nula;

- durante la etapa de tratamiento (c), se extrae la componente de difusión simple y se usa dicha componente de difusión simple para detectar (y generalmente localizar) al menos un punto singular en el medio;

30 - durante la etapa de tratamiento (c), se realiza una imagen del medio a partir de dicha componente de difusión simple;

35 - durante la etapa de tratamiento (c), se determina dicha componente de difusión simple en forma de una matriz temporal filtrada de respuesta entre elementos H^F , representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores, y se realiza la imagen del medio mediante formación de vía a partir de dicha matriz temporal filtrada de respuesta entre elementos H^F ;

40 - durante la etapa de tratamiento (c), se determina dicha componente de difusión simple en forma de al menos una matriz de transferencia frecuencial filtrada K^F , representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores, y se realiza la imagen del medio mediante el método de descomposición del operador de inversión temporal $K^{F*} \cdot K^F$, en el que K^{F*} es la matriz conjugada compleja de dicha matriz de transferencia frecuencial filtrada K^F ;

45 - durante la etapa de tratamiento (c), se extrae la componente de difusión múltiple y se calcula a partir de dicha componente de difusión múltiple, un índice de fiabilidad representativo de la importancia de la difusión simple en el medio;

50 - durante la etapa de tratamiento (c), se realiza una imagen del medio y se cuantifica la fiabilidad de dicha imagen en función de dicho índice de fiabilidad;

- durante la etapa de tratamiento (c), se calcula en varios puntos dicho índice de fiabilidad y se cuantifica la fiabilidad de varias partes de la imagen correspondiente a dichos varios puntos, en función de dicho índice de fiabilidad;

55 - durante la etapa de tratamiento (c), se separa la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple mediante filtrado de al menos una matriz de transferencia frecuencial representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores;

60 - durante la subetapa de filtrado (c3), se extrae una componente de difusión simple $k_{ij}^s(T,f)$ de cada coeficiente $k_{ij}(T,f)$ de la matriz $K(T,f)$, de tal manera que las componentes de difusión simple $k_{ij}^s(T,f)$ sean coherentes entre sí en cada antidiagonal de dicha matriz $K(T,f)$;

65 - durante la subetapa de filtrado (c3), se extrae una componente de difusión múltiple $k_{ij}^M(T,f)$ de cada coeficiente $k_{ij}(T,f)$ de la matriz $K(T,f)$ (esta componente es tal que dichas componentes de difusión múltiples $k_{ij}^M(T,f)$ son aleatorias);

- el conjunto de transductores comprende al menos un número N de transductores y la matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ es una matriz de dimensión $N \times N$;

5 - durante la subetapa (c1) de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana, se determinan varias matrices de transferencia sometidas a función ventana $K(T,f)$ para varios valores de T y se procede a la subetapa de filtrado (c3) para cada una de las matrices de transferencia sometidas a función ventana $K(T,f)$;

10 - las ventanas temporales de las diferentes matrices de transferencia sometidas a función ventana $K(T,f)$ están unidas (dichas ventanas temporales pueden o bien ser adyacentes, o bien recubrirse mutuamente),

- durante la subetapa (c1) de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana, se determina cada matriz frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ mediante transformada de Fourier de una matriz temporal sometida a función ventana $K(T,t)$ correspondiente, en dicha ventana temporal próxima al tiempo T y de duración Δt , a las respuestas temporales $h_{ij}(t)$ entre transductores del conjunto de transductores;

15 - en el procedimiento:

- la etapa de tratamiento (c) comprende además una subetapa de rotación de datos (c2), que es intermedia entre la subetapa (c1) de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana y la subetapa (c3) de filtrado, y durante la cual se calculan dos matrices $A1(T,f)=[a1_{uv}(T,f)]$ y $A2=[a2_{uv}(T,f)]$ a partir de $K(T,f)$, donde:

$$\begin{aligned} a1_{uv}(T,f) &= k_{u+v-1, v-u+2M-1}(T,f), \\ a2_{uv}(T,f) &= k_{u+v, v-u+2M-1}(T,f), \\ M &= (N+3)/4, \end{aligned}$$

25 N es una dimensión más pequeña de la matriz de transferencia $K(T,f)$ y se elige para que M sea entero,

30 - durante la subetapa de filtrado (c3), se separa la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple en cada una de las matrices A_r , siendo r un índice igual a 1 ó 2, y se obtienen así al menos dos matrices filtradas A_r^F correspondientes respectivamente a las matrices A_r y representativas cada una, o bien de la componente de difusión simple, o bien de la componente de difusión múltiple,

35 - la etapa de tratamiento (c) comprende además una subetapa de rotación de datos inversa (c4), que es posterior a la subetapa de filtrado (c3), y durante la cual se calcula una matriz de transferencia sometida a función ventana filtrada $K^F(T,f)=[k^F_{ij}(T,f)]$, donde:

- cuando i-j es par: $k^F_{ij}(T,f)=a1^F_{(i-j)/2+M, (i+j)/2}$,

40 - cuando i-j es impar: $k^F_{ij}(T,f)=a2^F_{(i-j-1)/2+M, (i+j-1)/2}$;

- durante la subetapa de filtrado (c3), se calculan las dos matrices A_r^F mediante la fórmula: $A_r^F = S^t S^* A_r$, donde:

- $S=[s_u]$ es un vector columna, siendo $^t S^*$ la traspuesta del vector conjugado del vector S,

45 - las componentes S_u del vector S son números complejos iguales a:

$$s_u = \exp \left\{ j \frac{k}{2R} y_u^2 \right\} / \sqrt{L},$$

50 - k es el número de onda,

- $R=c.T/2$,

$$y_u = (x_i - x_j) / \sqrt{2}, \quad \text{con } u=(i-j)/2+M \text{ si } r=1 \text{ y } u=(i-j-1)/2+M \text{ si } r=2,$$

55 - x_i y x_j son las abscisas de los transductores de índices i y j según un eje X, extendiéndose el conjunto de transductores al menos según dicho eje X,

- $L=2M-1$ para $r=1$ y $L=2M-2$ para $r=2$,

siendo dichas matrices A_r^F representativas de la componente de difusión simple;

5 - durante la subetapa de filtrado (c3):

- se descomponen en valores singulares cada una de las matrices A_r determinando así, para cada una de las matrices A_r , M valores singulares $\lambda_{i,r}$, siendo i un índice comprendido entre 1 y M , estando los valores singulares ordenados por orden decreciente para i creciente,

10 - para cada matriz A_r , se atribuyen a la difusión simple los p valores singulares más importantes de $\lambda_{1,r}$ a $\lambda_{p,r}$, estando p comprendido entre 1 y M , y se atribuyen a la difusión múltiple los otros eventuales valores singulares no nulos;

15 - la determinación de los p valores singulares atribuidos a la difusión simple se realiza de manera iterativa, de la siguiente manera:

(c31) se fija inicialmente $q = 1$;

$$\tilde{\lambda}_{q,r} = \frac{\lambda_{q,r}}{\sqrt{\frac{1}{Mr+1-q} \sum_{m=q}^{Mr} \lambda_{m,r}^2}},$$

20 (c32) se calcula un valor singular normalizado a partir de $Mr=M-1$ si $r=2$,

con $Mr=M$ si $r=1$ y

(c33) si $\tilde{\lambda}_{q,r}$ es al menos igual a un valor umbral predeterminado $\tilde{\lambda}_{\max}$, se atribuye $\tilde{\lambda}_{q,r}$ a la difusión simple y se vuelve a iterar la subetapa (c32) incrementando q en una unidad,

25 (c34) si $\tilde{\lambda}_{q,r}$ es inferior al valor umbral $\tilde{\lambda}_{\max}$, se atribuyen $\tilde{\lambda}_{q,r}$ y los eventuales valores singulares siguientes a la difusión múltiple;

- dichas ondas se eligen entre las ondas mecánicas y las ondas electromagnéticas.

30 Por otro lado, la invención también tiene por objeto un dispositivo para la puesta en práctica de un procedimiento de sondeo tal como se definió anteriormente, que comprende un conjunto de transductores adaptados para emitir una onda incidente en un medio difusor y para captar señales representativas de una onda reflejada reverberada por el medio a partir de la onda incidente, comprendiendo dichas señales captadas:

35 - una componente de difusión simple, representativa de trayectos de onda en los que la onda reflejada resulta de una única reflexión de la onda incidente por cada difusor del medio,

40 - y dado el caso una componente de difusión múltiple, representativa de trayectos de onda en los que la onda reflejada resulta de varias reflexiones sucesivas de la onda incidente sobre los difusores del medio antes de alcanzar el conjunto de transductores,

comprendiendo dicho dispositivo además medios de tratamiento adaptados para tratar dichas señales captadas con vistas a determinar características del medio, caracterizado porque los medios de tratamiento están adaptados para extraer al menos una componente elegida entre la componente de difusión múltiple y la componente de difusión simple, mediante filtrado de al menos una matriz de transferencia frecuencial representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores, estando los medios de tratamiento adaptados para:

45 - determinar una matriz de transferencia sometida a función ventana, determinando al menos una matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)=[k_{ij}(T,f)]$ correspondiente a una matriz temporal sometida a función ventana de respuesta entre elementos $K(T,t)=[k_{ij}(T,t)]$, correspondiendo dicha matriz temporal sometida a función ventana de respuesta entre elementos, en una ventana temporal próxima a un tiempo T y de duración Δt , a las respuestas temporales $h_{ij}(t)$ entre transductores del conjunto de transductores, siendo f la frecuencia,

55 - separar mediante filtrado la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple en cada matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en función de la coherencia de los coeficientes $k_{ij}(T,f)$ de la matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en cada antidiagonal de dicha matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$.

Descripción de las figuras

Otras características y ventajas de la invención se desprenderán a lo largo de la siguiente descripción de varios de sus modos de realización, facilitados a modo de ejemplos no limitativos, con referencia a los dibujos adjuntos.

En los dibujos:

- la figura 1 es una vista esquemática de un dispositivo para la puesta en práctica de un procedimiento según un modo de realización de la invención,

- la figura 2 es un esquema que representa dos caminos de difusión simple que contribuyen al campo retrodifundido por el medio sondeado en el tiempo $T=2R/c$ en el ejemplo de la figura 1,

- la figura 3 es un esquema que representa dos caminos de difusión múltiple que contribuyen al campo retrodifundido por el medio sondeado en el tiempo $T=2R/c$ en el ejemplo de la figura 1,

- las figuras 4 y 5 ilustran una subetapa de rotación de datos que pertenece a un modo de realización del procedimiento según la invención, durante la cual se extraen dos matrices A1 y A2 de cada matriz frecuencial de transferencia sometida a función ventana K,

- la figura 6 ilustra una subetapa de rotación de datos inversa durante la cual se determina una matriz de transferencia filtrada K^F a partir de las matrices A1 y A2 mencionadas anteriormente, tras el filtrado de dichas matrices,

- la figura 7 ilustra un proceso iterativo que puede usarse para el filtrado de las matrices A1 y A2 mediante descomposición en valores singulares,

- la figura 8 ilustra un dispositivo experimental usado en un experimento de detección de diana en medio difusor,

- las figuras 9 y 10 son ejemplos de imagen del medio de la figura 8, obtenidas mediante ecografía clásica (con una escala de grises lineal para la figura 9 y una escala logarítmica para la figura 10),

- las figuras 11 y 12 son gráficos de distancia-frecuencia en los que la escala de grises muestra el primer valor singular normalizado en función de la frecuencia f y de la distancia R con respecto al conjunto de transductores en el dispositivo de la figura 8, tras el filtrado mediante descomposición en valores singulares (sin efecto de umbral en la figura 11 y limitándose a los valores singulares superiores en un umbral predeterminado en la figura 12),

- la figura 13 es una imagen del medio reconstituido mediante repropagación digital de los vectores propios, tras la descomposición en valores singulares del operador de inversión temporal,

- la figura 14 es un gráfico que proporciona la amplitud normalizada A de los píxeles de la imagen del medio del dispositivo de la figura 8, en un plano perpendicular al eje Z y que pasa por la diana, en ecografía clásica y tras un filtrado mediante descomposición en valores singulares según un modo de realización de la invención,

- la figura 15 es un gráfico que proporciona la curva medida de la intensidad difundida de manera simple $I^S(X=0, T)$ (representada mediante puntos en forma de pequeños círculos) y la curva teórica de esta intensidad para un recorrido libre de extinción $I_{ext}=50$ mm,

- la figura 16 es un gráfico similar (en escala logarítmica) que proporciona la curva medida de la intensidad difundida de manera múltiple $I^M(X=0, T)$ (representada mediante puntos en forma de pequeños círculos) y la curva teórica de esta intensidad para cuatro valores de recorrido libre medio elástico I_e , estando estas curvas normalizadas mediante el máximo de I^S ,

- y la figura 17 es una imagen ecográfica de tejidos humanos, acoplada a un gráfico cuyo nivel de grises proporciona el valor de un índice de fiabilidad basado en la importancia relativa de la difusión múltiple.

Descripción detallada de la invención

La figura 1 muestra un ejemplo de dispositivo adaptado para sondear un medio (1) mediante emisión y recepción de ondas. La invención se describirá más particularmente a continuación en el caso en el que las ondas en cuestión son ondas ultrasónicas (por ejemplo de frecuencias comprendidas entre 2 y 4 MHz), pero la invención también es aplicable a ondas de cualquier naturaleza, por ejemplo ondas mecánicas distintas de las ondas ultrasónicas de compresión, ondas electromagnéticas, u otras.

El medio (1) es difusor para las ondas consideradas, es decir que es heterogéneo y/o contiene difusores (2) distribuidos de manera aleatoria y que pueden reflejar las ondas emitidas en el medio (1).

El medio (1) en cuestión puede ser por ejemplo una parte del cuerpo humano, y los difusores (2) pueden ser concretamente partículas de pequeño tamaño, no resueltas, contenidas en el medio (1) (en ecografía tales difusores generan imágenes denominadas "speckle" ("granulares")). Evidentemente, el medio (1) que va a sondearse puede ser otro, por ejemplo una parte de un objeto industrial cuya estructura desea controlarse en el contexto de un control no destructivo.

El dispositivo de sondeo representado en la figura 1 comprende un conjunto (3) de transductores (4), por ejemplo una red lineal de transductores de ultrasonidos que pueden presentarse de manera clásica en forma de una barra rígida puesta en contacto con el medio (1). Este conjunto (3) comprende un número N de transductores, pudiendo N estar comprendido por ejemplo entre 100 y 500. Puede usarse por ejemplo una barra de un centenar de transductores (4) que tienen cada uno un ancho de aproximadamente 0,39 mm de ancho. Se observará que los transductores (4) son en este caso transductores de ultrasonidos que pueden transformar una señal eléctrica en ondas ultrasónicas de compresión o a la inversa, pero en el sentido de la presente patente, se denominará transductor más generalmente a cualquier dispositivo que puede transformar una señal eléctrica en una onda de cualquier naturaleza (onda mecánica, onda electromagnética, etc.) y a la inversa.

Cada transductor (4) del conjunto (3) puede controlarse individualmente por una unidad (5) central (UC) que comprende por ejemplo medios de los medios digitales de tratamiento de señales, pudiendo esta unidad (5) central por ejemplo estar adaptada para presentar una imagen del medio (1) en una pantalla (6).

Para sondear el medio (1), la unidad (5) central envía a los transductores (4) señales eléctricas que se transforman por dichos transductores en ondas emitidas en el medio (1), en este caso ondas ultrasónicas de compresión, y estas ondas se reflejan parcialmente por los difusores (2) contenidos en el medio. Una parte de las ondas difundidas (o ecos) vuelve por tanto hacia los transductores (4) que las captan y las transforman en señales eléctricas de recepción tratadas a continuación por la unidad (5) central.

Estas ondas vuelven hacia los transductores (4):

- o bien tras haberse reflejado una única vez por los difusores (2) (por ejemplo según el trayecto esquematizado en línea discontinua en la figura 1), es decir, tras haber experimentado una difusión simple,

- o bien tras haberse reflejado sucesivamente sobre varios difusores (2) (por ejemplo según el trayecto esquematizado en línea continua en la figura 1), es decir, tras haber experimentado una difusión múltiple.

La onda total difundida por el medio (1) y reenviada hacia los transductores (4), comprende por tanto dos contribuciones:

- una contribución denominada "de difusión simple", que corresponde a los casos en los que la onda incidente sólo experimenta una única reflexión por cada difusor (2) del medio (1) antes de volver hacia los transductores (4),

- una contribución denominada "de difusión múltiple", que corresponde a los casos en los que la onda incidente experimenta varias reflexiones sucesivas sobre los difusores (2) del medio antes de alcanzar los transductores (4).

La presente invención permite separar estas dos contribuciones mediante filtrado, con el fin de usar únicamente una de ellas o tratarlas por separado. Por ejemplo:

- la contribución de difusión simple es útil para construir una imagen del medio, concretamente mediante ecografía en el caso descrito en este caso (pero también podría tratarse de una imagen sismográfica en el caso de ondas sísmicas, o una imagen de radar en el caso de ondas electromagnéticas, u otras): en efecto, dado que cada difusor (2) sólo interacciona una única vez con la onda incidente, existe una equivalencia directa entre el tiempo de llegada de cada eco y la distancia que separa al sensor y al difusor que ha generado ese eco. La detección de una señal de eco en un instante dado es el signo de la presencia de un difusor (2) a la distancia correspondiente al tiempo de llegada del eco. Entonces puede construirse una imagen de la reflectividad del medio, es decir de la posición de las diferentes dianas difusoras en el interior del medio, a partir de las señales registradas;

- la contribución de difusión múltiple también puede ser útil para fines de caracterización de los medios desordenados, ya que permite medir parámetros estáticos tales como el recorrido libre medio o el coeficiente de difusión de una onda que se propaga a través de un medio aleatorio; la importancia relativa de esta contribución de difusión múltiple también permite caracterizar la fiabilidad de una imagen del medio (1), obtenida por ejemplo mediante ecografía.

Con el fin de separar las contribuciones de difusión simple y de difusión múltiple, se registran en primer lugar las respuestas entre elementos de cada par de transductores (4) del conjunto (3).

Para ello, tal como se representa en la figura 2, se envía una onda incidente correspondiente a una señal pulsada desde cada transductor n.º *i* del conjunto (3) (de abscisa x_i) durante una etapa de emisión (a) y la onda

retrodifundida (reverberada) por el medio tras la emisión de esta onda incidente, se registra por cada transductor $n.^o j$ (de abscisa x_j) durante una etapa de medición (b). Durante esta operación, cada transductor j capta una señal temporal $h_{ij}(t)$ tras una emisión por el transductor i . Esta operación se realiza para todos los pares emisores/receptores posibles del conjunto (3), es decir, en la práctica para todos los pares de transductores (4).

El conjunto de las respuestas N^2 forma una matriz temporal de respuesta entre elementos $H(t)=[h_{ij}(t)]$, matriz cuadrada de dimensión $N*N$, que es la respuesta global del medio (1). Se observará que la matriz temporal de respuesta entre elementos $H(t)$ puede adquirirse eventualmente de manera más rápida, sin hacer que cada transductor i del conjunto (3) emita sucesivamente una señal pulsada, procediendo por ejemplo tal como se enseña en el documento WO-A-2004/086557.

Las señales $h_{ij}(t)$ se digitalizan (por ejemplo en 9 bits, u otro), se muestrean (por ejemplo con un muestreo a 20 MHz para ondas ultrasónicas) y se registran por la unidad (5) central.

La unidad (5) central procede a continuación a una etapa de tratamiento (c), que comprende una subetapa inicial (c1) de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana.

Durante esta subetapa (c1), en primer lugar cada respuesta pulsada $h_{ij}(t)$ se trunca (se somete a función ventana) en ventanas de tiempo sucesivas, de duración Δt .

Se obtiene así una serie de matrices temporales sometidas a función ventana $K(T,t)=[k_{ij}(T,t)]$ de dimensión $N*N$, en las que $k_{ij}(T,t)$ es la contribución a $h_{ij}(t)$ correspondiente a la ventana de tiempo $[T-\Delta t/2; T+\Delta t/2]$, es decir:

$$k_{ij}(T,t) = h_{ij}(t) \times W_R(t - T) \quad (1)$$

con:

- $W_R(t)=1$ para $t \in [-\Delta t/2; +\Delta t/2]$ y $W_R(t)=0$ para todo lo demás,

- $R=c.T/2$ es una distancia medida desde el conjunto (3) de transductores (véase la figura 2), según un eje z perpendicular a la dirección longitudinal x de dicho conjunto de transductores (que constituye una red lineal en el ejemplo considerado en este caso),

- c es la celeridad de la onda en el medio (1) (es decir en el caso particular de los ultrasonidos en el agua o en tejidos blandos del cuerpo humano, $c=1,5 \text{ mm}/\mu\text{s}$),

- Δt es una duración predeterminada correspondiente a una distancia $AR=c.\Delta t$ recorrida por la onda, pudiendo estar los intervalos de tiempo mencionados anteriormente $[T-\Delta t/2; T+\Delta t/2]$ ventajosamente unidos, es decir, cubrir totalmente un periodo de tiempo determinado (dicho de otro modo, el tratamiento realizado cubre una profundidad de campo, es decir un intervalo de valores de R que también es continuo).

Durante la subetapa (c1), se procede a continuación a una transformada de Fourier discreta de los coeficientes de la matriz $K(T,t)$, para obtener así para cada valor de T , una matriz de transferencia de dimensión $N*N$ que se denominará matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)=[k_{ij}(T,f)]$, en la que $k_{ij}(T,f)$ es la transformada de Fourier discreta de $k_{ij}(T,t)$ y f es la frecuencia.

A partir de estas matrices de transferencia frecuenciales sometidas a función ventana $K(T,f)$, pueden separarse las contribuciones de difusión simple y múltiple, mediante filtrado, durante una subetapa posterior de filtrado (c3) perteneciente a la etapa de tratamiento (c).

En particular, durante esta subetapa posterior de filtrado (c3), puede separarse la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple en cada matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en función de la coherencia de los coeficientes $k_{ij}(T,f)$ de la matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en cada antidiagonal de dicha matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ (se denomina antidiagonal a una alineación de coeficientes $k_{ij}(T,f)$ de dicha matriz, de tal manera que $i+j$ sea constante).

En efecto, las ondas difundidas de manera simple presentan una coherencia particular según las antidiagonales de la matriz $K(T,f)$ mientras que las ondas difundidas de manera múltiple tienen un aspecto aleatorio y no presentan dirección de coherencia privilegiada en dicha matriz $K(T,f)$. Filtrando juiciosamente estas antidiagonales, pueden separarse así las dos contribuciones.

Esta propiedad puede explicarse de la siguiente manera.

Cada una de las respuestas pulsadas $h_{ij}(t)$ puede descomponerse de la siguiente forma:

$$h_{ij}(t) = h_{ij}^S(t) + h_{ij}^M(t) \quad (2)$$

5 donde $h_{ij}^S(t)$ y $h_{ij}^M(t)$ corresponden respectivamente a las señales procedentes de la difusión simple (S) y de la difusión múltiple (M).

De la misma manera, los coeficientes $k_{ij}(T, f)$ de la matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana

$k_{ij}(T, f) = k_{ij}^S(T, f) + k_{ij}^M(T, f)$, donde $k_{ij}^S(T, f)$ es la
10 contribución de difusión simple y $k_{ij}^M(T, f)$ es la contribución de difusión múltiple.

Cada contribución $k_{ij}^S(T, f)$ puede considerarse como la suma de ondas parciales asociadas a varios caminos de difusión simple de los cuales se representan dos ejemplos (camino d_1 y d_2) en la figura 2. Las ondas difundidas de manera simple que llegan a la red de sensores en la ventana de tiempo $[T-\Delta t/2; T+\Delta t/2]$ corresponden a la reflexión de la onda inicial sobre difusores situados en una zona del medio de grosor $AR=c\Delta t$, a la profundidad $R=cT/2$.

Se habla de "volumen isócrono" para designar el conjunto de los puntos que, en un instante T dado, contribuyen a la señal captada en la red. En realidad, el volumen isócrono no es exactamente un tramo paralelo a la superficie de la barra sino que resulta de la superposición de elipses que tienen como centros el elemento emisor (i) y el elemento receptor (j). En campo lejano, es decir cuando R es lo suficientemente grande, se asimila el volumen isócrono a un tramo de grosor ΔR paralelo a la red y distante de la misma en $R=cT/2$.

La respuesta k_{ij}^S entre los elementos i y j puede descomponerse en una suma de ondas parciales procedentes de la reflexión sobre los N_d difusores del volumen isócrono. A dos dimensiones, en el contexto de la aproximación paraxial, puede escribirse $k_{ij}^S(T, f)$ de la siguiente forma:

$$k_{ij}^S(T, f) = \frac{\exp(2jkR)}{R} \sum_{d=1}^{N_d} A_d \exp \left\{ j \frac{k}{2R} \left[(x_i - X_d)^2 + (x_j - X_d)^2 \right] \right\} \quad (3)$$

30 donde el entero d designa el $d^{\text{ésimo}}$ camino de difusión simple que contribuye a la señal recibida en el tiempo T , X_d es la posición transversal del difusor d (según el eje X), k es el número de onda en el medio ambiente ($k=2\pi/\lambda$, siendo λ la longitud de onda) y A_d es una amplitud que caracteriza la reflectividad del difusor d .

Se observará que en la ecuación (3) anterior y en las otras ecuaciones de la presente solicitud de patente, j es el número imaginario de tal manera que $j^2=-1$ cuando no está en un índice, pero designa la posición de un elemento de matriz cuando está en un índice.

La contribución de difusión múltiple también puede descomponerse en ondas parciales correspondientes a caminos de difusión múltiple de longitud comprendida en el intervalo $[R-\Delta R/2; R+\Delta R/2]$, tal como se representa en la figura 3 (para dos caminos de índices p y q).

Puede escribirse $k_{ij}^M(T, f)$ de la siguiente forma:

$$k_{ij}^M(T, f) = \sum_{p=1}^{N_p} \frac{\exp[jk(Z_1^{(p)} + Z_2^{(p)})]}{\sqrt{Z_1^{(p)} Z_2^{(p)}}} B_p \exp \left\{ j \frac{k}{2Z_1^{(p)}} (x_i - X_1^{(p)})^2 \right\} \exp \left\{ j \frac{k}{2Z_2^{(p)}} (x_j - X_2^{(p)})^2 \right\} \quad (4)$$

donde el entero p designa el índice del camino de difusión múltiple considerado. Los pares $(X_1^{(p)}, Z_1^{(p)})$ y $(X_2^{(p)}, Z_2^{(p)})$ designan respectivamente las coordenadas del primer y del último difusor del camino p en el ejemplo representado en la figura 3. B_p corresponde a la amplitud compleja de la onda parcial asociada al camino p , desde el primer acontecimiento de difusión $(X_1^{(p)}, Z_1^{(p)})$ hasta el último $(X_2^{(p)}, Z_2^{(p)})$.

Aunque la distribución de los difusores (2) en el medio (1) es totalmente aleatoria y sin correlación entre difusores, la señal asociada a la difusión simple k_{ij}^S presenta una coherencia particular, al contrario que la contribución de difusión múltiple. En efecto, la ecuación (3) puede volver a escribirse de la forma:

$$k_{ij}^S(T, f) = \underbrace{\frac{\exp(2jkR)}{R} \exp\left\{j \frac{k}{4R} (x_i - x_j)^2\right\}}_{\text{contribución determinista}} \times \underbrace{\sum_{d=1}^{N_d} A_d \exp\left\{j \frac{k}{4R} [(x_i + x_j - 2X_d)^2]\right\}}_{\text{contribución aleatoria}} \quad (5)$$

El término que aparece delante de la suma de la ecuación (5) es independiente de la distribución exacta de los difusores, se trata por tanto de una contribución determinista, lo que caracteriza la difusión simple. El término de la derecha es aleatorio, ya que depende explícitamente de la posición de los difusores.

Por el contrario, la señal asociada a la difusión múltiple (ecuación 4) no puede escribirse así.

Esta propiedad de las señales procedentes de la difusión simple se traduce en una coherencia particular según las antidiagonales de cada matriz $K(T, f)$, tal como se ilustra en la figura 4. En efecto, a lo largo de cada antidiagonal, es

decir para los pares emisor (i)/receptor (j) tales que $i+j=\text{constante}$, la contribución aleatoria de k_{ij}^S es constante. Para un medio difusor dado, en régimen de difusión simple, existe por tanto una relación de fase determinista entre los coeficientes de cada matriz $K(T, f)$ situados en la misma antidiagonal.

En cambio, en régimen de difusión múltiple, esta propiedad ya no se verifica y la matriz $K(T, f)$ no presenta

coherencia particular: los elementos k_{ij}^M son independientes unos de otros.

La presente invención permite aprovechar esta propiedad para aislar las contribuciones de difusión simple y múltiple mediante filtrado a partir de las señales medidas experimentalmente, aprovechando la simetría particular de la contribución de difusión simple en el interior de cada matriz $K(T, f)$. Así puede extraerse mediante filtrado:

- la componente de difusión simple $k_{ij}^S(T, f)$ de cada coeficiente $k_{ij}(T, f)$ de la matriz $K(T, f)$, tal que las componentes de difusión simple $k_{ij}^S(T, f)$ son coherentes entre sí en cada antidiagonal de dicha matriz $K(T, f)$,

- y la componente de difusión múltiple $k_{ij}^M(T, f)$ de cada coeficiente $k_{ij}(T, f)$ de la matriz $K(T, f)$, tales que las componentes $k_{ij}^M(T, f)$ son aleatorias y no están correlacionadas entre sí.

A continuación se presentan dos ejemplos de técnicas de filtrado, que pueden usarse para separar las dos contribuciones.

En estas dos técnicas, la etapa de tratamiento (c) comprende las dos subetapas siguientes, tras la subetapa (c1) de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana:

- una subetapa (c2) de rotación de datos, mediante rotación de los datos de cada matriz $K(T, f)$ y creación de dos submatrices $A_1(T, f)$ y $A_2(T, f)$,

- la subetapa (c3) mencionada anteriormente de filtrado, durante la cual se filtran las matrices A_1 y A_2 , concretamente mediante proyección (técnica 1) o mediante descomposición en valores singulares (técnica 2), y se

obtienen entonces dos matrices filtradas, indicadas A_1^F y A_2^F ,

- una subetapa de rotación de datos inversa (c4), que permite reconstituir, a partir de A_1^F y A_2^F , matrices de transferencia filtradas $K^F(T,f)$, que contienen o bien la contribución de difusión simple o bien la contribución de difusión múltiple, según el tipo de filtrado empleado.

5 Estas subetapas de (c2) a (c4) se detallan a continuación.

Subetapa (c2): Rotación de los datos

10 Durante esta subetapa (c2), la unidad (5) central calcula dos matrices $A1(T,f)=[a1_{uv}(T,f)]$ y $A2=[a2_{uv}(T, f)]$ a partir de cada matriz $K(T,f)$, donde:

$$a1_{uv}(T, f) = k_{u+v-1, v-u+2M-1}(T, f),$$

$$a2_{uv}(T, f) = k_{u+v, v-u+2M-1}(T, f),$$

$$M = (N+3) / 4.$$

15 N se elige de manera que M sea un entero: por ejemplo, $N=125$, y $M=32$. Si el número total de transductores (3) es tal que M no es un entero, se trabaja sobre un número reducido N de transductores, tal que $M=(N+3)/4$ sea entero (en el ejemplo particular considerado en este caso, puede usarse por ejemplo una barra de 128 transductores y trabajar únicamente sobre $N=125$ de ellos).

20 Las matrices A1 y A2 son matrices cuadradas constituidas por subconjuntos de la matriz $K(T,f)$ que se pivotan 45° en el sentido antihorario. Estas matrices A1 y A2 se esquematizan respectivamente en las figuras 4 y 5, que deben comprenderse de la siguiente manera:

25 - A1 es una matriz cuadrada de tamaño $(2M-1) \times (2M-1)$ cuyas filas están constituidas por determinadas diagonales de la matriz $K(T,f)$ (una de cada dos), que comprenden los coeficientes de la matriz $K(T,f)$ que están rodeados en la figura 4 (los coeficientes de $K(T,f)$ se esquematizan mediante puntos en las figuras 4 y 5),

30 - A2 es una matriz cuadrada de tamaño $(2M-2) \times (2M-2)$ cuyas filas están constituidas por las otras diagonales de la matriz $K(T,f)$, que comprenden los coeficientes de la matriz $K(T,f)$ que están rodeados en la figura 5.

En adelante, se denominarán $Ar=[ar_{ij}]$ a las matrices A1 y A2 ($r=1$ ó 2) y se denominará L a la dimensión de la matriz Ar (para la matriz A1, se tiene por tanto $L=2M-1$ y para la matriz A2, $L=2M-2$).

35 Debido a la reciprocidad espacial, la matriz K es simétrica con respecto a su diagonal principal D ($k_{ij} = k_{ji}$). La matriz Ar también presenta por tanto una simetría: cada fila de su parte superior es idéntica a una fila de la parte inferior, simétrica con respecto a una mediana horizontal correspondiente a la diagonal principal D. La parte superior de la matriz Ar puede por tanto deducirse directamente de la parte inferior. Así, cada columna de la matriz A1 sólo comprende M coeficientes independientes aunque sea de tamaño $L>M$, y cada columna de la matriz A2 comprende

40 M-1 coeficientes independientes. Más generalmente, el número de coeficientes independientes de la matriz Ar es por tanto un número Mr tal que $Mr=M$ si $r=1$ y $Mr=M-1$ si $r=2$.

Subetapa (c3): Filtrado

45 Durante la subetapa de filtrado (c3), la unidad (5) central separa la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple en cada una de las matrices Ar, siendo r un índice igual a 1 ó 2, y se obtienen así al menos dos matrices filtradas Ar^F correspondientes respectivamente a las dos matrices Ar y representativas cada una, o bien de la componente de difusión simple, o bien de la componente de difusión múltiple.

50 Este filtrado puede realizarse concretamente según la técnica 1 mencionada anteriormente o según la técnica 2 mencionada anteriormente.

1. Técnica 1: Filtrado mediante proyección

55 En esta primera técnica, durante la subetapa de filtrado (c3), la unidad (5) central calcula dos matrices filtradas Ar^F que son representativas de la difusión simple.

Cada una de esas matrices filtradas se calcula mediante la fórmula:

60 $Ar^F = S^t S^* Ar$, donde:

- $S=[S_u]$ es un vector columna, siendo $^tS^*$ la traspuesta del vector conjugado del vector S ,
- las componentes S_u del vector S son números complejos iguales a:

$$s_u = s \cdot \exp \left\{ j \frac{k}{2R} y_u^2 \right\} / \sqrt{L},$$

- s es una constante, en la práctica igual a 1 (y por tanto no mencionada a continuación),

$$y_u = (x_i - x_j) / \sqrt{2}, \quad \text{con } u=(i-j)/2+M \text{ si } r=1 \text{ y } u=(i-j-1)/2+M \text{ si } r=2,$$

- x_i y x_j son las abscisas de los transductores de índices i y j según un eje X , extendiéndose el conjunto de transductores al menos según dicho eje X ,

- $L=2M-1$ para $r=1$ y $L=2M-2$ para $r=2$.

Esta fórmula de cálculo se justifica de la siguiente manera.

Cada matriz Ar es la suma de dos términos, Ar^S y Ar^M , que designan respectivamente las contribuciones debidas a la difusión simple y a la difusión múltiple:

$$Ar = Ar^S + Ar^M \quad (6)$$

La rotación de los datos, es decir el paso de $K(T,f)$ a Ar , se traduce matemáticamente en el cambio de coordenadas $(x_i, x_j) \rightarrow (y_u, y_v)$:

$$y_u = (x_i - x_j) / \sqrt{2} \quad y \quad y_v = (x_i + x_j) / \sqrt{2}$$

La ecuación (5) se reescribe entonces en esta nueva base:

$$ar_{uv}^S(T, f) = \underbrace{\frac{\exp(2jkR)}{R} \exp \left\{ j \frac{k}{2R} y_u^2 \right\}}_{\text{contribución determinista}} \times \underbrace{\Gamma_v}_{\text{contribución aleatoria}} \quad (7)$$

$$\text{donde} \quad \Gamma_v = \sum_{d=1}^{N_d} A_d \exp \left\{ j \frac{k}{2R} \left[(y_v - \sqrt{2} X_d)^2 \right] \right\}.$$

Así, para un medio (1) dado, cada columna de la matriz Ar^S presenta una dependencia según el índice de las filas (u) perfectamente determinada.

En cambio, la contribución de difusión múltiple (ecuación 4) no puede factorizarse tan fácilmente. Incluso tras la rotación de la matriz, el carácter aleatorio de la posición de los difusores permanece tanto en las columnas como en las filas de la matriz Ar^M .

El filtrado de las señales difundidas de manera simple puede realizarse por tanto proyectando las columnas de la matriz total Ar en el espacio "característico de la difusión simple", generado por el vector s de coordenadas:

$$s_u = \exp \left\{ j \frac{k}{2R} y_u^2 \right\} / \sqrt{L} \quad (8).$$

La presencia en el denominador de $\sqrt{L}$ garantiza la normalización del vector S . El vector fila P , resultado de esta proyección, se escribe:

$$\mathbf{P} = \mathbf{S}^* \mathbf{A} \mathbf{r} \quad (9),$$

en el que $\mathbf{S}^*$ es la traspuesta del vector conjugado de $\mathbf{s}$.

5 Las coordenadas del vector $\mathbf{P}$ vienen dadas por:

$$p_v = \sum_u s_u^* a_{uv} = \sum_u s_u^* a_{uv}^S + \sum_u s_u^* a_{uv}^M = \sqrt{L} \frac{\exp(2jkR)}{R} \Gamma_v + \sum_u s_u^* a_{uv}^M \quad (10)$$

$$\sum_u s_u^* a_{uv}^M$$

10 El término residual $\sum_u s_u^* a_{uv}^M$ corresponde a la proyección de las señales difundidas de manera múltiple sobre el vector $\mathbf{S}$.

A continuación, se obtiene la matriz filtrada $\mathbf{A}^F$ multiplicando el vector columna $\mathbf{S}$ por el vector fila $\mathbf{P}$:

$$\mathbf{A}^F = \mathbf{S} \mathbf{P} = \mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^* \cdot \mathbf{A} \quad (11)$$

15 Las coordenadas de la matriz $\mathbf{A}^F$ se escriben entonces:

$$a_{uv}^F = s_u p_v = \frac{\exp(2jkR)}{R} \exp\left\{j \frac{k}{2R} y_u^2\right\} \Gamma_v + s_u \sum_{u'} s_{u'}^* a_{u'v}^M \quad (12)$$

20 El primer término es estrictamente igual a la componente difundida de manera simple (ecuación 7). Por tanto se obtiene:

$$a_{uv}^F = a_{uv}^S + s_u \sum_{u'} s_{u'}^* a_{u'v}^M \quad (13)$$

25 En términos de matrices, la ecuación (13) se reescribe de la siguiente manera:

$$\mathbf{A}^F = \underbrace{\mathbf{A}^S}_{\text{difusión simple}} + \underbrace{\mathbf{S} \cdot \mathbf{S}^* \cdot \mathbf{A}^M}_{\text{ruido residual}} \quad (14)$$

30 La matriz $\mathbf{A}^F$ contiene la contribución asociada a la difusión simple ($\mathbf{A}^S$). Pero también contiene un término residual asociado a la presencia de difusión múltiple ($\mathbf{S} \mathbf{S}^* \mathbf{A}^M$). La persistencia de este término se debe al hecho de que las señales de difusión múltiple no son estrictamente ortogonales al espacio característico de la difusión simple, generado por el vector $\mathbf{S}$.

Por tanto, el filtrado realizado no es perfecto. No obstante, puede evaluarse la importancia del ruido residual.

35 En efecto, tal como se ha visto en el párrafo referente a la rotación de los datos, cada columna de la matriz $\mathbf{A}_1$ sólo dispone de M coeficientes independientes y la matriz $\mathbf{A}_2$ de $M-1$ coeficientes independientes; la contribución de

difusión múltiple se disminuye por tanto en un factor $\sqrt{Mr}$ tras el filtrado. La contribución de difusión simple permanece inalterada, el aumento de razón "señal/ruido", o más exactamente "difusión simple/difusión múltiple" es

40 por tanto del orden de $\sqrt{Mr}$.

La técnica de filtrado descrita anteriormente (técnica 1) debe usarse concretamente cuando se desea extraer una contribución de difusión simple incrustada en la difusión múltiple, es decir en el caso de medios para los que las señales difundidas de manera simple son de amplitud muy baja con respecto a las señales procedentes de difusión múltiple. Esto se aplica concretamente al caso de la detección de dianas ocultas en un medio difusor.

45

2. Técnica 2: Filtrado mediante descomposición en valores singulares

Esta segunda técnica consiste en separar la difusión simple y la múltiple realizando la descomposición en valores singulares o SVD ("Singular Value Decomposition") de las matrices A1 y A2 obtenidas tras la rotación. La SVD tiene en efecto la propiedad de descomponer una matriz en dos subespacios: un espacio denominado "señal" (matriz caracterizada por una importante correlación entre filas y/o columnas de la matriz) y un espacio denominado "ruido" (matriz de aspecto aleatorio, sin correlación entre elementos). Aplicando la SVD a las matrices Ar obtenidas tras la rotación, el espacio señal corresponde a la matriz Ar^S (contribución de difusión simple, caracterizada por una gran correlación según sus columnas) y el espacio ruido está asociado a la matriz Ar^M (contribución de difusión múltiple), con $Ar = Ar^S + Ar^M$ (ecuación 6 ya mencionada en el párrafo referente a la técnica 1).

La SVD de las matrices Ar se escribe de la siguiente manera:

$$Ar = U \Lambda^* V^* = \sum_{i=1}^L \lambda_i U_i^* V_i^* \quad (15)$$

U y V son matrices cuadradas unitarias de dimensión L. Sus columnas respectivas U_i y V_i corresponden a los vectores propios asociados al valor singular $\lambda_{i,r}$. A es una matriz cuadrada diagonal de dimensión L cuyos elementos diagonales corresponden a los valores singulares $\lambda_{i,r}$ ordenados en el orden decreciente. En el párrafo referente a la rotación de datos, se ha demostrado una simetría particular de la matriz Ar: esta matriz sólo comprende Mr filas independientes, por tanto es de rango $Mr < L$. Por tanto la matriz Ar sólo presenta Mr valores singulares no nulos y la ecuación (15) se reescribe:

$$Ar = U \Lambda^* V^* = \sum_{i=1}^{Mr} \lambda_i U_i^* V_i^* \quad (16)$$

Al caracterizarse la difusión simple, tras la rotación de los datos, por una gran coherencia a lo largo de las columnas de las matrices Ar, la SVD hace que aparezca esta contribución en el espacio señal (la contribución de difusión simple se asociará a los valores singulares más elevados) mientras que la contribución de difusión múltiple se asociará a los valores singulares más bajos. En este caso, al contrario que en la primera técnica de filtrado, no se plantean por tanto hipótesis *a priori* sobre la forma de la coherencia que existe en las antidiagonales de la matriz K(T,f) en el caso de la difusión simple, se supone simplemente que existe esta coherencia.

El problema es determinar a qué rango de valor singular corresponde el umbral que separa el espacio "señal" (asociado a la difusión simple) del espacio "ruido" (asociado a la difusión múltiple). Si la ecuación (5) fuera rigurosamente exacta, sólo el primero de los valores singulares correspondería al espacio señal. Cuando las hipótesis que dan lugar a la ecuación (5) no son rigurosamente exactas, la contribución de difusión simple no es de rango 1 y varios valores singulares llevan el resto de esta contribución. Entonces debe establecerse un criterio de separación entre las contribuciones de difusión simple (espacio señal) y de difusión múltiple (espacio ruido).

Para ello, se usan los resultados de la teoría de las matrices aleatorias. Por convenio y por motivos de simplificación, los valores singulares $\lambda_{i,r}$ se normalizan por su media cuadrática:

$$\tilde{\lambda}_{i,r} = \frac{\lambda_{i,r}}{\sqrt{\frac{1}{Mr+1-i} \sum_{m=i}^{Mr} \lambda_{m,r}^2}} \quad (17)$$

Para una matriz de gran dimensión cuyos coeficientes son totalmente aleatorios, sin correlación entre sí, el primer valor singular λ_1 nunca supera un valor $\tilde{\lambda}_{\max} = 2$, en el caso de una matriz cuadrada).

Experimentalmente, la contribución de difusión múltiple no corresponde completamente a una matriz totalmente aleatoria, ya que existen correlaciones residuales entre sensores (concretamente a causa del acoplamiento mecánico o eléctrico entre transductores vecinos del conjunto (3)), lo que modifica $\tilde{\lambda}_{\max}$. Puede establecerse a partir de [A.M. Sengupta and P.P. Mitra, "Distributions of singular values for some random matrices", Phys. Rev. E, Vol. 60(3), págs. 3389-3392, 1999.], la nueva ley de probabilidad para los valores singulares de una matriz de este

tipo y deducir de ella el valor de $\tilde{\lambda}_{\text{máx}}$ que va a permitir definir un criterio de separación objetivo entre el espacio señal y el espacio ruido.

5 Tras la rotación de los datos experimentales, la matriz A_r que va a tratarse (véase la ecuación 6) es por tanto la suma de una matriz A_r^S de rango $p < M$ asociada a la difusión simple y de una matriz A_r^M de rango M asociada a la difusión múltiple que se desea filtrar.

La técnica propuesta es la siguiente: tras haber realizado la SVD, la unidad (5) central considera el primer valor singular $\tilde{\lambda}_{1,r}$ tras la normalización. Si es superior a $\tilde{\lambda}_{\text{máx}}$, esto significa que el primer espacio propio está asociado a difusión simple.

Se itera a continuación el proceso en el rango 2 y en los rangos superiores si es necesario.

15 Tal como se representa en la figura 7, el tratamiento realizado por la unidad (5) central es por tanto un tratamiento iterativo que comprende las siguientes subetapas:

(c31) se fija inicialmente $q=1$,

$$\tilde{\lambda}_{q,r} = \frac{\lambda_{q,r}}{\sqrt{\frac{1}{Mr+1-q} \sum_{m=q}^{Mr} \lambda_{m,r}^2}},$$

20 (c32) se calcula un valor singular normalizado a partir de $\lambda_{q,r}$:

(c33) si $\tilde{\lambda}_{q,r}$ es al menos igual a un valor umbral predeterminado $\tilde{\lambda}_{\text{máx}}$, se atribuye $\tilde{\lambda}_{q,r}$ a la difusión simple y se vuelve a iterar la subetapa (c32) incrementando q en una unidad,

25 (c34) si $\tilde{\lambda}_{q,r}$ es inferior al valor umbral $\tilde{\lambda}_{\text{máx}}$, se atribuyen $\tilde{\lambda}_{q,r}$ y los eventuales valores singulares siguientes a la difusión múltiple.

Si se denomina $p+1$ el rango para el cual $\lambda_{p+1,r} < \lambda_{\text{máx}}$, se obtiene así:

$$A_r^S = \sum_{i=1}^p \lambda_{i,r} U_i U_i^* \quad (19)$$

$$A_r^M = \sum_{i=p+1}^{Mr} \lambda_{i,r} U_i U_i^* \quad (20)$$

30 La matriz A_r^S contiene entonces la contribución de difusión simple (más una contribución de difusión múltiple residual) y la matriz A_r^M está asociada a la difusión múltiple.

35 Se observará que la técnica 2 supone que el primero de los valores singulares normalizado supere el umbral $\tilde{\lambda}_{\text{máx}}$. No puede usarse en los medios altamente difusores, es decir medios para los que la contribución de difusión múltiple es preponderante con respecto a la difusión simple. En este caso, se usará más bien la técnica de filtrado mediante proyección de las antidiagonales en el espacio de difusión simple (técnica 1) para extraer la contribución de difusión simple. Si por el contrario la contribución de difusión simple es preponderante o del mismo orden de magnitud que la difusión múltiple, podrá usarse la técnica de filtrado mediante SVD de las matrices A (técnica 2) y así extraer la contribución de difusión múltiple.

Subetapa (c3): rotación de datos inversa

45 Durante la subetapa de rotación de datos inversa (c4), la unidad (5) central realiza una transformación inversa de la transformación descrita en la subetapa (c1), y calcula así una matriz de transferencia sometida a función ventana filtrada $K^F(T, f) = [k_{ij}^F(T, f)]$, donde:

- cuando $i-j$ es par: $k_{ij}^F(T,f) = a1_{(i-j)/2+M, (i+j)/2}^F$,

- cuando $i-j$ es impar: $k_{ij}^F(T,f) = a2_{(i-j-1)/2+M, (i+j-1)/2}^F$.

5 La matriz $K^F(T,f)$ es una matriz cuadrada de tamaño $(2M-1) \times (2M-1)$, que contiene señales que proceden o bien de la difusión simple, o bien de la difusión múltiple, según el tipo de filtrado aplicado. El procedimiento de rotación inversa de los datos se esquematiza en la figura 6, que muestra que la matriz $K^F(T,f)$ retoma una parte de los coeficientes de las antidiagonales de las matrices $A1(T,f)$ y $A2(T,f)$.

10 Las matrices filtradas $K^F(T,f)$ pueden usarse a continuación de diversas maneras:

- si $K^F(T,f)$ corresponde a la componente de difusión simple, puede usarse concretamente para detectar un punto singular del medio (1) o para construir una imagen del medio (1). Para ello, pueden usarse por ejemplo dos métodos de obtención de imágenes:

15 ➤ Según un primer método de obtención de imágenes, la unidad (5) central puede calcular por ejemplo a partir de cada matriz $K^F(T,f)$, mediante la transformada de Fourier inversa, una matriz temporal sometida a función ventana filtrada de respuesta entre elementos $H^F(T,t)$ después sumar las diferentes matrices temporales $H^F(T,t)$ para obtener una matriz temporal filtrada de respuesta entre elementos $H^F(t)$, representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores. La unidad central realiza entonces la imagen del medio mediante formación de vías a partir de dicha matriz temporal filtrada de respuesta entre elementos $H^F(t)$.

20 ➤ Según un segundo método de obtención de imágenes, denominado método de descomposición del operador de inversión temporal ("método DORT", definido concretamente por Prada *et al.*, "Eigenmodes of the time reversal operator: a solution to selective focusing in multiple-target media", Wave Motion 20 (1994) 151-163, Elsevier Science B.V.), la unidad (5) central puede proceder a las siguientes etapas:

(d1) determinar para cada matriz de transferencia filtrada $K^F(T,f)$ un operador de inversión temporal $ORT(T,f) = K^{F*}(T,f) K^F(T,f)$, correspondiente a la o a cada matriz de transferencia $K^F(T,f)$, siendo $K^{F*}(T,f)$ la matriz conjugada compleja de $K^F(T,f)$,

(d2) determinar al menos vectores propios y/o valores propios de dicho operador de inversión temporal,

(d3) detectar al menos una singularidad en el medio en función al menos de dichos vectores propios y/o de dichos valores propios. Durante esta etapa (d3), pueden determinarse concretamente vectores propios $V_i(f)$ del operador de inversión temporal, después propagar digitalmente esos vectores propios en un modelo digital del medio (1), para determinar una posición de un objeto reverberante en el medio (1) correspondiente a cada vector propio,

40 - si las matrices $K^F(T,f)$ corresponden a la componente de difusión múltiple, pueden usarse concretamente para calcular a partir de dicha componente de difusión múltiple, un índice representativo de la importancia de la difusión múltiple en el medio. En este caso, puede realizarse por ejemplo una imagen (ecográfica u otra) del medio mediante cualquier medio conocido o mediante los métodos mencionados anteriormente, y se cuantifica la fiabilidad de dicha imagen en función de dicho índice representativo de la importancia de la difusión múltiple. Ventajosamente, puede calcularse este índice en varios puntos (concretamente a diversas profundidades R) y se cuantifica la fiabilidad de varias partes de la imagen correspondientes a dichos varios puntos, en función de dicho índice representativo de la importancia de la difusión múltiple.

Ahora van a describirse en detalle varios ejemplos de aplicación posibles del procedimiento según la invención.

50 Aplicación 1: detección de una diana en un medio difusor

La aplicación presentada en este caso consiste en detectar una diana (un reflector grande) oculta en un medio difusor (medio con mucha concentración de difusores pequeños) aislando la contribución de difusión simple procedente de la diana mediante la técnica de filtrado mediante proyección (técnica de filtrado 1 mencionada anteriormente).

60 El dispositivo experimental se representa en la figura 8. Se coloca el conjunto (3) de transductores tal como se describió anteriormente con referencia a la figura 1, en un baño (1) de agua que forma el medio (1). El medio (1) contiene un gran número de difusores (2) dispuestos por ejemplo a una distancia R de aproximadamente 40 mm del conjunto (3) de transductores y sobre una profundidad de campo de aproximadamente 20 mm. Esta distancia R y esta profundidad de campo se miden según el eje Z . Los difusores pueden estar constituidos por ejemplo por un conjunto de vástagos de acero de 0,8 mm de diámetro distribuidos aleatoriamente con una concentración de aproximadamente 12 vástagos/cm². El recorrido libre medio típico para este medio (1) es de 7 mm, de manera que este medio es altamente difusor. La diana (7) se dispone por ejemplo aproximadamente 10 mm detrás del conjunto de los difusores (2). Esta diana (7) puede ser por ejemplo un vástago de acero con un diámetro de 10 mm.

La matriz temporal de respuesta entre elementos $H(t)$ se determina de la siguiente manera: se hace que los transductores emitan una señal que barre linealmente una banda de frecuencia de 2 a 4 MHz ("chirp"). Las señales reverberadas por el medio (1) se registran entonces por los transductores (3) y a continuación se someten a convolución por la señal de emisión con el fin de obtener la respuesta pulsada entre cada par de transductores. El conjunto de transductores puede presentarse en forma de una barra de ecografía de 128 vías con un paso entre elementos de 0,417 mm. La matriz $H(t)$ tiene por tanto un tamaño de 128X128.

A continuación se corta temporalmente según la ecuación (1) con ventanas temporales de longitud $\Delta t = 5,5 \mu s$. Cada ventana se recubre a la mitad con sus vecinas. Se obtiene una serie de matriz $K(T, f)$ y a continuación se realiza el paso en el dominio frecuencial mediante una transformada de Fourier discreta, lo que da lugar a la obtención de una serie de matrices $K(T, f)$. A continuación en el estudio sólo se considerará la banda de frecuencia [2,5 – 3,5] MHz.

Las figuras 9 y 10 muestran imágenes del medio (1) obtenidas a partir de la matriz $H(t)$ (con una escala lineal para la amplitud de la señal en la figura 9 y con una escala logarítmica en la figura 10) mediante los métodos clásicos de ecografía, mediante formación de vías centrada en la emisión y en la recepción. Es imposible distinguir, detectar la diana, situada en este caso a $R=70$ mm. Se detectan claramente los primeros difusores del medio desordenado (en aproximadamente 1 cm de espesor, es decir un espesor comparable al recorrido libre medio) pero a continuación, las señales difundidas de manera múltiple se imponen y entonces se obtiene una imagen de manchas ("speckle"), sin correspondencia física con la presencia de dianas.

Por otro lado, también se ha intentado tratar las señales obtenidas mediante el método DORT mencionado anteriormente, sin el filtrado según la invención. Esto consiste en una descomposición en valores singulares de cada matriz $K(T, f)$:

$$K = U \Lambda^* V^* \quad (21),$$

con las notaciones ya definidas anteriormente.

Se conoce que en ausencia de ruido y para dianas puntuales en régimen de difusión simple, cada valor singular no nulo está asociado a una diana del medio. A cada frecuencia, el valor singular λ_i es proporcional a la reflectividad de la i ésima diana y el vector propio V_i describe la señal que permite volver a centrar una onda sobre el difusor en cuestión. El método DORT permite por tanto distinguir diferentes dianas y centrar la onda selectivamente en cada diana. Además, si una diana puede detectarse en una banda de frecuencia y no en otra, puede seleccionarse la banda de frecuencia en la que se detecta la diana con el fin de construir su imagen, mientras que con la ecografía tradicional, se usa toda la banda de frecuencia de la señal incidente para reconstruir la imagen del medio, lo que degrada la calidad de la imagen final.

El método DORT se ha sometido a prueba en este caso en la serie de matrices $K(T, f)$: se realiza una descomposición en valores singulares (SVD) en cada tiempo de eco T y en cada frecuencia f . Para cada matriz $K(T, f)$, se normaliza el primer valor singular por la media cuadrática de los valores singulares:

$$\tilde{\lambda}_1 = \frac{\lambda_1}{\sqrt{\langle \lambda_i^2 \rangle}} \quad (22)$$

donde $\tilde{\lambda}_1$ representa el 1^{er} valor singular normalizado.

Esta normalización tiene el objetivo de definir un criterio de detección de diana: si $\tilde{\lambda} < \tilde{\lambda}_{\text{umbral}}$ entonces no se detecta ninguna diana, en el caso contrario esto indica la presencia de una diana a la profundidad R correspondiente al tiempo de eco T y a la frecuencia f . El valor umbral $\tilde{\lambda}_{\text{umbral}}$ se determina a partir de la teoría de las matrices aleatorias. En cuanto a la razón "difusión simple con respecto a la difusión múltiple", este valor umbral indica que la diana se detectará si y solamente si:

$$\left[\frac{\sigma_S}{\sigma_M} \right]_{\text{DORT}} > \frac{\tilde{\lambda}_{\text{umbral}}}{\sqrt{N}} \quad (23)$$

donde N es el número de transductores, σ_S representa la amplitud de la señal difundida de manera simple

procedente de la diana y σ_M la amplitud de las señales difundidas de manera múltiple. En el presente caso, el método DORT usado sin el filtrado según la invención no ha permitido la detección de la diana (7) en la configuración experimental estudiada: en ningún tiempo de eco T y ninguna frecuencia f , ha superado el primer valor singular normalizado $\tilde{\lambda}_1$ el valor umbral $\tilde{\lambda}_{\text{umbral}}$. Por otro lado, el método DORT se ha acoplado a un filtrado previo

de la difusión simple mediante proyección de las antidiagonales (método 1 explicado anteriormente). Para ello, se ha aplicado el método DORT, tal como se ha descrito anteriormente, pero sobre la serie de matrices filtradas $K^F(T, f)$ obtenidas mediante el método de filtrado 1 y que contienen esencialmente la contribución de difusión simple. Para cada una de esas matrices, el primer valor singular se normaliza según la ecuación (22). La teoría de las matrices aleatorias permite como anteriormente establecer un criterio de detección de diana de tipo $\tilde{\lambda}_1 > \tilde{\lambda}_{\text{umbral}}$, con una

probabilidad de falsa alarma dada, y dependiendo del valor $\tilde{\lambda}_{\text{umbral}}$: si $\tilde{\lambda}_1 < \tilde{\lambda}_{\text{umbral}}$ no se detecta ninguna diana, en el caso contrario indica la presencia de una diana a la profundidad R correspondiente al tiempo de eco T . Gracias a la extracción previa de la difusión simple, el umbral de detección para el método DORT se mejora notablemente (es decir, disminuye), ya que la amplitud de la contribución de difusión múltiple se ha dividido entre un factor $\sqrt{Mr}$

(véase el párrafo III.2). El umbral de detección de la presente invención se divide por tanto entre un factor $\sqrt{Mr}$ con respecto a lo que se obtiene con el método DORT (ecuación 23) solo.

En la configuración experimental estudiada, en este caso se ha retenido el valor umbral $\tilde{\lambda}_{\text{umbral}}=3$, que corresponde a una probabilidad de falsa alarma inferior al 0,1%. En las figuras 11 y 12 se presenta la evolución de $\tilde{\lambda}_1$ con la distancia R (correspondiente al tiempo de eco T tal que $R=ct/2$) y la frecuencia f , sin aplicación de umbral para la figura 11 y con aplicación de umbral al valor umbral $\tilde{\lambda}_{\text{umbral}}=3$ para la figura 12.

Al contrario que lo que se ha obtenido en las mismas condiciones con el método DORT solo (no había podido detectarse ninguna diana), el filtrado de la difusión simple permite la detección de la diana ya que el primer valor singular $\tilde{\lambda}_1$ supera el valor umbral $\tilde{\lambda}_{\text{umbral}}$ en un determinado intervalo de frecuencia en el tiempo de eco de la diana.

Una vez aplicado el criterio de detección, puede obtenerse la imagen de la diana (figura 13) repropagando digitalmente los vectores propios V_i a profundidades $R(=ct/2)$ y frecuencias f para las que el primer valor singular satisface el criterio de detección. Se obtiene así una imagen de la diana, que permite localizarla, lo que no han podido hacer ni la ecografía ni el método DORT solo.

En la figura 14, se ha comparado la amplitud normalizada de la señal de la imagen en el plano de la diana (7):

- en el caso de la imagen de la figura 13 (curva en línea discontinua), lo que corresponde al filtrado de la contribución de difusión simple acoplado al método DORT),

- y en el caso de la imagen de la figura 9 (curva en línea continua), lo que corresponde a la ecografía clásica.

Puede constatar que la señal obtenida poniendo en práctica la presente invención (curva en línea discontinua) es netamente mejor y permite distinguir fácilmente la diana (7), al contrario que la señal obtenida mediante ecografía clásica. Puede mostrarse en efecto que la mejora de la razón señal a ruido en la imagen final aumenta en N para la ecografía y en $N^{3/2}$ con la técnica de la invención, designando N el número de transductores de la red (3). La imagen ecográfica (línea continua) presenta lóbulos secundarios bastante importantes, debidos a la aberración inducida por el medio difusor. A partir de una imagen de este tipo, no puede concluirse con certidumbre que el pico principal esté efectivamente asociado a la presencia de una diana: estadísticamente, puede tratarse de una falsa alarma debida a las fluctuaciones inherentes al aspecto aleatorio de la difusión múltiple. Para alcanzar una probabilidad de falsa alarma inferior al 0,1%, puede mostrarse que en este caso haría falta que el pico principal tuviera un valor 2,5 veces superior a la media de la amplitud de la imagen ecográfica, lo que no es el caso. Finalmente, el pico principal de la imagen ecográfica no se encuentra exactamente en la posición correcta; por el contrario, la imagen obtenida con la invención no parece experimentar aberración.

En conclusión, la técnica desarrollada en este caso que asocia el filtrado de la difusión simple con el método DORT mejora las capacidades de una red de emisores-receptores para detectar y obtener imágenes de una diana oculta detrás de una pantalla que difunde de manera múltiple las ondas.

Por un lado, el análisis de tiempo-frecuencia puesto en práctica permite seleccionar las bandas de frecuencia favorables a la detección de la diana, selección imposible con la ecografía tradicional. Un análisis teórico basado en

la teoría de las matrices aleatorias permite mostrar que, en condiciones idénticas, la probabilidad de falsas alarmas en medio difusor se vuelve más baja mediante esta técnica.

Por otro lado, esta técnica reduce los efectos de aberración (aparición de lóbulos secundarios, desplazamiento del lóbulo principal...) que presentan las técnicas de obtención de imágenes convencionales.

Aplicación 2: estudio de un medio muy poco difusor

Al contrario que la aplicación anterior, se considera en este caso un medio desordenado poco difusor: la contribución de difusión simple domina entonces a la difusión múltiple. En este tipo de medio, las técnicas convencionales como la ecografía funcionan bien y permiten construir imágenes de reflectividad del medio ya que al ser la difusión múltiple minoritaria, sólo perturba muy poco a la imagen ecográfica obtenida. No obstante, en este caso se busca tener acceso a otras informaciones interesantes en el estudio del medio de propagación: concretamente parámetros que caracterizan puramente la parte difundida de manera múltiple de la onda. Estos parámetros son los diferentes "recorridos libres medios" en el interior del medio; una vez aislada la contribución de difusión múltiple gracias a esta técnica, pueden medirse estos parámetros, lo que no pueden hacer las técnicas clásicas de obtención de imágenes ecográficas.

Cuando una onda se propaga en el interior de un medio difusor aleatorio, pierde progresivamente, de manera exponencial, su coherencia: al cabo de una distancia L , sólo una fracción $\exp(-L/\ell_{ext})$ de la energía inicial continúa propagándose en coherencia con la onda inicial. El parámetro ℓ_{ext} , recorrido libre de extinción global, caracteriza por tanto la distancia de extinción de la parte coherente de la onda. Esta extinción progresiva de la onda coherente tiene dos orígenes distintos: la difusión (en cada encuentro con un difusor, una parte de la coherencia inicial se pierde), y la absorción intrínseca del medio de propagación. A estos dos fenómenos se les asocian otras dos longitudes características: el recorrido libre medio elástico ℓ_e , y el recorrido libre medio de absorción ℓ_a , de tal manera que

$$\exp\left(-\frac{L}{\ell_{ext}}\right) = \underbrace{\exp\left(-\frac{L}{\ell_e}\right)}_{\text{efectos de las pérdidas por difusión}} \times \underbrace{\exp\left(-\frac{L}{\ell_a}\right)}_{\text{efectos de las pérdidas por absorción}}$$

y por tanto

$$\frac{1}{\ell_{ext}} = \frac{1}{\ell_e} + \frac{1}{\ell_a}$$

Medir la longitud de extinción global ℓ_{ext} es interesante, pero no permite distinguir las pérdidas por absorción (ℓ_a) de las pérdidas por difusión (ℓ_e). La técnica de separación de difusión simple/difusión múltiple según la invención, seleccionando en la respuesta del medio la contribución de difusión múltiple, permite medir de manera diferenciada ℓ_e y ℓ_a y así caracterizar más completamente el medio sondeado.

Para ilustrar la fiabilidad y el interés de tales medidas, la técnica de separación de difusión simple/difusión múltiple según la invención se ha aplicado en primer lugar a un medio sintético (gel agar-agar poco difusor). El montaje experimental es similar al de la figura 1, pero la muestra de medio difusor se coloca en un baño de agua a una distancia $a=50$ mm del conjunto (3) de transductores, teniendo esta muestra un espesor $L=100$ mm según el eje Z.

Se extrae la contribución de difusión múltiple en una serie de matrices $K^F(T, f)$ obtenidas mediante la técnica 2 descrita anteriormente.

Una vez aislada la contribución de difusión múltiple, se calcula la intensidad multidifundida media I^M en función de la separación emisor-receptor X (distancia entre el transductor emisor i y el transductor receptor j) y del tiempo de eco T :

$$I^M(X = x_j - x_i, T) = \left\langle \left| k_{ij}^M(T, f) \right|^2 \right\rangle_{\{f, (x_i, x_j)\}} \quad (24)$$

$$\left| k_{ij}^M(t, f) \right|^2$$

Se recuerda que $k_{ij}^M(t, f)$ designa los coeficientes ($i^{\text{ésima}}$ fila, $j^{\text{ésima}}$ columna) de la matriz $K^M(t, f)$. Los símbolos $\langle \dots \rangle$ representan una media realizada por un lado en toda la banda de frecuencia f y por otro lado en todos los pares fuente/receptor (i, j) separados por $X = x_j - x_i$.

- 5 Por otro lado, se proporciona un resultado suplementario mediante el examen de la evolución temporal de las intensidades difundidas de manera simple y múltiple obtenidas en el punto de origen ($X=0$), que se indicarán $I^S(0, T)$ e $I^M(0, T)$. En efecto, la teoría de la transferencia radiante [J. Paasschens, "Solution of the time-dependent Boltzmann equation", Phys. Rev. E, Vol. 56(1), págs. 1135-1141, 1997] muestra que existen soluciones analíticas que predicen la evolución temporal de $I^S(0, T)$ e $I^M(0, T)$. En particular, aparece que la evolución temporal de la intensidad difundida de manera simple $I^S(0, T)$ sólo depende del recorrido libre de extinción l_{ext} .

En el caso del gel agar-agar estudiado en este caso, un ajuste entre la previsión teórica y el resultado del experimento (figura 15) da lugar al valor $l_{ext}=50$ mm.

- 15 Para verificarlo, se ha medido la intensidad difundida total $I(0, T)$ y la intensidad difundida de manera múltiple $I^M(0, T)$ tal como se explicó anteriormente, y se ha deducido la intensidad difundida de manera simple $I^S(0, T)$ mediante diferencia. Como variante, puede medirse $I^S(0, T)$ aplicando la fórmula 24 no ya a los coeficientes de la matriz $K^M(t, f)$ sino a los coeficientes de la matriz $K^S(t, f)$ determinada por ejemplo según el método 2 descrito anteriormente. La curva medida de $I^S(0, T)$, representada por puntos en la figura 15, se ha normalizado por su máximo (fijado a 1). Se ha calculado por otro lado la evolución temporal de $I^S(0, T)$ predicha por la solución exacta de la ecuación de transferencia radiante, para varios recorridos medios de extinción. Esta curva, también normalizada fijando su valor máximo a 1, se ajusta en la curva experimental para un recorrido libre de extinción $l_{ext}=50$ mm (curva en línea continua en la figura 15), lo que permite determinar que $l_{ext}=50$ mm.

- 25 Si se considera ahora la evolución temporal de la intensidad difundida de manera múltiple $I^M(X=0, T)$, la teoría muestra que depende de manera distinta de los recorridos libres medios l_e y l_a . Así, l_e puede determinarse mediante ajuste de las medidas experimentales de $I^M(X=0, T)$ con la teoría (figura 16), lo que da $l_e=1000$ mm. Se obtiene este resultado determinando cuál es el valor de l_e para el cual la curva teórica de $I^M(X=0, T)$ se ajusta sobre la curva experimental (curva EXP materializada por puntos en forma de pequeños círculos en la figura 16). Se deduce l_a

$$\frac{1}{l_{ext}} = \frac{1}{l_e} + \frac{1}{l_a},$$

- 30 mediante la fórmula $\frac{1}{l_{ext}} = \frac{1}{l_e} + \frac{1}{l_a}$, lo que da $l_a=50$ mm.

El hecho de poder separar la contribución de difusión simple y la contribución de difusión múltiple permite por tanto medir de manera distinta las pérdidas por absorción de las pérdidas por difusión. En este caso, la muestra estudiada resulta ser mucho más absorbente que difusora ya que se encuentra un recorrido libre medio elástico l_e de ~ 1000 mm mientras que el recorrido libre de absorción l_a es del orden de 50 mm.

- Este experimento muestra que la invención permite caracterizar mejor el medio difusor, midiendo por separado parámetros difusores (l_e , l_a), lo que la ecografía tradicional no permite hacer. En este caso, se ha considerado un caso extremo (gel poco difusor) en el que la razón I^M/I^S es particularmente baja, pero la técnica también funciona para medios más difusores para los que la razón I^M/I^S es próxima a la unidad.

Aplicación 3: obtención de imágenes por ultrasonidos del cuerpo humano

- El montaje experimental de la figura 1 se ha usado para obtener imágenes en el interior de un voluntario, mediante ecografía clásica. La imagen obtenida se representa en la figura 17.

- En paralelo, se ha usado la técnica de filtrado 2 para determinar la intensidad difundida de manera múltiple I^M , como en la aplicación 2 anterior y calcular a continuación una razón I^M/I , en la que I es la intensidad difundida total, en función de la distancia R medida según el eje Z (es decir en función del tiempo t de ida y vuelta de la onda difundida de manera simple). Los valores de la razón I^M/I , que es un índice de fiabilidad comprendido entre 0 y 1 representativo de la cantidad de difusión múltiple (y por tanto también representativo de la importancia de la difusión simple en el medio (1)) se han traducido en nivel de grises en la barra situada en la parte superior de la figura 17, que permite así determinar la razón I^M/I en función de t (esta razón podrá traducirse en niveles de colores o mediante una curva). En la figura 17, la línea vertical indica el límite de t (y por tanto de R) a partir del cual la razón I^M/I alcanza un umbral crítico (en este caso por ejemplo 0,5) más allá del cual ya no puede confiarse en la imagen ecográfica, basándose en el hecho de que la difusión simple es predominante.

- Por tanto puede proporcionarse una ayuda a los profesionales en materia de obtención de imágenes médicas u otras, proporcionándoles una información suplementaria en cuanto a la fiabilidad de la imagen. En efecto, cuando la difusión múltiple se vuelve preponderante, la imagen ecográfica ya no tiene sentido y la difusión múltiple puede ser una fuente de errores.

Otras aplicaciones:

Con respecto a la extracción de la difusión simple y su posible aplicación a la detección de una diana oculta en un medio difusor, pueden mencionarse dos ejemplos de aplicaciones suplementarias:

5 - en control no destructivo (CND): en materiales tales como el hormigón o incluso los aceros de grano, la difusión múltiple está lejos de ser despreciable y la detección de fisuras o de defectos puede resultar difícil en tales medios. La extracción de la contribución de difusión simple según la invención puede aliviar este inconveniente.

10 - la detección de dianas ocultas en la tierra (por ejemplo objetos sólidos, cavidades, bolsas de fluidos...): el suelo es un medio difusor con respecto a las ondas usadas para detectar los objetos ocultos. El filtrado de la difusión simple según la invención, acoplado al método DORT, proporciona resultados mucho mejores que la ecografía convencional en tales medios.

15 - la técnica de filtrado de la difusión simple mediante proyección según las antidiagonales también puede aplicarse a datos simplemente con ruido. Es con frecuencia el caso con los datos "reales" tales como en CND o en acústica submarina en los que las razones señal/ruido son muy bajas. En este caso, el método DORT con un filtrado previo de las antidiagonales proporcionará un resultado más ventajoso que el obtenido en ecografía en cuanto a la probabilidad de falsas alarmas. Este método también reducirá los efectos de aberración a los que se enfrentan las técnicas clásicas de obtención de imágenes.

Con respecto a la extracción de la difusión múltiple y la posibilidad de realizar una caracterización del medio a partir de sus parámetros difusores, una vez más las posibilidades de aplicación son diversas:

25 - la obtención de imágenes médicas: con frecuencia olvidada o despreciada en los tejidos blandos del cuerpo humano, la difusión múltiple de los ultrasonidos existe. La invención permite extraerla con el fin de caracterizar los diferentes tejidos sondeados en el cuerpo humano. Esto permite nuevas medidas que la ecografía convencional no puede proporcionar. Por ejemplo, en presencia de un tumor, se implanta una vascularización importante con una red microscópica de vasos para alimentar el mismo. Puede pensarse razonablemente que una vascularización de este tipo conduce a un aumento de la intensidad difundida de manera múltiple y por tanto será detectable con la técnica de la invención. Esto permitirá entonces cuantificar la angiogénesis de los tumores y ofrecerá un diagnóstico mejor que el que se obtiene actualmente. Otro ejemplo se proporciona por el seguimiento de la osteoporosis. En efecto los huesos, cuando se vuelven porosos, son particularmente difusores. La extracción de la difusión múltiple permitirá obtener medidas de parámetros difusores y obtener imágenes de la porosidad local del hueso.

35 - el control no destructivo: materiales tales como los aceros de grano, el hormigón y más generalmente los medios granulares, son el centro de difusión múltiple. La extracción de la difusión múltiple, incluso en pequeña cantidad, permitirá entonces caracterizar y/u obtener imágenes de los materiales a partir de su comportamiento difusor y asociar esto a la microarquitectura del material sondeado.

40 - en el campo de las medidas sísmicas y los estudios del subsuelo, la separación de las dos contribuciones de difusión simple y múltiple es generalmente beneficiosa.

REIVINDICACIONES

1. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas usando un conjunto (3) de transductores, comprendiendo dicho procedimiento:

(a) una etapa de emisión durante la cual se hace que el conjunto (3) de transductores emita una onda incidente en un medio (1) difusor para dicha onda,

(b) una etapa de medición durante la cual se hace que dicho conjunto (3) de transductores capte señales representativas de una onda reflejada reverberada por el medio (1) a partir de la onda incidente, comprendiendo dichas señales captadas:

- una componente de difusión simple, representativa de trayectos de onda en los que la onda reflejada resulta de una única reflexión de la onda incidente por cada difusor del medio,

- y dado el caso una componente de difusión múltiple, representativa de trayectos de onda en los que la onda reflejada resulta de varias reflexiones sucesivas de la onda incidente sobre los difusores del medio antes de alcanzar el conjunto de transductores,

(c) una etapa de tratamiento durante la cual se tratan dichas señales captadas con vistas a determinar características del medio,

caracterizado porque durante la etapa de tratamiento (c), se extrae al menos una componente elegida entre la componente de difusión múltiple y la componente de difusión simple, mediante filtrado de al menos una matriz de transferencia frecuencial representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores, comprendiendo la etapa de tratamiento (c) al menos las siguientes subetapas:

(c1) una subetapa de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana durante la cual se determina al menos una matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)=[k_{ij}(T,f)]$ correspondiente a una matriz temporal sometida a función ventana de respuesta entre elementos $K(T,t)=[k_{ij}(T,t)]$, correspondiendo dicha matriz temporal sometida a función ventana de respuesta entre elementos, en una ventana temporal próxima a un tiempo T y de duración Δt , a las respuestas temporales $h_{ij}(t)$ entre transductores del conjunto de transductores, siendo f la frecuencia,

(c3) una subetapa de filtrado durante la cual se separa la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple en cada matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en función de la coherencia de los coeficientes $k_{ij}(T,f)$ de la matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en cada antidiagonal de dicha matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$.

2. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 1, caracterizado porque la componente de difusión múltiple es no nula.

3. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 1 o la reivindicación 2, caracterizado porque durante la etapa de tratamiento (c), se extrae la componente de difusión simple y se usa dicha componente de difusión simple para detectar al menos un punto singular en el medio.

4. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 3, caracterizado porque durante la etapa de tratamiento (c), se realiza una imagen del medio a partir de dicha componente de difusión simple.

5. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 4, caracterizado porque durante la etapa de tratamiento (c), se determina dicha componente de difusión simple en forma de una matriz temporal filtrada de respuesta entre elementos H^F , representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores, y se realiza la imagen del medio mediante formación de vía a partir de dicha matriz temporal filtrada de respuesta entre elementos H^F .

6. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 4, caracterizado porque durante la etapa de tratamiento (c), se determina dicha componente de difusión simple en forma de al menos una matriz de transferencia frecuencial filtrada K^F , representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores, y se realiza la imagen del medio mediante el método de descomposición del operador de inversión temporal $K^{F*} \cdot K^F$, en el que K^{F*} es la matriz conjugada compleja de dicha matriz de transferencia frecuencial filtrada K^F .

7. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 1 o la reivindicación 2, caracterizado porque durante la etapa de tratamiento (c), se extrae la componente de difusión múltiple y se calcula a partir de dicha componente de difusión múltiple un índice de fiabilidad representativo de la importancia de la difusión

simple en el medio.

8. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 7, caracterizado porque durante la etapa de tratamiento (c), se realiza una imagen del medio y se cuantifica la fiabilidad de dicha imagen en función de dicho índice de fiabilidad.

9. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 8, caracterizado porque durante la etapa de tratamiento (c), se calcula en varios puntos dicho índice de fiabilidad y se cuantifica la fiabilidad de varias partes de la imagen correspondiente a dichos varios puntos, en función de dicho índice de fiabilidad.

10. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según una cualquiera de las reivindicaciones anteriores, caracterizado porque durante la subetapa de filtrado (c3), se extrae una componente de difusión simple $k_{ij}^S(T, f)$ de cada coeficiente $k_{ij}(T, f)$ de la matriz $K(T, f)$, de tal manera que las componentes de difusión simple $k_{ij}^S(T, f)$ son coherentes entre sí en cada antidiagonal de dicha matriz $K(T, f)$.

11. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según una cualquiera de las reivindicaciones anteriores, caracterizado porque durante la subetapa de filtrado (c3), se extrae una componente de difusión múltiple $k_{ij}^M(T, f)$ de cada coeficiente $k_{ij}(T, f)$ de la matriz $K(T, f)$.

12. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según una cualquiera de las reivindicaciones anteriores, caracterizado porque el conjunto (3) de transductores comprende al menos un número N de transductores y la matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T, f)$ es una matriz de dimensión $N \times N$.

13. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según una cualquiera de las reivindicaciones anteriores, caracterizado porque durante la subetapa (c1) de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana, se determinan varias matrices de transferencia sometidas a función ventana $K(T, f)$ para varios valores de T y se procede a la subetapa de filtrado (c3) para cada una de las matrices de transferencia sometidas a función ventana $K(T, f)$.

14. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 13, caracterizado porque las ventanas temporales de las diferentes matrices de transferencia sometidas a función ventana $K(T, f)$ están unidas.

15. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según una cualquiera de las reivindicaciones anteriores, caracterizado porque durante la subetapa (c1) de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana, se determina cada matriz frecuencial sometida a función ventana $K(T, f)$ mediante transformada de Fourier de una matriz temporal sometida a función ventana $K(T, t)$ correspondiente, en dicha ventana temporal próxima al tiempo T y de duración Δt , a las respuestas temporales $h_{ij}(t)$ entre transductores del conjunto de transductores.

16. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según una cualquiera de las reivindicaciones anteriores, caracterizado porque:

- la etapa de tratamiento (c) comprende además una subetapa de rotación de datos (c2) que es intermedia entre la subetapa (c1) de determinación de matriz de transferencia sometida a función ventana y la subetapa (c3) de filtrado, y durante la cual se calculan dos matrices $A1(T, f) = [a1_{uv}(T, f)]$ y $A2 = [a2_{uv}(T, f)]$ a partir de $K(T, f)$, donde:

$$a1_{uv}(T, f) = k_{u+v-1, v-u+2M-1}(T, f),$$

$$a2_{uv}(T, f) = k_{u+v, v-u+2M-1}(T, f),$$

$$M = (N+3)/4,$$

N es la dimensión más pequeña de la matriz de transferencia $K(T, f)$ y se elige para que M sea entero,

- durante la subetapa de filtrado (c3), se separa la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple en cada una de las matrices A_r , siendo r un índice igual a 1 ó 2, y se obtienen así al menos dos matrices filtradas A_r^F correspondientes respectivamente a las matrices A_r y representativas cada una, o bien de la componente de difusión simple, o bien de la componente de difusión múltiple,

- la etapa de tratamiento (c) comprende además una subetapa de rotación de datos inversa (c4), que es posterior a la subetapa de filtrado (c3), y durante la cual se calcula una matriz de transferencia sometida a función ventana filtrada $K^F(T, f) = [k^F_{ij}(T, f)]$, donde:

- cuando i-j es par: $k_{ij}^F(T,f)=a1_{(i-j)/2+M, (i+j)/2}^F$,
- cuando i-j es impar: $k_{ij}^F(T,f)=a2_{(i-j-1)/2+M, (i+j-1)/2}^F$.

5 17. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 16, caracterizado porque durante la subetapa de filtrado (c3), se calculan las dos matrices Ar^F mediante la fórmula:

$Ar^F = S^t S^* Ar$, donde:

- 10 - $S=[S_u]$ es un vector columna, siendo $^tS^*$ la traspuesta del vector conjugado del vector S,
- las componentes s_u del vector S son números complejos iguales a:

$$s_u = \exp\left\{j \frac{k}{2R} y_u^2\right\} / \sqrt{L}$$

- 15 - k es el número de onda,
- $R=c.T/2$,

20 $y_u = (x_i - x_j) / \sqrt{2}$, con $u=(i-j)/2+M$ si $r=1$ y $u=(i-j-1)/2+M$ si $r=2$,

- x_i y x_j son las abscisas de los transductores de índices i y j según un eje X, extendiéndose el conjunto de transductores al menos según dicho eje X,

25 - $L=2M-1$ para $r=1$ y $L=2M-2$ para $r=2$,

siendo dichas matrices Ar^F representativas de la componente de difusión simple.

30 18. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 16, caracterizado porque durante la subetapa de filtrado (c3):

- se descomponen en valores singulares cada una de las matrices Ar determinando así, para cada una de las matrices Ar, M valores singulares $\lambda_{i,r}$, siendo i un índice comprendido entre 1 y M, estando los valores singulares ordenados por orden decreciente para i creciente,

35 - para cada matriz Ar, se atribuyen a la difusión simple los p valores singulares más importantes de $\lambda_{1,r}$ a $\lambda_{p,r}$, estando p comprendido entre 1 y M, y se atribuyen a la difusión múltiple los otros eventuales valores singulares no nulos.

40 19. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según la reivindicación 18, caracterizado porque la determinación de los p valores singulares atribuidos a la difusión simple se realiza de manera iterativa, de la siguiente manera:

(c31) se fija inicialmente $q = 1$;

45 (c32) se calcula un valor singular normalizado a partir de $\lambda_{q,r}$:

$$\tilde{\lambda}_{q,r} = \frac{\lambda_{q,r}}{\sqrt{\frac{1}{Mr+1-q} \sum_{m=q}^{Mr} \lambda_{m,r}^2}}, \quad \text{con } Mr=M \text{ si } r=1 \text{ y } Mr=M-1 \text{ si } r=2,$$

(c33) si $\tilde{\lambda}_{q,r}$ es al menos igual a un valor umbral predeterminado $\tilde{\lambda}_{\max}$, se atribuye $\tilde{\lambda}_{q,r}$ a la difusión simple y se vuelve a iterar la subetapa (c32) incrementando q en una unidad,

(c34) si $\tilde{\lambda}_{q,r}$ es inferior al valor umbral $\tilde{\lambda}_{\max}$, se atribuyen $\tilde{\lambda}_{q,r}$ y los eventuales valores singulares siguientes a la difusión múltiple.

55 20. Procedimiento de sondeo mediante propagación de ondas según una cualquiera de las reivindicaciones

anteriores, caracterizado porque dichas ondas se eligen entre las ondas mecánicas y las ondas electromagnéticas.

21. Dispositivo para la puesta en práctica de un procedimiento de sondeo según una cualquiera de las reivindicaciones anteriores, que comprende un conjunto (3) de transductores adaptados para emitir una onda incidente en un medio (1) difusor y para captar señales representativas de una onda reflejada reverberada por el medio a partir de la onda incidente, comprendiendo dichas señales captadas:

- una componente de difusión simple, representativa de trayectos de onda en los que la onda reflejada resulta de una única reflexión de la onda incidente por cada difusor del medio,

- y dado el caso una componente de difusión múltiple, representativa de trayectos de onda en los que la onda reflejada resulta de varias reflexiones sucesivas de la onda incidente sobre los difusores del medio antes de alcanzar el conjunto de transductores,

comprendiendo dicho dispositivo además medios (5) de tratamiento adaptados para tratar dichas señales captadas con vistas a determinar características del medio (1),

caracterizado porque los medios (5) de tratamiento están adaptados para extraer al menos una componente elegida entre la componente de difusión múltiple y la componente de difusión simple, mediante filtrado de al menos una matriz de transferencia frecuencial representativa de las respuestas entre transductores del conjunto de transductores, estando los medios (5) de tratamiento adaptados para:

- determinar una matriz de transferencia sometida a función ventana, determinando al menos una matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)=[k_{ij}(T,f)]$ correspondiente a una matriz temporal sometida a función ventana de respuesta entre elementos $K(T,t)=[k_{ij}(T,t)]$, correspondiendo dicha matriz temporal sometida a función ventana de respuesta entre elementos, en una ventana temporal próxima a un tiempo T y de duración Δt , a las respuestas temporales $h_{ij}(t)$ entre transductores del conjunto de transductores, siendo f la frecuencia,

- separar mediante filtrado la componente de difusión múltiple de la componente de difusión simple en cada matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en función de la coherencia de los coeficientes $k_{ij}(T,f)$ de la matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$ en cada antidiagonal de dicha matriz de transferencia frecuencial sometida a función ventana $K(T,f)$.

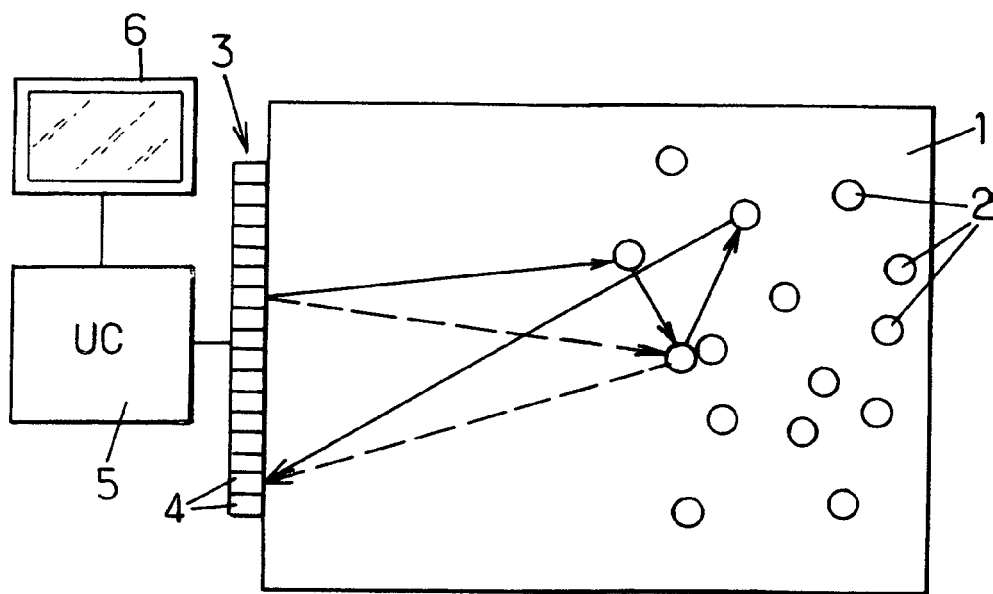


FIG.1.

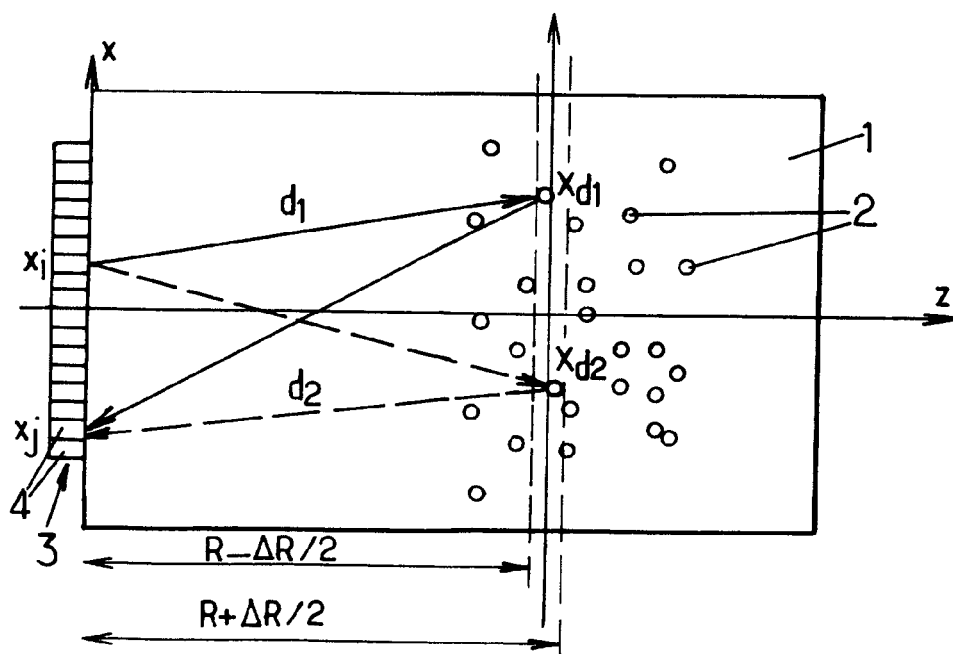
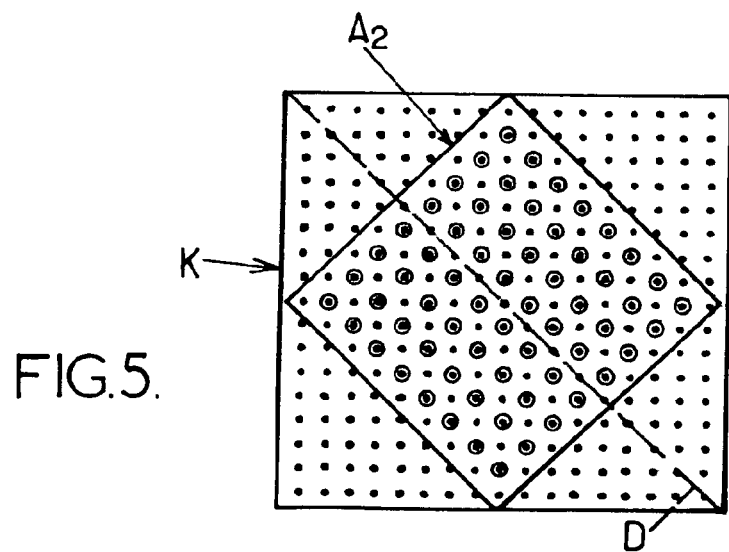
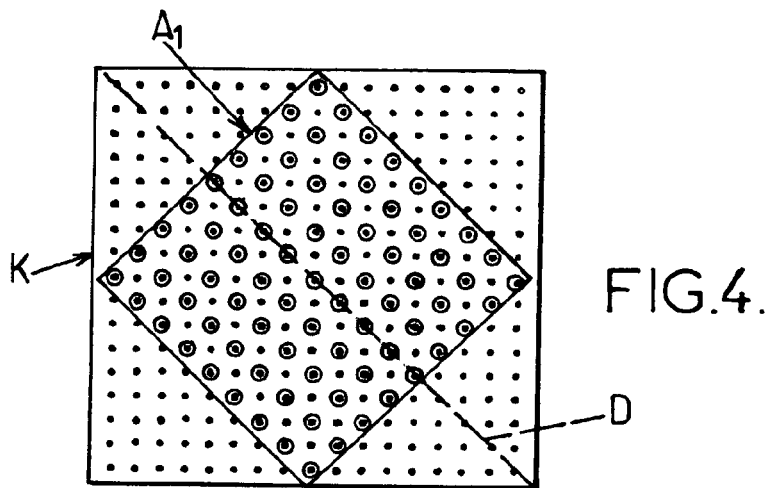
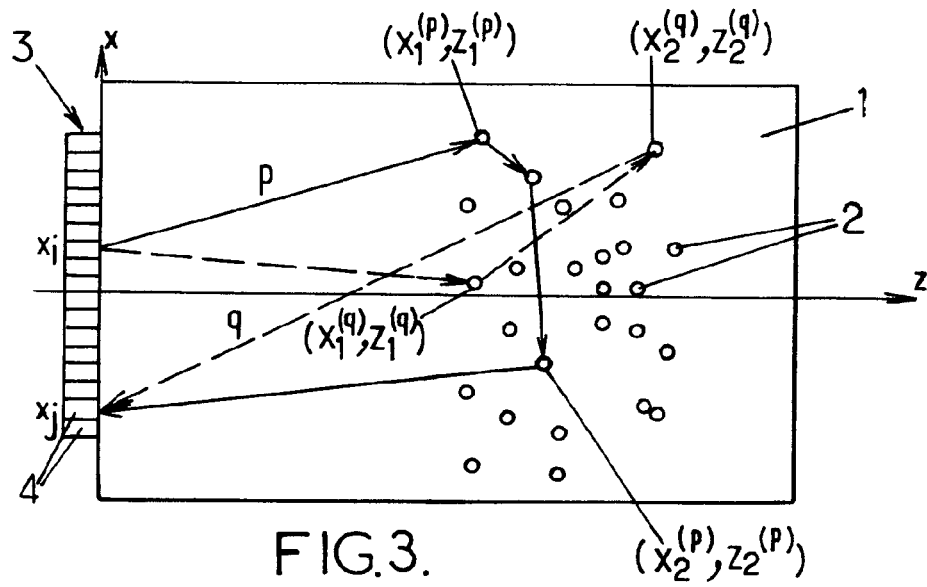


FIG.2.



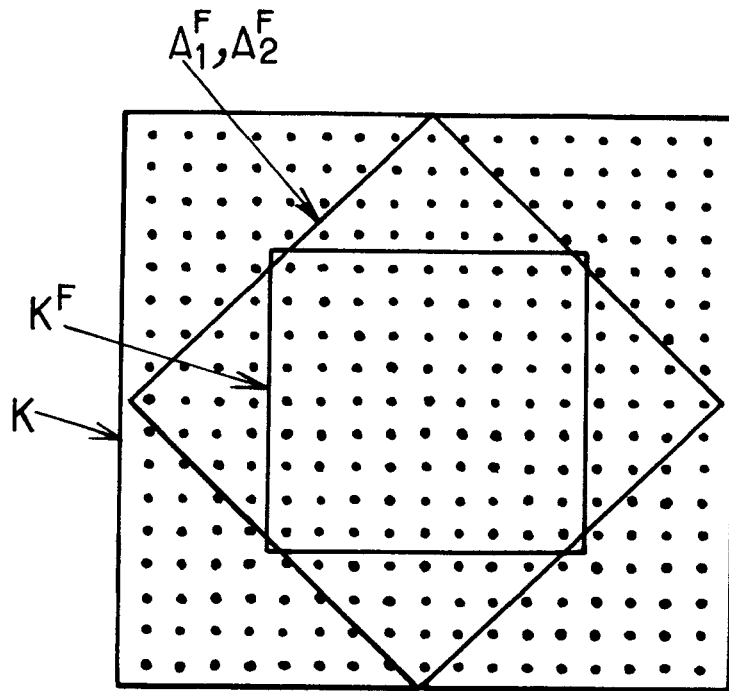


FIG.6.

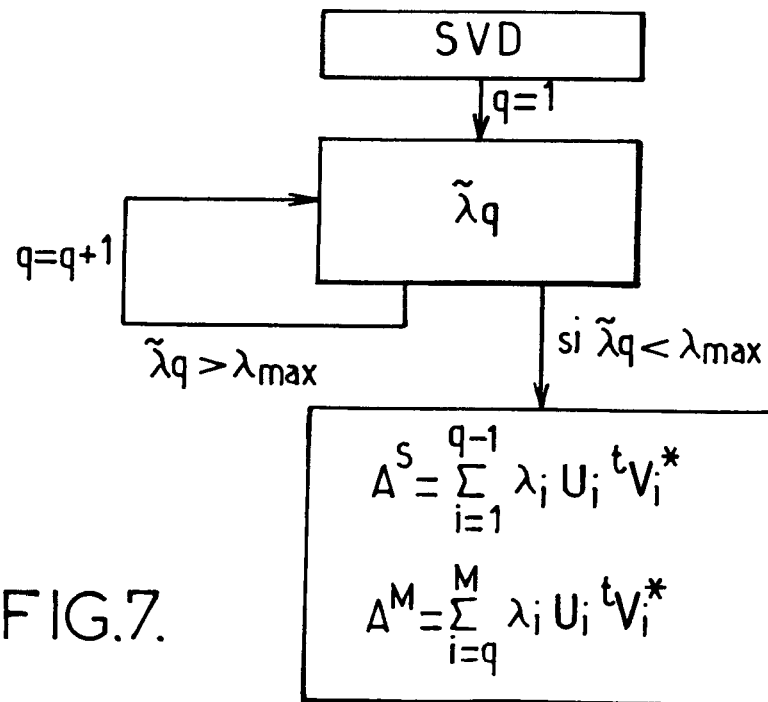


FIG.7.

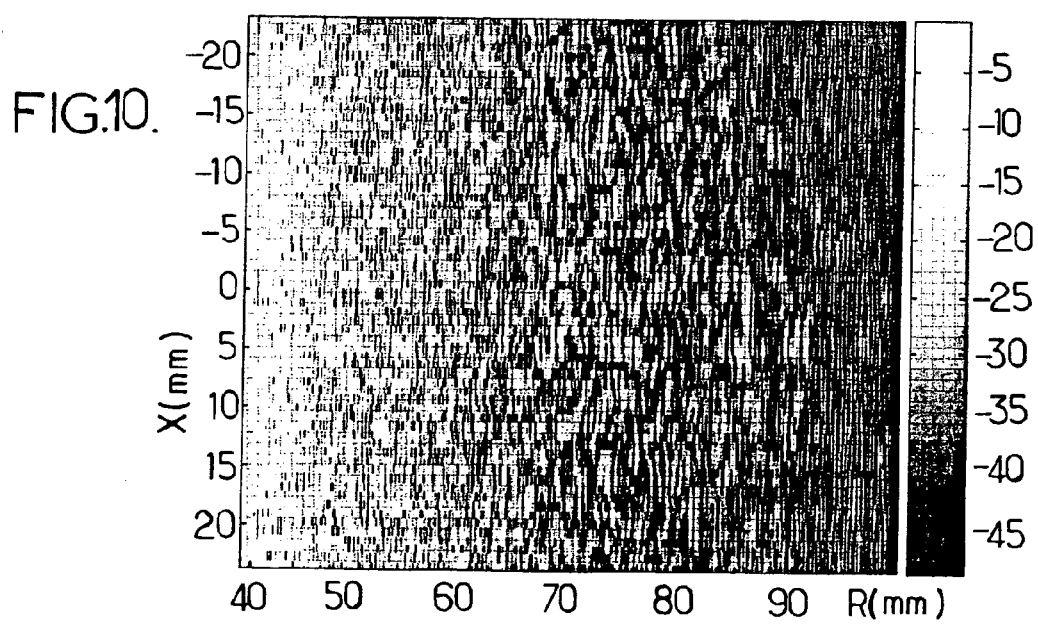
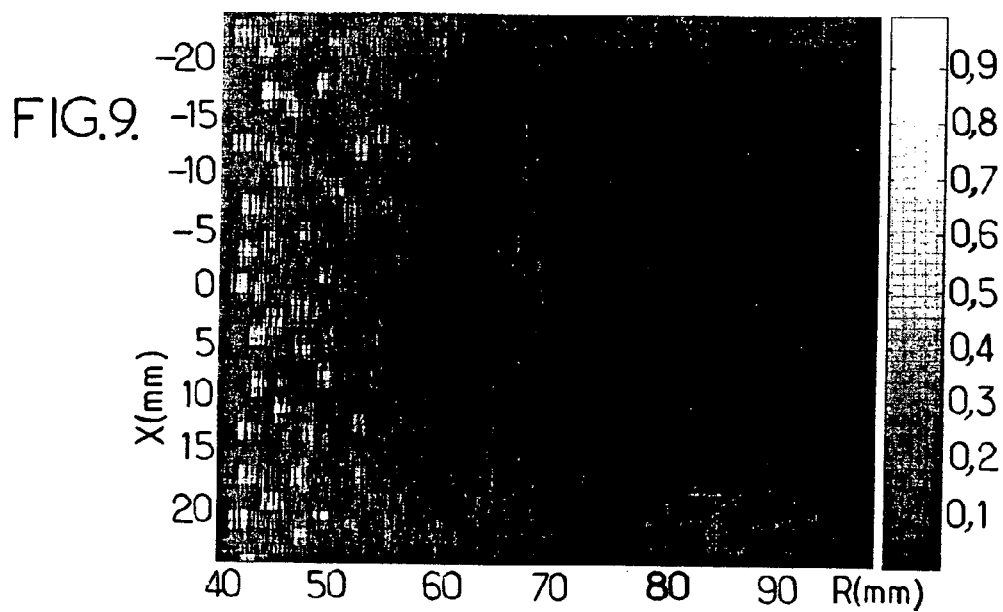
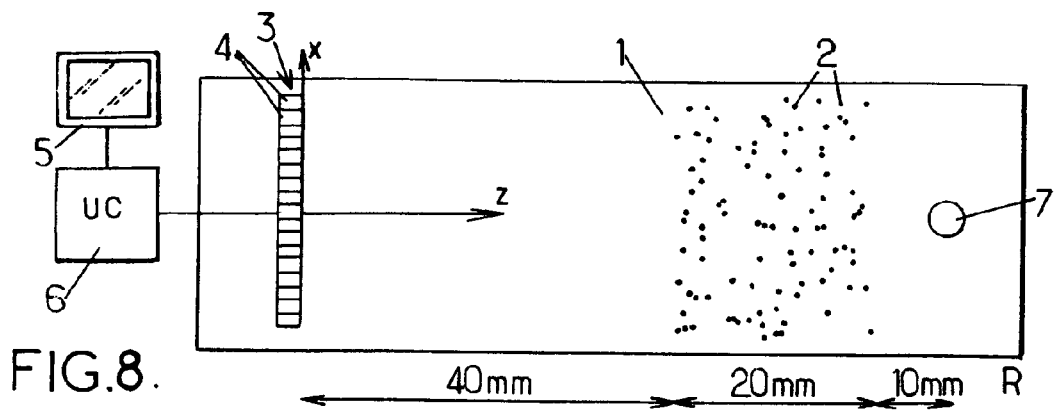


FIG.11.

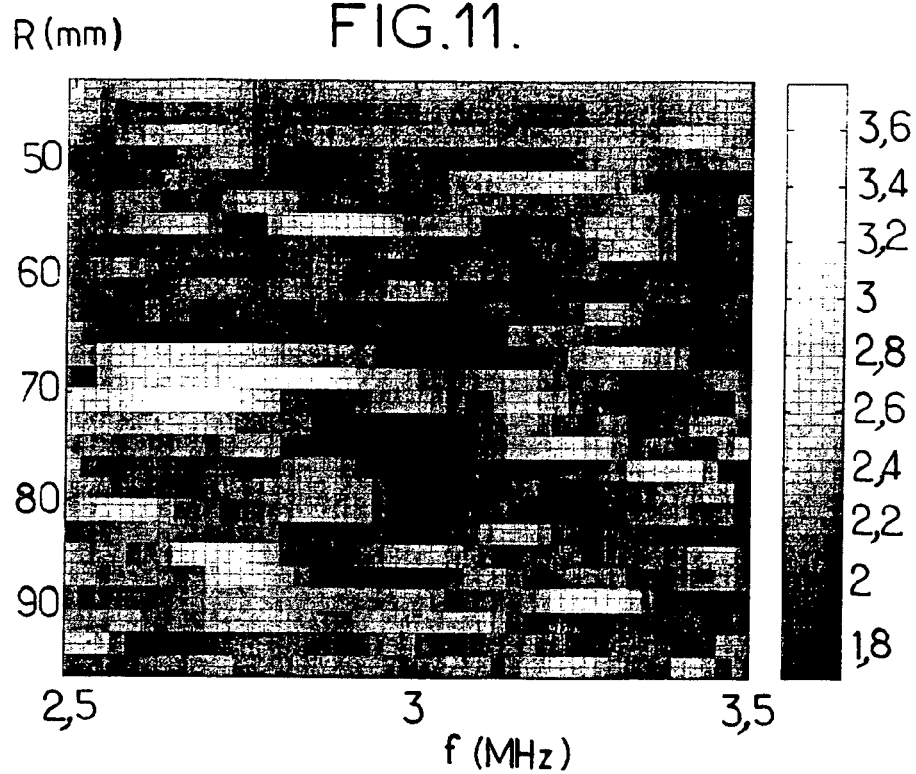


FIG.12.

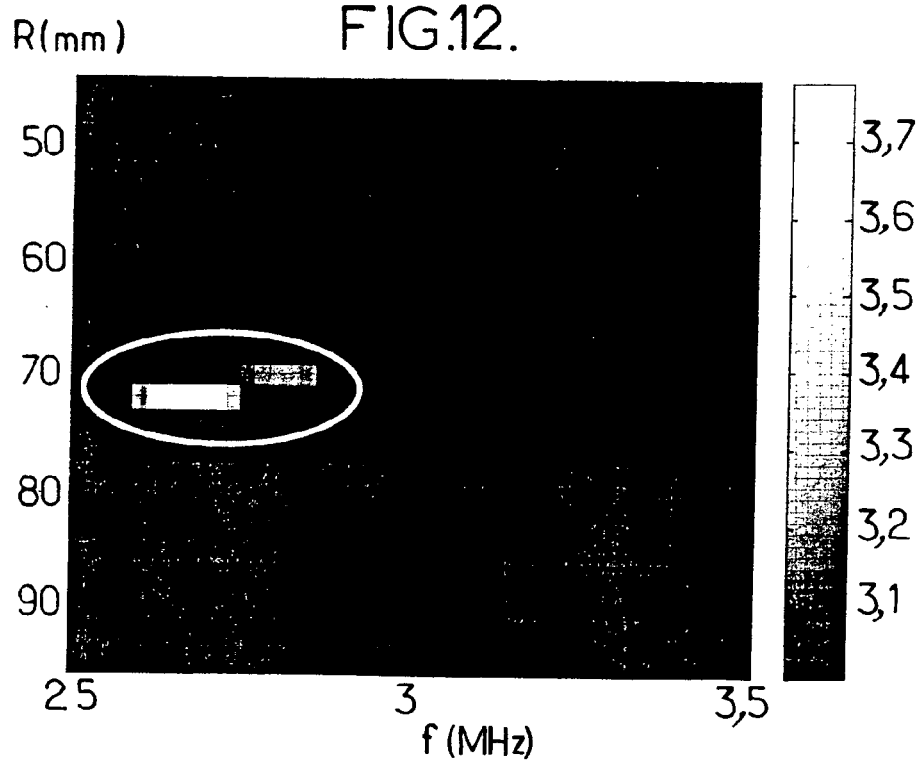


FIG.13.

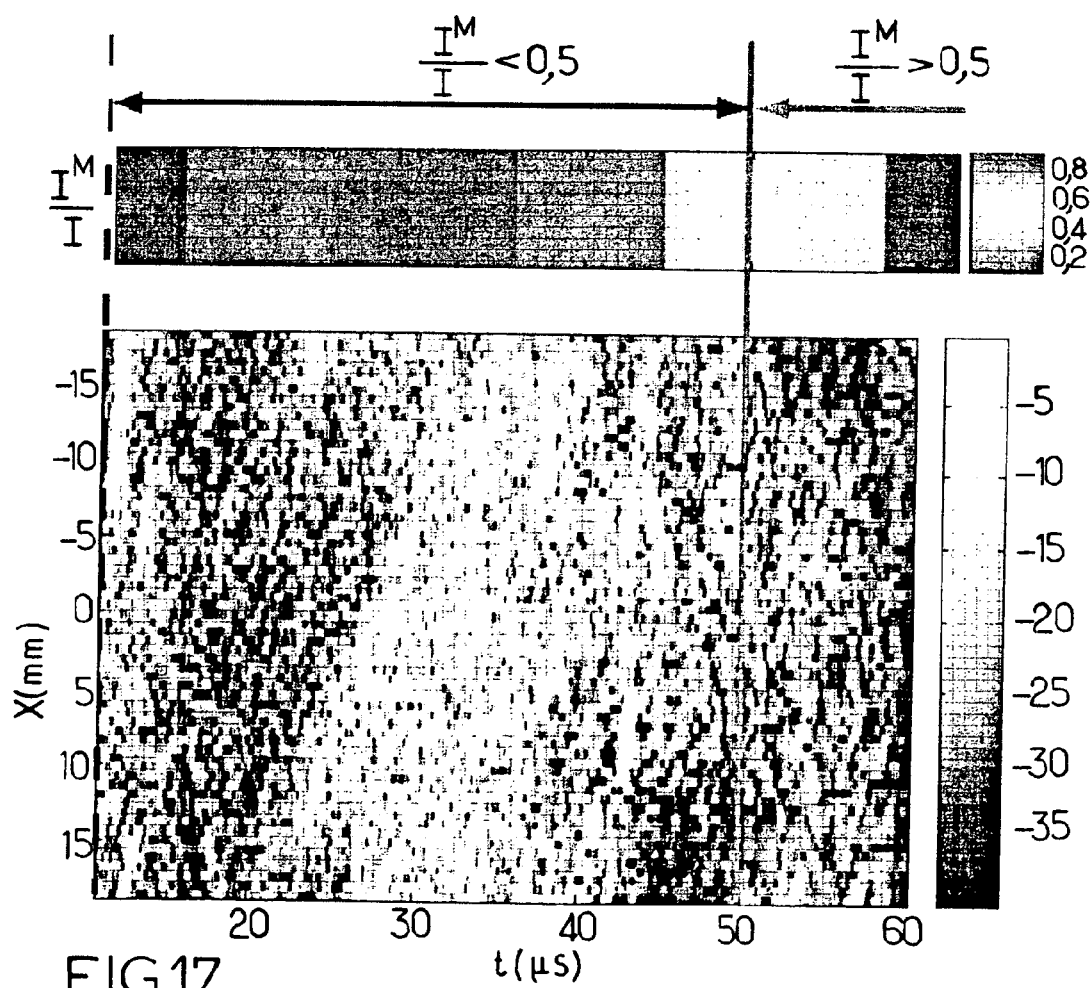
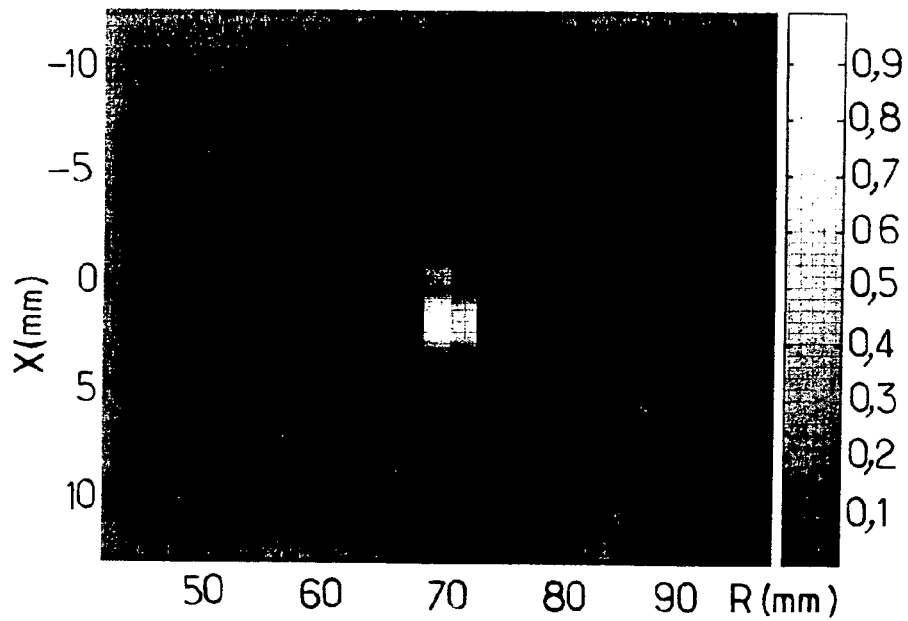


FIG.17.

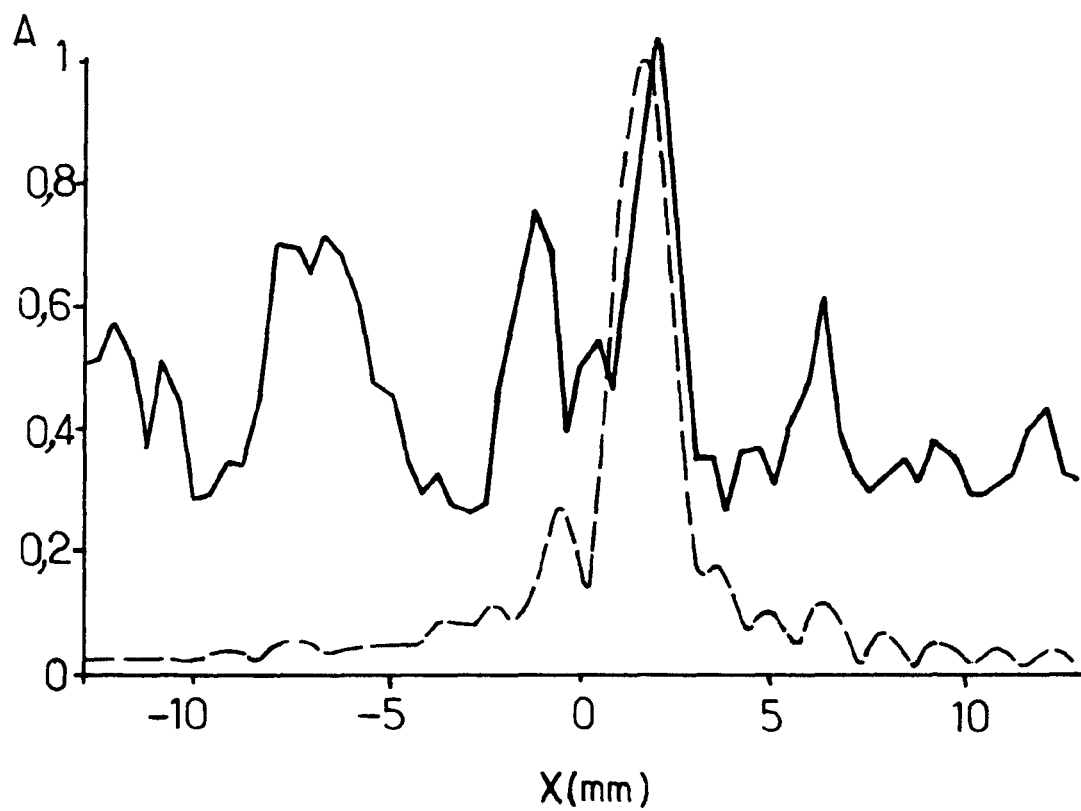


FIG.14.

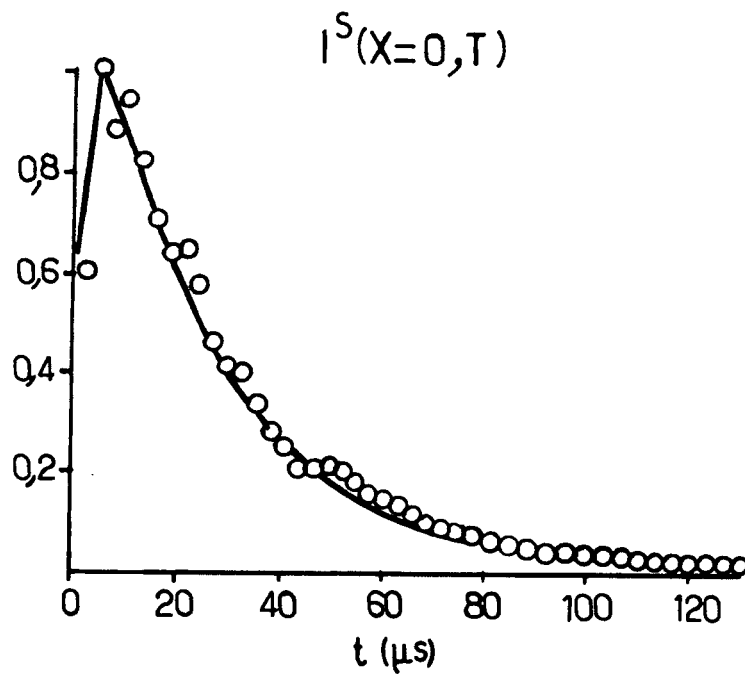


FIG.15.

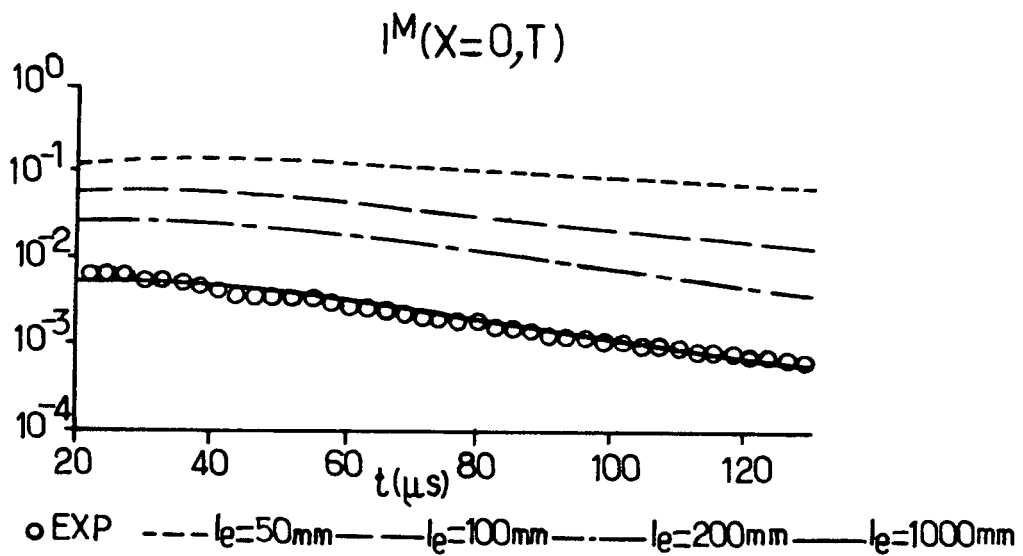


FIG.16.