

19



OFICINA ESPAÑOLA DE  
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 413 064**

51 Int. Cl.:

**G01S 19/44** (2010.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **22.04.2009 E 09734936 (9)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **20.03.2013 EP 2281210**

54 Título: **Procedimiento para un sistema de navegación global por satélite**

30 Prioridad:

**22.04.2008 EP 08007781**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:  
**15.07.2013**

73 Titular/es:

**DEUTSCHES ZENTRUM FÜR LUFT- UND  
RAUMFAHRT E.V. (100.0%)**

**Linder Höhe  
51147 Köln , DT**

72 Inventor/es:

**HENKEL, PATRICK**

74 Agente/Representante:

**TORNER LASALLE, Elisabet**

**ES 2 413 064 T3**

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

## DESCRIPCIÓN

Procedimiento para un sistema de navegación global por satélite.

5 La presente invención versa acerca de un procedimiento para un sistema de navegación global por satélite con al menos dos portadoras a partir de las cuales una estación de referencia forma una combinación lineal para estimar un sesgo de fase y de código de diferencias simples entre satélites, proporcionándose el sesgo estimado a un receptor móvil, que calcula la misma combinación lineal para sustraer el sesgo de la combinación lineal y para determinar las ambigüedades enteras de fase.

La invención versa, además, acerca de una estación de referencia, un dispositivo móvil de navegación y un producto de soporte lógico.

10 Tal procedimiento se conoce por GABOR, M. y NEREM, S., "Satellite-satellite single difference phase calibration as applied to ambiguity resolution", Navigation, Vol. 49, Nº 4, pp. 223-242, 2002 [2]. El procedimiento conocido usa la combinación Melbourne-Wübbena (= MW) [1] sin efecto ionosférico. En una estación de referencia se estima un sesgo de fase y de código de diferencias simples (= SD) entre satélites, proporcionándose el sesgo estimado a un receptor móvil, que calcula la misma combinación lineal, sustrae el sesgo de la combinación lineal y determina las ambigüedades enteras de fase.

15 Se usa la combinación MW de forma generalizada para el posicionamiento preciso de puntos (= PPP) para determinar las ambigüedades de banda ancha. La combinación MW es una combinación código-portadora de L1/L2 sin geometría que elimina el retardo troposférico, el desfase horario y fuentes adicionales de error no dispersivos. Se usan la combinación MW y una combinación adicional de fase de L1/L2 sin efecto ionosférico, en particular en [2], [3] y [4], para determinar estimaciones de sesgo de fase de L1.

20 Sin embargo, existen varias desventajas de este procedimiento conocido. En primer lugar, los sesgos de fase de L1 y L2 no pueden ser separados de los sesgos de código de L1 y L2; es decir, la estimación del sesgo de fase de L1 también incluye sesgos ponderados de código de L1 y L2. En segundo lugar, la combinación Melbourne-Wübbena se refiere a una combinación lineal sin geometría sin efecto ionosférico que elimina el intervalo y que no puede usarse para el posicionamiento. En principio, pueden encontrarse combinaciones conservadoras de la geometría y sin efecto ionosférico en las que son aplicables los sesgos de L1 y L2 del procedimiento conocido, pero estas aplicaciones son combinaciones de banda estrecha con una longitud de onda, como máximo, de 10,7 cm. Esta longitud de onda más bien baja impide cualquier resolución fiable de las ambigüedades en el receptor móvil.

25 BANVILLE, S. y otros: "Satellite and Receiver Phase Bias Calibration for Undifferenced Ambiguity Resolution", PROC. OF THE 2008 NATIONAL TECHNICAL MEETING OF THE ION, SAN DIEGO, CA, USA, 28 de enero de 2008, pp. 711 -719, da un procedimiento para estimar los sesgos del satélite y el receptor para un posicionamiento preciso de puntos.

30 GABOR, M. J. y otros: "GPS Carrier Phase Ambiguity Resolution Using Satellite - Satellite Single Differences" PROCEEDINGS OF THE INSTITUTE OF NAVIGATION (ION) GPS, 17 de septiembre de 1999, pp. 1569-1578, es otra publicación relativa a un procedimiento en el que una red distribuida globalmente de receptores usa diferencias simples entre satélites para eliminar los sesgos de los receptores y para determinar los sesgos de los satélites.

35 HENKEL, P. y otros: "Three frequency linear combinations for Galileo" POSITIONING, NAVIGATION AND COMMUNICATION, 2007, WPNC'07. 4TH WORKSHOP ON, IEEE, P1, 1 de marzo de 2007, pp. 239-245, da a conocer diversas combinaciones código-portadora mixtas sin efecto ionosférico de mediciones de diferencias simples entre satélites.

40 Partiendo de esta técnica relacionada, la presente invención busca proporcionar procedimientos mejorados para estimar los sesgos.

Este objeto se logra por medio de un procedimiento que tiene las características de las reivindicaciones independientes. En las reivindicaciones dependientes de las mismas se especifican realizaciones y mejoras.

45 En una realización del procedimiento, el sesgo estimado es un sesgo de diferencias simples entre satélites de una única combinación conservadora de la geometría y sin efecto ionosférico de las señales de código y de fase de las al menos dos portadoras, y se determina usando un requisito de discriminación máxima de la combinación o un requisito de ruido mínimo para la combinación lineal. Usar tal combinación permite que la estación de referencia estime sesgos que sean directamente aplicables para el posicionamiento.

50 La estación de referencia, usando una estimación de mínimos cuadrados, que minimiza los errores en el proceso de estimación, obtiene ventajosamente un sesgo mixto código-portadora sin efecto ionosférico, ambigüedades enteras de fase y retardos cenitales troposféricos con humedad.

El requisito de discriminación de la combinación puede definirse como la relación de la longitud de onda de la combinación y la suma ponderada formada por el sesgo de la combinación y por la desviación típica de la

combinación. Maximizando tal requisito de discriminación de la combinación, se escoge la combinación de tal modo que el error de la combinación y el sesgo de la combinación sean tan pequeñas como resulte posible con respecto a la longitud de onda de la combinación, dando como resultado pequeños errores relativos en la determinación del sesgo de la combinación.

- 5 En un procedimiento simplificado, el requisito de discriminación de la combinación se define como la relación de la longitud de onda de la combinación y la desviación típica del ruido de la combinación mixta de código-portadora. Tal requisito de discriminación de la combinación sigue dando como resultado una determinación robusta de los sesgos de la combinación lineal.
- 10 Para permitir que el receptor juzgue la fiabilidad del sesgo, la estación de referencia transmite al receptor móvil el sesgo junto con la desviación típica asociada con el sesgo de la combinación.
- 15 La estimación de los sesgos puede mejorar adicionalmente si se usan una combinación adicional conservadora de la geometría y sin efecto ionosférico de diferencias temporales de las mediciones o las diferencias temporales de combinaciones conservadoras de la geometría y sin efecto ionosférico para determinar los sesgos, cumpliendo los coeficientes de ponderación de la combinación adicional el requisito de que la combinación adicional y la combinación conservadora de la geometría y sin efecto ionosférico de las señales de código y de fase de al menos dos portadoras carezcan de correlación.
- En las realizaciones de los procedimientos, el receptor móvil determina ventajosamente sus ambigüedades enteras mediante un remuestreo secuencial y una descorrelación de enteros tras la eliminación de las estimaciones de sesgo. Tal enfoque tiene una tasa de éxito más alta que la determinación directa de las ambigüedades enteras.
- 20 Se dan a conocer ventajas y propiedades adicionales de la presente invención en la descripción siguiente, en la que se explican con detalle realizaciones ejemplares de la presente invención basadas en los dibujos:
- la Figura 1 muestra un sistema de navegación global por satélite y un receptor para el sistema de navegación global por satélite;
- la Figura 2 muestra un diagrama de flujo de un procedimiento que usa una combinación lineal código-portadora sin efecto ionosférico y una combinación adicional código-portadora, sin correlación, de mediciones de diferencia temporal para una estimación de sesgo en una única estación de referencia;
- la Figura 3 muestra una estimación de sesgos de SD entre satélites de la combinación lineal código-portadora sin efecto ionosférico ( $\lambda = 3,215 \text{ m}$ ) en una única estación de referencia;
- la Figura 4 demuestra el beneficio de una combinación adicional código-portadora L1-E5 sin efecto ionosférico, sin correlación, de mediciones de diferencia temporal para una estimación de sesgo en una única estación de referencia;
- la Figura 5 muestra una estimación de sesgos de SD de la combinación código-portadora sin efecto ionosférico de discriminación máxima ( $\lambda = 3,215 \text{ m}$ ): intervalo de tanda reducido a 5 min, con auxilio de una combinación código-portadora sin efecto ionosférico, de diferencia temporal, de ruido mínimo;
- la Figura 6 muestra una estimación de sesgos de fase de diferencias simples con mediciones no combinadas de fase y código en L1, E5a, E5b y E5c en una única estación de referencia (tasas de la estimación  $\text{iono./tropo.}: R_I = 1/10 \text{ s}, R_T = 1/120 \text{ s}$ );
- la Figura 7 muestra la probabilidad de fijación errónea de las ambigüedades enteras de SD de la combinación lineal código-portadora sin efecto ionosférico ( $\lambda = 3,215 \text{ m}$ ) para sesgos conocidos y mediciones de una única época;
- la Figura 8 demuestra el impacto de los sesgos residuales en la tasa de éxito de la resolución secuencial de ambigüedades enteras: fijación en una única época de la combinación lineal código-portadora sin efecto ionosférico ( $\lambda = 3,215 \text{ m}$ ) con descorrelación de enteros de las ambigüedades flotantes;
- la Figura 9 ilustra la fijación de ambigüedades secuenciales de múltiples épocas de la combinación lineal código-portadora sin efecto ionosférico ( $\lambda = 3,215 \text{ m}$ ) con descorrelación de enteros: sesgos residuales de 2 cm para una combinación código-portadora y de 10 cm para una combinación solo de código;
- la Figura 10 muestra la precisión de posicionamiento de una sola época con mediciones SD por medio de un aplanamiento de 120 s de la portadora sin efecto ionosférico de la combinación código-portadora sin efecto ionosférico con  $\lambda = 3,215 \text{ m}$ , auxiliada por una combinación solo de código;

la Figura 11 demuestra el impacto de los sesgos residuales de la Figura 3 en el posicionamiento de una sola época con mediciones SD por medio de un aplanamiento de 120 s de la portadora sin efecto ionosférico de la combinación código-portadora sin efecto ionosférico con  $\lambda = 3,215 \text{ m}$ , auxiliada por una combinación solo de código.

En lo que sigue, se describen con detalle diversas realizaciones.

## 1. Introducción

La Figura 1 muestra un sistema 1 de navegación global por satélite que comprende satélites 2 que orbitan en torno de la tierra y emiten señales 3 de navegación moduladas en varias señales portadoras 4. Las señales 4 de navegación son recibidas por un dispositivo móvil 5 de navegación a través de una antena 6. La antena 6 está conectada a un filtro pasabanda y a un amplificador 7 de bajo ruido, en el que se muestrea y amplifica la señal recibida 3 de navegación. En un convertidor reductor 8 subsiguiente que está conectado al filtro pasabanda y al amplificador 7 de bajo ruido y a un oscilador 9 de referencia, la señal recibida 3 de navegación es convertida a frecuencias menores usando la señal oscilante procedente del oscilador 9 de referencia. La señal de navegación convertida a la baja pasa una unidad 10 de paso de banda y de muestreo, en el que se muestrea la señal analógica 4 de navegación. La señal muestreada 3 de navegación pasa entonces a una unidad 11 de seguimiento, en la que se siguen las señales 3 de navegación, en particular las fases de las señales portadoras 4 y el retardo de las señales de código contenidas en la señal 4 de navegación. La unidad 11 de seguimiento es seguida por una unidad 12 de sustracción del sesgo, en la que se restan los sesgos de fase y de código de las fases de las señales portadoras 4 y de la señal de código. Una unidad subsiguiente 13 de estimación de la posición determina la posición real del dispositivo 5 de navegación en función de la señal de fase obtenida procesando la señal portadora 4 y en función de las señales de código. Por último, los resultados de la estimación de la posición pueden ser presentados en un dispositivo 14 de monitorización.

Debería hacerse notar que la posición del dispositivo 5 de navegación se determina generalmente con respecto a la estación 15 de referencia que recibe señales 3 de satélite por medio de una antena 16. Una línea base 17 es la distancia entre el dispositivo 5 de navegación y la estación 15 de referencia. También puede usarse la estación 15 de referencia para determinar diversas perturbaciones, dado que la posición de la estación 15 de referencia es conocida. Los parámetros de las perturbaciones, tales como el retardo ionosférico, el retardo troposférico, los sesgos de código y los sesgos de fase, pueden ser transmitidos desde la estación 15 de referencia al dispositivo móvil 5 de navegación que permiten el PPP para el dispositivo móvil 5 de navegación, por ejemplo transmitiendo el sesgo de fase y los sesgos de código desde la estación 15 de referencia al dispositivo móvil 5 de navegación para que los sesgos de fase puedan restarse de las fases de las señales portadoras y los sesgos de código puedan restarse de la señal de código.

Debería hacerse notar que los sesgos transmitidos desde la estación 15 de referencia se restan de la misma combinación lineal de las señales de fase y las señales de código que se han usado en la estación 15 de referencia para determinar los sesgos de las señales de fase y de las señales de código.

En lo que sigue, se proponen dos nuevos enfoques para el PPP con Galileo: El primero se basa en una combinación mixta de código-portadora sin efecto ionosférico con una longitud de onda de  $3,215 \text{ m}$  y un nivel de ruido de  $3,76 \text{ cm}$  [5]. Es una combinación lineal conservadora de la geometría, de modo que las estimaciones de sesgo desde la estación 15 de referencia sean directamente aplicables para el posicionamiento llevado a cabo en el dispositivo móvil 5 de navegación. La gran longitud de onda aumenta significativamente la fiabilidad de las resoluciones de ambigüedades mientras se estima la posición del dispositivo 5 de navegación. Ventajosamente, puede usarse un remuestreo secuencial con una transformación de descorrelación de enteros [6] para estimar la posición del dispositivo móvil 5 de navegación.

La Figura 2 muestra un diagrama de flujo del procedimiento llevado a cabo en la estación 15 de referencia. Como en el dispositivo móvil 5 de navegación, la señal 4 de navegación es procesada por un filtro pasabanda y un amplificador de bajo ruido, un convertidor reductor conectado a un oscilador de referencia, a una unidad de paso de banda y de muestreo y a una unidad de seguimiento. Se usan estas unidades funcionales para llevar a cabo una medición 18 de fases y código desde múltiples satélites 2, por frecuencias múltiples en épocas múltiples. Dado que la posición de la estación 15 de referencia es conocida, la unidad 13 de estimación de la posición es sustituida una unidad de estimación del sesgo que lleva a cabo un cálculo 19 de diferencias de las mediciones simples entre satélites y, además, lleva a cabo una resta 20 de los desfases conocidos de alcance y horarios. La resta 20 es seguida, por una parte, por un cálculo 21 de la primera combinación mixta de código-portadora de discriminación máxima o de mínimo ruido y, por otra parte, diferenciando 22 mediciones entre dos épocas y un cálculo 23 de al menos una combinación adicional mixta de código-portadora. La primera combinación mixta de código-portadora resultante del cálculo 21 y la al menos una combinación adicional basada en la medición, diferenciada en el tiempo, de épocas diferentes se usan finalmente para una estimación ponderada 24 de mínimos cuadrados de los sesgos de las combinaciones, las ambigüedades enteras y el retardo cenital troposférico con humedad.

El segundo método usa mediciones de fase y código por cuatro frecuencias sin combinaciones lineales. La estimación de sesgos de fase y código independientes por cada frecuencia no es viable, ya que al menos un sesgo

de fase no puede separarse del retardo ionosférico. Sin embargo, la banda E5 de Galileo puede ser dividida en las señales E5a, E5b y E5c, correspondiendo esta con el lóbulo central entre E5a y E5b. Estas tres señales son moduladas en una sola portadora, lo que motiva la asunción de un sesgo común. En este caso, pueden determinarse por separado los sesgos de código y fase L1 y E5.

5 2. Diseño de combinaciones mixtas código-portadora sin efecto ionosférico

En lo que sigue se describe el diseño de combinaciones mixtas código-portadora sin efecto ionosférico.

La señal de código  $\rho_{u,m}^k(t_i)$  recibida y la señal de fase  $\phi_{u,m}^k(t_i)$  de la portadora en el receptor  $u$  procedentes del satélite  $k$  por la frecuencia  $m$  en la época  $i$  se modela como

$$\begin{aligned} \rho_{u,m}^k(t_i) &= r_u^k(t_i) + \delta r_u^k(t_i) + c(\delta\tau_u(t_i) - \delta\tau^k) \\ &+ q_{1m}^2 I_u^k(t_i) + T_u^k(t_i) \\ &+ b_{\rho_{u,m}}^k + b_{\rho_m}^k + \varepsilon_{\rho_{u,m}}^k(t_i) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \lambda_m \phi_{u,m}^k(t_i) &= r_u^k(t_i) + \delta r_u^k(t_i) + c(\delta\tau_u(t_i) - \delta\tau^k) \\ &- q_{1m}^2 I_u^k(t_i) + T_u^k(t_i) + \lambda_m N_{u,m}^k \\ &+ \lambda_m b_{\phi_{u,m}}^k + \lambda_m b_{\phi_m}^k + \varepsilon_{\phi_{u,m}}^k(t_i) \end{aligned} \quad (2)$$

10 con el alcance receptor-satélite  $r_u^k(t_i)$ , el error orbital proyectado  $\delta r_u^k(t_i)$ , los errores horarios  $\{c\delta\tau_u, c\delta\tau^k\}$  del satélite del receptor  $l$ , el retardo ionosférico  $I_u^k$  por L1, la relación de frecuencias  $q_{ij} = f_i / f_j$ , el retardo troposférico  $T_u^k$ , la ambigüedad entera  $N_{u,m}^k$ , el sesgo código/fase  $b_{\rho_{u,m}}^k$ ,  $b_{\phi_{u,m}}^k$  del receptor, el sesgo código/fase  $b_{\rho_m}^k$ ,  $b_{\phi_m}^k$  del satélite y el ruido de fase de código/portadora  $\varepsilon_{\rho_{u,m}}^k(t_i)$ ,  $\varepsilon_{\phi_{u,m}}^k(t_i)$ , incluyendo las trayectorias múltiples.

15 Los coeficientes de ponderación  $\alpha_m$  de fase y los coeficientes de ponderación  $\beta_m$  de código de una combinación lineal código-portadora  $\sum_{m=1}^M \alpha_m \lambda_m \phi_m + \sum_{m=1}^M \beta_m \rho_m$  conservadora de la geometría (= GP) de las señales recibidas de código y fase en  $M$  frecuencias están limitados por

$$\sum_{m=1}^M \alpha_m + \sum_{m=1}^M \beta_m = 1. \quad (3)$$

Se elimina el retardo ionosférico de primer orden si

$$\sum_{m=1}^M \alpha_m q_{1m}^2 - \sum_{m=1}^M \beta_m q_{1m}^2 = 0. \quad (4)$$

Así, una combinación lineal de las señales recibidas de código y fase se denomina sin efecto ionosférico (= IF) si se cumple la condición de la Ecuación (4).

20 La combinación lineal es periódica, con una longitud de onda  $\lambda$  si los coeficientes de ponderación de fase pueden escribirse como

$$\alpha_m = \frac{j_m \lambda}{\lambda_m} \quad (5)$$

denotando  $j_m$  un entero. En consecuencia, una combinación de señales de fase se denomina conservadora de la naturaleza entera (= NP) si se satisface la condición según la Ecuación (5).

La varianza de la combinación lineal código-portadora está dada por

$$\sigma_n^2 = \sum_{m=1}^M \alpha_m^2 \sigma_{\varphi_m}^2 + \beta_m^2 \sigma_{\rho_m}^2 \quad (6)$$

5 y la discriminación de la combinación se define como  $D = \lambda/\sigma_n$ . Para una combinación mixta de código-portadora de tres frecuencias con coeficientes enteros datos  $j_m$ , existen cuatro grados de libertad (tres para  $\beta_m$  y una para  $\lambda$ ), de los cuales se requieren dos para cumplir (3) y (4). Los dos restantes pueden usarse para minimizar la varianza de ruido o para maximizar la discriminación de la combinación.

En el primer caso, las restricciones adicionales están dadas por

$$\frac{\partial \sigma_n^2(\lambda, \beta_1)}{\partial \lambda} = 0 \quad \text{y} \quad \frac{\partial \sigma_n^2(\lambda, \beta_1)}{\partial \beta_1} = 0$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_n^2(\lambda, \beta_1)}{\partial \lambda^2} \cdot \frac{\partial^2 \sigma_n^2(\lambda, \beta_1)}{\partial \beta_1^2} - \left( \frac{\partial}{\partial \lambda} \frac{\partial}{\partial \beta_1} \sigma_n^2(\lambda, \beta_1) \right)^2 > 0. \quad (7)$$

Las desviaciones típicas  $\sigma_{\rho_m}$  se obtienen de la cota de Cramér-Rao, dada por

$$\Gamma_m = \frac{c^2}{N_0 \cdot \frac{C}{\int |S_m(f)|^2 df}}, \quad (8)$$

con la velocidad de la luz  $c$ , la relación de potencia portadora-ruido  $\frac{C}{N_0}$  y la densidad espectral de potencia

10  $S_m(f)$ , que fue deducida por Betz en [15] para señales moduladas de portadora de desfase binario (= BOC). La Tabla 1 muestra las cotas de Cramér-Rao de las señales Galileo de banda ancha.

En el segundo caso, la longitud de onda y los coeficientes de ponderación de código de la combinación con la máxima discriminación  $D$  de la ambigüedad están dadas por la optimización no lineal

$$\max_{\substack{\alpha_1, \dots, \alpha_M \\ \beta_1, \dots, \beta_M}} D = \frac{\lambda(\alpha_1, \dots, \alpha_M, \beta_1, \dots, \beta_M)}{2\sigma_n(\alpha_1, \dots, \alpha_M, \beta_1, \dots, \beta_M)}. \quad (9)$$

El coeficiente de ponderación de código  $\beta_2$  se obtiene de (3) como

$$\beta_2 = 1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \beta_1 - \sum_{m=3}^M \beta_m, \quad (10)$$

y el coeficiente de ponderación de código  $\beta_1$  se calcula con la limitación sin efecto ionosférico de (4), es decir,

$$\beta_1 = \sum_{m=1}^M \alpha_m q_{1m}^2 - \sum_{m=2}^M \beta_m q_{1m}^2 = \sum_{m=1}^M \alpha_m q_{1m}^2 - \left( 1 - \sum_{m=1}^M \alpha_m - \beta_1 - \sum_{m=3}^M \beta_m \right) q_{12}^2 - \sum_{m=3}^M \beta_m q_{1m}^2. \quad (11)$$

15 Sustituyendo  $\alpha_m$  con (5), usando

$$\lambda = \tilde{\lambda}_0 \cdot w_\varphi \quad \text{con} \quad \tilde{\lambda}_0 = \frac{1}{\sum_{m=1}^M \frac{j_m}{\lambda_m}} \quad \text{y} \quad w_\varphi = 1 - \sum_{m=1}^M \beta_m, \quad (12)$$

y resolviendo para  $\beta_1$  da

$$\beta_1 = s_1 + s_2 w_\varphi + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \quad (13)$$

con

$$s_1 = -\frac{q_{12}^2}{1 - q_{12}^2} \quad (14)$$

$$s_2 = \frac{\tilde{\lambda}}{1 - q_{12}^2} \cdot \sum_{m=1}^M \frac{j_m}{\lambda_m} \cdot (q_{12}^2 + q_{1m}^2) \quad (15)$$

$$s_m = \frac{q_{12}^2 - q_{1m}^2}{1 - q_{12}^2} \quad \forall m \in \{3, \dots, M\} \quad (16)$$

Se usa la Ecuación (13) para reescribir (10) como

$$\beta_2 = 1 - s_1 + (-1 - s_2) w_\varphi - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m, \quad (17)$$

que permite expresar  $D$  en función de  $w_\varphi$  y  $\beta_m$ ,  $m \geq 3$ :

$$D = \frac{\tilde{\lambda}}{2} \cdot w_\varphi \cdot \left( \tilde{\eta}^2 w_\varphi^2 + \left( s_1 + s_2 w_\varphi + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \right)^2 \sigma_{\rho_1}^2 + \left( 1 - s_1 + (-1 - s_2) w_\varphi - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m \right)^2 \sigma_{\rho_2}^2 + \sum_{m=3}^M \beta_m^2 \sigma_{\rho_m}^2 \right)^{-1/2} \quad (18)$$

5 con  $\tilde{\eta}^2 = \tilde{\lambda}^2 \cdot \sum_{m=1}^M \frac{j_m^2}{\lambda_m^2} \sigma_{\varphi_m}^2$ . La discriminación máxima está dada por

$$\frac{\partial D}{\partial w_\varphi} = 0 \quad (19)$$

y

$$\frac{\partial D}{\partial \beta_m} = 0 \quad \forall m \in \{3, \dots, M\}. \quad (20)$$

La Ecuación (20) es equivalente a

$$s_m \sigma_{\rho_1}^2 \left( s_1 + s_2 w_\varphi + \sum_{l=3}^M s_l \beta_l \right) - (1 + s_m) \sigma_{\rho_2}^2 \left( 1 - s_1 - (1 + s_2) w_\varphi - \sum_{l=3}^M (1 + s_l) \beta_l \right) + \beta_m \sigma_{\rho_m}^2 = 0, \quad (21)$$

que también puede ser escrita en la notación matricial vectorial como

$$\mathbf{A} \cdot [\beta_3, \dots, \beta_M]^T + \mathbf{b} \cdot w_\varphi + \mathbf{c} = \mathbf{0}, \quad (22)$$

con

$$\begin{aligned} \mathbf{A}_{m,l} &= s_l s_m \sigma_{\rho_1}^2 + (1 + s_l)(1 + s_m) \sigma_{\rho_2}^2 + \sigma_{\rho_m}^2 \delta(m-l) \\ \mathbf{b}_m &= s_2 s_m \sigma_{\rho_1}^2 + (1 + s_m)(1 + s_2) \sigma_{\rho_2}^2 \\ \mathbf{c}_m &= s_1 s_m \sigma_{\rho_1}^2 - (1 + s_m)(1 - s_1) \sigma_{\rho_2}^2, \end{aligned} \quad (23)$$

y siendo  $\delta(m-l)$  1 para  $m=l$  y 0 si no. Resolviendo (22) para  $\beta_m$  da

$$[\beta_3, \dots, \beta_M]^T = -\mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} \cdot w_\varphi). \quad (24)$$

Plenamente desarrollada, la restricción (19) se escribe

$$\begin{aligned} &\left( s_1 + s_2 w_\varphi + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \right) \left( s_1 + \sum_{m=3}^M s_m \beta_m \right) \sigma_{\rho_1}^2 \\ &+ \left( 1 - s_1 - (1 + s_2) w_\varphi - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m \right) \cdot \left( 1 - s_1 - \sum_{m=3}^M (1 + s_m) \beta_m \right) \sigma_{\rho_2}^2 + \sum_{m=3}^M \beta_m^2 \sigma_{\rho_m}^2 = 0. \end{aligned} \quad (25)$$

Sustituyendo  $[\beta_3, \dots, \beta_M]^T$  con (24) da

$$\begin{aligned} &\left( s_1 + s_2 w_\varphi - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\varphi) \right) \cdot \left( s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\varphi) \right) \cdot \sigma_{\rho_1}^2 \\ &+ \left( 1 - s_1 - (1 + s_2) w_\varphi + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\varphi) \right) \cdot \left( 1 - s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\varphi) \right) \cdot \sigma_{\rho_2}^2 \\ &+ (\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\varphi)^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{\Sigma} \mathbf{A}^{-1}(\mathbf{c} + \mathbf{b} w_\varphi) = 0, \end{aligned} \quad (26)$$

5 con  $\mathbf{t} = [s_3, \dots, s_M]^T$ ,  $\mathbf{u} = \mathbf{s} + 1$ , y la matriz diagonal  $\mathbf{\Sigma}$ , que está dada por

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{\rho_3}^2 & \mathbf{0} & 0 \\ \mathbf{0} & \ddots & \mathbf{0} \\ 0 & \mathbf{0} & \sigma_{\rho_M}^2 \end{bmatrix}. \quad (27)$$

La Ecuación (26) puede simplificarse a

$$r_1 + r_2 \cdot w_\varphi = 0, \quad (28)$$

con

$$r_1 = (s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c})^2 \sigma_{\rho_1}^2 + (1 - s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c})^2 \sigma_{\rho_2}^2 + \mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-T} \mathbf{\Sigma} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}, \quad (29)$$

y

$$\begin{aligned}
 r_2 = & \left( (s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) (-\mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) + (s_2 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) (s_1 - \mathbf{t}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \right) \cdot \sigma_{\rho_1}^2 \\
 & + \left( (1 - s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} - (1 + s_2 - \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}) (1 - s_1 + \mathbf{u}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}) \right) \cdot \sigma_{\rho_2}^2 \\
 & + (\mathbf{c}^T \mathbf{A}^{-T} \Sigma \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b} + \mathbf{b}^T \mathbf{A}^{-T} \Sigma \mathbf{A}^{-1} \mathbf{c}).
 \end{aligned} \tag{30}$$

En (24), (17) y (13) se usa la ponderación óptima de fase  $w_{\varphi_{opt}} = -r_1 / r_2$  para obtener los coeficientes de ponderación de código. La Ecuación (12) proporciona la longitud de onda óptima para el cálculo de los coeficientes de ponderación de fase con (5). La Tabla 2 muestra los coeficientes de ponderación y las propiedades de combinaciones lineales de GP-IF-NP de la máxima discriminación de ambigüedades basados en mediciones de fase de código y portadora en hasta cinco frecuencias. La combinación E1-E5a de frecuencia dual se caracteriza por un nivel de ruido de 31,4 cm y una longitud de onda de 4,309 m que permite una resolución fiable de las ambigüedades en algunas épocas. Dado que solo las frecuencias E1 y E5a se encuentran en las bandas aeronáuticas, esta combinación lineal podría ser útil para la aviación.

Las combinaciones lineales que comprenden las mediciones de código E5 y E6 de banda ancha se benefician de un nivel de ruido sustancialmente menor, que se convierte en una discriminación de ambigüedades mayor. Aumenta a 25,1 para la combinación E1-E5, a 39,2 para la combinación E1-E5-E6, y a 41,2 para la combinación E1-E5a-E5b-E5-E6. La gran longitud de onda de estas combinaciones las hace robustas a los errores orbitales no dispersivos y a los desfases horarios del satélite. La combinación lineal de mediciones por 5 frecuencias tiene la propiedad ventajosa adicional de  $|\beta_m| < 1$  y  $|j_m| < 2$  para todas las  $m$ .

La Tabla 3 muestra los coeficientes de ponderación y las propiedades de las combinaciones lineales de banda ancha y de banda estrecha para un mayor nivel de ruido. Las mayores asunciones de ruido dan como resultado menores coeficientes de ponderación de código y un coeficiente de ponderación de fase E6 ligeramente mayor para la combinación de banda ancha de cuatro frecuencias E1-E5a-E5b-E6. Para todas las demás configuraciones de frecuencia, los coeficientes de ponderación son los mismos que en la Tabla 2. Para combinaciones de banda estrecha, el uso de frecuencias adicionales únicamente tiene un impacto insignificante sobre  $\lambda$  y  $\sigma_n$ . La discriminación de ambigüedades varía entre 10,1 y 11,2, que es mayor que en el caso de las tres primeras combinaciones de la Tabla 3, pero menor que en el caso de las restantes combinaciones de banda ancha.

La maximización previa de  $\frac{\lambda}{2\sigma_n}$  no tiene en cuenta los sesgos. El sesgo de la combinación del caso menos

favorable se obtiene a partir de las cotas superiores  $b_{\varphi_m}$  y  $b_{\rho_m}$  sobre los sesgos de las mediciones como

$$b_n = \sum_{m=1}^M |\alpha_m| \cdot b_{\varphi_m} + |\beta_m| \cdot b_{\rho_m}. \tag{31}$$

La Tabla 4 muestra combinaciones mixtas código-portadora de banda ancha de triple frecuencia de discriminación máxima de ambigüedades  $D = \frac{\lambda}{2\sigma_n}$  con una restricción adicional sobre el sesgo de la combinación. Obviamente, la restricción del sesgo da como resultado coeficientes de ponderación significativamente menores.

Se sugiere una discriminación generalizada de ambigüedades que se define como la relación entre la longitud de onda  $\lambda$  y una suma ponderada de la desviación típica  $\sigma_n$  de la combinación y el sesgo  $b_n$  de la combinación, es decir,

$$D = \frac{\lambda}{\kappa_1 \sigma_n + \kappa_2 b_n}, \tag{32}$$

con los coeficientes de ponderación  $\kappa_1$  y  $\kappa_2$ . La Tabla 5 muestra los coeficientes de ponderación y las propiedades de combinaciones mixtas código-portadora GP-IF-NP que maximizan la discriminación de la Ecuación (32) para  $\kappa_1 = 1$  y  $\kappa_2 = 1$ . Dado que la maximización de la Ecuación (32) tiende a una gran longitud de onda, se ha introducido una restricción de la longitud de onda para limitar la amplificación de ruido.

Se usa ventajosamente una combinación que maximiza la Ecuación (32) para el posicionamiento preciso de puntos y la estimación de sesgos, ya que se beneficia de una gran robustez con respecto tanto a los sesgos y a los errores estadísticos.

3. El PPP con mediciones SD entre satélites y combinaciones mixtas código-portadora

El posicionamiento preciso de puntos requiere una estimación del sesgo de fase para mantener la naturaleza entera de las ambigüedades. Las mediciones de diferencias simples entre satélites (= SD) son evaluadas en [2] para eliminar el sesgo del receptor y el desfase horario. Los sesgos de fase SD entre satélites son calculados en una red de estaciones de referencia [3] y proporcionados a los usuarios. El código SD recibido y la fase de la portadora se obtienen de (1) como

$$\rho_{u,m}^{kl}(t_i) = r_u^{kl}(t_i) + q_{1m}^2 I_u^{kl}(t_i) + T_u^{kl}(t_i) + b_{\rho_m}^{kl} + \varepsilon_{\rho_{u,m}}^{kl}(t_i) \quad (33)$$

$$\lambda_m \varphi_{u,m}^{kl}(t_i) = r_u^{kl}(t_i) - q_{1m}^2 I_u^{kl}(t_i) + T_u^{kl}(t_i) + \lambda_m N_{u,m}^{kl} + \lambda_m b_{\varphi_m}^{kl} + \varepsilon_{\varphi_{u,m}}^{kl}(t_i) \quad (34)$$

habiéndose establecido una correlación entre los sesgos horarios de la SD y los errores orbitales de la SD con respecto a los sesgos código/fase de la SD.

Se calcula una combinación lineal de estos sesgos de SD en una única estación de referencia y es aplicable para usuarios hasta una distancia de varios cientos de kilómetros. Estos sesgos se actualizan cada 10 min y no requieren un cálculo de promedio a gran escala de una gran red de estaciones de referencia.

3.1 Estimación del sesgo con la combinación Melbourne-Wübbena

La calibración del sesgo de fase L1/L2 de [2], [3] y [4] usa dos combinaciones lineales.

En una primera etapa se calcula la combinación Melbourne-Wübbena (MW) sin geometría sin efecto ionosférico [1]:

$$\begin{aligned} \lambda_{WL} \varphi_{MW}^{kl} &= \left( \frac{f_1}{f_1 - f_2} \lambda_1 \varphi_1^{kl} - \frac{f_2}{f_1 - f_2} \lambda_2 \varphi_2^{kl} \right) - \left( \frac{f_1}{f_1 + f_2} \rho_1^{kl} + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \rho_2^{kl} \right) \\ &= \lambda_{WL} (N_1^{kl} - N_2^{kl}) + \lambda_{WL} (b_{\varphi_1}^{kl} - b_{\varphi_2}^{kl}) - \frac{f_1}{f_1 + f_2} b_{\rho_1}^{kl} - \frac{f_2}{f_1 + f_2} b_{\rho_2}^{kl} + \varepsilon_{MW}^{kl} \end{aligned} \quad (35)$$

en la que se han omitido los índices del receptor y temporales y en la que  $\lambda_{WL}$  denota la longitud de onda de la combinación de banda ancha.

En una segunda etapa, se determina la combinación de portadora-fase L1/L2 sin efecto ionosférico (IF), es decir,

$$\begin{aligned} \lambda_{IF} \varphi_{IF}^{kl} &= \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_1 \varphi_1^{kl} - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 \varphi_2^{kl} \\ &= r^{kl} + T^{kl} + \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_1 (N_1^{kl} + b_{\varphi_1}^{kl}) - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 (N_2^{kl} + b_{\varphi_2}^{kl}) + \varepsilon_{IF}^{kl} \end{aligned} \quad (36)$$

que incluye el término conjunto  $B_{IF}^{kl}$  de ambigüedad/sesgo que se define como

$$B_{IF}^{kl} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_1 (N_1^{kl} + b_{\varphi_1}^{kl}) - \frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \lambda_2 (N_2^{kl} + b_{\varphi_2}^{kl}) + \varepsilon_{IF}^{kl}. \quad (37)$$

Por último, se combinan los términos de ambigüedad/sesgo de MW e IF por medio de

$$\frac{f_1 + f_2}{c} B_{IF}^{kl} - \frac{f_2}{f_1 - f_2} \varphi_{MW}^{kl} = N_1^{kl} + \tilde{b}_{\varphi_1}^{kl} + \tilde{\varepsilon}^{kl} \quad (38)$$

con

$$\tilde{b}_{\varphi_1}^{kl} = b_{\varphi_1}^{kl} + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \frac{b_{\rho_1}^{kl}}{\lambda_1} + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \frac{b_{\rho_2}^{kl}}{\lambda_2}. \quad (39)$$

La estimación del sesgo en L2 se obtiene de manera similar combinando este sesgo y el sesgo MW, es decir,

$$\tilde{b}_{\varphi_2}^{ki} = b_{\varphi_2}^{ki} + \frac{f_1}{f_1 + f_2} \frac{b_{\rho_1}^{ki}}{\lambda_1} + \frac{f_2}{f_1 + f_2} \frac{b_{\rho_2}^{ki}}{\lambda_2}. \quad (40)$$

Estos sesgos son proporcionados por la estación 15 de referencia y permiten que el dispositivo móvil 5 de navegación determine ambigüedades enteras de L1 y L2 sin sesgo.

5 Sin embargo, existen algunos aspectos críticos de este enfoque: En primer lugar, no pueden determinarse por separado los sesgos de fase L1 y L2, ya que (39) y (40) también incluyen sesgos de código L1 y L2. En segundo lugar, la combinación lineal conservadora de la geometría sin efecto ionosférico a la que corresponden las estimaciones de sesgo es una combinación de banda estrecha con una longitud de onda de solo 10,7 cm. Cualquier combinación lineal de las estimaciones de sesgo en (39) y (40) no se refiere a una combinación lineal conservadora de la geometría sin efecto ionosférico con una longitud de onda mayor de 10,7 cm. Otro punto crítico es el significativo ruido de código en la combinación de banda estrecha. Todos estos aspectos son la base del diseño de nuevas combinaciones mixtas código-portadora sin efecto ionosférico para la estimación del sesgo.

### 3.2 Estimación del sesgo con combinaciones mixtas código-portadora

Se sugiere el siguiente esquema para la estimación del sesgo.

15 En una primera etapa, se calculan mediciones de diferencias simples entre satélites de señales de código y fase en las que normalmente se elige el satélite 2 de mayor elevación como satélite de referencia.

En una segunda etapa, se calcula entonces una combinación conservadora de la geometría sin efecto ionosférico con discriminación máxima de la combinación a partir de las mediciones de diferencias simples.

Alternativamente, se calcula la combinación conservadora de la geometría sin efecto ionosférico en la primera etapa y las diferencias simples se llevan a cabo en una segunda etapa.

20 Para la combinación lineal, puede usarse con ventaja una combinación lineal de la Tabla 5 debido a su robustez con respecto tanto a los errores y los sesgos estocásticos. Se ha introducido la robustez del sesgo, dado que existen sesgos como la trayectoria múltiple que dependen de la ubicación del dispositivo móvil de navegación y que no pueden ser estimados en la estación 15 de referencia. Si el sesgo máximo está acotado a un valor predefinido, se usa con ventaja una combinación lineal de la Tabla 4. Si los sesgos residuales debidos a la trayectoria múltiple son insignificantes, puede escogerse una combinación lineal ya sea de la Tabla 2 o de la 3. En las simulaciones siguientes se ha escogido la primera combinación de la Tabla 2.

Las diferencias simples de esta combinación mixta de código-portadora se escriben en notación matricial vectorial como

$$\lambda \Delta \Phi = \left[ \lambda \Delta \Phi^T(t_1) \dots \lambda \Delta \Phi^T(t_{N_T}) \right]^T \quad \text{con} \quad \lambda \Delta \Phi(t_i) = \left[ \lambda \varphi^{1K}(t_i) \dots \lambda \varphi^{(K-1)K}(t_i) \right]^T. \quad (41)$$

denotando  $N_T$  el número de instancias de medición y designando  $K$  el satélite 2 de referencia.

30 En una tercera etapa, se calculan los intervalos de las diferencias simples y los desfases horarios de satélite de las diferencias simples a partir de la efeméride conocida y de la posición conocida de la estación 15 de referencia. La suma de los intervalos de las diferencias simples y los desfases horarios de satélite de las diferencias simples se denota como  $\Delta r$  y se resta de las mediciones de diferencias simples. Las combinaciones lineales obtenidas se modelan como

$$\lambda \Delta \tilde{\Phi} = \lambda \Delta \tilde{\Phi} - \Delta r = \mathbf{H}_1 (\Delta \mathbf{N} + \Delta \mathbf{b}) + \mathbf{H}_2 T_c + \Delta \epsilon \quad (42)$$

35 con

$$\mathbf{H}_1 = \lambda \cdot \mathbf{1}^{N_T \times 1} \otimes \mathbf{I}^{(K-1) \times (K-1)} \quad (43)$$

$$\mathbf{H}_2 = \left[ \Delta \mathbf{m}_w^T(t_1) \dots \Delta \mathbf{m}_w^T(t_{N_T}) \right]^T$$

y

$$\Delta \mathbf{m}_w(t_i) = \begin{bmatrix} m_w^1(t_i) - m_w^K(t_i) \\ \vdots \\ m_w^{K-1}(t_i) - m_w^K(t_i) \end{bmatrix} \quad (44)$$

denotando  $m_w$  una función de correlación para el retardo cenital troposférico con humedad. Normalmente, se escoge la función de correlación de Niell de [10] debido a su independencia de los datos meteorológicos. Acto seguido, se lleva a cabo una estimación ponderada de mínimos cuadrados de los sesgos  $\Delta \mathbf{b}$  de la combinación SD y del retardo cenital troposférico con humedad  $T_z$ . Dado que no pueden estimarse individualmente las ambigüedades de valores enteros y los sesgos de valores reales, se estima un término común de ambigüedad/sesgo  $\Delta \mathbf{N} + \Delta \mathbf{b}$  y luego se divide en una parte entera  $\Delta \mathbf{N}$  y una parte fraccionaria  $\Delta \mathbf{b}$ . A continuación, se emite la parte fraccionaria  $\Delta \mathbf{b}$  como un término de corrección. Después, cualquier dispositivo móvil 5 de navegación puede usar este sesgo para un posicionamiento preciso de puntos con las combinaciones lineales.

En las simulaciones siguientes, se consideran mediciones de 1 Hz en un intervalo de 10 minutos. La matriz de covarianzas de las SD con un satélite 2 de referencia está caracterizada por  $2\sigma_n^2$  en todos los elementos de la diagonal y por  $\sigma_n^2$  en los elementos fuera de la diagonal.

La Figura 3 muestra que es alcanzable una desviación típica de entre algunos milímetros y 2,5 cm para las estimaciones del sesgo de SD de la combinación mixta de código-portadora sin efecto ionosférico con  $\lambda = 3,215$  m.

La precisión de la estimación del sesgo puede mejorar significativamente usando una combinación adicional código-portadora sin efecto ionosférico L1-E5. Para esta combinación se usan mediciones de diferencias simples entre satélites diferenciados temporalmente para evitar la introducción de sesgos y ambigüedades adicionales. Los coeficientes de ponderación están descritos únicamente por cuatro restricciones: Conservación de la geometría, eliminación del efecto ionosférico, falta de correlación con la primera combinación (de discriminación máxima) y mínima amplificación de ruido. Los coeficientes de ponderación de fase L1/E5 se obtienen como  $\tilde{\alpha}_1 = 1,7321$ ,

$\tilde{\alpha}_2 = -0,8617$  y los respectivos coeficientes de código son  $\tilde{\beta}_2 = 0,0002$ ,  $\tilde{\beta}_2 = 0,1294$ . El nivel de ruido de esta combinación lineal se caracteriza por una desviación típica de solo 2,3 mm. Ambas combinaciones lineales se escriben en la notación matricial vectorial como

$$\begin{bmatrix} \lambda \Delta \tilde{\phi}_1 \\ \lambda \Delta \tilde{\phi}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \Delta \phi_1 - \Delta \mathbf{r} \\ \lambda \Delta \phi_2 - \Delta \mathbf{r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{0} & \mathbf{H}_3 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{N} + \Delta \mathbf{b} \\ T_z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_1 \\ \Delta \boldsymbol{\varepsilon}_2 \end{bmatrix} \quad (45)$$

con

$$\mathbf{H}_3 = \left[ \Delta \mathbf{m}_w^T(t_2) - \Delta \mathbf{m}_w^T(t_1), \dots, \Delta \mathbf{m}_w^T(t_{N_T}) - \Delta \mathbf{m}_w^T(t_{N_T} - t_{N_T-1}) \right]^T. \quad (46)$$

La Figura 4 demuestra el beneficio de esta segunda combinación de mediciones de diferencia temporal para la estimación del sesgo. La incertidumbre de las estimaciones críticas del sesgo de SD a partir de la primera combinación código-portadora puede reducirse en al menos un orden de magnitud. Cada punto se refiere a una SD para una época y los diferentes colores representan diferentes intervalos de tanda.

El beneficio de la segunda combinación lineal de mediciones de diferencia temporal motiva la reducción del intervalo de tandas de medición a 5 min. La Figura 5 demuestra una precisión alcanzable del sesgo de SD entre 3 mm y 11 mm, mientras que los valores mayores se refieren a satélites de baja elevación. Los respectivos sesgos de SD pueden ser estimados con mayor precisión por otra estación de referencia con mejor visibilidad.

### 3.3 El PPP con combinaciones mixtas código-portadora

El PPP se lleva a cabo con combinaciones mixtas de fase de código-portadora usando las estimaciones de sesgo desde la estación 15 de referencia. Las mediciones de fase mixtas código-portadora de SD se modelan en el dispositivo móvil 5 de navegación, de forma similar a (45), como

$$\lambda \Delta \tilde{\phi} = \lambda \Delta \phi - \mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{b} = \mathbf{H}_0 \mathbf{x} + \mathbf{H}_1 \Delta \mathbf{N} + \mathbf{H}_2 T_z + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (47)$$

con la matriz de geometría  $\mathbf{H}_0 = \begin{bmatrix} \mathbf{e}^{1K} & \dots & \mathbf{e}^{(K-1)K} \end{bmatrix}^T$ , la posición  $\mathbf{x}$  de usuario y los vectores de dirección de SD  $\mathbf{e}^{kK} = \mathbf{e}^k - \mathbf{e}^K$ .

5 La estimación con mínimos cuadrados de  $\mathbf{x}$ ,  $\Delta \mathbf{N}$  y  $T_z$  está soportada por una segunda combinación solo de código de L1-E5 de mínima amplificación de ruido. Esta combinación conservadora de la geometría sin efecto ionosférico ( $\beta_1 = 2,338$ ,  $\beta_2 = -1,338$ ) tiene un nivel de ruido de  $\sigma_n = 46,8$  cm y carece de correlación con la combinación mixta de código-portadora ( $\lambda = 3,215$  m). En el análisis ulterior, se omite el operador  $\Delta$  de diferencias simples para simplificar la notación.

10 La resolución de ambigüedades enteras se basa en el remuestreo secuencial [11], que logra una tasa de éxito mayor que el redondeo directo. El remuestreo tradicional fija las ambigüedades en el siguiente orden: En primer lugar, se fija la ambigüedad entera de la varianza menor. A continuación, se elimina de las mediciones esta ambigüedad, se calculan una nueva "solución flotante" de valor real de la posición del dispositivo móvil 5 de navegación, ambigüedades y el retardo cenital troposférico y se fija la ambigüedad flotante más fiable. Se repite esta etapa hasta que se fijan todas las ambigüedades. La fijación secuencial tiene en cuenta la correlación entre las estimaciones de ambigüedades flotantes y logra una probabilidad menor de fijación errónea que el redondeo tradicional. Teunissen ha expresado las estimaciones de las ambigüedades enteras en [6] en función de las varianzas condicionales, es decir,

$$\begin{aligned} \tilde{N}_{B,1} &= \left[ \hat{N}_1 \right] \\ \tilde{N}_{B,2} &= \left[ \hat{N}_{2|1} \right] = \left[ \hat{N}_2 - \sigma_{\hat{N}_2 \hat{N}_1} \sigma_{\hat{N}_1}^{-2} \left( \hat{N}_1 - \tilde{N}_{B,1} \right) \right] \end{aligned} \quad (48)$$

y

$$\tilde{N}_{B,k} = \left[ \hat{N}_{k|k} \right] = \left[ \hat{N}_k - \sum_{l=1}^{k-1} \sigma_{\hat{N}_k \hat{N}_{l|l}} \sigma_{\hat{N}_{l|l}}^{-2} \left( \hat{N}_{l|l} - \tilde{N}_{B,l} \right) \right] \quad (49)$$

Denotando  $[\cdot]$  el redondeo al entero más próximo y  $\mathbf{k} = \{1, \dots, k-1\}$ . El estimador de ambigüedades secuenciales también puede escribir en notación matricial vectorial como

$$\begin{bmatrix} \hat{N}_1 - \tilde{N}_{B,1} \\ \hat{N}_2 - \tilde{N}_{B,2} \\ \hat{N}_3 - \tilde{N}_{B,3} \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{L} \cdot \begin{bmatrix} \hat{N}_1 - \tilde{N}_{B,1} \\ \hat{N}_{2|1} - \tilde{N}_{B,2} \\ \hat{N}_{3|1,2} - \tilde{N}_{B,3} \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (50)$$

20 con  $\mathbf{L}(i, j) = \sigma_{\hat{N}_i \hat{N}_{j|j}} \sigma_{\hat{N}_{j|j}}^{-2}$  para  $i > j$ ,  $\mathbf{L}(i, j) = 0$  para  $i < j$  y  $\mathbf{L}(i, i) = 1$ . Se obtienen las varianzas condicionales

$\hat{N}_{k|k}$  de una descomposición triangular de la matriz de covarianzas de ambigüedades flotantes  $\boldsymbol{\Sigma}_{\hat{N}} = \mathbf{L} \mathbf{D} \mathbf{L}^T$  como  $\sigma_{\hat{N}_{k|k}}^2 = \mathbf{D}(k, k)$ . La tasa de éxito del estimador de remuestreo depende del orden de las fijaciones de ambigüedades y está dada en [12] como

$$P_s = \prod_{k=1}^{K-1} \Phi \left( \frac{1 - 2b_{\hat{N}_{k|k}}}{2\sigma_{\hat{N}_{k|k}}} \right) + \Phi \left( \frac{1 + 2b_{\hat{N}_{k|k}}}{2\sigma_{\hat{N}_{k|k}}} \right) - 1 \quad (51)$$

con los sesgos condicionales  $b_{\hat{N}_{k|k}}$  y

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{1}{2} v^2 \right) dv. \quad (52)$$

Puede aplicarse la fijación secuencial a las ambigüedades flotantes en el orden original o a una permutación de las ambigüedades flotantes, por ejemplo ordenada con respecto a las varianzas. La tasa de éxito del estimador de remuestreo aumenta significativamente si se aplica una transformación  $\mathbf{Z}$  de descorrelación de enteros [12] a las ambigüedades flotantes antes de la fijación secuencial.

- 5 La Figura 6 muestra la probabilidad de la fijación errónea de ambigüedades de SD para diferentes estimadores de remuestreo y sesgos conocidos. La transformación de descorrelación de enteros reduce la tasa de error en hasta diez órdenes de magnitud para algunas épocas. La alta fiabilidad de la fijación de las ambigüedades de una sola época está causada por la gran longitud de onda de  $\lambda = 3,215 \text{ m}$  y al bajo nivel de ruido de código de la combinación mixta de código-portadora.
- 10 Los sesgos condicionales  $b_{\hat{N}_{k|k}}$  de las ambigüedades flotantes están relacionados con los sesgos residuales de la combinación mixta de código-portadora ( $\mathbf{b}_1$ ) y de la combinación de solo código ( $\mathbf{b}_2$ ) mediante

$$\begin{bmatrix} b_{\hat{N}_1} \\ b_{\hat{N}_{2|1}} \\ \vdots \end{bmatrix} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{b}_{\hat{N}} = \mathbf{L}^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{b}_{\hat{N}} = \underbrace{\mathbf{L}^{-1} \mathbf{Z} \mathbf{P} (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}}_{[\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2]} \begin{bmatrix} \mathbf{b}_1 \\ \mathbf{b}_2 \end{bmatrix} \quad (53)$$

con

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_0 & \mathbf{H}_1 & \mathbf{H}_2 \\ \mathbf{H}_0 & \mathbf{0} & \mathbf{H}_2 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{0}^{(K-1) \times 3} & \mathbf{1}^{(K-1) \times (K-1)} & \mathbf{0}^{(K-1) \times 1} \end{bmatrix}.$$

Una cota superior para la ambigüedad condicional  $k$ -ésima está dada, para  $-b_{c,\max}^j < b_c^j < +b_{c,\max}^j$ ,  $c \in \{1, 2\}$ , por

$$\max \left( b_{\hat{N}_{k|k}} \right) \leq \sum_{j=1}^{K-1} |M_1(k, j)| \cdot b_{1,\max}^j + \sum_{j=1}^{K-1} |M_2(k, j)| \cdot b_{2,\max}^j. \quad (55)$$

- 15 La Figura 7 muestra el impacto de los sesgos residuales (no corregidos) de SD sobre la probabilidad de fijación errónea. Un sesgo residual de 2 cm para la combinación mixta de código-portadora y de 10 cm para la combinación de solo código reduce la tasa de éxito solo ligeramente debido a la gran longitud de onda de la combinación lineal.

La tasa de éxito de la resolución instantánea de ambigüedades puede aumentar significativamente usando mediciones de múltiples épocas. Para el PPP, se estiman la posición y el retardo cenital troposférico con humedad una vez por época.

- 20 La Figura 8 muestra que la probabilidad de fijación errónea puede reducirse a menos de  $10^{-10}$  en menos de 5 s. En consecuencia, pueden satisfacerse los requisitos CAT III para el aterrizaje de aeronaves para la resolución de ambigüedades de la combinación mixta de código-portadora.

- 25 Después de la fijación de las ambigüedades, se corrigen las combinaciones mixta de código-portadora y de solo código de las mediciones de SD mediante ambigüedades/sesgos y se estima la posición del receptor; es decir,

$$\hat{\mathbf{x}} = \mathbf{S} (\mathbf{X}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \begin{bmatrix} \lambda \tilde{\boldsymbol{\varphi}} \\ \tilde{\boldsymbol{\rho}} \end{bmatrix} \quad (56)$$

con la matriz de selección  $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{1}^{3 \times 3} & \mathbf{0}^{3 \times (K-1)} & \mathbf{1}^{3 \times 1} \end{bmatrix}$ . La precisión de posicionamiento mejora si se aplica el aplanamiento de la portadora sin efecto ionosférico de [13] a la combinación mixta de código-portadora. La combinación lineal aplanada se escribe

$$\lambda \bar{\boldsymbol{\varphi}}(t_i) = \bar{\boldsymbol{\chi}}(t_i) + \lambda_c \boldsymbol{\varphi}_c(t_i) \quad (57)$$

con  $\chi(t_i) = \lambda\phi(t_i) - \lambda_c\phi_c(t_i)$ . Este término sin geometría sin efecto ionosférico es filtrado por un filtro pasabanda; es decir,

$$\bar{\chi}(t_i) = \left(1 - \frac{1}{\tau}\right)\bar{\chi}(t_{i-1}) + \frac{1}{\tau}\chi(t_i). \quad (58)$$

La combinación de aplanamiento  $\lambda_c\phi_c$  es conservadora de la geometría, sin efecto ionosférico y de mínimo ruido. La varianza de la combinación mixta aplanada código-portadora es dada por [5] como

$$\sigma_n^2 = \sigma_c^2 + \frac{1}{2\tau_s - 1} \cdot (\sigma_n^2 + \sigma_c^2 - 2\sigma_{nc}) + \frac{2}{\tau_s} \cdot (\sigma_{nc} - \sigma_c^2) \quad (59)$$

5 con la constante de tiempo de aplanamiento  $\tau_s$ , la varianza  $\sigma_c^2$  de la combinación de aplanamiento, la varianza  $\sigma_n^2$  de la combinación mixta no aplanada código-portadora y la covarianza  $\sigma_{nc}$  entre estas dos combinaciones. La combinación de aplanamiento L1-E5 tiene un nivel de ruido de  $\sigma_c = 2,7 \text{ mm}$  y permite una reducción de ruido de la combinación mixta de código-portadora desde  $3,76 \text{ cm}$  a  $3,7 \text{ mm}$  para  $\tau_s = 120 \text{ s}$ .

10 La Figura 9 muestra la precisión de posicionamiento de una sola época con mediciones de SD por medio de un aplanamiento de  $120 \text{ s}$  de la portadora sin efecto ionosférico de la combinación código-portadora sin efecto ionosférico con  $\lambda = 3,215 \text{ m}$ , auxiliada por una combinación de solo código. La Figura 9 muestra, además, una desviación típica de algunos milímetros para la posición horizontal y de menos de  $5 \text{ cm}$  para la posición vertical en el 90% de las épocas. Se observa una alta correlación entre el error de la posición vertical y el retardo cenital troposférico y degrada la precisión del posicionamiento vertical hasta algunos decímetros para algunas épocas.

15 La estimación del sesgo en la estación de referencia deja algunos sesgos residuales cuyo impacto en la posición se muestra en la Figura 10. Se han escogido los sesgos residuales de SD mixtos de código-portadora según las desviaciones típicas de la Figura 3. Se da por sentado que los sesgos residuales de la combinación SD solo de código son 10 veces mayores. El sesgo de la posición vertical está muy correlacionado con el sesgo del retardo cenital troposférico y varía entre  $1 \text{ cm}$  y  $10 \text{ cm}$ .

20 Una comparación de las Figuras 9 y 10 muestra que la desviación típica y el sesgo de la posición del receptor se caracterizan por un orden similar de magnitud, aunque los sesgos sean ligeramente más críticos. La menor desviación típica se logra por medio del aplanamiento de la portadora sin efecto ionosférico, que no afecta a los sesgos de la combinación mixta código-portadora.

#### 4. El PPP con mediciones de SD entre satélites sin combinaciones lineales.

25 La estimación de los sesgos de fase y de código de SD por cada frecuencia no resulta viable, ya que al menos un sesgo no puede ser distinguido del retardo ionosférico. Sin embargo, las señales Galileo E5a y E5b se modulan en la misma portadora, lo que motiva la asunción de un sesgo común. En este caso, pueden determinarse por separado los sesgos de código y de fase de SD de L1 y E5. La precisión puede aumentar si también se tiene en cuenta la señal E5c, que corresponde al lóbulo central entre E5a y E5b.

30 En primer lugar, se determinan las ambigüedades de banda ancha entre E5a y E5b ( $\lambda = 9,76 \text{ m}$ ), así como entre E5a y E5c ( $\lambda = 19,52 \text{ m}$ ), con la combinación Melbourne-Wübbena [1]. Así, las tres ambigüedades de E5 y los sesgos de fase se reducen a una única ambigüedad y a un sesgo de una única fase. Las mediciones de código y de fase de SD en las cuatro frecuencias están modeladas para una estación 15 de referencia de posición conocida como

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} - \mathbf{A}_0\Delta\mathbf{r} = \mathbf{A}_1\Delta\mathbf{b}_\phi + \mathbf{A}_2\Delta\mathbf{b}_\rho + \mathbf{A}_3\Delta\mathbf{I}_1 + \mathbf{A}_4\frac{\partial}{\partial t}\Delta\mathbf{I}_1 + \mathbf{A}_5T_z + \mathbf{A}_6\frac{\partial}{\partial t}T_z + \boldsymbol{\varepsilon} \quad (60)$$

con

$$\mathbf{A}_1 = \mathbf{1}^{N_T \times 1} \otimes \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \\ 0 & \lambda_3 \\ 0 & \lambda_4 \\ \mathbf{0}^{4 \times 1} & \mathbf{0}^{4 \times 1} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{1}^{(K-1) \times (K-1)}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_2 &= \mathbf{1}^{N_T \times 1} \otimes \begin{bmatrix} \mathbf{1}^{4 \times 1} & \mathbf{1}^{4 \times 1} \\ 1 & 0 \\ \mathbf{0}^{3 \times 1} & \mathbf{1}^{3 \times 1} \end{bmatrix} \otimes \mathbf{1}^{(K-1) \times (K-1)} \\
 \mathbf{A}_3 &= \mathbf{1}^{N_T \times 1} \otimes \mathbf{A}_I = \mathbf{1}^{N_T \times 1} \otimes \begin{bmatrix} +q_{11}^2 \\ \vdots \\ +q_{14}^2 \\ -q_{11}^2 \\ \vdots \\ -q_{14}^2 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{1}^{(K-1) \times (K-1)} \\
 \mathbf{A}_5 &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}^{8 \times 1} \otimes \Delta \mathbf{m}_w(t_1) \\ \vdots \\ \mathbf{1}^{8 \times 1} \otimes \Delta \mathbf{m}_w(t_N) \end{bmatrix} \tag{61}
 \end{aligned}$$

Se da por sentado que tanto el retardo ionosférico como el troposférico son lineales por tramos. Las matrices del diseño para los gradientes ionosférico/troposférico están dadas por

$$\begin{aligned}
 \mathbf{A}_4 &= \begin{bmatrix} 1\delta t & 0 & 0 & \dots \\ 2\delta t & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \delta t / r_I & 0 & 0 & \\ \delta t / r_I & 1\delta t & 0 & \dots \\ \delta t / r_I & 2\delta t & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \delta t / r_I & \delta t / r_I & 0 & \\ \delta t / r_I & \delta t / r_I & 1\delta t & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \otimes \mathbf{A}_I \\
 \mathbf{A}_6 &= \begin{bmatrix} \mathbf{1}^{8 \times 1} \otimes \Delta \mathbf{m}_w(t_1) & & & \\ & \ddots & & \\ & & \mathbf{1}^{8 \times 1} \otimes \Delta \mathbf{m}_w(t_N) & \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1\delta t & 0 & 0 & \dots \\ 2\delta t & 0 & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \delta t / r_T & 0 & 0 & \\ \delta t / r_T & 1\delta t & 0 & \dots \\ \delta t / r_T & 2\delta t & 0 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \\ \delta t / r_T & \delta t / r_T & 0 & \\ \delta t / r_T & \delta t / r_T & 1\delta t & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \end{bmatrix} \tag{62}
 \end{aligned}$$

denotando  $r_I$  y  $r_T$  la tasa de la estimación del gradiente ionosférico/troposférico y representando  $\delta t$  el intervalo temporal entre dos mediciones. Tanto la ionosfera como troposfera son parámetros molestos para la estimación del

sesgo, y se eliminan por medio de una proyección ortogonal [14]. Se obtienen las estimaciones del sesgo de fase como

$$\Delta \hat{\mathbf{b}}_{\phi} = \left( \overline{\mathbf{A}}_1^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \overline{\mathbf{A}}_1 \right)^{-1} \overline{\mathbf{A}}_1^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \tilde{\mathbf{y}} \quad (63)$$

con

$$\overline{\mathbf{A}}_1 = \mathbf{P}_{\mathbf{A}_{2,\dots,6}}^{\perp} \quad \text{y} \quad \mathbf{A}_{2,\dots,6} = [\mathbf{A}_2, \dots, \mathbf{A}_6] \quad (64)$$

y la proyección ortogonal

$$\mathbf{P}_{\mathbf{A}_{2,\dots,6}}^{\perp} = \mathbf{1} - \mathbf{A}_{2,\dots,6} \left( \mathbf{A}_{2,\dots,6}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} \mathbf{A}_{2,\dots,6} \right)^{-1} \mathbf{A}_{2,\dots,6}^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1}. \quad (65)$$

- 5 Además, la complejidad puede reducirse adicionalmente si se tienen en cuenta las propiedades pobres de  $\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_6$  y la estructura diagonal del bloque de la matriz de covarianzas  $\boldsymbol{\Sigma}$ .

La Figura 11 muestra la precisión alcanzable para una estimación de sesgo de fase de SD con mediciones no combinadas de fase y de código en una única estación de referencia. Se han generado mediciones simuladas de 1 Hz en L1, E5a, E5b y E5c para periodos de 10 min. Se ha dado por sentado un ruido de fase de  $\sigma_{\phi} = 1$  mm y se ha escogido un ruido de código según la CRB para 45 dBHz, es decir,  $\sigma_{\rho_1} = 11,80$  cm para E1 (MBOC(6,1,1/11), 20

MHz),  $\sigma_{\rho_{\{2,3\}}} = 8,29$  cm para E5a/b (BPSK(10), 20 MHz) y  $\sigma_{\rho_4} = 15,10$  cm para E5c (AltBOC(15,10), 10 MHz).

Se estiman los gradientes ionosféricos una vez cada 10 s y se actualiza el gradiente del retardo cenital troposférico con humedad cada 120 s.

15 La desviación típica de las estimaciones de sesgos de la fase L1 de SD varía entre 2 mm y 7 mm con la excepción de dos épocas en las que una SD muestra una desviación típica de 2 cm. Este valor atípico se explica por el reducido ángulo de elevación ( $5^{\circ}$ ) del satélite respectivo y el reducido número de satélites visibles. Puede determinarse con mayor precisión este sesgo de la fase de la SD en una estación de referencia diferente.

La desviación típica de las estimaciones de sesgos de fase de SD de la Figura 11 está entre uno y dos órdenes de magnitud por debajo del sesgo ponderado de código ( $b_{\rho_{\{1,2\}}} = 10$  cm) en la estimación del sesgo de la fase L1 de

20 (38). Los sesgos de fases no combinadas también podrían ser beneficiosos para receptores de una sola frecuencia que no puedan formar la combinación MW.

## 5. Ventajas

El posicionamiento preciso de puntos con mediciones de diferencias simples entre satélites requiere estimaciones precisas de los sesgos de fase y de código para la resolución de ambigüedades.

25 Se ha descrito un procedimiento para la estimación de los sesgos de diferencias simples entre satélites para el posicionamiento preciso de puntos. Usa una combinación mixta de código-portadora sin efecto ionosférico de máxima discriminación de ambigüedades definida como la relación entre la longitud de onda y la desviación típica del ruido. La combinación lineal de L1-E5 de discriminación máxima se caracteriza por una longitud de onda de 3,215 m, un bajo nivel de ruido de 3,76 cm y una supresión de trayectorias múltiples de código de E1 de 23,5 dB. La longitud de onda de 3,215 m de la combinación lineal de discriminación máxima de L1-E5 es cuatro veces mayor que la longitud de onda de la combinación Melbourne-Wübbena de L1-E5. A diferencia de la combinación Melbourne-Wübbena, la combinación propuesta mixta de código-portadora es una combinación lineal conservadora de la geometría, de modo que las estimaciones de sesgo sean directamente aplicables en el receptor móvil 5. Los sesgos de diferencias simples de la combinación lineal de maximización de la discriminación se determinan en una única estación 15 de referencia con una precisión entre algunos milímetros y 1 cm en menos de 5 min. Dado que estos sesgos se refieren a una combinación lineal conservadora de la geometría, son directamente aplicables en el dispositivo móvil 5 de navegación.

40 La precisión de la estimación del sesgo mejora adicionalmente con una combinación mixta adicional de código-portadora, sin efecto ionosférico, de L1-E5 de mediciones de diferencia temporal que no tenga correlación con la combinación de maximización de la discriminación. La combinación adicional usa mediciones de diferencias temporales para evitar la introducción de ambigüedades y sesgos adicionales. Además, los sesgos de fase y de código de SD en L1 y E5 también pueden ser determinados por separado subdividiendo la banda Galileo E5 en las bandas E5a, E5b y E5c, correspondiendo esta con el lóbulo central entre E5a y E5b.

Los procedimientos descritos en lo que antecede también pueden ser implementados en productos de soporte lógico que contengan código de programa para llevar a cabo los procedimientos. El producto de soporte lógico puede almacenarse, en particular, en un medio de almacenamiento o en un soporte de datos legible por ordenador, que también puede ser una señal eléctrica de una red de datos.

5 En general, debería hacerse notar que las operaciones lineales en señales de fase o de código pueden llevarse a cabo en cualquier orden. Por ejemplo, la resta 20 de los intervalos conocidos y los desfases horarios de la Figura 2 también puede realizarse antes del cálculo 19 de las diferencias simples entre satélites. De forma correspondiente, puede invertirse la secuencia de cualquier otra operación lineal.

10 Debería hacerse notar, además, que en toda la descripción y las reivindicaciones de esta memoria, el singular abarca el plural, a no ser que el contexto requiera otra cosa. En particular, cuando se usa un artículo indefinido, debe entenderse que la memoria contempla la pluralidad, así como la singularidad, a no ser que el contexto requiera otra cosa.

15 Además, ha de entenderse que los rasgos, los enteros, las características, los compuestos o los grupos descritos en unión con un aspecto, una realización o un ejemplo particulares de la invención son aplicables a cualquier otro aspecto, realización o ejemplo descritos en el presente documento, a no ser que sean incompatibles con el mismo.

Tabla 1: Cotas de Cramér-Rao para  $C/N_0 = 45$  dB/Hz

|     | Señal         | BW [MHz] | $\Gamma$ [cm] |
|-----|---------------|----------|---------------|
| E1  | MBOC          | 20       | 11,14         |
| E5  | AltBOC(15,10) | 51       | 1,95          |
| E5a | BPSK(10)      | 20       | 7,83          |
| E5b | BPSK(10)      | 20       | 7,83          |
| E6  | BOC(10,5)     | 40       | 2,41          |

Tabla 2: Combinaciones mixtas código-portadora de banda ancha GP-IF-NP de discriminación máx. para

$$\sigma_\varphi = 1mm, \sigma_{\rho_m} = \Gamma_m$$

|            | E1      | E5a      | E5b      | E5       | E6       | $\lambda$ | $\sigma_n$ | $D$  |
|------------|---------|----------|----------|----------|----------|-----------|------------|------|
| $j_m$      | 1,0000  |          |          | -1,0000  |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 17,2629 |          |          | -13,0593 |          | 3,285 m   | 6,5 cm     | 25,1 |
| $\beta_m$  | -0,0552 |          |          | -3,1484  |          |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  | -1,0000  |          |          |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 22,6467 | -16,9115 |          |          |          | 4,309 m   | 31,4 cm    | 6,9  |
| $\beta_m$  | -1,0227 | -3,7125  |          |          |          |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  | 4,0000   | -5,0000  |          |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 18,5565 | 55,4284  | -71,0930 |          |          | 3,531 m   | 13,3 cm    | 13,3 |
| $\beta_m$  | -0,2342 | -0,8502  | -0,8075  |          |          |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  |          |          | 1,0000   | -2,0000  |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 21,1223 |          |          | 15,9789  | -34,2894 | 4,019 m   | 5,1 cm     | 39,2 |
| $\beta_m$  | -0,0200 |          |          | -1,1422  | -0,6495  |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  | 1,0000   | 0,0000   |          | -2,0000  |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 23,4845 | 17,5371  | 0,0000   |          | -38,1242 | 4,469 m   | 6,3 cm     | 35,3 |
| $\beta_m$  | -0,0468 | -0,1700  | -0,1615  |          | -1,5191  |           |            |      |

ES 2 413 064 T3

|            | E1      | E5a     | E5b     | E5      | E6       | $\lambda$ | $\sigma_n$ | $D$  |
|------------|---------|---------|---------|---------|----------|-----------|------------|------|
| $j_m$      | 1,0000  | 1,0000  | 0,0000  | 0,0000  | -2,0000  |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 20,6978 | 15,4562 | 0,0000  | 0,0000  | -33,6004 | 3,9387 m  | 4,8 cm     | 41,0 |
| $\beta_m$  | -0,0159 | -0,0578 | -0,0549 | -0,9084 | -0,5166  |           |            |      |

Tabla 3: Combinaciones mixtas código-portadora de banda ancha y banda estrecha GP-IF-NP de discriminación máxima de ambigüedades para  $\sigma_\varphi = 2mm$ ,  $\sigma_{\rho_m} = 3 \cdot \Gamma_m$

|            | E1      | E5a      | E5b      | E5       | E6       | $\lambda$ | $\sigma_n$ | $D$  |
|------------|---------|----------|----------|----------|----------|-----------|------------|------|
| $j_m$      | 1,0000  |          |          | -1,0000  |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 17,2629 |          |          | -13,0593 |          | 3,285 m   | 19,0 cm    | 8,6  |
| $\beta_m$  | -0,0552 |          |          | -3,1484  |          |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  | -1,0000  |          |          |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 22,6467 | -16,9115 |          |          |          | 4,309 m   | 93,8 cm    | 2,3  |
| $\beta_m$  | -1,0227 | -3,7125  |          |          |          |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  | 4,0000   | -5,0000  |          |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 18,5565 | 55,4284  | -71,0930 |          |          | 3,531 m   | 34,0 cm    | 5,2  |
| $\beta_m$  | -0,2342 | -0,8502  | -0,8075  |          |          |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  |          |          | 1,0000   | -2,0000  |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 21,1223 |          |          | 15,9789  | -34,2894 | 4,019 m   | 11,9 cm    | 16,9 |
| $\beta_m$  | -0,0200 |          |          | -1,1422  | -0,6495  |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  | 1,0000   | 1,0000   |          | -3,0000  |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 22,5147 | 16,8130  | 17,2516  |          | -54,8249 | 4,284 m   | 13,7 cm    | 15,6 |
| $\beta_m$  | -0,0186 | -0,0676  | -0,0642  |          | -0,6040  |           |            |      |
| $j_m$      | 1,0000  | 1,0000   | 0,0000   | 0,0000   | -2,0000  |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 20,6978 | 15,4562  | 0,0000   | 0,0000   | -33,6004 | 3,9387 m  | 10,9 cm    | 18,1 |
| $\beta_m$  | -0,0159 | -0,0578  | -0,0549  | -0,9084  | -0,5166  |           |            |      |
| $j_m$      | 4,0000  |          |          | -3,0000  |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 2,2853  |          |          | -1,2966  |          | 10,87 cm  | 5,3 mm     | 10,3 |
| $\beta_m$  | 0,0002  |          |          | 0,0111   |          |           |            |      |
| $j_m$      | 4,0000  | -3,0000  |          |          |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 2,2870  | -1,2809  |          |          |          | 10,88 cm  | 5,4 mm     | 10,1 |
| $\beta_m$  | -0,0013 | -0,0048  |          |          |          |           |            |      |
| $j_m$      | 4,0000  | -2,0000  | -1,0000  |          |          |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 2,2853  | -0,8533  | -0,4378  |          |          | 10,87 cm  | 5,0 mm     | 10,8 |
| $\beta_m$  | 0,0007  | 0,0026   | 0,0025   |          |          |           |            |      |
| $j_m$      | 4,0000  |          |          | -3,0000  | 0,0000   |           |            |      |

|            | E1     | E5a     | E5b     | E5      | E6     | $\lambda$ | $\sigma_n$ | $D$  |
|------------|--------|---------|---------|---------|--------|-----------|------------|------|
| $\alpha_m$ | 2,2841 |         |         | -1,2959 | 0,0000 | 10,87 cm  | 5,3 mm     | 10,3 |
| $\beta_m$  | 0,0001 |         |         | 0,0075  | 0,0042 |           |            |      |
| $j_m$      | 4,0000 | -2,0000 | -1,0000 |         | 0,0000 |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 2,2844 | -0,8529 | -0,4376 |         | 0,0000 | 10,87 cm  | 5,0 mm     | 10,9 |
| $\beta_m$  | 0,0002 | 0,0006  | 0,0005  |         | 0,0049 |           |            |      |
| $j_m$      | 4,0000 | -1,0000 | -1,0000 | -1,0000 | 0,0000 |           |            |      |
| $\alpha_m$ | 2,2845 | -0,4265 | -0,4376 | -0,4321 | 0,0000 | 10,87 cm  | 4,8 mm     | 11,2 |
| $\beta_m$  | 0,0002 | 0,0004  | 0,0004  | 0,0068  | 0,0039 |           |            |      |

Tabla 4: Combinaciones mixtas código-portadora de banda ancha GP-IF-NP de discriminación máxima de ambigüedades  $D = \frac{\lambda}{2\sigma_n}$  para  $\sigma_\varphi = 1 \text{ mm}$ ,  $\sigma_{\rho_m} = \Gamma_m$  con sesgos restringidos de la combinación más desfavorable para  $b_{\varphi_m} = 1 \text{ cm}$  y  $b_{\rho_m} = 5 \text{ cm}$  en todas las frecuencias

|            | E1      | E5a      | E5b     | $\lambda$ | $\sigma_n$ | $b_n$   | $D$  |
|------------|---------|----------|---------|-----------|------------|---------|------|
| $j_m$      | 0,0000  | 1,0000   | -1,0000 |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 0,0000  | 3,8699   | -3,9708 | 0,986 m   | 26,9 cm    | 25,0 cm | 1,84 |
| $\beta_m$  | 2,2890  | -0,7957  | 0,0000  |           |            |         |      |
| $j_m$      | 0,0000  | 1,0000   | -1,0000 |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 0,0000  | -5,7874  | 5,9384  | 1,475 m   | 27,4 cm    | 30,0 cm | 2,69 |
| $\beta_m$  | 2,2519  | -1,4029  | 0,0000  |           |            |         |      |
| $j_m$      | 0,0000  | 1,0000   | -1,0000 |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 0,0000  | 9,1037   | -9,3412 | 2,320 m   | 26,6 cm    | 35,0 cm | 4,35 |
| $\beta_m$  | 2,2743  | -1,0368  | 0,0000  |           |            |         |      |
| $j_m$      | 1,0000  | -1,0000  | 0,0000  |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 14,3260 | -10,6980 | 0,0000  | 2,726 m   | 22,2 cm    | 40,0 cm | 6,15 |
| $\beta_m$  | 0,1836  | -2,8116  | 0,0000  |           |            |         |      |

Tabla 5: Combinaciones mixtas código-portadora de banda ancha GP-IF-NP de discriminación máxima

5  $D = \frac{\lambda}{\sigma_n + b_n}$  para  $\sigma_\varphi = 1 \text{ mm}$ ,  $\sigma_{\rho_m} = \Gamma_m$  para  $b_{\varphi_m} = 1 \text{ cm}$  y  $b_{\rho_m} = 5 \text{ cm}$  en todas las frecuencias

|            | E1     | E5a     | E5b     | $\lambda$ | $\sigma_n$ | $b_n$   | $D$  |
|------------|--------|---------|---------|-----------|------------|---------|------|
| $j_m$      | 1,0000 | 0,0000  | -1,0000 |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 4,2040 | 0,0000  | -3,2213 | 0,80 m    | 21,7 cm    | 24,3 cm | 1,74 |
| $\beta_m$  | 1,6978 | -1,3107 | 0,3699  |           |            |         |      |
| $j_m$      | 1,0000 | 0,0000  | -1,0000 |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 5,2550 | 0,0000  | -4,0266 | 1,00 m    | 20,6 cm    | 26,0 cm | 2,15 |

|            | E1      | E5a     | E5b      | $\lambda$ | $\sigma_n$ | $b_n$   | $D$  |
|------------|---------|---------|----------|-----------|------------|---------|------|
| $\beta_m$  | 1,5554  | 1,3366  | -0,4472  |           |            |         |      |
| $j_m$      | 1,0000  | 0,0000  | -1,0000  |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 10,5101 | 0,0000  | -8,0532  | 2,00 m    | 16,3 cm    | 34,3 cm | 3,96 |
| $\beta_m$  | 0,8414  | -1,4805 | -0,8178  |           |            |         |      |
| $j_m$      | 1,0000  | 0,0000  | -1,0000  |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 15,7651 | 0,0000  | -12,0798 | 3,00 m    | 16,0 cm    | 42,5 cm | 5,13 |
| $\beta_m$  | 0,1229  | -1,6604 | -1,1478  |           |            |         |      |
| $j_m$      | 0,0000  | 1,0000  | -1,0000  |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 0,0000  | 15,6969 | -16,1063 | 4,00 m    | 26,6 cm    | 48,1 cm | 5,36 |
| $\beta_m$  | 2,3306  | -0,5115 | -0,4097  |           |            |         |      |
| $j_m$      | 0,0000  | 1,0000  | -1,0000  |           |            |         |      |
| $\alpha_m$ | 0,0000  | 19,6211 | -20,1329 | 5,00 m    | 26,5 cm    | 55,5 cm | 6,10 |
| $\beta_m$  | 2,3310  | -0,4579 | -0,3613  |           |            |         |      |

REFERENCIAS

- [1] G. Wübbena, *Software developments for geodetic positioning with GPS using TI-4100 code and carrier measurements*, Proc. of 1-st Intern. Symposium on Precise Positioning with the Global Positioning System, Rockville, USA, pp. 403-412, Apr. 1985.
- [2] M. Gabor and S. Nerem, *Satellite-satellite single difference phase calibration as applied to ambiguity resolution*, Navigation, Vol. 49, N° 4, pp. 223-242, 2002.
- [3] M. Ge, G. Gendt, M. Rothacher, C. Shi and J. Liu, *Resolution of GPS carrier-phase ambiguities in Precise Point Positioning (PPP) with daily observations*, Journal of Geodesy, Springer, Oct. 2007.
- [4] D. Laurichesse and F. Mercier, *Integer ambiguity resolution on undifferenced GPS phase measurements and its application to PPP*, Proc. of ION-GNSS, Forth Worth, USA, Sep. 2007.
- [5] P. Henkel and C. Günther, *Joint L/C-Band Code-Carrier Linear Combinations for Galileo*, International Journal of Navigation and Observation, Special Issue on Future GNSS Signals, Hindawi Publ., Jan. 2008.
- [6] P. Teunissen, *An optimal property of the integer least-square estimator*, Journal of Geodesy, Vol. 73, Nr. 11, pp. 587-593, Springer, Jul. 1999.
- [7] G. Hein, J. Godet, J.-L. Issler, J. Martin, P. Erhard, R. Lucas-Rodríguez and T. Pratt, *Status of Galileo frequency and signal design*, Proc. of ION-GPS, Portland, USA, 2002.
- [8] G. Hein, J. Ávila-Rodríguez, S. Wallner, A. Pratt, J. Owen, J.-L. Issler, J. Betz, C. Hegarty, S. Lenahan, J. Rushanan, A. Kraay and T. Stansell, *MBOC: The New Optimized Spreading Modulation Recommended for GALILEO L1 OS and GPS L1C*, Proc. of the IEEE/ION PLANS, San Diego, pp. 883-892, Apr. 2006.
- [9] *Galileo Open Service Signal-in-Space ICD*, available online: <http://www.galileoju.com>, Mai 2006.
- [10] A. Niell, *Global Mapping Functions for the Atmosphere Delay at Radio Wavelengths*, Journal of Geophysical Research, Vol. 101, pp. 3227-3246, 1996.
- [11] G. Blewitt, *Carrier-phase ambiguity resolution for the Global Positioning System applied to geodetic baselines up to 2000 km*, Journal Geophysic Research, Vol. 94, pp. 10187-10203, 1989.
- [12] P. Teunissen, *Integer estimation in the presence of biases*, Journal of Geodesy, Vol. 75, Nr. 11, pp. 399-407, Springer, Mar. 2001.

[13] R. Hatch, *A new three frequency, geometry-free technique for ambiguity resolution*, Proc. of ION-GNSS, Fort Worth, USA, pp. 309-316, 2006.

[14] P. Teunissen, *Adjustment Theory: Partitioned model representations*, Series on Mathematical Geodesy and Positioning, Delft University Press, 2000.

5 [15] J. Betz, *Binary Offset Carrier Modulations for Radionavigation*, Navigation, Vol. 48, N° 4, pp. 227-246, 2002.

**REIVINDICACIONES**

1. Un procedimiento para un sistema de navegación global por satélite con al menos dos portadoras (4), a partir de las cuales se forma una combinación lineal por una estación (15) de referencia para estimar un sesgo de fase y de código de diferencias simples entre satélites de la combinación lineal, en el que el sesgo estimado es proporcionado a un receptor móvil (5), permitiendo que el receptor móvil calcule la misma combinación lineal, sustraiga el sesgo de la combinación lineal y determine las ambigüedades enteras de fase,
- 5 caracterizado porque
- 10 el sesgo de diferencias simples entre satélites de una combinación lineal única, conservadora de la geometría y sin efecto ionosférico, de las señales de código y de fase de al menos dos portadoras (4) se determina usando un requisito de discriminación máxima de la combinación o un requisito de ruido mínimo para la combinación lineal.
2. El procedimiento según la reivindicación 1
- 15 en el que la estación (15) de referencia, usando una estimación de mínimos cuadrados, obtiene un sesgo mixto de código-portadora sin efecto ionosférico, ambigüedades enteras de fase y retardos cenitales troposféricos con humedad.
3. El procedimiento según las reivindicaciones 1 o 2
- 20 en el que el requisito de discriminación de la combinación se define como la relación de la longitud de onda de la combinación y la suma ponderada formada por el sesgo de la combinación y por la desviación típica de la combinación.
4. El procedimiento según la reivindicación 3
- 25 en el que el requisito de discriminación de la combinación se define como la relación de la longitud de onda de la combinación y la desviación típica del ruido de la combinación mixta de código-portadora.
5. El procedimiento según las reivindicaciones 1 a 4
- en el que la estación (15) de referencia transmite el sesgo junto con la desviación típica asociada con el sesgo.
- 30 6. El procedimiento según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 5
- en el que se usan una combinación adicional conservadora de la geometría y sin efecto ionosférico de diferencias temporales de las mediciones o las diferencias temporales de combinaciones conservadoras de la geometría y sin efecto ionosférico para determinar los sesgos, en el que los coeficientes de ponderación de la combinación adicional cumplen el requisito de que la combinación adicional y la combinación según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 5 carezcan de correlación.
- 35 7. Una estación de referencia para un sistema de navegación global por satélite adaptado para estimar el sesgo de fase y de código
- 40 caracterizada porque
- la estación (15) de referencia está dispuesta para ejecutar un procedimiento según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 6.
8. Un procedimiento para un sistema de navegación global por satélite con una pluralidad de portadoras en el que un dispositivo móvil (5) de navegación recibe un sesgo de una estación (15) de referencia y usa el sesgo para determinar ambigüedades enteras de fase
- 45 caracterizado porque
- 50 el dispositivo móvil (5) de navegación usa la misma combinación lineal que usa la estación (15) de referencia mientras ejecuta un procedimiento según una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 6, y porque el dispositivo móvil (5) de navegación sustrae de la combinación lineal los sesgos recibidos por la estación (15) de referencia y determina las ambigüedades de fase.
9. Un dispositivo móvil de navegación para una navegación global por satélite adaptado para usar un sesgo de fase y de código
- 55 caracterizado porque

el dispositivo está dispuesto para ejecutar un procedimiento según la reivindicación 8.

10. Un producto de soporte lógico para fines de navegación

caracterizado porque

5

el producto de soporte lógico comprende código de programa para implementar uno cualquiera de los procedimientos según las reivindicación 1 a 6 y 8.

FIG 1

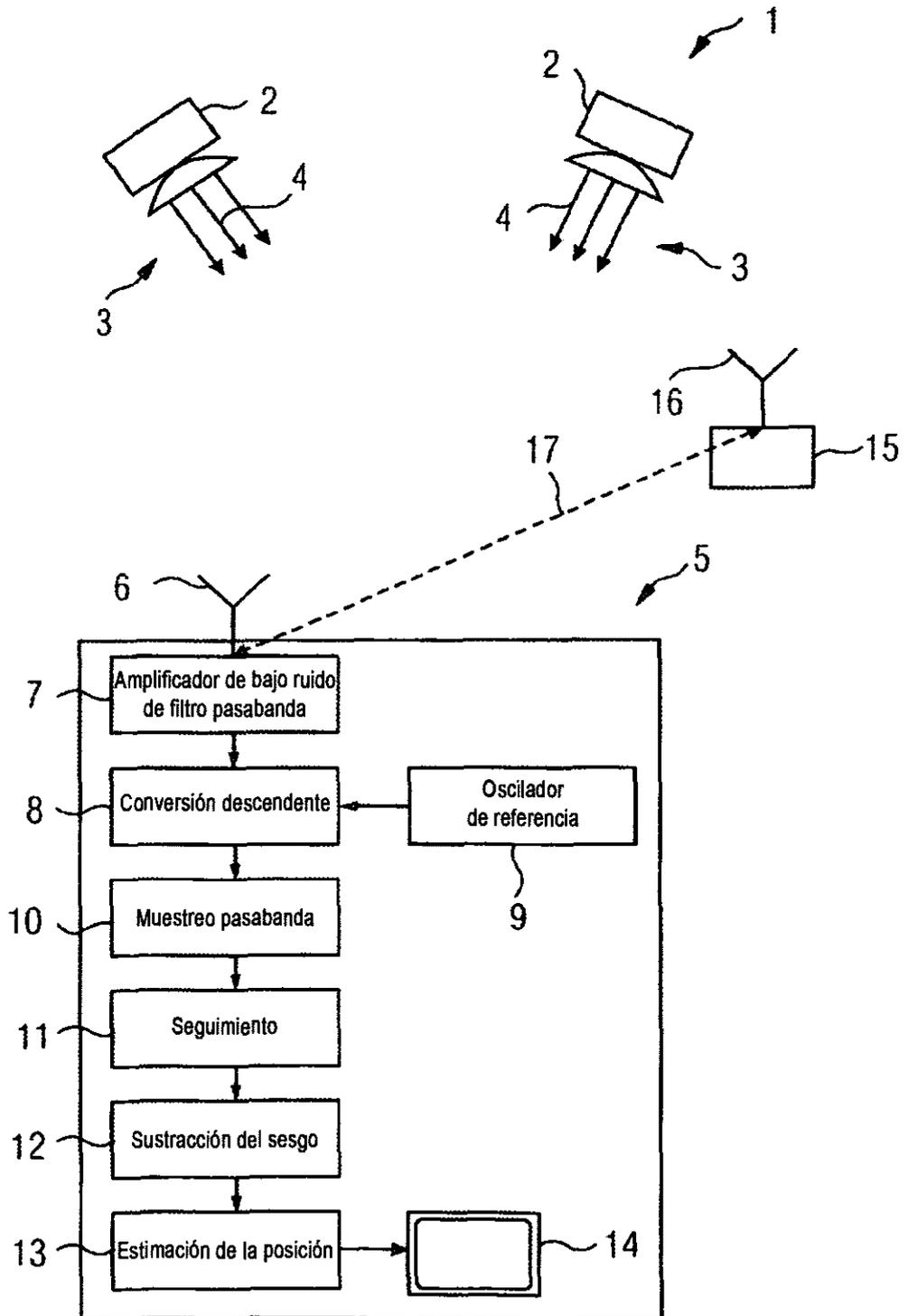


FIG 2

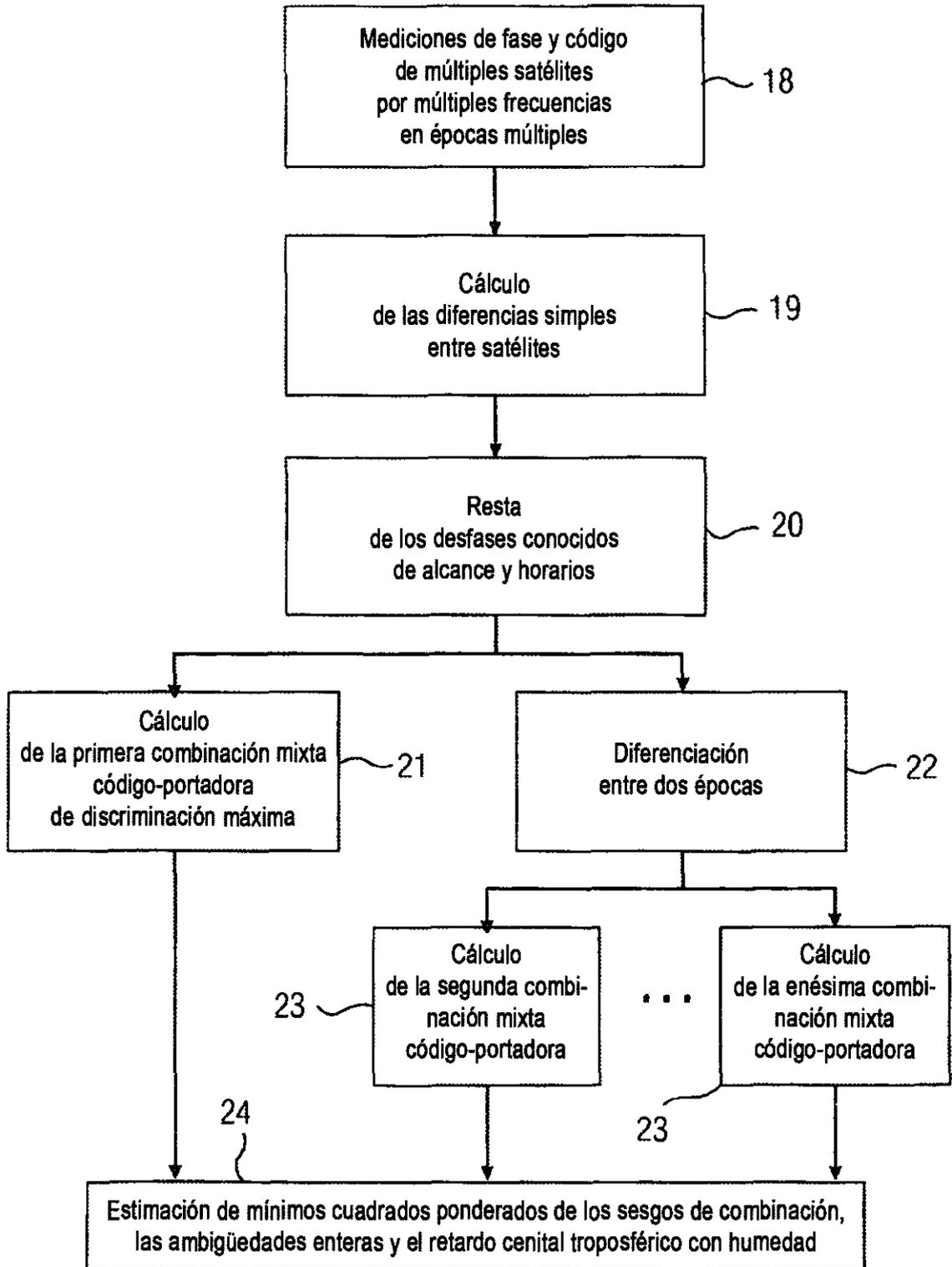


FIG 3

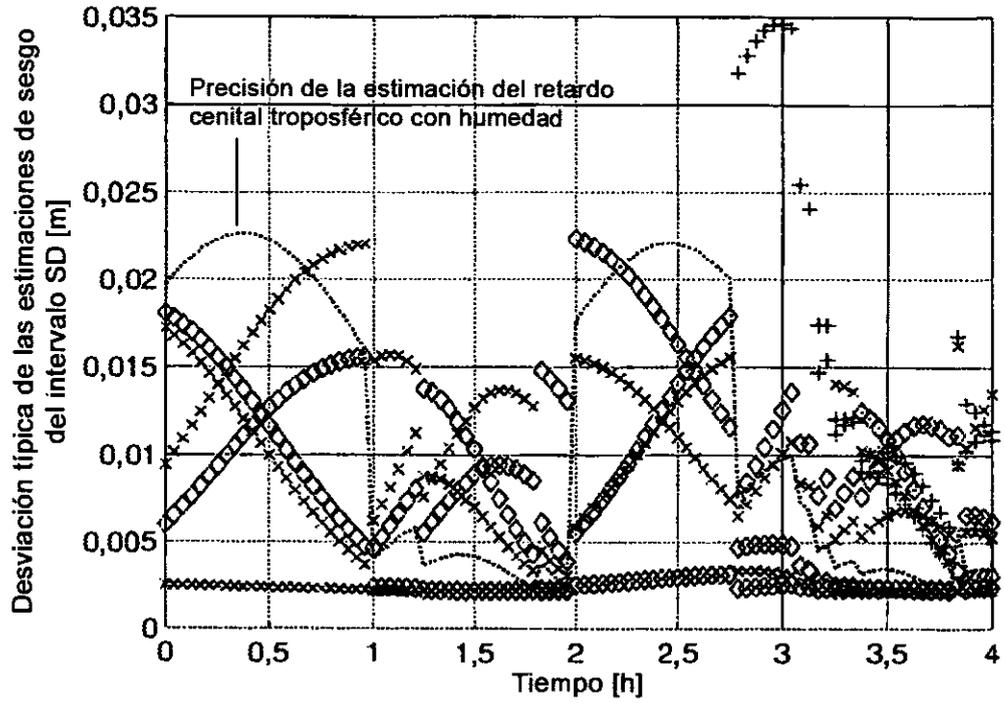


FIG 4

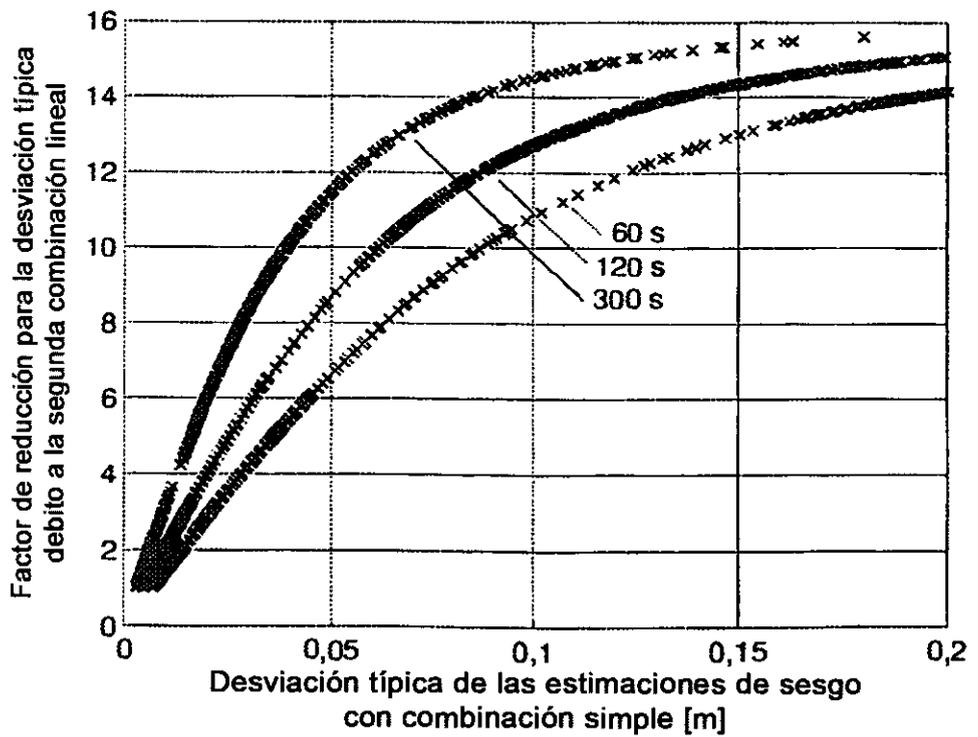


FIG 5

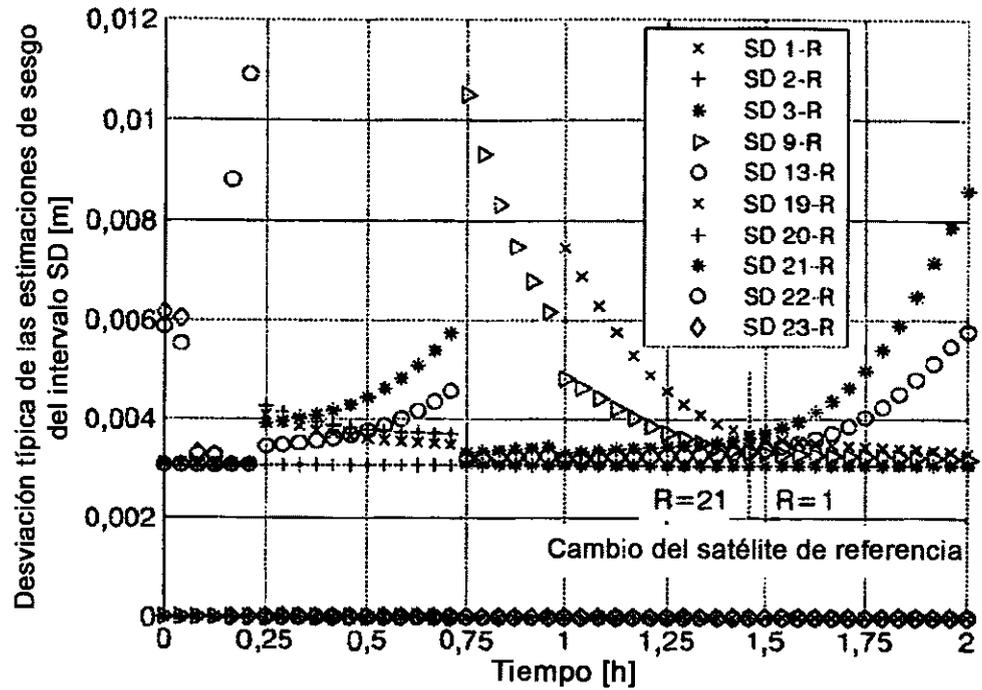
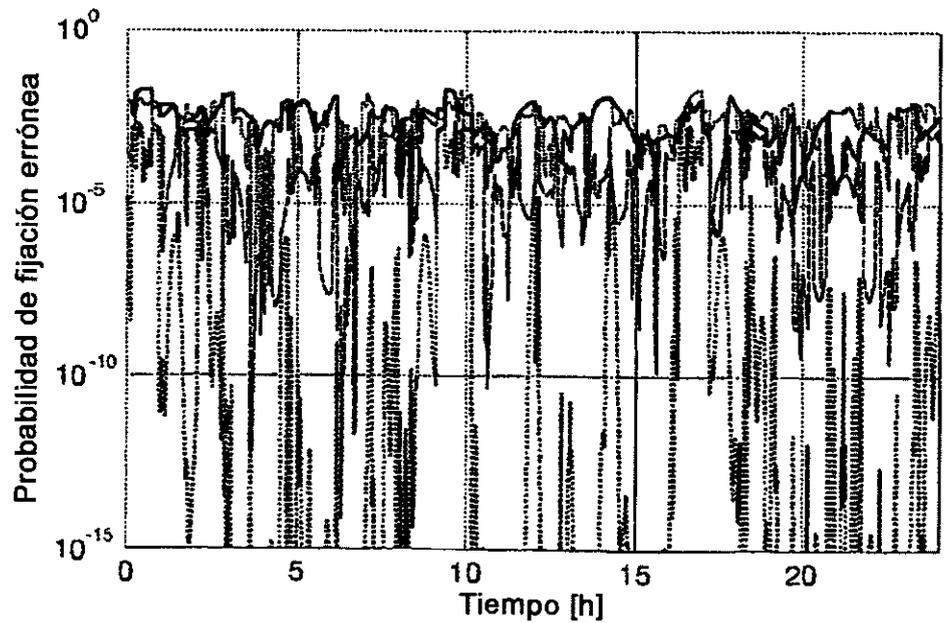


FIG 6



- Remuestreo de ambigüedades enteras descorrelacionadas
- Remuestreo de ambigüedades flotantes en orden original
- Remuestreo de amb. flotantes ordenadas por varianza incr.
- Remuestreo de amb. flotantes ordenadas por varianza. dcr.

FIG 7

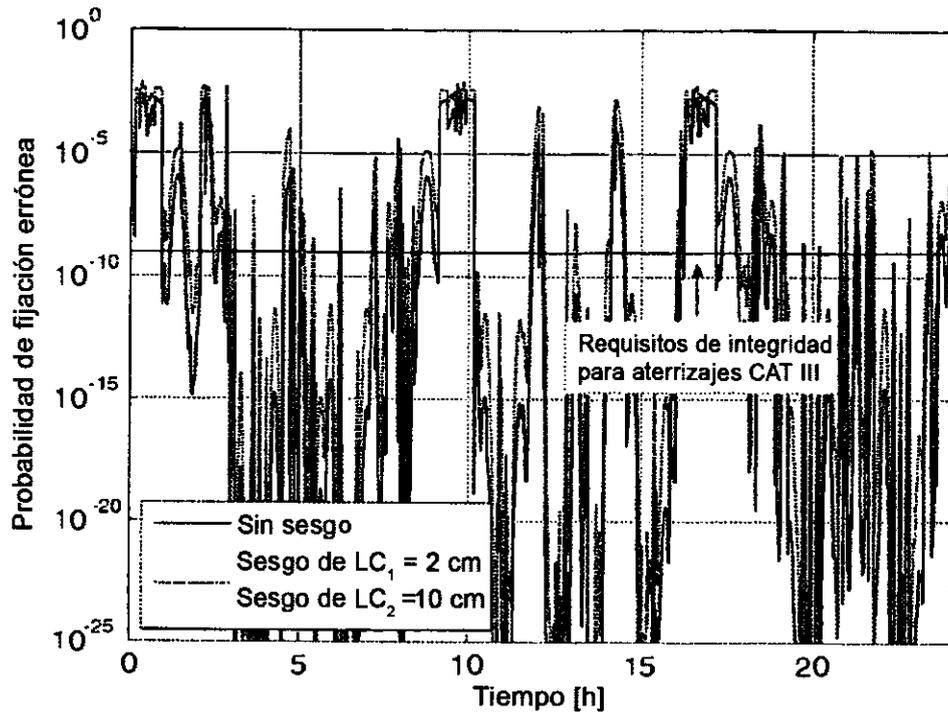


FIG 8

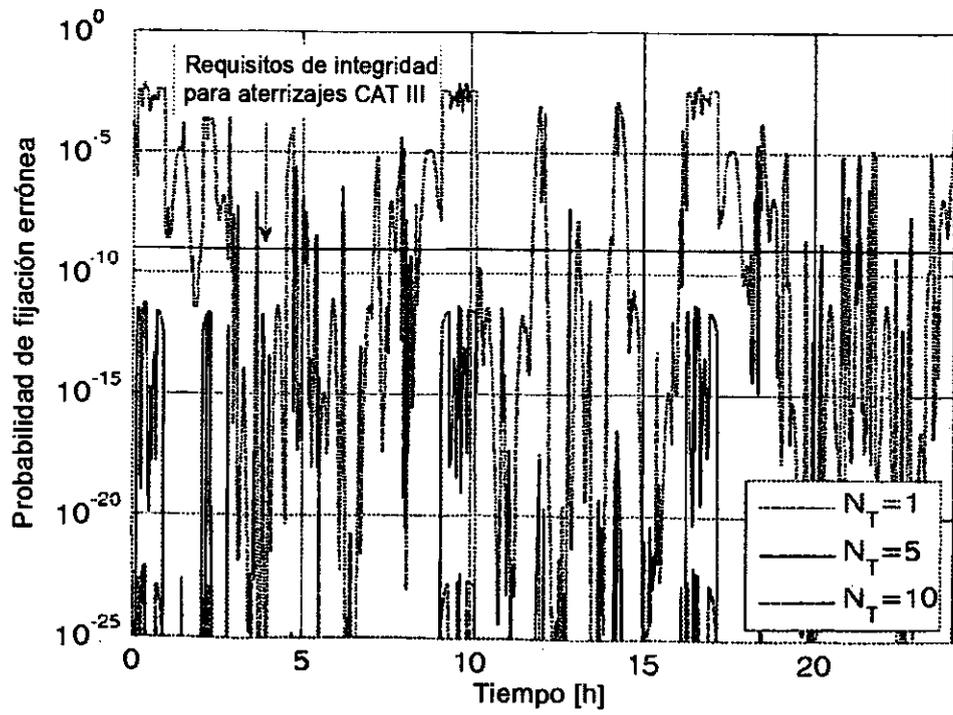


FIG 9

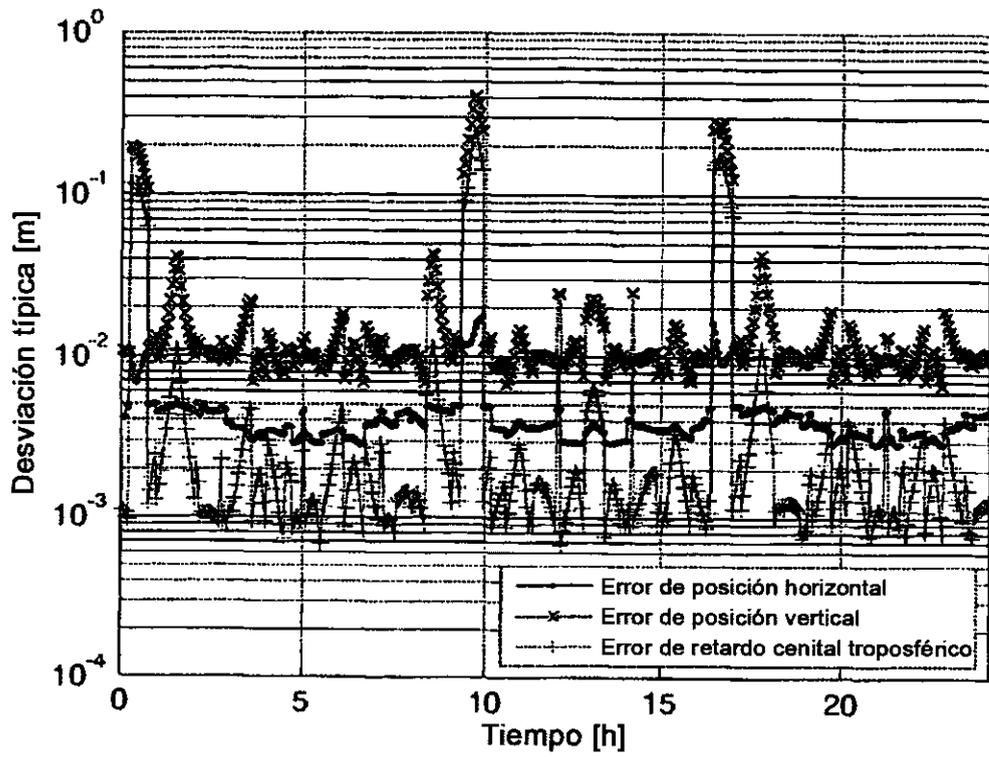


FIG 10

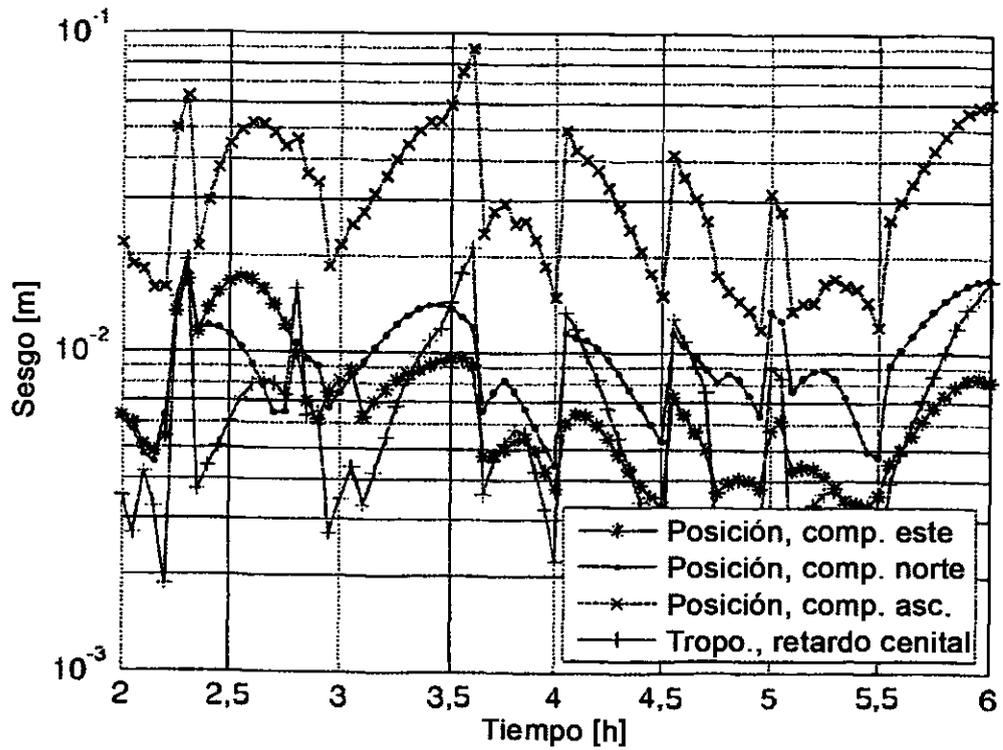


FIG 11

