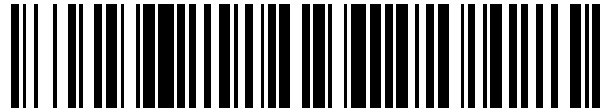


19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 442 515**

51 Int. Cl.:

G01S 5/08 (2006.01)

G01S 3/74 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **02.09.2011 E 11179922 (7)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **23.10.2013 EP 2428810**

54 Título: **Procedimiento de geolocalización de múltiples emisores mediante tratamiento espacio-temporal**

30 Prioridad:

08.09.2010 FR 1003580

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

12.02.2014

73 Titular/es:

**THALES (50.0%)
45, rue de Villiers
92200 Neuilly Sur Seine, FR y
CENTRE NATIONAL DE LA RECHERCHE
SCIENTIFIQUE (50.0%)**

72 Inventor/es:

**BOSSE, JONATHAN;
FERREOL, ANNE y
LAZARBAL, PASCAL**

74 Agente/Representante:

CARPINTERO LÓPEZ, Mario

ES 2 442 515 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Procedimiento de geolocalización de múltiples emisores mediante tratamiento espacio-temporal

La presente invención se refiere a un procedimiento de geolocalización de múltiples emisores de la posición E_m a partir de las señales recibidas en varias estaciones de recepción S_k remotas, que están compuestas de varios captadores (multi-captadores).

Encuentra particularmente su aplicación en el campo técnico del tratamiento de antenas que tratan las señales de varios orígenes emisores a partir de las señales recibidas en varios captadores. Un conjunto de captadores en una estación se denomina, en lo que sigue, red de antenas o red de captadores y un conjunto de estaciones se denomina red de estaciones.

El presente procedimiento se refiere al campo de la goniometría, la estimación del ángulo de llegada (o de incidencia) de un emisor localizado en el punto E_m a partir de las señales de una estación S_k de recepción con multi-captadores. Las coordenadas del punto E_m son las componentes del vector p_m .

Como se indica en la figura 1, la geolocalización tiene por objetivo estimar las coordenadas p_m de los emisores E_m en el plano o en el espacio, correspondiendo estas coordenadas a las de los puntos E_m representados en la figura 1. La estimación de estas coordenadas se realiza o bien directamente o bien por medio de parámetros de localización tales como los ángulos de llegada de un emisor en cada una de las estaciones.

Una técnica conocida de geolocalización es la triangulación que consiste en estimar las coordenadas del emisor a partir del conocimiento de los ángulos de llegada (o de incidencia) de este emisor en cada una de las estaciones de recepción.

En un contexto electromagnético los captadores son unas antenas y las fuentes radioeléctricas se propagan siguiendo una polarización que depende de la antena de emisión. En un contexto acústico los captadores son, por ejemplo, unos micrófonos y las fuentes son sonoras.

La figura 2 muestra un ejemplo del sistema 10 de tratamiento de antenas donde una red 11 de captadores C_i recibe las señales de varios orígenes o emisores E_m de incidencia Θ_m . Uno de los objetivos de las técnicas de tratamiento de antenas es separar o extraer unas informaciones (señal, parámetros,...) de cada uno de los orígenes, aprovechando la diversidad espacial dependiente de la geometría de la red de antenas de una estación y de la incidencia Θ_m de los orígenes.

Los captadores elementales de una red de una estación de recepción localizada en S_k reciben los orígenes con una fase y una amplitud que dependen en particular de las incidencias de los trayectos y de la posición de los captadores.

Según la figura 3, la incidencia de un trayecto se define por unos parámetros de dirección $\Theta_m = \{\theta_m \text{ y } \Delta_m\}$ en la que θ_m es el azimut y Δ_m el ángulo de elevación.

El problema técnico que se va a tratar en la presente solicitud de patente es el de la geolocalización de emisores a partir de las señales registradas en varias estaciones multi-captadores por medio de la estimación de los diferentes parámetros de localización, que pueden ser el ángulo de llegada en una estación (AOA: Angle Of Arrival), el tiempo de llegada en una estación (TOA: Time Of Arrival) o la diferencia de tiempos de llegada entre dos estaciones (TDOA: Time Difference Of Arrival).

El objetivo del procedimiento es, particularmente, geolocalizar varios emisores de bandas pasantes desconocidas a partir de las señales recibidas en cada una de las estaciones y por tanto resolver uno o varios de los problemas técnicos siguientes:

- geolocalizar de manera no ambigua varios emisores. Para ello el problema técnico consiste en asociar a un mismo emisor los AOA obtenidos en cada una de las estaciones mediante una aproximación del tratamiento de antenas. Esta asociación se realiza a ciegas sin conocimiento *a priori* de las señales emitidas (secuencia binaria o señal piloto, velocidad, forma de onda, etc...)
- la toma en consideración óptima de la banda pasante de las señales en los algoritmos de geolocalización que son del tipo MUSIC, algoritmo conocido por el experto en la materia:
 - sin conocimiento *a priori* sobre la ocupación espectral de las señales emitidas.
 - tratando de manera no ambigua las señales de banda ancha en el sentido de la red de estaciones;
- optimizar las funciones de coste de los algoritmos de geolocalización con un coste de cálculo lo más reducido posible

El procedimiento se aplica, por ejemplo, a las técnicas de geolocalización a ciegas (o pasivas), es decir que no está disponible ninguna información *a priori* sobre la señal emitida, contrariamente al caso de los sistemas de posicionamiento del tipo GPS, abreviación anglosajona de Global Positioning System, o GALILEO.

La mayor parte de los procedimientos de geolocalización se aplican en tres grandes etapas: una etapa de estimación de los parámetros de localización efectuada independientemente en cada una de las estaciones de recepción, después una etapa de asociación de los parámetros de un mismo emisor y finalmente una etapa de geolocalización que permite estimar la posición de cada emisor a partir de su conjunto de parámetros, que pueden ser los ángulos de llegada en cada una de las estaciones.

● Estimación de los parámetros de localización en una estación

La bibliografía es muy abundante sobre el problema de la estimación de los parámetros de localización AOA o TOA. Estos procedimientos de estimación se aplican en una estación o 2 estaciones (para el TDOA) de recepción y no permiten volver a subir directamente a la posición de los emisores, porque el número de coordenadas a estimar es superior al número de parámetros de localización estimados (en el caso del AOA en una estación se estima un único parámetro de localización). En consecuencia, para geolocalizar un emisor es necesario utilizar varias estaciones de recepción para estimar todas las coordenadas del emisor. Por ejemplo, es posible estimar la posición de un emisor en el plano a partir de los AOA obtenidos en al menos 2 estaciones separadas (triangulación). Las técnicas tradicionales de geolocalización estiman los parámetros de geolocalización (AOA, TDOA, TOA) por separado en cada una de las estaciones de recepción. En presencia de varios emisores, esto precisa utilizar generalmente unas informaciones a priori sobre las señales emitidas para asociar los parámetros de localización de un mismo emisor.

● Localización de los emisores a partir de los parámetros de localización

Generalmente, las técnicas de geolocalización se utilizan sobre todo para las comunicaciones digitales inalámbricas; el caso tratado es por lo tanto el de un origen (teléfono portátil) para el que se dispone de varias informaciones a priori, tal como una señal de referencia o una secuencia de escalonamiento, que permiten identificar un mismo emisor en unas estaciones de recepción remotas. En presencia de varios orígenes es necesario asociar los parámetros de cada uno de los emisores (misma señal de referencia, secuencia de escalonamiento, velocidad,...) antes de efectuar la etapa de geolocalización a partir de los parámetros de localización estimados en varias estaciones.

● Estimación y asociación de los parámetros de localización

La solicitud de patente WO2009/065943 del Solicitante trata de toda la cadena de tratamiento de geolocalización a ciegas (o pasiva) de orígenes en presencia de multi-trayecto a partir de una estimación vinculada a unos ángulos de llegada (AOA) y a unas diferencias de tiempo de llegada de los trayectos desde un mismo origen (TDOA) entre dos estaciones separadas. Sin embargo la estimación vinculada a los parámetros de localización (AOA-TDOA) no aprovecha simultáneamente la totalidad de las señales recibidas por las estaciones remotas. En particular el procedimiento no aprovecha los AOA de la segunda estación y el procedimiento se degrada (o incluso no funciona) en presencia de orígenes de banda estrecha.

● Estimación de la posición de los emisores directamente a partir del conjunto de las señales recibidas

Pocos trabajos han propuesto unos algoritmos de geolocalización que efectúen una estimación conjunta de los parámetros de geolocalización directamente a partir de las señales recibidas en el conjunto de las estaciones y que proporcionen a la salida o bien directamente la posición de los emisores, o bien los parámetros de localización de los emisores estimados conjuntamente. Estos trabajos tienen el inconveniente de no aprovechar de manera óptima la banda de las señales. En efecto, estos procedimientos tienen como punto común implementar los procedimientos de alta resolución utilizados en goniometría que necesitan una modelización particular de las señales recibidas. Más particularmente, en goniometría se supone clásicamente que el retardo inducido por la propagación de una señal de un captador a otro de la red de la estación se puede modelizar mediante un desfase: es lo que se denomina la hipótesis de banda estrecha. Esta hipótesis normalmente verificada por una red de captadores típica en planimetría está en el origen de los algoritmos de alta resolución que funcionan a partir de una mezcla lineal de orígenes. Por el contrario esta hipótesis raramente se verifica para las señales resultantes de varias estaciones multivía remotas donde el modelo no es ya lineal, sino convolutivo porque las señales recibidas en las estaciones son una réplica retardada de la señal emitida. En este contexto, la mayor parte de los algoritmos de localización que estiman directamente la posición de los emisores conocidos se simplifican al precio de una solución subóptima en una situación de banda estrecha en el sentido de red de estaciones.

En otros modos de implementación, se simplifica en la hipótesis de banda estrecha en la red de estaciones, dividiendo la señal recibida en varias subbandas estrechas. Esto tiene el inconveniente de disminuir considerablemente el producto de banda de tratamiento por el tiempo de observación en cada subbanda, lo que tiene por efecto disminuir la precisión y la resolución. Por otro lado, el procedimiento no utiliza la totalidad de la información resultante de todos los canales de frecuencia sin tener en cuenta, por ejemplo, las inter-correlaciones de las señales resultantes de dos canales de distintas frecuencias.

Es posible también resolver el problema de la hipótesis de banda estrecha en unas estaciones, parcialmente, modelizando una señal de banda ancha en varias señales compuestas de banda estrecha (componentes) a la altura de la red de estaciones. Esto presenta como inconveniente el saturar muy rápidamente en número de componentes a los algoritmos de tipo MUSIC, algoritmo conocido por el experto en la materia. En efecto, el número máximo de

componentes de orígenes geolocalizables debe ser estrictamente inferior al número de captadores del conjunto de las estaciones.

La enseñanza técnica del documento de Anne Ferreol et ál., titulado "Space frequency direction finding in wide-band and multi-path contexts", ACOUSTICS, SPEECH, AND SIGNAL PROCESSING, 2000. ICASSP'00. Proceeding S. 2000 IEEE conferencia internacional de 5-9 de junio de 2000, Piscataway, NJ, Estados Unidos, IEEE, vol. 5, 5 de junio de 2000, 3113-3116, XP010506667, trata de la estimación de las direcciones de llegada en un contexto multi-trayecto en una única estación de base. Es decir que la estación de base multi-captador recibe de cada emisor una suma de señales correlacionadas entre sí que tienen unos ángulos de llegada diferentes, así como unas atenuaciones diferentes según el trayecto. El problema es el ancho de banda en el sentido de la estación de base (distancia entre los captadores de la estación, grande respecto a la inversa de la banda de los emisores). La aportación espacio-temporal es permitir la estimación de todas las direcciones de llegada de todos los trayectos.

El documento de Jian Mao et ál., titulado "a new algorithm for joint DOA and multipath delay estimation : separable dimension subspace method" Statistical signal Processing, 2001, Proceedings of the 11 TH IEEE SIGNAL Processing Workshop del 6-8 de agosto de 2001, Piscataway, NJ, Estados Unidos, IEEE, 6 agosto 2001, páginas 504-507, XP010561187, divulga un algoritmo para estimar conjuntamente las direcciones de llegada DOA y los retardos de los trayectos múltiples en unos sistemas de comunicación inalámbricos.

En resumen, los procedimientos y los sistemas antes citados de la técnica anterior no permiten tratar de manera coherente el conjunto de la banda de la señal, aprovechando toda la información disponible y localizar directamente los orígenes en el plano o en el espacio.

Para que no se sature el número de orígenes compuestos en una red de estaciones, el procedimiento de acuerdo con la invención se basa en un enfoque espacio-temporal que permite incrementar el tamaño del vector de observación, constituido por unas señales recibidas en cada captador, construyendo una observación más grande compuesta de varios desplazamientos o en anglosajón "shifts" temporales de las observaciones de las señales de los captadores observadas en el conjunto de las estaciones. Este enfoque, sin proponer, sin embargo, un algoritmo de localización en el plano o en el espacio, se ha utilizado en goniometría con el fin de poder estimar los ángulos de llegada de un número más grande de orígenes aprovechando su diversidad espectral en términos de banda pasante, de frecuencia portadora y de canal multi-trayecto. Por ejemplo, con un enfoque de este tipo, el tratamiento espacio-temporal permite tratar un número de emisores estrictamente inferior al número de captadores cuando hay una presencia de multi-trayecto y porque los emisores ocupan toda la banda de recepción. Por otro lado, cuando los emisores ocupan toda la banda de recepción la capacidad de tratamiento espacio-temporal en términos del número de orígenes sobrepasa el número de captadores.

El enfoque propuesto en esta patente se basa en el tratamiento espacio-temporal de las señales recibidas en las antenas o captadores de las estaciones que permita tratar de manera coherente y adaptativa el conjunto de los canales de frecuencia de los orígenes sin, sin embargo, saturar en número de componentes de frecuencia la red de las estaciones. Como se ha indicado en los párrafos anteriores, el procedimiento consiste en aprovechar simultáneamente todas las señales recibidas en las estaciones con la ayuda de un modelo paramétrico que asocia naturalmente los parámetros de un mismo emisor. Esto permite evitar una etapa separada de estimación de los parámetros de localización en cada una de las estaciones (subóptimo en términos de rendimiento) que necesita una etapa de asociación de los parámetros de un mismo emisor con el fin de efectuar una estimación no ambigua de la posición de los emisores.

La invención se refiere a un procedimiento de geolocalización de M emisores incidentes en una red de K estaciones S_k , compuesta cada una de N_k captadores elementales y unos medios de tratamiento de la señal, caracterizada porque comprende al menos:

a) una etapa durante la cual el vector de observación se amplía integrando el periodo T_e de muestreo en el vector de observación de la manera siguiente:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(t - T_e) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - L T_e) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \mathbf{z}(f_l) \otimes \begin{bmatrix} \rho_{1,m} \mathbf{a}_1(\Theta_{1,m}) \\ \rho_{2,m} \mathbf{a}_2(\Theta_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,m} \mathbf{a}_K(\Theta_{K,m}) \end{bmatrix} \mathbf{s}_m(f_l, t - \tau_{1,m}) + \mathbf{n}(t)$$

en la que T_e y $\rho_{k,l,m} = \rho_{k,m} e^{-j2\pi f_l (\tau_k(p_m) - \tau_l(p_m))}$, es el período de muestreo que corresponde a la banda de los receptores según el teorema de Shannon, $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1(t) \dots \mathbf{x}_K(t)]^T$ corresponde a la expresión de la señal recibida en el conjunto de las K estaciones, la señal en la estación k -ésima se escribe:

$$\mathbf{x}_k(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k,1}(t) \\ \mathbf{x}_{k,2}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k,N_k}(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \rho_{k,m} \mathbf{a}_k(\Theta_{k,m}) s_m(t - \tau_{k,m}) + \mathbf{n}(t)$$

- $x_{k,n}(t)$ es la t -ésima muestra de la señal en la salida del n -ésimo captador de la k -ésima estación, muestreada a la frecuencia $F_e = 1/T_e$
- $s_m(t)$ corresponde a la m -ésima señal temporal emitida por el origen en el instante t , considerando que las señales de los emisores son independientes entre sí,
- $\rho_{k,m}$ y $\Theta_{k,m}$ son respectivamente la amplitud compleja y el vector parámetros de interés del m -ésimo origen en la k -ésima estación, el vector $\Theta_{k,m}$ es la dirección de llegada en la estación k , visto como una función de la posición en el plano o en el espacio,
- $\tau_{k,m}$ es el tiempo de trayecto entre el m -ésimo origen y la estación k ,
- $\mathbf{a}_k(\Theta)$ es la respuesta de la k -ésima red de captadores a un origen de banda estrecha de frecuencia f_0 en la estación k que depende del parámetro Θ . La portadora f_0 corresponde a la frecuencia central de los receptores,
- $\mathbf{n}_k(t)$ es el ruido aditivo presente en la k -ésima estación en el instante t .

b) una etapa de estimación conjunta de los ángulos de llegada o de las posiciones de los emisores en cada una de dichas estaciones que aprovecha el modelo lineal siguiente:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(t - T_e) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - LT_e) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \mathbf{z}(f_l) \otimes \begin{bmatrix} \rho_{1,m} \mathbf{a}_1(\Theta_{1,m}) \\ \rho_{2,m} \mathbf{a}_2(\Theta_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,m} \mathbf{a}_K(\Theta_{K,m}) \end{bmatrix} s_m(f_l, t - \tau_{1,m}) + \mathbf{n}(t) \text{ con}$$

$\rho_{k,l,m} = \rho_{k,m} e^{-j2\pi f_l (\tau_{k,m} - \tau_l(\rho_m))}$, con el fin de una geolocalización o una etapa de geolocalización directa mediante estimación conjunta de las coordenadas de los emisores en el plano o en el espacio, correspondiendo $s_m(f_l, t)$ a la señal de un filtro de banda $1/LT_e$ centrado alrededor de la frecuencia f_l en la que m corresponde al m -ésimo origen,

c) una etapa de geolocalización de los orígenes a partir de las K tuplas cuando se efectúa una estimación conjunta de los ángulos.

El enfoque espacio temporal permite tratar un número más grande de orígenes compuestos de banda estrecha y de ese modo tratar correctamente los orígenes de banda ancha en el sentido de la red de estaciones.

Surgirán mejor otras características y ventajas de la presente solicitud de patente de invención con la lectura de los ejemplos dados a títulos ilustrativo y en ningún modo limitativo con unas figuras adjuntas que representan:

- la figura 1, un emisor que se propaga hacia una red de estaciones,
- la figura 2, dos emisores que se propagan hacia una red de captadores de una estación,
- la figura 3, una incidencia de un origen $\Theta_m = \{\theta_m \text{ y } \Delta_m\}$ o $k(\Theta_m)$ el vector de onda.

La descripción que sigue se da como ejemplo en relación con un sistema tal como el esquematizado en la figura 2 compuesto del sistema 10 de tratamiento de señales, de varios captadores C_i asociados a una estación S_k que recibe las señales. El sistema de tratamiento 10 está provisto de un procesador adaptado para la ejecución de las etapas de los diferentes modos de realización del procedimiento según la invención que se va describir en el presente documento a continuación. El sistema comprende K estaciones compuestas cada una de N_k captadores elementales.

Modelización y formulación del problema

Modelización

El procedimiento, como se ha mencionado anteriormente, se refiere a la geolocalización de M emisores incidentes en una red de K estaciones compuestas cada una de N_k captadores elementales. El término origen o emisor se utiliza indistintamente en la presente descripción para designar un mismo objeto.

En presencia de M orígenes incidentes, la expresión de la señal recibida en esta k -ésima estación se escribe:

$$\mathbf{x}_k(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k,1}(t) \\ \mathbf{x}_{k,2}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k,N_k}(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \rho_{k,m} \mathbf{a}_k(\Theta_{k,m}) s_m(t - \tau_{k,m}) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

- $x_{k,n}(t)$ es la t -ésima muestra de la señal en la salida del n -ésimo captador de la k -ésima estación, muestreada a la frecuencia $F_e = 1/T_e$.
- $s_m(t)$ corresponde a la m -ésima señal temporal emitida por el origen en el instante t . Se considera que las señales de los emisores son independientes entre sí.
- $\rho_{k,m}$ y $\Theta_{k,m}$ son respectivamente la amplitud compleja y el vector parámetros de interés del m -ésimo origen en la k -ésima estación. El vector $\Theta_{k,m}$ es la dirección de llegada en la estación k , que puede ser visto como una función de la posición en el plano o el espacio.
- $\tau_{k,m}$ es el tiempo de recorrido entre el m -ésimo origen y la estación k .
- $\mathbf{a}_k(\Theta)$ es la respuesta de la k -ésima red de captadores a un origen de banda estrecha de frecuencia f_0 en la estación k que depende del parámetro Θ . La portadora f_0 corresponde a la frecuencia central de los receptores, la frecuencia portadora corresponde a la frecuencia central de los filtros analógicos de los receptores.
- $\mathbf{n}_k(t)$ es el ruido aditivo presente en la k -ésima estación en el instante t .

15 El vector de observación $\mathbf{x}(t)$ constituido por las señales recibidas en el conjunto de las estaciones se escribe según (1):

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_K(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \begin{bmatrix} \rho_{1,m} \mathbf{a}_1(\Theta_{1,m}) s_m(t - \tau_{1,m}) \\ \rho_{2,m} \mathbf{a}_2(\Theta_{2,m}) s_m(t - \tau_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,m} \mathbf{a}_K(\Theta_{K,m}) s_m(t - \tau_{K,m}) \end{bmatrix} + \mathbf{n}'(t) \quad (2)$$

20 Una única observación según la ecuación (2) contiene por lo tanto las señales recibidas en los diferentes captadores, pudiendo presentar los captadores de una estación dada unas geometrías diferentes de una estación a otra.

En la que $\mathbf{n}'(t)$ es el vector de ruido de múltiples estaciones siguiente:

$$\mathbf{n}'(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}_1(t) \\ \mathbf{n}_2(t) \\ \vdots \\ \mathbf{n}_K(t) \end{bmatrix} \quad (3)$$

Se construye a continuación el vector de observación ampliando la observación lo que corresponde a obtener la observación espacio temporal siguiente:

$$25 \quad \mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(t - T_e) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - LT_e) \end{bmatrix} \quad (4)$$

En la que $T_e = 1/F_e$ es el período de muestreo. Esto vuelve a descomponer las señales incidentes en componentes de la banda $B_L = 1/(LT_e)$ cuya al longitud es regulable por el número de desplazamientos L . Suponiendo entonces que

$$LT_e \gg \max_{1 \leq m \leq M, 1 \leq k \leq K} \{ \tau_{k,m} - \tau_{l,m} \},$$

30 es decir que el producto (Banda x Tiempo) (Banda = B_L) de recorrido del origen a través de la red debe ser muy inferior a 1, es posible verificar la hipótesis de Banda Estrecha (expresión conocida por el experto en la materia) y escribir:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \mathbf{z}(f_l) \otimes \begin{bmatrix} \rho_{1,lm} \mathbf{a}_1(\Theta_{1,m}) \\ \rho_{2,lm} \mathbf{a}_2(\Theta_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,lm} \mathbf{a}_K(\Theta_{K,m}) \end{bmatrix} s_m(f_l, t - \tau_{1,m}) + \mathbf{n}(t) \quad (5)$$

en la que \otimes designa al producto de Kronecker, $\rho_{k,lm} = \rho_{k,m} e^{j2\pi f_l (\tau_k(p_m) - \tau_1(p_m))}$ una ganancia compleja que depende ahora de la frecuencia $f_l = (l/L)F_e$, y de la posición \mathbf{p}_m del origen.

$$\mathbf{z}(f) = \begin{bmatrix} 1 \\ e^{j2\pi f} \\ (e^{j2\pi f})^2 \\ \vdots \\ (e^{j2\pi f})^{L-1} \end{bmatrix} \quad (6).$$

- 5 en la que $s_m(f_l, t)$ es la salida del filtro de banda $1/LT_e$ centrado alrededor de la frecuencia f_l de la señal recibida por la primera estación.

En el caso de una hipótesis de Banda Estrecha, se puede escribir de manera lineal la observación, L es un factor de ajuste, lo que corresponde a una descomposición de la señal en subbandas estrechas de banda $1/(LT_e)$, en este ejemplo en L subbandas estrechas.

- 10 El vector de ruido se escribe:

$$\mathbf{n}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{n}'(t) \\ \mathbf{n}'(t - T_e) \\ \vdots \\ \mathbf{n}'(t - LT_e) \end{bmatrix} \quad (7).$$

Se puede reescribir la ecuación (5) de la manera siguiente:

$$\mathbf{y}(t) = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \mathbf{b}(f_l, \mathbf{p}_m, \boldsymbol{\varphi}_m) s_m(f_l, t - \tau_{1,m}) + \mathbf{n}(t) \quad \text{con } \mathbf{b}(f, \mathbf{p}, \boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{z}(f) \otimes \mathbf{u}(\mathbf{p}, \boldsymbol{\varphi}) \quad (8).$$

- 15 en la que $\boldsymbol{\varphi}_m = (\Theta_{1,m}^T \dots \Theta_{K,m}^T)^T$ es el vector que contiene las incidencias del m -ésimo origen en todas las estaciones y en la que

$$\mathbf{u}(\mathbf{p}_{lm}, \boldsymbol{\varphi}_{lm}) = \begin{bmatrix} \rho_{1,lm} \mathbf{a}_1(\Theta_{1,m}) \\ \rho_{2,lm} \mathbf{a}_2(\Theta_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,lm} \mathbf{a}_K(\Theta_{K,m}) \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\mathbf{p}_{lm} = (\rho_{1,lm} \rho_{1,lm} \dots \rho_{K,lm})^T \quad (10)$$

el vector $\mathbf{b}(f, \mathbf{p}, \boldsymbol{\varphi})$ se puede escribir también de la manera siguiente

$$\mathbf{b}(f, \mathbf{p}, \boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{V}(\boldsymbol{\varphi}) (\mathbf{z}(f) \otimes \boldsymbol{\rho}) \quad (11)$$

- 20 en la que

$$\mathbf{V}(\boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{I}_L \otimes \text{diag}(\mathbf{a}_1(\Theta_1) \dots \mathbf{a}_K(\Theta_K)) \quad (12)$$

se hace notar que la matriz de covarianza de la señal $\mathbf{x}(t)$ para $\mathbf{R}_{yy} = E[\mathbf{y}(t) \mathbf{y}^H(t)]$. La estimación de esta matriz sobre T muestras se escribe

$$\hat{\mathbf{R}}_{yy} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mathbf{y}(i \times T_e) \mathbf{y}^H(i \times T_e) \quad (13)$$

- 25 en la que $(\cdot)^H$ designa la traspuesta conjugada. Se considera que las señales $s_m(t)$ se aproximan mediante una suma finita de $Q_m \leq L$ orígenes (o componentes) de banda estrecha para el conjunto de la red. En estas condiciones, la dimensión del espacio de señales engendrado por el conjunto $\{\mathbf{b}(f_l, \mathbf{p}_{lm}, \boldsymbol{\varphi}_{lm}) s_m(f_l, t - \tau_{1,m}), 1 \leq m \leq M, 1 \leq l \leq L\}$ de las firmas $\mathbf{V}(\boldsymbol{\varphi}_m) (\mathbf{z}(f_l) \otimes \boldsymbol{\rho}_{lm})$ de las componentes de banda estrecha debe ser inferior a la dimensión $N \times L$ de la matriz de

covarianza $\hat{\mathbf{R}}_{yy}$.

Estimación del parámetro de interés φ_m con la finalidad de una geolocalización

El parámetro de interés $\varphi_m = (\Theta_{l,m}^T \dots \Theta_{k,m}^T)^T$ (vector que contiene las incidencias del m -ésimo origen en todas las estaciones) se puede estimar de manera conjunta con los parámetros de ruido (f_i, ρ_{lm}) mediante un algoritmo de alta resolución del tipo MUSIC, o por cualquier otro procedimiento de la literatura en base a este modelo (en particular: ML. Mc Cloud y L.L Scharf "A new subspace identification algorithm for high resolution DOA estimation" IEEE Trans on Antenna and propagation Vol. 50, N° 10, octubre 2002 así como los algoritmos de la familia de máxima verosimilitud, y más recientemente los algoritmos que aprovechan la teoría de las grandes matrices aleatorias (en particular X.Mestre y M.A. Lagunas "Modified subspace algorithms for DOA estimation with large arrays", IEEE Transactions on signal processing, vol. 56, n° 2, febrero 2008). Se puede concebir también la aplicación de un procedimiento del tipo de alta resolución que aproveche las estadísticas de orden superior (o $2q$) de la observación $\mathbf{y}(t)$ porque la observación multi-estación y espacio temporal $\mathbf{y}(t)$ se modeliza siguiendo una combinación lineal de componentes de banda estrecha de la firma $\mathbf{b}(f, \rho_{lm}, \varphi_m) = \mathbf{z}(f) \otimes \mathbf{u}(\rho_{lm}, \varphi_m)$.

En consecuencia, utilizando un enfoque del tipo MUSIC con las estadísticas de orden 2, los vectores directores multi-estaciones $\mathbf{b}(f_i, \rho_{lm}, \varphi_m) = \mathbf{z}(f) \otimes \mathbf{u}(\rho_{lm}, \varphi_m)$ engendran el espacio de señales de la matriz de covarianza \mathbf{R}_{yy} de la observación $\mathbf{y}(t)$. Dado que $\mathbf{b}(f, \rho, \varphi) = \mathbf{U}(\varphi, f) \rho$, un enfoque del tipo MUSIC consiste entonces en minimizar el criterio siguiente:

$$\begin{aligned} C(\varphi, f, \rho) &= \frac{\mathbf{b}^H(f, \rho, \varphi) \Pi_b \mathbf{b}(f, \rho, \varphi)}{\mathbf{b}^H(f, \rho, \varphi) \mathbf{b}(f, \rho, \varphi)} \\ &= \frac{\rho^H \mathbf{U}^H(\varphi, f) \Pi_b \mathbf{U}(\varphi, f) \rho}{\rho^H \mathbf{U}^H(\varphi, f) \mathbf{U}(\varphi, f) \rho} \\ &= \frac{(\mathbf{z}(f) \otimes \rho)^H \mathbf{V}^H(\varphi) \Pi_b \mathbf{V}(\varphi) (\mathbf{z}(f) \otimes \rho)}{(\mathbf{z}(f) \otimes \rho)^H \mathbf{V}^H(\varphi) \mathbf{V}(\varphi) (\mathbf{z}(f) \otimes \rho)} \end{aligned} \tag{14}$$

en la que $\mathbf{U}(\varphi, f) = \mathbf{z}(f) \otimes \text{diag}(\mathbf{a}_l(\Psi_{l,m}) \dots \mathbf{a}_k(\Psi_{k,m}))$, ρ es el parámetro de ruido que contiene las amplitudes complejas, \mathbf{I}_L es la matriz identidad de dimensiones $L \times L$ y $\text{diag}(\mathbf{A})$ la matriz diagonal de bloques constituida por las columnas de la matriz \mathbf{A} . La matriz Π_b siguiente es el proyector de ruido de MUSIC obtenido a partir de los elementos propios de \mathbf{R}_{yy} :

$$\Pi_b = \mathbf{I}_{NL} - \mathbf{E}_S \mathbf{E}_S^H \tag{15}$$

en la que $\mathbf{E}_S = [\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2 \dots \mathbf{u}_D]$ es el espacio de señales tal que \mathbf{u}_d es el vector propio asociado al valor d -ésimo más grande propio de la estimada $\hat{\mathbf{R}}_{yy}$ de la matriz de covarianza de la observación $\mathbf{y}(t)$ dado que el rango de $\hat{\mathbf{R}}_{yy} - \hat{\mathbf{R}}_{nn}$ vale D , correspondiendo el entero D entonces a un número de componentes de banda estrecha observados (o detectados) en el vector $\mathbf{y}(t)$ en la que $\det(\mathbf{M})$ designa el determinante de la matriz \mathbf{M} .

En el procedimiento el criterio multidimensional $C(\varphi, f, \rho)$ se utiliza, por ejemplo, de dos maneras diferentes.

Un primer enfoque del tipo MUSIC consiste en estimar el conjunto $\Phi = \{\varphi_1 \dots \varphi_M\}$ de los parámetros de localización, y posteriormente deducir unos componentes de frecuencia de cada uno de los orígenes.

Los componentes φ_m de $\Phi = \{\varphi_1 \dots \varphi_M\}$ se estiman conjuntamente buscando los M mínimos del criterio de la ecuación (16). Este criterio se obtiene minimizando el criterio de la ecuación (14) con el vector $\mathbf{z}(f) \otimes \rho$ para cualquier valor de φ . Se obtiene entonces un criterio que no depende más que del parámetro de localización φ (conjunto de las direcciones de llegada en cada una de las estaciones o posición del emisor):

$$J_\sigma(\varphi) = \frac{\det(\mathbf{V}^H(\varphi) \Pi_b \mathbf{V}(\varphi))}{\det(\mathbf{V}^H(\varphi) \mathbf{V}(\varphi))} \tag{16}$$

Para cada mínimo $\hat{\varphi}_m$ del criterio (16), el criterio que permite estimar las frecuencias f_i del origen correspondiente se escribe

$$J_m(f) = \frac{\det(\mathbf{U}^H(\hat{\varphi}_m, f) \Pi_b \mathbf{U}(\hat{\varphi}_m, f))}{\det(\mathbf{U}^H(\hat{\varphi}_m, f) \mathbf{U}(\hat{\varphi}_m, f))} \tag{17}$$

El segundo enfoque consiste en estimar el conjunto de los componentes de frecuencia $\Gamma = \{f_1 \dots f_l\}$ y posteriormente deducir el conjunto $\Phi_i = \{\varphi_{1i} \dots \varphi_{M_i i}\}$ de los parámetros de localización en cada una de las frecuencias f_i .

Este enfoque permite aprovechar la diversidad de frecuencia de los emisores que no comparten forzosamente las mismas frecuencias. En este caso se considera que el vector $\mathbf{u}(\rho, \varphi)$ es un parámetro de ruido y que el parámetro de interés es la frecuencia. En el caso de la firma $\mathbf{z}(f) \otimes \mathbf{u}(\rho_{im}, \varphi_m)$ de una componente de banda estrecha se reescribe de la manera siguiente

$$\mathbf{z}(f) \otimes \mathbf{u}(\rho, \varphi) = \mathbf{W}(f) \mathbf{u}(\rho, \varphi) \quad (18)$$

con $\mathbf{W}(f) = \text{diag}(\mathbf{z}(f)) \otimes \mathbf{I}_{NK}$

El criterio de MUSIC de la ecuación (14) se reescribe entonces de la manera siguiente

$$C(\varphi, f, \rho) = \frac{\mathbf{u}(\varphi, \rho)^H \mathbf{W}^H(f) \mathbf{\Pi}_b \mathbf{W}(f) \mathbf{u}(\varphi, \rho)}{\mathbf{u}(\varphi, \rho)^H \mathbf{W}^H(f) \mathbf{W}(f) \mathbf{u}(\varphi, \rho)} \quad (19)$$

Dado que el valor del criterio $C(\varphi_m, f_i, \rho_m)$ es teóricamente nulo, el minimizado de $C(\varphi, f, \rho)$ con $\mathbf{u}(\rho, \varphi)$ se reduce a

$$J_i(f) = \frac{\det(\mathbf{W}^H(f) \mathbf{\Pi}_b \mathbf{W}(f))}{\det(\mathbf{W}^H(f) \mathbf{W}(f))} \quad (20)$$

Las frecuencias del conjunto $\Gamma = \{f_1 \dots f_l\}$ se obtienen entonces buscando las l frecuencias del conjunto Γ que minimizan el criterio $J_i(f)$. A partir de una de las frecuencias f_i es posible estimar el conjunto $\Phi_i = \{\varphi_{1i} \dots \varphi_{M_i i}\}$ de los parámetros de localización a esa frecuencia. Dado que $J_i(f_i)$ es teóricamente nulo, se sabe que los M_i vectores propios asociados a los valores propios próximos a cero de la matriz $(\mathbf{W}^H(f) \mathbf{W}(f))^{-1} (\mathbf{W}^H(f) \mathbf{\Pi}_b \mathbf{W}(f))$ se escriben:

$$\mathbf{v}_i^j = \sum_{p=1}^{M_i} \alpha_{jp} \mathbf{u}(\rho_{pi}, \varphi_{pi}) \quad (21)$$

En consecuencia para estimar los parámetros de localización $\Phi_i = \{\varphi_{1i} \dots \varphi_{M_i i}\}$, se constituye la matriz de covarianza siguiente de dimensión $N \times N$

$$\mathbf{R}_i = \sum_{j=1}^{M_i} \mathbf{v}_i^j (\mathbf{v}_i^j)^H \quad (22)$$

Se ha de hacer notar que la matriz \mathbf{R}_i es de dimensión ampliamente más pequeña que \mathbf{R}_y que es de dimensión $NL \times NL$. El procedimiento MUSIC para estimar los parámetros $\Phi_i = \{\varphi_{1i} \dots \varphi_{M_i i}\}$ consiste en minimizar el criterio siguiente:

$$C_i(\varphi, \rho) = \frac{\mathbf{u}^H(\rho, \varphi) \mathbf{\Pi}_i \mathbf{u}(\rho, \varphi)}{\mathbf{u}^H(\rho, \varphi) \mathbf{u}(\rho, \varphi)} \quad (23)$$

En el que la matriz $\mathbf{\Pi}_i$ siguiente es el proyector de ruido de MUSIC obtenido a partir de los elementos propios de \mathbf{R}_i (los $N-M_i$ valores más reducidos propios de la matriz). Dado que

$$\mathbf{u}(\rho, \varphi) = \mathbf{A}(\varphi) \boldsymbol{\rho} \quad \text{con} \quad \mathbf{A}(\varphi) = \text{diag}(\mathbf{a}_1(\Theta_1) \dots \mathbf{a}_K(\Theta_K)) \quad (24)$$

el criterio de la ecuación (23) se puede reducir a la minimización del criterio siguiente:

$$C_i^{opt}(\varphi) = \frac{\det(\mathbf{A}^H(\varphi) \mathbf{\Pi}_i \mathbf{A}(\varphi))}{\det(\mathbf{A}^H(\varphi) \mathbf{A}(\varphi))} \quad (25)$$

Los parámetros de localizaciones φ_{mi} son entonces los M_i mínimos del criterio $C_i^{opt}(\varphi)$.

En la subvariante expuesta a continuación se aprovecha el hecho de que $\rho_{k,im} = \rho_{k,m} \exp(-j2\pi f_i (\tau_K(\rho_m) - \tau_1(\rho_m)))$ y por lo tanto que

$$\boldsymbol{\rho}_{im} = \Lambda_i(\boldsymbol{\rho}_m) \times \boldsymbol{\rho}_m$$

$$\text{con } \begin{cases} \mathbf{p}_m = [\rho_{1,m} \cdots \rho_{K,m}]^T \\ \Lambda_i(\mathbf{p}_m) = \text{diag}\{\exp(-j2\pi f_i \Delta \tau_1(\mathbf{p}_m)) \cdots \exp(-j2\pi f_i \Delta \tau_K(\mathbf{p}_m))\} \\ \Delta \tau_k(\mathbf{p}_m) = \tau_k(\mathbf{p}_m) - \tau_1(\mathbf{p}_m) \end{cases} \quad (26)$$

Se deduce entonces que el vector ρ de las amplitudes es una función del vector de posición \mathbf{p} . Dado que el vector $\boldsymbol{\varphi}$ de las incidencias en cada una de las estaciones es también una función no lineal de este vector de posición, se deduce que el vector $\mathbf{u}(\rho, \boldsymbol{\varphi})$ es también a la frecuencia f_i la función siguiente del vector de posición

$$5 \quad \mathbf{u}(\rho, \boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{u}_i(\mathbf{p}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})) \boldsymbol{\rho}(f, \mathbf{p}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})) \Lambda_i(\mathbf{p}) \times \boldsymbol{\rho} \quad (27)$$

El criterio de tipo MUSIC de la ecuación (23) se convierte entonces en la función siguiente de la posición \mathbf{p}

$$C_i(\mathbf{p}) = \frac{\mathbf{u}_i^H(\mathbf{p}) \Pi_i \mathbf{u}_i(\mathbf{p})}{\mathbf{u}_i^H(\mathbf{p}) \mathbf{u}_i(\mathbf{p})} = \frac{\boldsymbol{\rho}^H \mathbf{Q}_i(\mathbf{p}) \boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\rho}^H \mathbf{Q}(\mathbf{p}) \boldsymbol{\rho}} \quad (28)$$

$$\text{con } \begin{cases} \mathbf{Q}_i(\mathbf{p}) = \Lambda_i(\mathbf{p})^H \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}))^H \Pi_i \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})) \Lambda_i(\mathbf{p}) \\ \mathbf{Q}(\mathbf{p}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}))^H \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p})) \end{cases}$$

Dado que en asíntotas $C_i(\mathbf{p}_m) = 0$ se deduce que $\sum_i C_i(\mathbf{p}_m) = 0$. Es posible también utilizar un criterio como el siguiente para estimar las posiciones \mathbf{p}_m que aprovecha conjuntamente todas las frecuencias detectadas y que se anula para todos los sectores de posición \mathbf{p}_m .

$$10 \quad C_{total}(\mathbf{p}) = \sum_i C_i(\mathbf{p}) = \frac{\boldsymbol{\rho}^H \left(\sum_i \mathbf{Q}_i(\mathbf{p}) \right) \boldsymbol{\rho}}{\boldsymbol{\rho}^H \mathbf{Q}(\mathbf{p}) \boldsymbol{\rho}} \quad (29)$$

En consecuencia, utilizando unas propiedades conocidas del álgebra lineal, se deduce el estimador siguiente de las posiciones:

$$\hat{\mathbf{p}}_m = \min_{\mathbf{p}} C_{total}^{opt}(\mathbf{p}) \quad (30)$$

$$15 \quad \text{con } C_{total}^{opt}(\mathbf{p}) = \frac{\det\left(\sum_i \mathbf{Q}_i(\mathbf{p})\right)}{\det(\mathbf{Q}(\mathbf{p}))}$$

En la variante a continuación, se supone que:

$$\boldsymbol{\rho}_{ml} = \rho_{ml} \times \boldsymbol{\rho}_m \quad \text{con } \boldsymbol{\rho}_m = [\rho_{1,m} \cdots \rho_{K,m}]^T \quad (31)$$

en la que ρ_{ml} es un coeficiente que depende directamente de la densidad espectral del m -ésimo origen a la frecuencia f_i . El modelo anterior supone que la atenuación de la propagación de la onda entre un emisor y una estación es independiente de la frecuencia. Esta propiedad puede utilizarse entonces para mejorar la estimación de los parámetros de localización $\boldsymbol{\varphi}_m$ de cada uno de los orígenes. En consecuencia para estimar los parámetros de localización $\Phi = \{\varphi_1 \dots \varphi_M\}$, se constituye la matriz de covarianza siguiente de dimensiones $N \times N$ siguiente que realiza la media de las matrices \mathbf{R}_i en todas las frecuencias detectadas:

$$\mathbf{R}_{global} = \sum_i \mathbf{R}_i \quad (32)$$

25 El procedimiento MUSIC para estimar los parámetros $\Phi_i = \{\varphi_{1,i} \dots \varphi_{M,i}\}$ consiste en minimizar el criterio siguiente:

$$C_{global}(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{\mathbf{u}^H(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi}) \Pi_{global} \mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi})}{\mathbf{u}^H(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi}) \mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi})} \quad (33)$$

En el que la matriz Π_{global} siguiente es el proyector de ruido de MUSIC obtenido a partir de los elementos propios de \mathbf{R}_{global} . El criterio de la ecuación se reduce entonces a la minimización del criterio siguiente:

$$30 \quad C_{global}^{opt}(\boldsymbol{\varphi}) = \frac{\det(\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\varphi}) \Pi_{global} \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}))}{\det(\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\varphi}) \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}))} \quad (34)$$

en la que

$$\hat{\phi}_m = \min_{\phi} (C_{global}^{opt}(\phi)) \quad (35)$$

Se aplica un algoritmo de triangulación por emisor. Esto consiste en estimar la posición p_m de un emisor a partir de sus K tuplas de ángulos de incidencia $\hat{\phi}_m$.

5 Todos los criterios de estimación en función del parámetro $\phi = (\Theta^T_1 \dots \Theta^T_K)^T$ pueden reducirse al vector de posición $\mathbf{p} = (x, y, z)^T$ porque la incidencia Θ_k del origen en la estación k es una función no lineal de la posición $\mathbf{p} = (x, y, z)^T$ del origen. En consecuencia el parámetro ϕ es también una función no lineal de $\mathbf{p} = (x, y, z)^T$ porque $\phi_m = \phi(\mathbf{p}_m) = (\Theta^T_1(\mathbf{p}_m) \dots \Theta^T_K(\mathbf{p}_m))^T$. La relación que vincula las incidencias Θ_k con la posición $\mathbf{p} = (x, y, z)^T$ se da a continuación y es una relación de triangulación conocida por el experto en la materia que permite optimizar el criterio en un espacio de dimensiones menor, parametrizando el problema según la posición de los orígenes.

10 **Optimización de los criterios de localización - modo de funcionamiento**

Los problemas precedentes que utilizan un enfoque del tipo MUSIC pueden resolverse con la búsqueda de los mínimos de los criterios que se escriben todos bajo la forma:

$$J(\zeta) = \frac{\det(\mathbf{T}^H(\zeta)\mathbf{\Pi}_b\mathbf{T}(\zeta))}{\det(\mathbf{T}^H(\zeta)\mathbf{T}(\zeta))} \quad (36)$$

15 A partir de un punto de inicio ζ_m^0 en la proximidad de una solución ζ_m , se obtiene un algoritmo de descenso del tipo Gauss-Newton conocido por el experto en la materia, mediante el procedimiento iterativo siguiente: en la i -ésima iteración se deduce un par ζ_m^i de ζ_m^{i-1} mediante la relación siguiente:

$$\zeta_m^i = -\mathbf{H}^{-1}(\zeta_m^i) \nabla(\zeta_m^i) + \zeta_m^{i-1} \quad (37)$$

En la que $\mathbf{H}(\zeta)$ y $\nabla(\zeta)$ son respectivamente el Hessiano y el gradiente del criterio $J(\zeta)$ cuyos elementos se dan aquí:

$$[\nabla(\zeta)]_p = \frac{\det(\mathbf{M}(\zeta))}{\det(\mathbf{T}^H(\zeta)\mathbf{T}(\zeta))} Tr \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_p} \right] \quad (38)$$

$$20 \quad [\mathbf{H}(\zeta)]_{pq} = \frac{\det(\mathbf{M}(\zeta))}{\det(\mathbf{T}^H(\zeta)\mathbf{T}(\zeta))} \left[Tr \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_q} \right] Tr \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_p} \right] - Tr \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_p} \mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_q} \right] + Tr \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial^2 \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_p \partial \zeta_q} \right] \right] \quad (39)$$

Con $\mathbf{M}(\zeta) = \mathbf{T}^H(\zeta) \mathbf{\Pi}_b \mathbf{T}(\zeta)$ y en la que ζ es un vector de dimensión P cuyos elementos se indican por ζ_p y en la que $1 \leq p, q \leq P$.

25 Los puntos de inicio ζ_m^0 pueden ser el resultado de una estimación separada de los parámetros de localización en cada una de las estaciones cuando es posible. Todos los puntos $\hat{\zeta}_m$ que verifican $J(\hat{\zeta}_m) < \eta$ (η es un umbral próximo a 0) serán entonces una de las soluciones de optimización del criterio $J(\hat{\zeta}_m)$. La búsqueda de los mínimos $\{\hat{\zeta}_m, 1 \leq m \leq M\}$ tal que $J(\hat{\zeta}_m) < \eta$ podrá conducirse mediante uno de dos enfoques:

Optimización nº 1: una optimización directa del criterio $J(\phi)$. No se retendrán más que los mínimos locales de modo que $J(\hat{\zeta}_m) < \eta$.

30 **Optimización nº 2:** una optimización del criterio $J(\zeta)$ a partir de un algoritmo de descenso del tipo Gauss-Newton inicializado por los parámetros $\{\hat{\zeta}_m, 1 \leq m \leq M\}$ estimados por separado en cada estación o bien por el resultado de la etapa de **Optimización nº 1**. Este enfoque permite obtener un buen compromiso entre el coste de cálculo y los rendimientos (más preciso).

35 **Estimación de los ángulos de llegada de los emisores en cada una de las estaciones con la finalidad de una geolocalización**

En un contexto de propagación difícil (en anglosajón "indoor" o urbano, por ejemplo) se desea estimar los ángulos de llegada en cada una de las estaciones, sin realizar hipótesis sobre el modo de propagación entre los emisores y las estaciones, pero aprovechando igualmente que las señales recibidas en las estaciones provienen del mismo emisor. En este caso, el ángulo de llegada $\Theta_{k,m}$ del m -ésimo origen en la k -ésima estación que se escribe $\Theta_{k,m} = (\theta_{k,m} \Delta_{k,m})^T$

en la que (comprende el azimut $\theta_{k,m}$ para un problema en 2D o el azimut y la elevación $\{\theta_{k,m} \Delta_{k,m}\}$ en 3D) es una función no lineal de la posición \mathbf{p}_m de este origen. Se busca entonces $\Phi = (\varphi_1 \dots \varphi_M)^T$, conjunto de las direcciones de llegada en la que $\varphi_m = [\Theta_{1,m}^T \dots \Theta_{K,m}^T]^T$. Los $\{\varphi_m, 1 \leq m \leq M\}$ son estimaciones mediante la búsqueda de los M mínimos locales del criterio (16) o (25), que es realizado en un espacio de dimensión K para un problema en el plano y de $2K$ para un problema en el espacio, según los procedimientos descritos en la sección anterior.

5 La respuesta de la k -ésima red de captadores $\mathbf{a}_k(\Theta)$ se obtiene o bien por calibración, o bien con ayuda del modelo analítico siguiente:

$$\mathbf{a}_k(\Theta) = \begin{bmatrix} e^{j2\pi \frac{f_0}{c} \mathbf{k}^T(\Theta) \mathbf{r}_{1,K}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi \frac{f_0}{c} \mathbf{k}^T(\Theta) \mathbf{r}_{N,K}} \end{bmatrix} \quad (40)$$

10 En la que $\mathbf{r}_{n,K}$ es el vector de posición del n -ésimo captador de la estación k en la referencia de la estación k y en el que c es la velocidad de la onda.

$\mathbf{k}(\Theta)$ es el vector de onda asociada la dirección Θ de modo que:

$$\mathbf{k}(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\Delta) \\ \sin(\theta) \cos(\Delta) \\ \sin(\Delta) \end{bmatrix} \quad (41)$$

15 Una vez obtenidas las estimaciones $\hat{\varphi}_m = [\hat{\Theta}_{1,m}^T \dots \hat{\Theta}_{K,m}^T]^T (1 \leq m \leq M)$, la localización (o triangulación) se efectúa según unos algoritmos conocidos por el experto en la materia como se describe a continuación en el presente documento.

Geolocalización en el plano o en el espacio (triangulación)

En un contexto en el que los trayectos son diferentes se puede estimar directamente la posición de los emisores, por medio de la modelización descrita a continuación.

20 El parámetro de interés es φ que es una función del vector de posición \mathbf{p} que es igual a la $[x \ y]^T$ en el plano y a $[x \ y \ z]^T$ en el espacio, en las que x , y y z son las coordenadas cartesianas del emisor en el plano o en el espacio. El vector parámetros de interés global es por lo tanto $\Phi = [\mathbf{p}_1^T \dots \mathbf{p}_M^T]^T$.

25 Se aprovecha la relación que vincula el ángulo de llegada en una estación a la posición del origen en el plano o en el espacio, lo que no es posible más que en presencia de trayectos directos (no reflejados). La respuesta de los captadores se obtiene de la manera siguiente: $\mathbf{a}_k(\mathbf{p}) = \mathbf{a}_k(\Theta_k(\mathbf{p}))$ depende de $\Theta_k = (\theta_k \ \Delta_k)^T$, la dirección de llegada del origen en la estación, vista como una función de la posición. La respuesta de los captadores $\mathbf{a}_k(\Theta_k(\mathbf{p}))$ se puede obtener tanto mediante calibración como por su expresión analítica obtenida gracias a la relación (40) y gracias a las relaciones siguientes (42) conocidas por el experto en la materia cuando se considera una localización mediante triangulación en el plano:

$$\theta_k = \begin{cases} \cos^{-1} \left(\frac{x - x_k}{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \right), & y \geq y_k \\ 2\pi - \cos^{-1} \left(\frac{(x - x_k)}{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \right), & y < y_k \end{cases} \quad (42)$$

$$\Delta_k = \tan^{-1} \left(\frac{z - z_k}{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \right)$$

30 (x_k, y_k, z_k) es la posición de la k -ésima estación en la referencia cartesiana de referencia. La estimación de los parámetros $\mathbf{p}_m (1 \leq m \leq M)$ se efectúa mediante la búsqueda de los M mínimos locales del criterio ((16) o (25)) según uno de los dos modos de optimización propuestos en el emplazamiento φ mediante $\varphi(\mathbf{p})$.

35 En el caso más general en el que la incidencia de un origen se parametriza por el azimut y el emplazamiento y en el que la geolocalización se realiza en el espacio, se llevan a cabo los principios de triangulación conocidos por el experto en la materia.

Procedimiento de geolocalización de un conjunto de M orígenes

Las K tuplas de los ángulos $\varphi_m = (\Theta_{1,m} \dots \Theta_{K,m})$ para $1 \leq m \leq M$ son estimaciones conjuntas que minimizan los criterios (15) o (25). El objetivo es estimar la posición del emisor m a partir de sus K tuplas del ángulo de incidencia φ_m . La recta $\Theta_{k,m}$ de la dirección que pasa por la estación k localizada en S_k tiene por ecuación

$$5 \quad \mathbf{M} = \mathbf{S}_k + \mathbf{k}(\Theta_{k,m}) \|\mathbf{M}\mathbf{S}_k\| \quad (43)$$

En la que $\mathbf{k}(\Theta)$ es el vector de onda asociado a la dirección Θ , de modo que:

$$\mathbf{k}(\Theta_{k,m}) = \begin{bmatrix} \cos(\theta_{k,m}) \cos(\Delta_{k,m}) \\ \text{sen}(\theta_{k,m}) \cos(\Delta_{k,m}) \\ \text{sen}(\Delta_{k,m}) \end{bmatrix} \quad (44).$$

En la que

$$\Theta_{k,m} = \begin{bmatrix} \theta_{k,m} \\ \Delta_{k,m} \end{bmatrix} \quad (45).$$

10 Dado que $\theta_{k,m}$ y $\Delta_{k,m}$ son el azimut y el emplazamiento del origen de dirección $\Theta_{k,m}$. En presencia de dos estaciones localizadas en S_1 y S_k se puede mostrar que las coordenadas del punto E_m :

$$\mathbf{E}_m = \mathbf{S}_1 + \mathbf{k}(\Theta_{1,m}) \|\mathbf{E}_m \mathbf{S}_1\| \quad (46).$$

en la que

$$\|\mathbf{E}_m \mathbf{S}_1\| = \frac{\mathbf{k}^H(\Theta_{1,m}) \mathbf{Q}(\Theta_{k,m}) \overline{\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_k}}{\mathbf{k}^H(\Theta_{1,m}) \mathbf{Q}(\Theta_{k,m}) \mathbf{k}(\Theta_{1,m})}$$

$$15 \quad \mathbf{Q}(\Theta_{k,m}) = \mathbf{I} - \frac{\mathbf{k}(\Theta_{k,m}) \mathbf{k}^H(\Theta_{k,m})}{\mathbf{k}^H(\Theta_{k,m}) \mathbf{k}(\Theta_{k,m})}$$

El valor 1 corresponde a la primera estación y el índice k a la k -ésima estación. El operador H corresponde a la transpuesta conjugada.

En lo que sigue del desarrollo se establece:

$$\alpha_m = \Theta_{1,m} \quad \text{y} \quad \beta_m = \Theta_{2,m}$$

$$20 \quad \Theta_{k,m} = \Theta_k(\alpha_m, \beta_m) \quad (47).$$

Utilizando (4), el vector de onda $\mathbf{k}(\Theta_k)$ asociado a la incidencia $\Theta_k(\alpha_m, \beta_m)$, tiene por expresión:

$$\mathbf{k}(\Theta_{k,m}) = \frac{\overline{\mathbf{S}_k \mathbf{E}_m}}{\|\overline{\mathbf{S}_k \mathbf{E}_m}\|}$$

$$\text{con} \quad \begin{cases} \overline{\mathbf{S}_k \mathbf{E}_m} = \overline{\mathbf{S}_k \mathbf{S}_1} + \mathbf{k}(\alpha_m) \|\mathbf{E}_m \mathbf{S}_1\| \\ \|\mathbf{E}_m \mathbf{S}_1\| = \frac{\mathbf{k}^H(\alpha_m) \mathbf{Q}(\beta_m) \overline{\mathbf{S}_1 \mathbf{S}_2}}{\mathbf{k}^H(\alpha_m) \mathbf{Q}(\beta_m) \mathbf{k}(\alpha_m)} \end{cases} \quad (48)$$

25 La expresión (6) da entonces la relación entre $\Theta_{k,m}$ y (α_m, β_m) . El conocimiento de los parámetros (α_m, β_m) de los trayectos directos permitirá entonces deducir las coordenadas del punto E_m mediante la relación (1).

En el caso particular de una triangulación en el plano en la que los ángulos $\Theta_{k,m}$ son unos escalares de modo que $\Theta_{1,m} = \alpha_m$, $\Theta_{2,m} = \beta_m$ y en la que $S_1 = \mathbf{A}$ y $S_k = \mathbf{B}$, la expresión (4) se convierte en:

$$\begin{cases} x_m = x_A + \|\mathbf{A}\mathbf{E}_m\| \cos(\alpha_{m1}) \\ y_m = y_A + \|\mathbf{A}\mathbf{E}_m\| \text{sen}(\alpha_{m1}) \end{cases} \quad (49).$$

Dado que (x_m, y_m) son las coordenadas del emisor localizado en E_m .

$$\|AE_m\| = \frac{\|AB\|}{\cos(\alpha_{m1}) - \frac{\text{sen}(\alpha_{m1})}{\tan(\beta_{m1})}} \quad (50)$$

$\|AB\|$ corresponde a la distancia entre los puntos A y B que es también la norma del vector \overline{AB} .

Resumen de las etapas del procedimiento de geolocalización según la invención

5 **Etapa inicial 0:** Construir la observación espacio-temporal $y(t)$ con L desplazamientos temporales a partir de la observación de múltiples estaciones $x(t)$ según (4)

Etapa 1: Se estima la matriz de covarianza de las observaciones \hat{R}_{yy} a partir de las señales $\{y(t), t \in [1, T]\}$ según la ecuación (13).

10 **Etapa 2:** Se estima la dimensión D del espacio de señales de la matriz \hat{R}_{yy} a partir de un ensayo clásico sobre los valores propios según un procedimiento conocido por el experto en la materia, como por ejemplo el algoritmo MUSIC.

Etapa 3: Conociendo la dimensión D del espacio de señales de la matriz \hat{R}_{yy} se estima su proyector de ruido Π_b con la ayuda de la ecuación (15).

Variantes de realización

15 **Etapa 4:** El contexto impone a continuación elegir una u otra vía: o bien la estimación directa de las posiciones, o bien la estimación simultánea de todos los ángulos de llegada φ_m , o bien por estimación directa, parametrizando φ_m mediante \mathbf{p}_m , como se ha descrito en los párrafos “Estimación de los ángulos de llegada de los emisores en cada una de las estaciones con la finalidad de una geolocalización” y “Geolocalización en el plano o en el espacio”.

20 **Etapa 5:** Los orígenes son finalmente localizados según los modos propuestos en el párrafo “Estimación del parámetro de interés con la finalidad de una geolocalización”. Para ello se buscan los M mínimos $\{\hat{\zeta}_m = \{\hat{\varphi}_m \text{ o } \hat{\mathbf{p}}_m\}, 1 \leq m \leq M\}$ del criterio $J(\zeta)$ de las ecuaciones que verifican $J(\hat{\zeta}_m) < \eta$. Siendo η un umbral próximo a cero. Esta optimización se realiza siguiendo uno de los modos de optimización descritos en el párrafo “Optimización de los criterios de localización”.

25

REIVINDICACIONES

1. Procedimiento de geolocalización de M emisores E_m incidentes en una red de K estaciones S_k compuestas cada una de N_k captadores elementales y de medios de tratamiento de la señal, **caracterizado porque** comprende al menos:

- 5 a) una etapa durante la cual el vector de observación se amplía integrando el periodo T_e de muestreo en el vector de observación de la manera siguiente:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(t - T_e) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - LT_e) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \mathbf{z}(f_l) \otimes \begin{bmatrix} \rho_{1,m} \mathbf{a}_1(\Theta_{1,m}) \\ \rho_{2,m} \mathbf{a}_2(\Theta_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,m} \mathbf{a}_K(\Theta_{K,m}) \end{bmatrix} \mathbf{s}_m(f_l, t - \tau_{1,m}) + \mathbf{n}(t)$$

en la que T_e y $\rho_{k,l,m} = \rho_{k,m} e^{-j2\pi f_l(\tau_k(p_m) - \tau_l(p_m))}$, es el período de muestreo que corresponde a la banda de los receptores según el teorema de Shannon, $\mathbf{x}(t) = [\mathbf{x}_1(t) \dots \mathbf{x}_K(t)]^T$ corresponde a la expresión de la señal recibida en el conjunto de las K estaciones, la señal en la estación k -ésima se escribe:

$$\mathbf{x}_k(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{k,1}(t) \\ \mathbf{x}_{k,2}(t) \\ \vdots \\ \mathbf{x}_{k,N_k}(t) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \rho_{k,m} \mathbf{a}_k(\Theta_{k,m}) \mathbf{s}_m(t - \tau_{k,m}) + \mathbf{n}(t)$$

- $\mathbf{x}_{k,n}(t)$ es la t -ésima muestra de la señal en la salida del n -ésimo captador de la k -ésima estación, muestreada a la frecuencia $F_e = 1/T_e$
- $\mathbf{s}_m(t)$ corresponde a la m -ésima señal temporal emitida por el origen en el instante t , considerando que las señales de los emisores son independientes entre sí,
- $\rho_{k,m}$ y $\Theta_{k,m}$ son respectivamente la amplitud compleja y el vector parámetro de interés del m -ésimo origen en la k -ésima estación, el vector $\Theta_{k,m}$ es la dirección de llegada en la estación k , visto como una función de la posición en el plano o el espacio,
- $\tau_{k,m}$ es el tiempo de trayecto entre el m -ésimo origen y la estación k ,
- $\mathbf{a}_k(\Theta)$ es la respuesta de la k -ésima red de captadores a un origen de banda estrecha de frecuencia f_0 en la estación k que depende del parámetro Θ . La portadora f_0 corresponde a la frecuencia central de los receptores,
- $\mathbf{n}_k(t)$ es el ruido aditivo presente en la k -ésima estación en el instante t .

- b) una etapa de estimación conjunta de los ángulos de llegada o de las posiciones de los emisores en cada una de dichas estaciones que aprovecha el modelo lineal siguiente:

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(t) \\ \mathbf{x}(t - T_e) \\ \vdots \\ \mathbf{x}(t - LT_e) \end{bmatrix} = \sum_{m=1}^M \sum_{l=1}^L \mathbf{z}(f_l) \otimes \begin{bmatrix} \rho_{1,m} \mathbf{a}_1(\Theta_{1,m}) \\ \rho_{2,m} \mathbf{a}_2(\Theta_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,m} \mathbf{a}_K(\Theta_{K,m}) \end{bmatrix} \mathbf{s}_m(f_l, t - \tau_{1,m}) + \mathbf{n}(t)$$

con $\rho_{k,l,m} = \rho_{k,m} e^{-j2\pi f_l(\tau_k(p_m) - \tau_l(p_m))}$, con el fin de una geolocalización o una etapa de geolocalización directa mediante estimación conjunta de los coordenadas de los emisores en el plano o en el espacio, correspondiendo $\mathbf{s}_m(f_l, t)$ a la señal de un filtro de banda $1/LT_e$ centrado alrededor de la frecuencia f_l en la que m corresponde al m -ésimo origen,

- c) una etapa de geolocalización de los orígenes a partir de las K tuplas de incidencia cuando se efectúa una estimación conjunta de los ángulos.

2. Procedimiento de geolocalización según la reivindicación 1, **caracterizado porque** comprende en el orden 2 las etapas suplementarias siguientes:

una etapa de estimación de la matriz de covarianza de las observaciones a partir de las señales $\mathbf{x}(t)$ en la que t pertenece al intervalo $\{1, T\}$

$$\hat{\mathbf{R}}_{yy} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mathbf{y}(i \times T_e) \mathbf{y}^H(i \times T_e)$$

en la que $(.)^H$ designa la transpuesta conjugada, las señales $\mathbf{s}_m(t)$ se aproximan mediante una suma finita de

5 $Q_m \leq L$ orígenes (o componentes) de banda estrecha para el conjunto de la red,
 una etapa de estimación de la dimensión D del espacio de señales de la matriz de covarianza $\hat{\mathbf{R}}_{yy}$ utilizando
 un procedimiento de detección del número de orígenes mediante un procedimiento conocido por el experto en
 la materia a partir de los valores propios de esta matriz de covarianza,
 una etapa del tipo MUSIC de estimación de la matriz Π_b del proyector de ruido obtenida a partir de los
 elementos propios de \mathbf{R}_{yy} ,

$$\Pi_b = \mathbf{I}_{NL} - \mathbf{E}_S \mathbf{E}_S^H$$

10 en la que $\mathbf{E}_S = [\mathbf{u}_1 \mathbf{u}_2 \dots \mathbf{u}_D]$ es el espacio de la señal tal que \mathbf{u}_d es el vector propio asociado al d -ésimo valor
 más grande propio de la estimación $\hat{\mathbf{R}}_{yy}$ de la matriz de covarianza de la observación $\mathbf{y}(t)$ dado que el intervalo
 de $\hat{\mathbf{R}}_{yy} - \hat{\mathbf{R}}_{nn}$ vale D , correspondiendo el entero D entonces a un número de componentes de banda estrecha
 de respuesta

$$\mathbf{b}(f_i, \rho_m, \varphi_m) = \mathbf{z}(f_i) \otimes \mathbf{u}(\rho_{im}, \varphi_m) \quad \text{con} \quad \mathbf{u}(\rho_{im}, \varphi_m) = \begin{bmatrix} \rho_{1,m} \mathbf{a}_1(\Theta_{1,m}) \\ \rho_{2,m} \mathbf{a}_2(\Theta_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,m} \mathbf{a}_K(\Theta_{K,m}) \end{bmatrix}$$

observadas por el vector $\mathbf{y}(t)$.

15 3. Procedimiento según la reivindicación 1, **caracterizado porque** comprende, para la estimación conjunta de los
 ángulos de llegada de los emisores en cada una de las estaciones, con el propósito de una geolocalización, las
 etapas siguientes:

20 un aprovechamiento del conjunto de las señales recibidas por las estaciones de manera simultánea,
 considerando que el ángulo de llegada $\Theta_{k,m}$ del m -ésimo origen en la k -ésima estación, que comprende el
 azimut $\theta_{k,m}$ para un problema en 2D o cuando el azimut y la elevación $\{\theta_{k,m} \Delta_{k,m}\}$ en 3D $\Theta_{k,m} = (\theta_{k,m} \Delta_{k,m})^T$ es
 una función de la posición \mathbf{p}_m del origen y posteriormente una etapa de determinación de $\Phi = (\varphi_1 \dots \varphi_M)^T$,
 conjunto de las direcciones de llegada en la que $\varphi_m = [\Theta_{1,m}^T \dots \Theta_{K,m}^T]^T$
 los valores $\{\varphi_m, 1 \leq m \leq M\}$ son estimaciones mediante la búsqueda de los M mínimos locales del criterio
 conducido en un espacio de dimensión K para un problema en el plano y de $2K$ para un problema en el
 25 espacio,
 la respuesta de la k -ésima red de captadores $\mathbf{a}_k(\Theta)$ se obtiene o bien por calibración, o bien con ayuda del
 modelo analítico siguiente:

$$\mathbf{a}_k(\Theta) = \begin{bmatrix} e^{j2\pi \frac{f_0}{c} \mathbf{k}^T(\Theta) \mathbf{r}_{1,K}} \\ \vdots \\ e^{j2\pi \frac{f_0}{c} \mathbf{k}^T(\Theta) \mathbf{r}_{N,K}} \end{bmatrix}$$

30 en la que $\mathbf{r}_{n,K}$ es el vector de posición del n -ésimo captador de la estación k en la referencia de la estación k y
 en la que c es la velocidad de la onda.
 $\mathbf{k}(\Theta)$ es el vector de onda asociado a la dirección Θ de modo que:

$$\mathbf{k}(\Theta) = \begin{bmatrix} \cos(\theta) \cos(\Delta) \\ \sin(\theta) \cos(\Delta) \\ \sin(\Delta) \end{bmatrix}$$

una vez obtenidas las estimaciones $\hat{\varphi}_m = [\hat{\Theta}_{1,m}^T \dots \hat{\Theta}_{K,m}^T]^T$ ($1 \leq m \leq M$), ejecutar un algoritmo de localización.

4. Procedimiento según la reivindicación 1, **caracterizado porque** la etapa de geolocalización en el plano o en el
 espacio se ejecuta de la manera siguiente:

35 siendo el parámetro de interés $\varphi = \mathbf{p}$ en la que \mathbf{p} es el vector de posición en el espacio que es igual a $[x \ y]^T$ en
 el plano o $[x \ y \ z]^T$ en el espacio, en las que x , y y z son las coordenadas cartesianas en el plano o en el
 espacio,
 sea el vector parámetros de interés global $\Phi = [\mathbf{p}_1^T \dots \mathbf{p}_M^T]^T$, el procedimiento comprende las etapas siguientes:

aprovechar la relación que vincula el ángulo de llegada en una estación a la posición del origen en el

plano o en el espacio, determinar la respuesta de los captadores: $\mathbf{a}_k(\mathbf{p}) = \mathbf{a}_k(\Theta_k(\mathbf{p}))$ depende de $\Theta_k = (\theta_k \ \Delta_k)^T$, dirección de llegada del origen en la estación, vista como una función de la posición.

5. Procedimiento según la reivindicación 4, **caracterizado porque** la respuesta de los captadores $\mathbf{a}_k(\Theta_k(\mathbf{p}))$ se obtiene utilizando la relación siguiente:

$$5 \quad \theta_k = \begin{cases} \cos^{-1} \left(\frac{x - x_k}{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \right), & y \geq y_k \\ 2\pi - \cos^{-1} \left(\frac{(x - x_k)}{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \right), & y < y_k \\ \Lambda_k = \tan^{-1} \left(\frac{z - z_k}{\sqrt{(x - x_k)^2 + (y - y_k)^2}} \right) \end{cases}$$

(x_k, y_k, z_k) es la posición de la k -ésima estación en la referencia cartesiana de referencia, estimar los parámetros \mathbf{p}_m ($1 \leq m \leq M$) buscando los M mínimos locales del criterio.

6. Procedimiento según la reivindicación 1, **caracterizado porque** la etapa de localización de los orígenes comprende una etapa de estimación de los parámetros de localización que comprende la búsqueda de los mínimos de los criterios, que se escriben todos bajo la forma:

$$J(\zeta) = \frac{\det(\mathbf{T}^H(\zeta) \mathbf{\Pi}_b \mathbf{T}(\zeta))}{\det(\mathbf{T}^H(\zeta) \mathbf{T}(\zeta))}$$

a partir de un punto de inicio ζ_m^0 en la proximidad de una solución ζ_m , se obtiene un algoritmo de descenso del tipo Gauss-Newton conocido por el experto en la materia, mediante el procedimiento iterativo siguiente: en la i -ésima iteración se deduce un par ζ_m^i de ζ_m^{i-1} mediante la relación siguiente:

$$15 \quad \zeta_m^i = -\mathbf{H}^{-1}(\zeta_m^i) \nabla(\zeta_m^i) + \zeta_m^{i-1}$$

en la que $\mathbf{H}(\zeta)$ y $\nabla(\zeta)$ son respectivamente el Hessiano y el gradiente del criterio $J(\zeta)$ cuyos elementos se dan aquí:

$$\begin{aligned} [\nabla(\zeta)]_p &= \frac{\det(\mathbf{M}(\zeta))}{\det(\mathbf{T}^H(\zeta) \mathbf{T}(\zeta))} \text{Tr} \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_p} \right] \\ [\mathbf{H}(\zeta)]_{pq} &= \frac{\det(\mathbf{M}(\zeta))}{\det(\mathbf{T}^H(\zeta) \mathbf{T}(\zeta))} \left[\text{Tr} \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_q} \right] \text{Tr} \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_p} \right] \right. \\ &\quad \left. - \text{Tr} \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_p} \mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_q} \right] + \text{Tr} \left[\mathbf{M}^{-1}(\zeta) \frac{\partial^2 \mathbf{M}(\zeta)}{\partial \zeta_p \partial \zeta_q} \right] \right] \end{aligned}$$

20 con $\mathbf{M}(\zeta) = \mathbf{T}^H(\zeta) \mathbf{\Pi}_b \mathbf{T}(\zeta)$ y en la que ζ es un vector de dimensión P cuyos elementos se indican por ζ_p y en la que $1 \leq p, q \leq P$.

7. Procedimiento según la reivindicación 6, **caracterizado porque** los puntos de inicio ζ_m^0 son el resultado de una estimación independiente obtenida en cada estación y **porque** la búsqueda de los mínimos $\{\hat{\zeta}_m, 1 \leq m \leq M\}$ tal que $J(\hat{\zeta}_m) < \eta$ comprende al menos una etapa de optimización directa del criterio $J(\varphi)$.

25 8. Procedimiento según la reivindicación 6 ó 7, **caracterizado porque** los puntos de inicio ζ_m^0 son el resultado de una estimación independiente obtenida en cada estación y **porque** la búsqueda de los mínimos $\{\hat{\zeta}_m, 1 \leq m \leq M\}$ tal que $J(\hat{\zeta}_m) < \eta$ comprende al menos: una etapa de optimización del criterio $J(\zeta)$ a partir de un algoritmo de descenso del tipo Gauss-Newton inicializado por los parámetros $\{\hat{\zeta}_m, 1 \leq m \leq M\}$ estimados por separado en cada estación o bien por el resultado de la etapa de optimización de la reivindicación 7.

30

9. Procedimiento según la reivindicación 1, **caracterizado porque** la etapa de estimación de los parámetros de localización $\Phi_i = \{\varphi_{1j} \dots \varphi_{M_j}\}$, comprende las etapas siguientes:

constituir una matriz de covarianza siguiente de dimensión $N \times N$ que realice una media de las matrices en todas las frecuencias detectadas

$$5 \quad \mathbf{R}_i = \sum_{j=1}^{M_i} \mathbf{v}_j (\mathbf{v}_j)^H$$

con N el número de captadores totales
minimizar el criterio siguiente:

$$C_i(\boldsymbol{\varphi}, \boldsymbol{\rho}) = \frac{\mathbf{u}^H(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi}) \boldsymbol{\Pi}_i \mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi})}{\mathbf{u}^H(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi}) \mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi})}$$

10 en el que la matriz $\boldsymbol{\Pi}_i$ siguiente es el proyector de ruido de MUSIC obtenido a partir de los elementos propios de \mathbf{R}_i (los $N-M_i$ valores más reducidos propios de la matriz), y dado que

$$\mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi}) = \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}) \boldsymbol{\rho} \quad \text{con} \quad \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}) = \text{diag}(\mathbf{a}_1(\boldsymbol{\Theta}_1) \dots \mathbf{a}_K(\boldsymbol{\Theta}_K))$$

que se reduce a la minimización del criterio siguiente:

$$C_i^{opt}(\boldsymbol{\varphi}) = \frac{\det(\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\varphi}) \boldsymbol{\Pi}_i \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}))}{\det(\mathbf{A}^H(\boldsymbol{\varphi}) \mathbf{A}(\boldsymbol{\varphi}))}$$

determinar los M_i mínimos del criterio $C_i^{opt}(\boldsymbol{\varphi})$ que son los parámetros de localizaciones φ_{m_i} .

15 10. Procedimiento de geolocalización según la reivindicación 1, **caracterizado porque** comprende en el orden 2 las etapas suplementarias siguientes:

una etapa de estimación de la matriz de covarianza de las observaciones a partir de las señales $x(t)$ en la que t pertenece al intervalo $\{1, T\}$

$$\hat{\mathbf{R}}_{yy} = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^T \mathbf{y}(i \times T_e) \mathbf{y}^H(i \times T_e)$$

20 en la que dado que la observación $\mathbf{y}(t)$ se modeliza siguiendo un número finito de componentes de respuesta

$$\mathbf{b}(f_i, \boldsymbol{\rho}_{lm}, \boldsymbol{\varphi}_m) = \mathbf{z}(f_i) \otimes \mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}_{lm}, \boldsymbol{\varphi}_m) \quad \text{con} \quad \mathbf{u}(\boldsymbol{\rho}_{lm}, \boldsymbol{\varphi}_m) = \begin{bmatrix} \rho_{1,lm} \mathbf{a}_1(\boldsymbol{\Theta}_{1,m}) \\ \rho_{2,lm} \mathbf{a}_2(\boldsymbol{\Theta}_{2,m}) \\ \vdots \\ \rho_{K,lm} \mathbf{a}_K(\boldsymbol{\Theta}_{K,m}) \end{bmatrix}$$

que existe una estimación conjunta de los parámetros $(f_i, \boldsymbol{\rho}_{lm}, \boldsymbol{\varphi}_m)$ mediante un procedimiento del tipo de alta resolución conocido por el experto en la materia que aprovecha las estadísticas de orden 2 contenidas en $\hat{\mathbf{R}}_{yy}$ y la respuesta vectorial $\mathbf{b}(f, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi})$ de una componente.

25 11. Procedimiento de geolocalización según la reivindicación 1, **caracterizado porque** existe una etapa de estimación conjunta de los parámetros $(f_i, \boldsymbol{\rho}_{lm}, \boldsymbol{\varphi}_m)$ de aprovechamiento de las estadísticas de orden $2q$ de la observación $\mathbf{y}(t)$ y utiliza la respuesta $\mathbf{b}(f, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi})$ de una componente.

30 12. Procedimiento de geolocalización según la reivindicación 10 y 11, **caracterizado porque** comprende una etapa de reparametrización de $\boldsymbol{\varphi}_m$ mediante $\boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}_m)$ que conduce a la estimación conjunta de los $(f_i, \boldsymbol{\rho}_{lm}, \mathbf{p}_m)$ utilizando la respuesta vectorial $\mathbf{b}(f, \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{p}))$ de una de las componentes espacio-frecuencia.

13. Procedimiento de geolocalización según la reivindicación 1, **caracterizado porque** comprende una subvariante de estimación de las posiciones de los emisores que comprende al menos las etapas siguientes:

dado que $\rho_{k,lm} = \rho_{k,m} \exp(j2\pi f_i (\tau(\boldsymbol{\rho}_m) - \tau_1(\boldsymbol{\rho}_m)))$ y por lo tanto que

$$\boldsymbol{\rho}_{lm} = \Lambda_i(\mathbf{p}_m) \times \boldsymbol{\rho}_m$$

$$\text{con } \begin{cases} \mathbf{p}_m = [\rho_{1,m} \cdots \rho_{K,m}]^T \\ \Lambda_i(\mathbf{p}_m) = \text{diag}\{\exp(-j2\pi f_i \Delta\tau_1(\mathbf{p}_m)) \cdots \exp(-j2\pi f_i \Delta\tau_K(\mathbf{p}_m))\} \\ \Delta\tau_k(\mathbf{p}_m) = \tau_k(\mathbf{p}_m) - \tau_1(\mathbf{p}_m) \end{cases}$$

el vector ρ de las amplitudes es una función del vector de posición \mathbf{p} , dado que el vector φ de las incidencias en cada una de las estaciones es también una función no lineal de este vector de posición, el vector $\mathbf{u}(\rho, \varphi)$ es también a la frecuencia f_i

- 5 utilizando unas propiedades conocidas del álgebra lineal, se deduce el estimador siguiente de las posiciones:

$$\hat{\mathbf{p}}_m = \min_{\mathbf{p}} C_{total}^{opt}(\mathbf{p})$$

$$\text{con } C_{total}^{opt}(\mathbf{p}) = \frac{\det\left(\sum_i \mathbf{Q}_i(\mathbf{p})\right)}{\det(\mathbf{Q}(\mathbf{p}))}$$

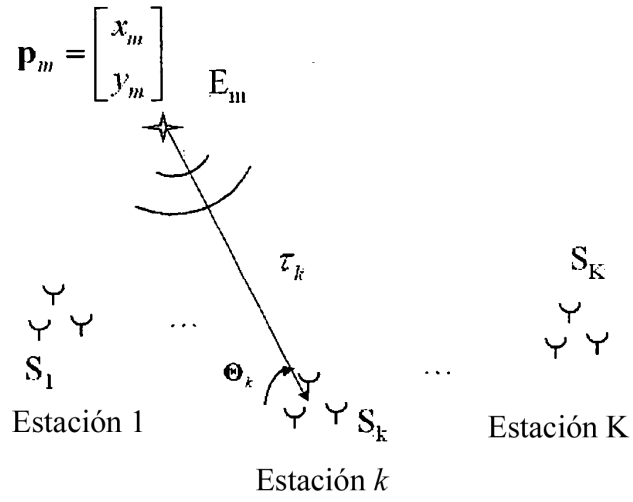


FIG.1

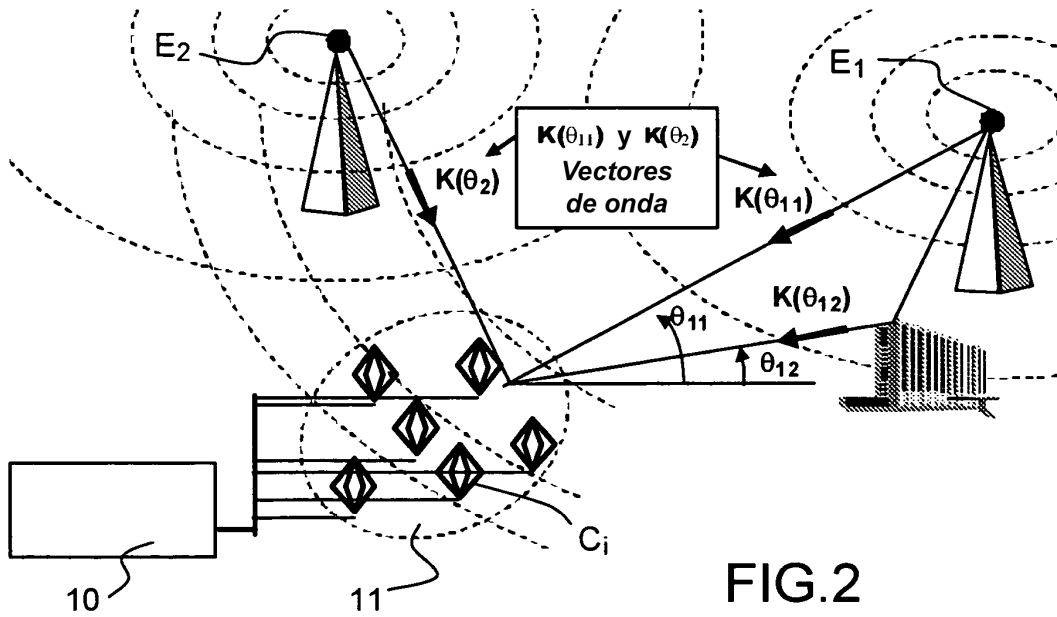


FIG.2

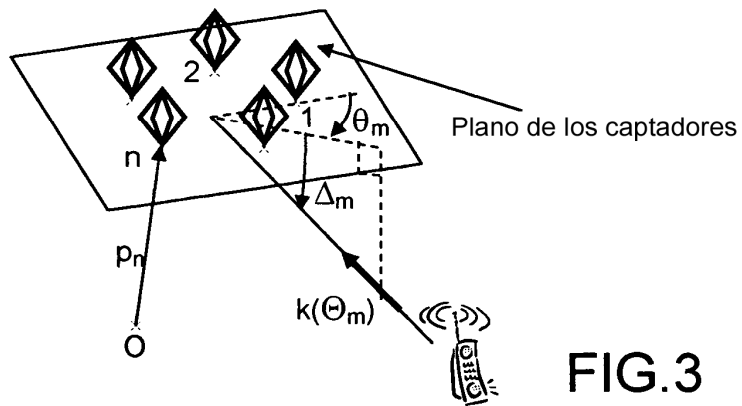


FIG.3