

19



OFICINA ESPAÑOLA DE  
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 534 213**

51 Int. Cl.:

**B66C 13/06**

(2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **08.10.2007 E 07019661 (3)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **11.03.2015 EP 2033931**

54 Título: **Sistema de control para grúa de pluma**

30 Prioridad:

**17.10.2006 DE 102006048988**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

**20.04.2015**

73 Titular/es:

**LIEBHERR-WERK NENZING GMBH (100.0%)  
DR.-HANS-LIEBHERR-STRASSE 1  
6710 NENZING, AT**

72 Inventor/es:

**SCHNEIDER, KLAUS;  
SAWODNY, OLIVER y  
NEUPERT, JÖRG**

74 Agente/Representante:

**CARVAJAL Y URQUIJO, Isabel**

**ES 2 534 213 T3**

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

## DESCRIPCIÓN

Sistema de control para grúa de pluma

5 La presente invención se refiere a un sistema de control para una grúa de pluma, en el que la grúa de pluma tiene una torre y una pluma unida de manera pivotante a la torre, un primer actuador para crear un movimiento de elevación de la pluma, y un segundo actuador para hacer rotar la torre. La grúa tiene además primeros medios para determinar la posición  $r_A$  y/o la velocidad  $\dot{r}_A$  de la cabeza de la pluma mediante medición y segundos medios para determinar el ángulo de rotación  $\varphi_D$  y/o la velocidad de rotación  $\dot{\varphi}_D$  de la torre mediante medición. El sistema de control para la grúa de pluma controla el primer actuador y el segundo actuador de la grúa.

10 Se conoce un sistema de este tipo, por ejemplo, a partir del documento DE 100 64 182 A1. En el mismo, se presenta una estrategia de control para controlar el movimiento de elevación de la pluma, que intenta evitar el balanceo de la carga basándose en un modelo físico de la carga suspendida en el cable de la grúa y la propia grúa. Sin embargo, el modelo usado es sólo lineal y, por tanto, no tiene en cuenta los efectos no lineales importantes observados en grúas de pluma. Dado que la aceleración centrífuga de la carga debida a la rotación de la torre también puede conducir al balanceo de la carga, una unidad de control previo intenta compensarlo usando datos para la rotación de la grúa basándose en el movimiento tangencial deseado de la carga dado por un generador de trayectoria de referencia como entrada. Sin embargo, estos datos basados en las trayectorias de referencia usados en la unidad de control previo pueden diferir considerablemente de los movimientos reales de la grúa y, por tanto, conducir a un control impreciso de los movimientos de la carga y especialmente a un escaso control antibalanceo.

20 El documento US 2004/0164041 A1 da a conocer una grúa con una regulación controlada por ordenador para la amortiguación de los balanceos de carga, que contiene un módulo de planificación de recorrido, una unidad de compensación de fuerza centrípeta y al menos un regulador de árbol para el mecanismo de rotación, un regulador de árbol para el mecanismo de elevación y un regulador de árbol para el mecanismo de levantamiento. Dicha compensación de fuerza centrípeta compensa las fuerzas centrípetas que desvían la carga en una dirección radial usando una velocidad de rotación deseada de la carga que se genera en el módulo de planificación de recorrido de la regulación controlada por ordenador.

25 A partir del documento DE 103 24 692 A1, se conoce una unidad de planificación de trayectoria que también intenta evitar el balanceo de la carga suspendida en un cable. Sin embargo, se producen los mismos problemas que anteriormente, ya que todo el planificador de trayectoria se basa en datos modelados y, por tanto, actúa de nuevo como un sistema de control previo.

30 Por tanto, el objeto de la presente invención es proporcionar un sistema de control para una grúa de pluma que tenga una mayor precisión y especialmente que conduzca a un mejor control antibalanceo.

Este objeto se satisface mediante un sistema de control para una grúa de pluma según la reivindicación 1. En un sistema de control de este tipo que controla el primer actuador y el segundo actuador de la grúa de pluma, la aceleración de la carga en la dirección radial debida a una rotación de la torre se compensa mediante un movimiento de elevación de la pluma dependiente de la velocidad de rotación  $\dot{\varphi}_D$  de la torre determinada por los segundos medios. Los segundos medios determinan esta velocidad de rotación  $\dot{\varphi}_D$  de la torre o bien midiendo directamente la velocidad o bien midiendo la posición de la torre en relación con el tiempo y calculando luego la velocidad a partir de estos datos. En la presente invención, el control del movimiento de elevación de la pluma que compensa la aceleración de la carga en la dirección radial debida a la rotación de la torre se basa, por tanto, en datos medidos, que representan los movimientos reales de la grúa. De ese modo, se evitan los problemas presentes en sistemas de control previo, ya que el control antibalanceo que también tiene en cuenta los movimientos de rotación de la torre está integrado en el sistema de control y se basa en datos obtenidos mediante mediciones. De ese modo, la presente invención conduce a un control antibalanceo de alta precisión.

45 Preferiblemente, el sistema de control de la presente invención tiene una primera unidad de control para controlar el primer actuador y una segunda unidad de control para controlar el segundo actuador. Una arquitectura de control descentralizada de este tipo conduce a un sistema de control sencillo aunque eficaz.

Preferiblemente, la primera unidad de control evita el balanceo de la carga en la dirección radial debido a los movimientos de elevación de la pluma y la rotación de la torre. De ese modo, la primera unidad de control que controla los movimientos de elevación de la pluma tiene en cuenta tanto el balanceo creado por los propios movimientos de elevación de la pluma como el balanceo debido a la rotación de la torre. Esto conduce al control antibalanceo particularmente eficaz de la presente invención.

Preferiblemente, la segunda unidad de control evita el balanceo de la carga en la dirección tangencial debido a la rotación de la torre. De ese modo, la segunda unidad de control evita automáticamente el balanceo en la dirección tangencial y hace más fácil la manipulación de la carga para el conductor de la grúa. Sin embargo, el segundo

actuador también podría estar controlado directamente por el conductor de la grúa sin un control antibalaceo adicional.

Preferiblemente, en la presente invención, la primera y/o la segunda unidad de control se basan en la inversión de sistemas no lineales que describen los respectivos movimientos de grúa en relación con el balanceo de la carga.

5 Dado que muchas contribuciones importantes al balanceo de la carga dependen de efectos no lineales de la grúa, los actuadores y la carga suspendida en el cable, los sistemas no lineales de la presente invención conducen a una precisión mucho mayor que los sistemas lineales. Estos sistemas no lineales tienen el estado de la grúa como entrada, y la posición y los movimientos de la carga como salida. Invertiendo estos sistemas, la posición y los movimientos de la carga pueden usarse como entrada para controlar los actuadores que mueven la grúa.

10 Preferiblemente, en la presente invención, la grúa tiene adicionalmente terceros medios para determinar la velocidad  $\dot{\phi}_{Sr}$  y/o el ángulo de cable radial  $\phi_{Sr}$  y/o la velocidad  $\dot{\phi}_{St}$  y/o el ángulo de cable tangencial  $\phi_{St}$  mediante medición. Las velocidades y los ángulos de cable describen el balanceo de la carga suspendida en el cable, de manera que determinar estos datos mediante medición y usarlos como entrada para el sistema de control de la presente invención conducirá a una mayor precisión.

15 Preferiblemente, en la presente invención, el control del primer actuador mediante la primera unidad de control se basa en la velocidad de rotación  $\dot{\phi}_D$  de la torre determinada por los segundos medios. De ese modo, la primera unidad de control para controlar el movimiento de elevación de la pluma también tendrá en cuenta la aceleración de la carga en la dirección radial debida a la velocidad de rotación de la torre. Adicionalmente, un control de este tipo también se basará preferiblemente en la velocidad  $\dot{\phi}_{St}$  y/o el ángulo de cable radial  $\phi_{Sr}$  obtenidos por los terceros  
20 medios. Preferiblemente, también se basará en la posición  $r_A$  y/o la velocidad  $\dot{r}_A$  de la cabeza de la pluma obtenidas por los primeros medios.

Preferiblemente, en la presente invención, se calculan derivadas de orden superior de la posición de carga radial  $\ddot{r}_{Lu}$  y preferiblemente  $r_{La}$ , a partir de la velocidad  $\dot{\phi}$  y el ángulo de cable radial  $\phi_{Sr}$  determinados por los terceros medios y la velocidad  $\dot{r}_A$  y la posición  $r_A$  de la cabeza de la pluma determinadas por los primeros medios. Estas derivadas de  
25 orden superior de la posición de carga radial son muy difíciles de determinar mediante medición directa, ya que el ruido en los datos conducirá a resultados cada vez peores. Sin embargo, estos datos son importantes para el control de la posición de carga, de manera que la presente invención, en la que estas derivadas de orden superior se calculan a partir de mediciones de posición y velocidad mediante una relación algebraica directa, conduce a resultados mucho mejores. Los expertos en la técnica reconocerán fácilmente que esta característica de la presente  
30 invención es altamente ventajosa independientemente de las otras características de la presente invención.

Preferiblemente, en la presente invención, se calculan derivadas de orden superior del ángulo de carga de rotación  $\ddot{\phi}_{LD}$  y preferiblemente  $\ddot{\phi}_{LD}$ , a partir de la velocidad  $\dot{\phi}_{St}$  y el ángulo  $\phi_{St}$  de cable tangencial determinados por los terceros medios y la velocidad  $\dot{\phi}_D$  y el ángulo de rotación  $\phi_D$  de la torre determinados por los segundos medios. Al  
35 igual que para las derivadas de orden superior de la posición de carga radial, las derivadas de orden superior del ángulo de carga de rotación son importantes para el control de la posición de carga pero difíciles de obtener a partir de mediciones directas. Por tanto, esta característica de la presente invención es altamente ventajosa, independientemente de otras características de la presente invención.

Preferiblemente, en la presente invención, los segundos medios determinan adicionalmente la segunda y/o la tercera derivada del ángulo de rotación de la torre  $\ddot{\phi}_D$  y/o  $\ddot{\phi}_D$ . Estos datos pueden ser importantes para el control de la  
40 posición de la carga y, por tanto, se usan preferiblemente como entrada como entrada para el sistema de control de la presente invención.

Preferiblemente, la segunda y/o tercera derivada del ángulo de rotación de la torre  $\ddot{\phi}_D$  y/o  $\ddot{\phi}_D$  se usa para la compensación del balanceo de la carga en la dirección radial debido a una rotación de la torre. Usar estos datos  
45 adicionales sobre la rotación de la torre conducirá a una mejor compensación de la aceleración centrífuga de la carga y, por tanto, a un mejor control antibalaceo.

La presente invención comprende además un sistema de control basado en la inversión de un modelo que describe los movimientos de la carga suspendida en un cable dependiente de los movimientos de la grúa. Este modelo será preferiblemente un modelo físico de la carga suspendida en un cable y la grúa que tiene los movimientos de la grúa  
50 como entrada y la posición y los movimientos de la carga como salida. Invertiendo este modelo, la posición y los movimientos de la carga pueden usarse como entrada para el sistema de control de la presente invención para controlar los movimientos de la grúa, preferiblemente controlando los actuadores primero y segundo. Evidentemente, un sistema de control de este tipo es altamente ventajoso independientemente de las características de los sistemas de control descritos anteriormente. Sin embargo, es particularmente eficaz especialmente para el control antibalaceo que compensa los movimientos de rotación de la torre tal como se describió anteriormente.

Preferiblemente, el modelo usado para esta inversión es no lineal. Esto conducirá a un control particularmente eficaz, ya que muchas de las contribuciones importantes a los movimientos de la carga son efectos no lineales.

5 Preferiblemente, en la presente invención, el sistema de control usa el modelo invertido para controlar los actuadores primero y segundo con el fin de mantener la carga en una trayectoria predeterminada. La posición y la velocidad deseadas de la carga dadas por esta trayectoria predeterminada se usarán como entrada para el modelo invertido, que controlará entonces los actuadores de la grúa en consecuencia, moviendo la carga en la trayectoria predeterminada.

10 Preferiblemente, en la presente invención, las trayectorias predeterminadas de la carga se proporcionan mediante un generador de trayectoria. Este generador de trayectoria probará las trayectorias predeterminadas, es decir los recorridos por los que debe moverse la carga. El sistema de control se asegurará entonces de que la carga se mueve efectivamente por estas trayectorias usándolas como entrada para el modelo invertido.

15 Preferiblemente, el modelo tiene en cuenta las no linealidades debidas a la cinemática del primer actuador y/o la dinámica del primer actuador. Debido a las propiedades geométricas de una grúa, los movimientos de los actuadores habitualmente no se traducen linealmente en movimientos de la grúa o la carga. Dado que el sistema de la presente invención se usa preferiblemente para una grúa de pluma, y el primer actuador es preferiblemente el actuador para la dirección radial que crea un movimiento de elevación de la pluma, el actuador será habitualmente un cilindro hidráulico que está conectado a la torre en un extremo y a la pluma en el otro extremo. Por tanto, el movimiento del actuador está en una relación no lineal con respecto al movimiento del extremo de la pluma y, por tanto, con respecto al movimiento de la carga. Estas no linealidades tendrán una fuerte influencia sobre el balanceo de la carga. Por tanto, la unidad de control antibalanceo de la presente invención que tiene en cuenta estas no linealidades proporcionará una precisión mucho mayor que modelos lineales. La dinámica del actuador también tiene una gran influencia sobre el balanceo de la carga, de manera que tenerla en cuenta, por ejemplo usando un término de fricción para el cilindro, también conduce a una mayor precisión. Esta dinámica también conduce a no linealidades, de manera que un control antibalanceo que tiene en cuenta las no linealidades debidas a la dinámica del primer actuador es incluso superior al que sólo tiene en cuenta la dinámica del actuador en un modelo lineal. Sin embargo, la presente invención comprende ambas posibilidades.

20 En la presente invención, el control antibalanceo se basa preferiblemente en un modelo no lineal de la carga suspendida en el cable y la grúa que incluye el primer actuador. Este modelo no lineal permite un control antibalanceo mucho mejor que un modelo lineal, ya que la mayoría de los efectos importantes son no lineales. Especialmente importantes son los efectos no lineales de la grúa que incluye el primer actuador, que no pueden omitirse sin perder precisión.

25 Preferiblemente, el modelo no lineal se linealiza o bien mediante linealización exacta o bien mediante linealización de entrada/salida. De ese modo, el modelo puede invertirse y usarse para controlar los actuadores que mueven la grúa y la carga. Si el modelo puede linealizarse de manera exacta, puede invertirse en su totalidad. En caso contrario, sólo pueden invertirse partes del modelo mediante linealización de entrada/salida, mientras que otras partes han de determinarse por otros medios.

30 Preferiblemente, en la presente invención, el modelo no lineal se simplifica para hacer posible la linealización. De ese modo, pueden omitirse algunas de las partes no lineales del modelo que sólo desempeñan un papel menor para el balanceo de la carga pero que hacen que el modelo sea demasiado complicado de linealizar. Por ejemplo, la parte de carga suspendida en el cable del modelo puede simplificarse tratándola como un oscilador armónico. Esta es una muy buena aproximación de la situación real al menos para ángulos pequeños del balanceo. El modelo no lineal simplificado de este modo es, por tanto, más fácil de linealizar.

35 Preferiblemente, la dinámica interna del modelo debida a la simplificación es estable y/o medible. Las simplificaciones que permiten la linealización del modelo crean una diferencia entre el verdadero comportamiento de la carga y el comportamiento modelado mediante el modelo simplificado. Esto conduce a la dinámica interna del modelo. Al menos la dinámica cero de este modelo interno debe ser estable para que el modelo simplificado funcione de manera apropiada. Sin embargo, si la dinámica interna es medible, es decir que puede determinarse midiendo el estado del sistema y de ese modo usando entrada externa, puede tolerarse una dinámica interna inestable.

40 Preferiblemente, en la presente invención, el control se estabiliza usando un bucle de control de realimentación. En el bucle de control de realimentación, se usan datos medidos sobre el estado de la grúa o la carga como entrada para la unidad de control para la estabilización. Esto conducirá a un control preciso.

45 Preferiblemente, en la presente invención, el balanceo de la carga se compensa mediante movimientos contrarios del primer actuador. Por tanto, si la carga se balanceara alejándose de su trayectoria planificada, movimientos contrarios del actuador contrarrestarán este balanceo y mantendrán la carga en su trayectoria. Esto conducirá a un

control preciso con un mínimo balanceo.

5 Preferiblemente, estos movimientos contrarios se producen mayoritariamente al comienzo y al final de un movimiento principal. Dado que la aceleración al comienzo y al final de un movimiento principal conducirá a un movimiento de balanceo de la carga, los movimientos contrarios en estos puntos del movimiento serán particularmente eficaces.

10 Preferiblemente, en la presente invención, el modelo no lineal describe el movimiento radial de la carga. Dado que los efectos principales que conducen a un balanceo de la carga se producen en la dirección radial, modelar este movimiento es de gran importancia para el control antibalanceo. Para grúas de pluma, un modelo de este tipo describirá los movimientos de elevación de la pluma debidos al actuador y el balanceo resultante de la carga en la dirección radial.

15 Preferiblemente, en la presente invención, se tiene en cuenta la aceleración centrífuga de la carga debida a la rotación de la grúa. Cuando rota la grúa, especialmente una grúa de pluma, este movimiento de rotación de la grúa conducirá a un movimiento de rotación de la carga que provocará una aceleración centrífuga de la carga. Esta aceleración centrífuga puede conducir al balanceo de la carga. Dado que las rotaciones de la grúa conducirán a una aceleración centrífuga de la carga alejándose de la grúa, pueden compensarse mediante una elevación de la pluma hacia arriba y hacia dentro, acelerando la carga hacia la grúa. Esta compensación de la aceleración centrífuga mediante movimientos de elevación de la pluma mantendrá la carga en su trayectoria y evitarán el balanceo.

20 Preferiblemente, en la presente invención, la aceleración centrífuga se trata como una perturbación, especialmente una perturbación variable en el tiempo. Esto conducirá a un modelo particularmente sencillo que, no obstante, tiene en cuenta todas las contribuciones importantes al balanceo de la carga. Para las contribuciones principales que provienen del movimiento en la dirección radial, se tienen en cuenta los efectos no lineales, mientras que las contribuciones menores de la aceleración centrífuga debidas al movimiento tangencial se tratan como una perturbación variable en el tiempo.

25 La presente invención comprende además una grúa de pluma, que tiene una torre y una pluma unida de manera pivotante a la torre, un primer actuador para crear un movimiento de elevación de la pluma y un segundo actuador para hacer rotar la torre, primeros medios para determinar la posición  $r_A$  y/o la velocidad  $\dot{r}_A$  de la cabeza de la pluma mediante medición y preferiblemente segundos medios para determinar el ángulo de rotación  $\phi_D$  y/o la velocidad de rotación  $\dot{\phi}_D$  de la torre mediante mediciones, en la que se usa un sistema de control tal como se describió anteriormente. Evidentemente, una grúa de pluma de este tipo tendrá las mismas ventajas que los sistemas de control descritos anteriormente.

30 A continuación se describirán realizaciones de la presente invención en más detalle usando los dibujos.

La figura 1 muestra una grúa de pluma,

la figura 2 muestra una representación esquemática del movimiento de elevación de una grúa de este tipo,

la figura 3 muestra una representación esquemática de la cinemática de cilindro,

35 la figura 4 muestra una primera realización de una estructura de control según la presente invención,

la figura 5 muestra la alcance y la velocidad radial de un movimiento de elevación controlado por la primera realización,

la figura 6 muestra el alcance y el ángulo de cable radial para dos movimientos de elevación opuestos controlados por la primera realización,

40 la figura 7 muestra la entrada de operario de grúa y las velocidades radiales de la cabeza de la pluma y la carga que muestran movimientos contrarios según la presente invención,

la figura 8 muestra una representación esquemática del movimiento de elevación y rotación de una grúa de pluma,

la figura 9 muestra una representación esquemática de una arquitectura modelo en forma canónica de control,

45 la figura 10 muestra una representación esquemática de una arquitectura modelo en forma extendida según una segunda realización de la presente invención,

la figura 11 muestra la segunda realización de una estructura de control según la presente invención,

la figura 12 muestra las posiciones de la carga útil y la pluma durante una rotación controlada por la segunda realización,

la figura 13 muestra el alcance de la carga útil y la pluma durante esta rotación,

5 la figura 14 muestra el alcance, el ángulo de cable radial y las velocidades radiales durante un movimiento de elevación controlado por la segunda realización,

la figura 15 muestra la posición de la carga útil durante un movimiento combinado controlado por la segunda realización,

la figura 16 muestra el alcance de la carga útil durante el movimiento combinado,

la figura 17 muestra una tercera realización de una estructura de control según la presente invención.

10 Con el fin de manipular la creciente cantidad y variedad de cargamento que ha de transbordarse en los puertos, se usan cada vez más equipos de manipulación tales como la grúa móvil portuaria de LIEBHERR (LHM). En este tipo de grúa, la carga útil está suspendida en un cable, lo que da como resultado fuertes oscilaciones de la carga. Debido a motivos de seguridad y rendimiento, este balanceo de la carga debe evitarse durante y especialmente al final de cada proceso de transferencia. Con el fin de reducir estos balanceos de la carga, el estado de la técnica consiste en  
 15 usar estrategias de control lineales. Sin embargo, en el caso considerado, la dinámica del movimiento de la pluma está caracterizada por algunos efectos no lineales dominantes. El uso de un controlador lineal provocaría, por tanto, grandes errores de seguimiento de trayectoria y una amortiguación insuficiente del balanceo de la carga. Para superar estos problemas, la presente invención usa un enfoque de control no lineal, que se basa en la inversión de un modelo no lineal simplificado. Este enfoque de control para el movimiento de elevación de una grúa de pluma  
 20 permite un movimiento de carga libre de balanceo en dirección radial. Usando un bucle de realimentación de estabilización adicional, el control de grúa resultante de la presente invención muestra una alta precisión de seguimiento de trayectoria y una buena amortiguación del balanceo de la carga. Los resultados de medición se presentan para validar el buen rendimiento del controlador de seguimiento de trayectoria no lineal.

25 Se usan grúas de pluma tales como la grúa móvil portuaria de LIEBHERR LHM (véase la figura 1) para manipular procesos de transbordo en puertos de manera eficiente. Este tipo de grúas de pluma está caracterizado por una capacidad de carga de hasta 140 toneladas, un alcance máximo de 48 metros y una longitud de cable de hasta 80 metros. Durante un proceso de transferencia, se excita la oscilación de carga esférica. Este balanceo de la carga ha de evitarse por motivos de seguridad y rendimiento.

30 Tal como se muestra en la figura 1, una grúa de pluma móvil portuaria de este tipo consiste en una plataforma 1 móvil, sobre la que está montada una torre 2. La torre 2 puede hacerse rotar alrededor de un eje vertical, estando descrita su posición por el ángulo  $\varphi_D$ . En la torre 2, está montada de manera pivotante una pluma 5 que puede elevarse mediante el actuador 7, estando descrita su posición por el ángulo  $\varphi_A$ . La carga 3 está suspendida en un cable de longitud  $l_s$  desde la cabeza de la pluma 5 y puede balancearse con el ángulo  $\varphi_{Sr}$ .

35 Generalmente, las grúas son sistemas subactuados que muestran un comportamiento oscilatorio. Por esto es por lo que se han propuesto muchas soluciones de control de bucle abierto y bucle cerrado en la bibliografía. Sin embargo, estos enfoques se basan en el modelo dinámico linealizado de la grúa. La mayoría de estas contribuciones no consideran la dinámica y la cinemática de actuador. En caso de una grúa de pluma, que se acciona mediante actuadores hidráulicos, la dinámica y cinemática de los actuadores hidráulicos no son despreciables. La cinemática ha de tenerse en cuenta especialmente para el actuador de pluma (cilindro hidráulico).

#### 40 1. Primera realización

La primera realización usa un enfoque de control basado en la planitud para la dirección radial de una grúa de pluma. El enfoque se basa en un modelo no lineal simplificado de la grúa. Por tanto, puede formularse la ley de control de linealización. Adicionalmente se muestra que la dinámica cero del bucle de control no lineal no simplificado garantiza una propiedad de amortiguación suficiente.

#### 45 1.1. MODELO NO LINEAL DE LA GRÚA

Considerando los objetivos de control de rechazar el balanceo de la carga y seguir una trayectoria de referencia en dirección radial, el modelo dinámico no lineal ha de derivarse para dar el movimiento de elevación. La primera parte del modelo se obtiene

- despreciando la masa y la elasticidad del cable

- suponiendo que la carga es una masa puntual
- despreciando los términos de fuerza centrípeta y de Coriolis

Utilizar el método de Newton/Euler y considerar las suposiciones dadas da como resultado la siguiente ecuación diferencial de movimiento para el balanceo de la carga en dirección radial:

$$\ddot{\varphi}_{Sr} + \frac{g}{l_s} \text{sen}(\varphi_{Sr}) = -\frac{\cos(\varphi_{Sr})}{l_s} \ddot{r}_A \quad (1.1)$$

5 La figura 2 muestra una representación esquemática del movimiento de elevación, donde  $\varphi_{Sr}$  es el ángulo de cable radial,  $\ddot{\varphi}_{Sr}$  la aceleración angular radial,  $l_s$  la longitud de cable,  $\ddot{r}_A$  la aceleración del extremo de la pluma y  $g$  la constante de gravitación.

10 La segunda parte del modelo dinámico describe la cinemática y la dinámica del actuador para la dirección radial. Suponiendo que el cilindro hidráulico tiene un comportamiento de primer orden, la ecuación diferencial de movimiento se obtiene tal como sigue:

$$\ddot{z}_{zyt} = -\frac{1}{T_w} \dot{z}_{zyt} + \frac{K_{vw}}{T_w A_{zyt}} u_i \quad (1.2)$$

Donde  $\ddot{z}_{zyt}$  y  $\dot{z}_{zyt}$  son la aceleración y la velocidad de cilindro,  $T_w$  la constante de tiempo,  $A_{zyt}$  el área de la sección transversal del cilindro,  $u_w$  la tensión de entrada de la servoválvula y  $K_{vw}$  la constante proporcional de caudal para  $u_w$ .

15 La figura 3 muestra una representación esquemática de la cinemática del actuador, las constantes geométricas  $d_a$ ,  $d_b$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ . Con el fin de obtener una transformación de las coordenadas de cilindro ( $z_{zyt}$ ) a las coordenadas de alcance ( $r_A$ ) se realiza el cálculo diferencial de la ecuación cinemática

$$r_A(z_{zyt}) = l_A \cos\left(\alpha_{A0} - \arccos\left(\frac{d_a^2 + d_b^2 - z_{zyt}^2}{2d_a d_b}\right)\right) \quad (1.3)$$

$$\begin{aligned} \dot{r}_A &= -l_A \text{sen}(\varphi_A) K_{Wz1}(\varphi_A) \dot{z}_{zyt} \\ \ddot{r}_A &= -l_A \text{sen}(\varphi_A) K_{Wz1}(\varphi_A) \ddot{z}_{zyt} - K_{Wz3}(\varphi_A) \dot{z}_{zyt}^2 \end{aligned} \quad (1.4)$$

20  $K_{Wz1}$  y  $K_{Wz3}$  describen la dependencia de las constantes geométricas  $d_a$ ,  $d_b$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y el ángulo de elevación  $\varphi_A$ . (véase la figura 3)  $l_A$  es la longitud de la pluma.

Formular el comportamiento de primer orden del actuador en coordenadas de alcance utilizando las ecuaciones (1.4) conduce a una ecuación diferencial no lineal.

$$\ddot{r}_A = -\frac{K_{Wz3}}{l_A^2 \text{sen}^2(\varphi_A) K_{Wz1}^2} \dot{r}_A^2 - \frac{1}{T_w} \dot{r}_A - \frac{K_{vw} l_A \text{sen}(\varphi_A) K_{Wz1}}{T_w A_{zyt} m} u_i \quad (1.5)$$

25 Para presentar el modelo no lineal en la forma

$$\begin{aligned} \dot{x}_i &= f_i(x_i) + g_i(x_i) \cdot u_i \\ y_i &= h_i(x_i) \end{aligned} \quad (1.6)$$

se usan las ecuaciones (1.1) y (1.6). De este modo el estado  $x=[r_A \dot{\varphi}_{Sr} \varphi_{Sr} \dot{\varphi}_{Sr}]^T$  usado como entrada y la posición radial de la carga  $y = r_{LA}$  proporcionada como salida conduce a:

$$f_f(x_f) = \begin{bmatrix} x_{f,2} \\ -ax_{f,2}^2 - bx_{f,2} \\ x_{f,4} \\ -\frac{g}{l_s} \sin(x_{f,3}) + \frac{\cos(x_{f,3})}{l_s} (ax_{f,2}^2 + bx_{f,2}) \end{bmatrix}; g_f(x_f) = \begin{bmatrix} 0 \\ -m \\ 0 \\ \frac{\cos(x_{f,3})m}{l_s} \end{bmatrix} \quad (1.7)$$

$$h_f(x_f) = x_{f,1} + l_s \sin(x_{f,3})$$

1.2. ENFOQUE DE CONTROL BASADO EN LA PLANITUD

- 5 Se realizan las siguientes consideraciones suponiendo que puede linealizarse el lado derecho de la ecuación diferencial para el balanceo de la carga. Por tanto, la excitación del balanceo de la carga radial se desacopla del ángulo de cable radial  $\varphi_{Sr}$ .

$$\ddot{\varphi}_{Sr} + \frac{g}{l_s} \sin(\varphi_{Sr}) = \frac{1}{l_s} \ddot{r}_A \quad (1.8)$$

Con el fin de encontrar una salida plana para el sistema no lineal simplificado ha de establecerse el grado relativo.

10 1.2.1 Grado relativo

El grado relativo está definido por las siguientes condiciones:

$$L_{g_i} L_{f_i}^i h_i(x_f) = 0 \quad \forall i = 0, \dots, r-2$$

$$L_{g_i} L_{f_i}^{r-1} h_i(x_f) \neq 0 \quad \forall x \in R^n \quad (1.9)$$

- 15 El operador  $L_{f_i}$  representa la derivada de Lie a lo largo del campo vectorial  $f_i$  y  $L_{g_i}$  a lo largo del campo vectorial  $g_i$ , respectivamente. Con la salida real  $y_i = x_{i,1} + l_s \sin(x_{i,3})$ , se obtiene un grado relativo de  $r=2$ . Debido a que el orden del modelo no lineal simplificado es de 4,  $y_i$  es una salida no plana. Sin embargo con una nueva salida  $y_i^* = h_i^*(x_f) = x_{i,1} + l_s x_{i,3}$  se obtiene un grado relativo de  $r = 4$ . Suponiendo que sólo se producen ángulos de cable radiales pequeños, puede despreciarse la diferencia entre la salida real  $y_i$  y la salida plana.

1.2.2 Linealización exacta

- 20 Debido a que la representación del sistema simplificado es diferencialmente plana, puede realizarse una linealización exacta. Por tanto, se define una nueva entrada como  $v = \ddot{y}_i^*$  y la señal de control de linealización  $u_i$  se calcula mediante

$$u_i = \frac{-L_{f_i}^i h_i^*(x_f) + v_i}{L_{g_i} L_{f_i}^{r-1} h_i^*(x_f)}; \quad v_i \dots \text{nueva entrada} \quad (1.10)$$

$$= \frac{g \sin(x_{i,3}) x_{i,4}^2 - g \cos(x_{i,3}) \left( -\frac{g}{l_s} \sin(x_{i,3}) + \frac{a}{l_s} x_{i,2}^2 + \frac{b}{l_s} x_{i,2} \right) + v_i}{\frac{gm}{l_s} \cos(x_{i,3})}$$

Con el fin de estabilizar el sistema linealizado resultante, se deriva una realimentación del error entre la trayectoria de referencia y las derivadas de la salida  $y_i^*$ .

$$u_i = \frac{-L_{f_i}^i h_i^*(x_f) + v_i - \sum_{t=0}^{r-1} k_{i,t} \left[ L_{f_i}^t h_i^*(x_f) - y_{i,ref}^{(t)} \right]}{L_{g_i} L_{f_i}^{r-1} h_i^*(x_f)} \quad (1.11)$$

- 25 Las ganancias de realimentación  $k_{i,t}$  se obtienen mediante la técnica de colocación de polos. La figura 4 muestra la

estructura de control resultante del sistema linealizado y estabilizado.

5 El controlador de seguimiento se basa en la EDO de balanceo de la carga simplificada (1.8) y no en la EDO de balanceo de la carga (1.1). Además para el diseño del controlador, se usa la salida ficticia  $\tilde{y}_i$ . Ambas simplificaciones podrían provocar desventajas para el comportamiento de seguimiento resultante. En el peor de los casos, la dinámica interna podría ser inestable lo que significa que no puede llevarse a cabo el método de linealización exacta presentado. Por ese motivo, a continuación se investiga el rendimiento de estabilidad de la dinámica interna.

### 1.2.3 Dinámica interna

10 Sin la simplificación comentada anteriormente del modelo dinámico, el grado relativo con respecto a la salida real  $y_i = x_{i,1} + l_s \text{sen}(x_{i,3})$  es igual a  $r = 2$ . Dado que el orden del sistema es igual a  $n = 4$ , la dinámica interna ha de representarse mediante una EDO de segundo orden. Por medio de una transformación de estado difeomorfo elegida deliberadamente

$$\begin{aligned} z_{i,1} &= \phi_1(\underline{x}_i) = y_i = x_{i,1} + l_s \text{sen } x_{i,3} \\ z_{i,2} &= \phi_2(\underline{x}_i) = \dot{y}_i = x_{i,2} + l_s x_{i,4} \cos x_{i,3} \\ z_{i,3} &= \phi_3(\underline{x}_i) = x_{i,1} \\ z_{i,4} &= \phi_4(\underline{x}_i) = x_{i,2} \end{aligned} \quad (1.12)$$

puede derivarse la dinámica interna en nuevas coordenadas

$$\begin{aligned} \dot{z}_{i,3} &= (L_{\underline{f}} \phi_3 + L_{\underline{g}} \phi_3 u_i) \circ \phi^{-1}(\underline{z}_i) \\ &= z_{i,4} \\ \dot{z}_{i,4} &= (L_{\underline{f}} \phi_4 + L_{\underline{g}} \phi_4 u_i) \circ \phi^{-1}(\underline{z}_i) \\ &= (-bx_{i,2} - ax_{i,2}^2 - mu_i) \circ \phi^{-1}(\underline{z}_i) \\ &= -bz_{i,4} - az_{i,4}^2 - mu_i \end{aligned} \quad (1.13)$$

15 La dinámica interna (1.13) puede expresarse también en las coordenadas originales lo que conduce a la EDO del movimiento de elevación (ecuación (1.5)):

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i,1} &= x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} &= -bx_{i,2} - ax_{i,2}^2 - mu_i \end{aligned} \quad (1.14)$$

20 La entrada de control  $u_i$  puede derivarse mediante la señal de control nominal (1.10). De ese modo, la dinámica interna produce:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i,1} &= x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} &= -bx_{i,2} - ax_{i,2}^2 - m \frac{g \text{sen}(x_{i,3}) x_{i,4}^2}{l_s} - \dots \\ &\quad \dots m \frac{g \cos(x_{i,3}) \left( -\frac{g}{l_s} \text{sen}(x_{i,3}) + \frac{a}{l_s} x_{i,2}^2 + \frac{b}{l_s} x_{i,2} \right) + \ddot{y}_i}{\frac{gm}{l_s} \cos(x_{i,3})} \end{aligned} \quad (15) (1.15)$$

25 De este modo, la EDO (1.15) se ve influenciada por el ángulo de cable radial  $x_{i,3}$ , la velocidad angular  $x_{i,4}$  y la cuarta derivada de la salida ficticia  $\tilde{y}_i$ . Dado que la dinámica interna (1.15) es no lineal, el comportamiento de estabilidad global no puede probarse fácilmente. Para el punto de vista práctico, es suficiente con analizar el rendimiento de estabilidad cuando la salida ficticia (y derivadas) es igual a cero. Esta condición conduce a la EDO de la dinámica cero, que se calcula a continuación.

### 1.2.4 Dinámica cero

Suponiendo que puede realizarse lo que se denomina hacer cero la salida ficticia

$$\dot{v}_i^* = \dot{y}_i^* = \dot{y}_i^* = \ddot{y}_i^* = \ddot{y}_i^* = 0 \quad (1.16)$$

mediante el controlador presentado (1.11), puede mostrarse fácilmente, que el balanceo de la carga ha de amortiguarse completamente

$$x_{i,3} = x_{i,4} = 0 \quad (1.17)$$

5 Usando la condición (1.17), la dinámica interna (1.15) representa finalmente la dinámica cero:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{i,1} &= x_{i,2} \\ \dot{x}_{i,2} &= -bx_{i,2} - ax_{i,2}^2 \end{aligned} \quad (1.18)$$

10 La dinámica cero (1.18) es igual a la parte homogénea de la EDO del accionamiento hidráulico. Dado que los parámetros  $b>0, a>0$  (véase la ecuación (1.5)), la velocidad de alcance  $x_{i,2}$  es estable asintóticamente. Debido al hecho de que la posición de alcance  $x_{i,1}$  se obtiene mediante integración, la dinámica cero no es inestable pero se comporta como un integrador. Dado que la posición de alcance se mide y se hace no inestable, la estrategia de linealización exacta presentada puede llevarse a cabo en la práctica.

### 1.3 RESULTADOS DE MEDICIÓN

15 En esta sección se presentan resultados de medición de la grúa de pluma LHM 322. La figura 5 muestra el control de un movimiento de elevación usando la primera realización. El diagrama superior muestra que la posición de carga radial sigue la trayectoria de referencia de manera precisa. El sobrepaso en ambos sentidos es inferior a 0,2 m lo que es casi despreciable para una longitud de cable de 35 m. El diagrama inferior muestra la correspondiente velocidad de la carga y se presenta la trayectoria de referencia.

20 Otra maniobra típica durante procesos de transbordo son maniobras caracterizadas por dos movimientos sucesivos con sentido opuesto. El reto es obtener una transición suave pero rápida entre los dos movimientos opuestos. En la figura 6, se presentan la posición de carga radial y el ángulo de cable radial resultantes. Con el fin de rechazar el balanceo de la carga durante el funcionamiento de la grúa, existen movimientos de compensación de la pluma especialmente al comienzo y al final de un movimiento, lo que puede observarse en el correspondiente diagrama en la figura 7. Los resultados de medición muestran un balanceo residual muy bajo en las posiciones objetivo y una buena precisión de posición objetivo.

### 25 2. La segunda realización

30 En la segunda realización de la presente invención, se tiene en cuenta el acoplamiento de un movimiento de giro y de elevación. Este acoplamiento lo provoca la aceleración centrífuga de la carga en dirección radial durante un movimiento de giro. Como en la primera realización, se deriva un modelo no lineal para una grúa de pluma rotatoria utilizando el método de Newton/Euler. Se consideran no linealidades dominantes tales como la cinemática del actuador hidráulico (cilindro hidráulico). Adicionalmente, en la segunda realización, se tiene en cuenta la aceleración centrífuga de la carga durante un movimiento de giro de la grúa. El efecto centrífugo, que da como resultado el acoplamiento del movimiento de giro y de elevación, ha de compensarse con el fin de hacer más efectivo el transbordo de cargamento. Esto se realiza en primer lugar definiendo el efecto centrífugo como una perturbación variable en el tiempo y analizándola en relación con las condiciones de desacoplamiento. En segundo lugar, el modelo no lineal se extiende mediante un modelo de perturbación de segundo orden. Con esta extensión, es posible desacoplar la perturbación y derivar una ley de control de linealización de entrada/salida. El inconveniente es que deben ser medibles no sólo la perturbación sino también los nuevos estados del modelo extendido. Debido a esto es posible conseguir un buen rendimiento del concepto de control no lineal para el caso de aplicación dado en este caso. El controlador no lineal se implementa en la grúa portuaria móvil y se obtienen resultados de medición. Estos resultados validan el seguimiento exacto de la trayectoria de referencia con un reducido balanceo de la carga.

40 La segunda realización se usa para la misma grúa que la primera realización ya descrita anteriormente y mostrada en la figura 1. En caso de tales grúas de pluma rotatorias, los movimientos de giro y de elevación se acoplan. Eso significa que un movimiento de giro induce oscilaciones de carga no sólo tangenciales sino también radiales debido a la fuerza centrífuga. Esto conduce al primer reto para el avance del concepto de control existente, la sincronización del movimiento de giro y de elevación con el fin de reducir el error de seguimiento y garantizar un transporte de la carga libre de balanceo. El segundo reto es el seguimiento preciso de la carga de la grúa en la trayectoria de referencia deseada durante un movimiento de elevación debido a las no linealidades dominantes del modelo dinámico.

2.1 Modelo no lineal de la grúa

El rendimiento del control de la grúa se mide principalmente mediante la amortiguación rápida de balanceo de la carga y el seguimiento exacto de la trayectoria de referencia. Para conseguir estos objetivos de control, las no linealidades dominantes han de considerarse en el modelo dinámico del movimiento de elevación.

5 La primera parte de este modelo se deriva utilizando el método de Newton/Euler. Realizar las simplificaciones de

- se desprecia la masa y la elasticidad del cable,
- la carga es una masa puntual,
- se desprecian los términos de fuerza de Coriolis

10 da como resultado la siguiente ecuación diferencial que caracteriza el balanceo de la carga radial. Al contrario que en la primera realización, se tiene en cuenta la aceleración centrífuga, dando la ecuación diferencial

$$\ddot{\varphi}_{Sr} + \frac{g}{l_s} \text{sen}(\varphi_{Sr}) = -\frac{\cos(\varphi_{Sr})}{l_s} \ddot{r}_A + \dots \quad (2.1)$$

$$\dots - \frac{\cos(\varphi_{Sr})}{l_s} (r_A + l_s \text{sen}(\varphi_{Sr})) \dot{\varphi}_D^2$$

15 Tal como se muestra en la figura 7,  $\varphi_{Sr}$  es el ángulo de cable radial,  $\ddot{\varphi}_{Sr}$  la aceleración angular radial,  $\dot{\varphi}_D$  la velocidad angular de rotación de la grúa,  $l_s$  la longitud de cable,  $r_A$  la distancia desde el eje vertical hasta el extremo de la pluma,  $\ddot{r}_A$  la aceleración radial del extremo de la pluma y  $g$  la constante de gravitación.  $F_z$  representa la fuerza centrífuga, provocada por un movimiento de giro de la grúa de pluma.

La segunda parte del modelo no lineal se obtiene teniendo en cuenta la cinemática y la dinámica del actuador. Este actuador es un cilindro hidráulico unido entre torre y pluma. Su dinámica puede aproximarse con un sistema de primer orden.

20 Considerando la dinámica del actuador, la ecuación diferencial para el movimiento del cilindro se obtiene tal como sigue

$$\ddot{z}_{zyt} = -\frac{1}{T_w} \dot{z}_{zyt} + \frac{K_{vw}}{T_w A_{zyt}} u_t \quad (2.2)$$

25 Donde  $\ddot{z}_{zyt}$  y  $\dot{z}_{zyt}$  son la aceleración y velocidad de cilindro, respectivamente,  $T_w$  la constante de tiempo,  $A_{zyt}$  el área de la sección transversal del cilindro,  $u_t$  la tensión de entrada de la servoválvula y  $K_{vw}$  la constante proporcional de caudal para  $u_t$ . Con el fin de combinar las ecuaciones (2.1) y (2.2) han de estar en las mismas coordenadas. Por tanto, es necesaria una transformación de la ecuación (2.2) de las coordenadas de cilindro ( $z_{zyt}$ ) a las coordenadas de alcance ( $r_A$ ) con la ecuación cinemática

$$r_A(z_{zyt}) = l_A \cos\left(\alpha_{A0} - \arccos\left(\frac{d_a^2 + d_b^2 - z_{zyt}^2}{2d_a d_b}\right)\right) \quad (2.3)$$

y sus derivadas

$$\dot{r}_A = -l_A \text{sen}(\varphi_A) K_{Wz1}(\varphi_A) \dot{z}_{zyt} \quad (2.4)$$

$$\ddot{r}_A = -l_A \text{sen}(\varphi_A) K_{Wz1}(\varphi_A) \ddot{z}_{zyt} - K_{Wz3}(\varphi_A) \dot{z}_{zyt}^2$$

30 Donde la dependencia de las constantes geométricas  $d_a$ ,  $d_b$ ,  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$  y el ángulo de elevación  $\varphi_A$  se sustituye por  $K_{Wz1}$  y  $K_{Wz3}$ . En la figura (3), se muestran las constantes geométricas, el ángulo de elevación y  $l_A$ , que es la longitud de la pluma.

Como resultado de la transformación, la ecuación (2.2) puede representarse en coordenadas de alcance.

$$\ddot{r}_A = -\frac{K_{wz3}}{l_A^2 \text{sen}^2(\varphi_A) K_{wz1}^2} \dot{r}_A^2 - \frac{1}{T_w} \dot{r}_A - \frac{K_{vw} l_A \text{sen}(\varphi_A) K_{wz1}}{T_w A_{z1} m} u_i \quad (2.5)$$

Con el fin de obtener un modelo no lineal en la forma afín de entrada

$$\begin{aligned} \dot{\underline{x}}_I &= \underline{f}_I(\underline{x}_I) + \underline{g}_I(\underline{x}_I) u_i + p_I(\underline{x}_I) w \\ y_i &= h_i(\underline{x}_I) \end{aligned} \quad (2.6)$$

- 5 se usan las ecuaciones (2.1) y (2.5). La segunda entrada  $w$  representa la perturbación que es el cuadrado de la velocidad angular de rotación de la grúa  $\dot{\varphi}_D^2$ . Con el estado de entrada definido como  $x_I = [r_A \ \dot{r}_A \ \varphi_{Sr} \ \dot{\varphi}_{Sr}]^T$  y la posición radial de la carga como salida  $y_i = r_{LA}$  resultan los campos vectoriales

$$\begin{aligned} \underline{f}_I(\underline{x}_I) &= \begin{bmatrix} x_{I,2} \\ -ax_{I,2}^2 - bx_{I,2} \\ x_{I,4} \\ -\frac{g}{l_s} \text{sen}(x_{I,3}) + \frac{\cos(x_{I,3})}{l_s} (ax_{I,2}^2 + bx_{I,2}) \end{bmatrix} \\ \underline{g}_I(\underline{x}_I) &= \begin{bmatrix} 0 \\ -m \\ 0 \\ \frac{\cos(x_{I,3})m}{l_s} \end{bmatrix}; \quad \underline{p}_I(\underline{x}_I) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \frac{\cos(x_{I,3})(x_{I,1} + l_s \text{sen}(x_{I,3}))}{l_s} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.7)$$

y la función

$$h_i(\underline{x}_I) = x_{I,1} + l_s \text{sen}(x_{I,3}) \quad (2.8)$$

- 10 para la posición de carga radial.

## 2.2 ENFOQUE DE CONTROL NO LINEAL

Se realizan las siguientes consideraciones suponiendo que puede linealizarse el lado derecho de la ecuación diferencial para el balanceo de la carga.

$$\ddot{\varphi}_v + \frac{g}{l_s} \text{sen}(\varphi_v) = -\frac{1}{l_A} \ddot{r}_A + \frac{1}{l_s} (r_A + l_s \varphi_{Sr}) \dot{\varphi}_D^2 \quad (2.9)$$

- 15 Con el fin de encontrar una salida de linealización para el sistema no lineal simplificado ha de establecerse el grado relativo.

Grado relativo del sistema

El grado relativo con respecto a la salida del sistema está definido por las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} L_{\underline{f}} L_{\underline{g}}^i h_i(\underline{x}) &= 0 \quad \forall i = 0, \dots, r-2 \\ L_{\underline{f}} L_{\underline{g}}^{r-1} h_i(\underline{x}) &\neq 0 \quad \forall x \in K^r \end{aligned} \quad (2.10)$$

- 20 El operador  $L_f$  representa la derivada de Lie a lo largo del campo vectorial  $f_i$  y  $L_g$ , a lo largo del campo vectorial  $g_i$ , respectivamente. Con la salida real

$$y_i = x_{I,1} + l_s \text{sen}(x_{I,3}) \quad (2.11)$$

se obtiene un grado relativo de  $r = 2$ . Debido a que el orden del modelo no lineal simplificado es 4,  $y_i$  no es una

salida de linealización. Sin embargo, con una nueva salida

$$y_i^* = h_i^*(x) = x_{r,1} + l_s x_{r,3} \quad (2.12)$$

se obtiene un grado relativo de  $r = 4$ . Suponiendo que sólo se producen ángulos de cable radiales pequeños, la diferencia entre la salida real  $y_i$  y la salida plana  $y_i^*$  puede despreciarse.

5 Grado relativo de la perturbación

El grado relativo con respecto a la perturbación se define como sigue:

$$L_{E_i} L_{L_i}^j h_i(x) = 0 \quad \forall i = 0, \dots, r_d - 2 \quad (2.13)$$

En este caso no es importante si  $r_d$  está bien definido o no. Por tanto, la segunda condición puede omitirse. Aplicando la condición (2.13) al sistema no lineal reducido (ecuaciones (2.6), (2.7) y simplificación de la ecuación (2.9)) con la salida de linealización  $y_i^*$  el grado relativo es  $r_d = 2$ .

10

Desacoplamiento de perturbación

Haciendo referencia a Isidori (A. Isidori, C. I. Byrnes, "Output Regulation of Nonlinear Systems", Transactions on Automatic Control, Vol. 35, N.º 2, págs. 131-140, 1990), cualquier perturbación que satisfaga la siguiente condición puede desacoplarse de la salida.

$$L_{E_i} L_{L_i}^j h(x) = 0 \quad \forall i = 0, \dots, r - 1 \quad (2.14)$$

15

Esto significa que el grado relativo de la perturbación  $r_d$  ha de ser mayor que el grado relativo del sistema. Cuando existe la posibilidad de medir la perturbación, ha de satisfacerse una condición ligeramente más débil. En este caso, es necesario que los grados relativos  $r_d$  y  $r$  sean iguales. Debido a estas dos condiciones, es imposible conseguir en un modo clásico un comportamiento de salida de este sistema que no se vea influenciado por la perturbación. Esto también puede observarse fácilmente en la figura (9), en la que se representa el sistema en la forma canónica de control con entrada  $u_i$ , estados  $z_1, \dots, z_4$  y perturbación  $\phi_D$ .

20

Expansión del modelo

Para obtener un grado relativo de la perturbación que sea igual al grado relativo del sistema, se requiere una expansión del modelo. Con la introducción de  $r - r_d = 2$  nuevos estados que se definen tal como sigue,

$$\begin{aligned} \sqrt{w} &= x_{r,5} = \phi_D \\ \frac{d}{dt}(\sqrt{w}) &= x_{r,6} = \dot{\phi}_D \\ \frac{d^2}{dt^2}(\sqrt{w}) &= \dot{x}_{r,6} = \ddot{\phi}_D = \dot{w} \end{aligned} \quad (2.15)$$

25

el nuevo modelo se describe por las siguientes ecuaciones diferenciales

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \underbrace{\begin{bmatrix} f_1(x) + p_1(x)x_{r,5}^2 \\ x_{r,6} \\ 0 \end{bmatrix}}_{f_i(x)} + \underbrace{\begin{bmatrix} g_1(x) \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_{g_i(x)} u_i + \underbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}}_{p_i(x)} w \\ y_i^* &= h_i^*(x) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Esta expansión no afecta al grado relativo del sistema mientras que el grado relativo de la perturbación se amplía en 2. La dinámica adicional puede interpretarse como un modelo de perturbación. El modelo expandido, cuya estructura se muestra en la figura (10), satisface la condición (2.14) y puede usarse el método de desacoplamiento de perturbación descrito por Isidori.

30

Linealización de entrada/salida

Por tanto, el modelo expandido tiene un grado relativo del sistema y de la perturbación de 4 y la perturbación  $w^*$  es medible, puede someterse a linealización de\_entrada/salida y desacoplarse la perturbación con la siguiente entrada de control

$$\begin{aligned}
 u_{i, Lin} &= - \frac{L_{f_i}^r h_i^*(\underline{x}_i)}{L_{g_i}^r L_{f_i}^{r-1} h_i^*(\underline{x}_i)} - \frac{L_{g_i} L_{f_i}^{r-1} h_i^*(\underline{x}_i)}{L_{g_i} L_{f_i}^{r-1} h_i^*(\underline{x}_i)} w^* + \frac{v_i}{L_{g_i} L_{f_i}^{r-1} h_i^*(\underline{x}_i)} \\
 &= - \left( \frac{(4x_{i,4}x_{i,5}x_{i,6} + x_{i,3}x_{i,5}^4 + 2x_{i,3}x_{i,6}^2)l_s^2}{mg \cos(x_{i,3})} - \frac{(gx_{i,4}^2 \sin(x_{i,3}))l_s}{mg \cos(x_{i,3})} - \dots \right. \\
 &\quad \left. \frac{(-gx_{i,5}^2 \sin(x_{i,3}) - gx_{i,3}x_{i,5}^2 \cos(x_{i,3}) + 4x_{i,2}x_{i,5}x_{i,6} + 2x_{i,4}x_{i,6}^2)l_s}{mg \cos(x_{i,3})} + \dots \right. \\
 &\quad \left. \frac{(x_{i,1}x_{i,5}^4)l_s + g \cos(x_{i,3})(ax_{i,2}^2 + bx_{i,2} + x_{i,5}^2x_{i,1} - g \sin(x_{i,3}))}{mg \cos(x_{i,3})} \right) - \dots \\
 &\quad \dots \left( \frac{2l_s(x_{i,1} + l_sx_{i,3})x_{i,5}}{mg \cos(x_{i,3})} w^* \right) + \left( \frac{-l_s v_i}{mg \cos(x_{i,3})} \right)
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

- 5 Para estabilizar el sistema linealizado y desacoplado resultante, se añade un término de realimentación. El término (ecuación (2.18)) compensa el error entre las trayectorias de referencia  $\dot{y}_{i,ref}$  y las derivadas de la salida  $\dot{y}_i$ .

$$u_{i, Estab} = \frac{\sum_{i=0}^{r-1} k_{i,i} \left[ L_{f_i}^i h_i^*(\underline{x}_i) - y_{i,ref}^{(i)} \right]}{L_{g_i} L_{f_i}^{r-1} h_i^*(\underline{x}_i)} \tag{2.18}$$

Las ganancias de realimentación  $k_{i,i}$  se obtienen mediante la técnica de colocación de polos. La figura 11 muestra la estructura de control resultante del sistema linealizado, desacoplado y estabilizado con la siguiente entrada completa

$$u_i = u_{i, Lin} - u_{i, Estab} \tag{2.19}$$

El efecto provocado por la utilización de la salida ficticia en lugar de la real se comentó anteriormente en relación con la primera realización. En ella se mostró que la dinámica interna resultante cercana al estado constante es al menos marginalmente estable. Por tanto, puede aplicarse la salida ficticia para el diseño del controlador.

Dinámica interna

- 15 Ha de considerarse otro efecto de la expansión del modelo. Puesto que el orden del sistema aumenta de  $n = 4$  a  $n^* = 6$  pero el grado relativo del sistema permanece constante, el sistema pierde su propiedad de planitud. Por tanto, sólo es posible obtener una linealización de entrada/salida en lugar de una linealización exacta. El resultado es una dinámica interna de segundo orden que permanece. Para investigar la dinámica interna, resulta ventajosa una transformación de estado a la forma de Byrnes/Isidori. Los primeros  $r = 4$  nuevos estados pueden calcularse mediante las derivaciones de Lie (véase la ecuación (2.20)). Las últimas dos pueden elegirse libremente. La única condición es que la transformación resultante debe ser una transformación difeomorfa. Con el fin de acortar la longitud de la tercera y la cuarta ecuación, se han sustituido la salida de linealización y su derivada.

$$\begin{aligned}
 \tilde{z}_{i,1} &= \phi_1(\underline{x}_i) = y_i = h_i^*(\underline{x}_i) = x_{i,1} + l_s x_{i,3} \\
 \tilde{z}_{i,2} &= \phi_2(\underline{x}_i) = \dot{y}_i = L_{f_i} h_i^*(\underline{x}_i) = x_{i,2} + l_s x_{i,4} \\
 \tilde{z}_{i,3} &= \phi_3(\underline{x}_i) = \ddot{y}_i = L_{f_i}^2 h_i^*(\underline{x}_i) = -g \sin x_{i,3} + x_{i,5}^2 \tilde{z}_{i,1} \\
 \tilde{z}_{i,4} &= \phi_4(\underline{x}_i) = \ddot{\dot{y}}_i = L_{f_i}^3 h_i^*(\underline{x}_i) = -x_{i,4} g \cos x_{i,3} + 2x_{i,5}x_{i,6}\tilde{z}_{i,1} + x_{i,5}^2 \tilde{z}_{i,2} \\
 \tilde{z}_{i,5} &= \phi_5(\underline{x}_i) = x_{i,5} \\
 \tilde{z}_{i,6} &= \phi_6(\underline{x}_i) = x_{i,6}
 \end{aligned} \tag{2.20}$$

- 25 Esta transformación muestra que las derivadas de orden superior de la posición de carga radial  $\dot{y}_i = \dot{z}_{i,\alpha}$  e  $\ddot{y}_i = \ddot{z}_{i,\alpha}$  pueden calcularse a partir del estado de entrada  $\underline{x}_i$ . Con esta transformación aplicada al sistema, la dinámica interna da como resultado

$$\begin{aligned} \dot{z}_{1,5} &= z_{1,6} \\ \dot{z}_{1,6} &= w^* \end{aligned} \quad (2.21)$$

que es exactamente el modelo de perturbación transformado. En este caso, la dinámica interna consiste en una cadena de integrador doble. Esto significa que la dinámica interna es inestable. Por tanto, es imposible resolver la dinámica interna mediante simulación en línea. Sin embargo, para el caso de aplicación dado en este caso pueden medirse directamente no sólo la perturbación  $\ddot{\varphi}_D = w^*$  sino también los nuevos estados  $x_{1,6} = \dot{\varphi}_D$  y  $x_{1,5} = \varphi_D$ . Esto hace innecesaria la simulación de la dinámica interna.

### 2.3 Resultados de medición

En esta sección, se presentan resultados de medición del controlador no lineal obtenido, que se aplicó a la grúa de pluma. La figura 12 muestra una representación gráfica polar de una única rotación de la grúa. La longitud de cable durante el funcionamiento de la grúa es de 35 m. El reto es obtener un radio de carga útil constante  $r_{LA}$  durante el movimiento de giro.

Para conseguir este propósito, un movimiento de elevación de la pluma ha de compensar el efecto centrífugo en la carga útil. Esto puede observarse en la figura 13 que representa la posición radial de la carga y el extremo de la pluma a lo largo del tiempo. En la figura 12, puede observarse que la carga útil sigue la trayectoria de referencia con un error menor de 0,7 m.

La segunda maniobra es un movimiento de elevación. La figura 14 muestra la carga útil siguiendo una posición de referencia, el ángulo de cable radial resultante durante este movimiento y la velocidad de la pluma en comparación con la velocidad de referencia para la carga útil. Puede observarse que los movimientos de compensación durante la aceleración y desaceleración reducen el balanceo de la carga en dirección radial.

La siguiente maniobra es una maniobra combinada que contiene un movimiento de giro y de elevación de la grúa. Este es el caso más importante en procesos de transbordo en puertos principalmente debido a los obstáculos en el espacio de trabajo de la grúa. La figura 15 muestra una representación gráfica polar en la que el radio de la carga útil aumenta en 10 m mientras rota la grúa. La figura 16 representa los mismos resultados pero a lo largo del tiempo con el fin de ilustrar que la posición radial de la carga sigue la referencia.

Comparando estos resultados con los del movimiento de elevación puede observarse que el rendimiento de seguimiento conseguido sigue siendo igual. Debido al desacoplamiento de perturbación es posible conseguir un balanceo residual muy bajo y una buena precisión de posición objetivo para los movimientos de elevación y giro así como para maniobras combinadas.

### 3. Tercera realización

La tercera realización de la presente invención se refiere a una estructura de control para el movimiento de giro de la grúa, es decir, la rotación de la torre alrededor de su eje vertical. De nuevo, se establece un modelo no lineal para este movimiento. El modelo invertido se usa entonces para controlar el actuador de la rotación de la torre, habitualmente un motor hidráulico.

#### 3.1 Modelo no lineal

La primera parte del modelo describe la dinámica del actuador para el movimiento de giro aproximada por un término de retraso de primer orden como

$$\ddot{\varphi}_D + \frac{1}{T_D} \dot{\varphi}_D = \frac{2\pi K_{VD}}{i_D V_{MotD} T_D} u_s, \quad (3.1)$$

en el que  $\varphi_D$  es el ángulo de rotación de la torre,  $T_D$  la constante de tiempo del actuador,  $u_s$  la tensión de entrada de la servoválvula,  $K_{VD}$  la constante de proporcionalidad entre la tensión de entrada y la sección transversal de la válvula,  $i_D$  la razón de transmisión y  $V_{MotD}$  el volumen de admisión del accionamiento hidráulico.

La segunda parte es una ecuación diferencial que describe el balanceo de la carga  $\varphi_S$  en la dirección tangencial, que puede derivarse usando el método de Newton/Euler

$$l_s \ddot{\varphi}_{St} + g \operatorname{sen}(\varphi_{St}) = -\ddot{r}_A \varphi_D \cos(\varphi_{St}) - 2\dot{r}_A \dot{\varphi}_D \cos(\varphi_{St}) + \dots \quad (3.2)$$

$$\dots - \frac{r_A \dot{\varphi}_D}{T_D} \cos(\varphi_{St}) - ar_A \cos(\varphi_{St}) u_s$$

en el que  $l_s$  es la longitud del cable,  $r_A$  la posición de la cabeza de la pluma en la dirección radial y  $g$  la constante de la gravedad.

- 5 Despreciando las derivadas con respecto al tiempo de la posición radial de la cabeza de la pluma  $r_A$  y linealizando el lado derecho de la ecuación (3.2) para ángulos de cable tangenciales pequeños  $\varphi_{St}$  de la carga, el modelo no lineal adopta la forma

$$\dot{\underline{x}}_s = \underline{f}_s(\underline{x}_s) + \underline{g}_s(\underline{x}_s) u_s \quad (3.3)$$

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} x_{s,1} = \varphi_D \\ x_{s,2} = \dot{\varphi}_D \\ x_{s,3} = \varphi_{St} \\ x_{s,4} = \dot{\varphi}_{St} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_{s,2} \\ -\frac{x_{s,2}}{T_D} \\ x_{s,4} \\ \frac{r_A x_{s,2}}{l_s T_D} - \frac{g \operatorname{sen}(x_{s,3})}{l_s} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ a \\ 0 \\ -\frac{r_A a}{l_s} \end{bmatrix} u_s$$

En ella, el ángulo de rotación de la torre y sus derivadas con respecto al tiempo vienen dados por  $\varphi_D$ ,  $\dot{\varphi}_D$ ,  $\ddot{\varphi}_D$ , y el ángulo de cable tangencial y la aceleración de ángulo de cable tangencial por  $\varphi_{St}$ ,  $\dot{\varphi}_{St}$ .

- 10 La salida del sistema es el ángulo de rotación  $\varphi_{LD} = y_s$  de la carga dado por

$$y_s = h_s(\underline{x}_s) = r_{s,1} + \arctan\left(\frac{\operatorname{sen}(x_{s,3}) l_s}{r_A}\right) \quad (4.4)$$

### 3.2 Enfoque de control no lineal

- 15 Ha de comprobarse la planitud del sistema no lineal, al igual que en la primera realización en la ecuación (1.9) en el capítulo 1.2.1 y la segunda realización en la ecuación (2.10) en el capítulo 2.2. Los resultados muestran que la salida  $y_s$  no es plana, ya que sólo se obtiene un grado relativo de  $r = 2$ .

Sin embargo, puede encontrarse una salida plana

$$y_s^* = h_s^*(\underline{x}_s) = \frac{r_A}{l_s} x_{s,1} + x_{s,3} \quad (3.5)$$

para el sistema no lineal, obteniéndose de ese modo un grado relativo de  $r = 4$ .

La ley de control se deriva de la linealización de entrada/salida

$$u_{s,lin} = \frac{-L_{f_s}^* h_s^*(\underline{x}_s) + v_s}{L_{g_s} L_{f_s}^{-1} h_s^*(\underline{x}_s)}; \quad v_s \dots \text{nueva entrada} \quad (3.6)$$

$$= -\frac{\operatorname{sen}(x_{s,3}) x_{s,4}^2 l_s T_D - \cos(x_{s,3}) x_{s,2} r_A + \cos(x_{s,3}) \operatorname{sen}(x_{s,3}) g T_D}{T_D \cos(x_{s,3}) r_A a} + \frac{v_s l_s^2}{\cos(x_{s,3}) g r_A a}$$

20

en la que la nueva entrada  $v$  es igual al valor de referencia para la cuarta derivada de la salida plana  $\ddot{\ddot{y}}_{s,ref}^*$ .

Además el sistema linealizado se estabiliza mediante la ley de control

$$u_{s,Estab} = \frac{\sum_{i=0}^{r_s-1} k_{s,i} \left[ y_s^{(i)} - y_{s,ref}^{(i)} \right]}{L_{g_s} L_{f_s}^{-1} h_s^* (\underline{x}_s)} \quad (3.7)$$

El valor de salida  $y_s^*$  y sus derivadas con respecto al tiempo  $y_s^{(i)}$  ( $i=1-3$ ) pueden calcularse de nuevo directamente a partir del vector de estado  $\underline{x}_s$  mediante la siguiente transformación

$$\begin{aligned} z_{s,1} &= y_s^* = \frac{r_A}{l_S} x_{s,1} + x_{s,3} \\ z_{s,2} &= \dot{y}_s^* = \frac{r_A}{l_S} x_{s,2} + x_{s,4} \\ z_{s,3} &= \ddot{y}_s^* = -\frac{g \operatorname{sen}(x_{s,3})}{l_S} \\ z_{s,4} &= \ddot{\dot{y}}_s^* = -\frac{g \cos(x_{s,3}) x_{s,4}}{l_S} \end{aligned} \quad (3.8)$$

5 La tensión de entrada resultante  $u_s$  para la servoválvula viene dada por

$$u_s = u_{s,Lin} - u_{s,Estab} \quad (3.9)$$

Para usar las trayectorias de referencia como referencia para el sistema de control, los valores de referencia  $\underline{y}_{s,ref}$  generados por el planificador de trayectoria para la salida real han de transformarse en valores de referencia  $\dot{\underline{y}}_{s,ref}$  para la salida plana. Para esta transformación de salida, ha de determinarse la relación entre la salida real

$$y_s = h_s(\underline{x}_s) = x_{s,1} + \arctan\left(\frac{\operatorname{sen}(x_{s,3}) l_S}{r_A}\right)$$

10

a partir de la ecuación (3.4) y la salida plana linealizada

$$y_s^* = h_s^*(\underline{x}_s) = \frac{r_A}{l_S} x_{s,1} + x_{s,3}$$

15

a partir de la ecuación (3.5). Sin embargo, la salida  $y_{s,lin}$  linealizada alrededor de la posición cero del ángulo de cable difiere muy poco del valor no simplificado en el ámbito de trabajo de la grúa, de manera que la diferencia puede despreciarse y puede usarse  $y_{s,lin}$  para derivar la transformación de salida. La linealización de la ecuación (3.4) alrededor de  $x_{s,3} = 0$  da:

$$y_{s,lin} = x_{s,1} + \frac{l_S}{r_A} x_{s,3} \quad (3.10)$$

de manera que puede usarse

$$y_s^* = \frac{r_A}{l_S} y_{s,lin} \approx \frac{r_A}{l_S} y_s \quad (3.11)$$

20

Por tanto, la transformación de salida da como resultado únicamente una multiplicación de la trayectoria de referencia  $\underline{y}_{s,ref}$  con el factor  $\frac{r_A}{l_S}$ .

En la figura 17, puede observarse la estructura de control resultante para el movimiento de giro de la grúa.

Evidentemente, una estructura de control de la presente invención también puede ser una combinación de o bien la primera o bien la segunda realización con la tercera realización, de manera que se elimina el balanceo tanto en la dirección radial como en la tangencial mediante la estructura de control.

5 Los mejores resultados se producirán mediante una combinación de la segunda y la tercera realización, en la que se tiene en cuenta el balanceo producido por el movimiento de elevación de la propia pluma y por la aceleración de la carga en la dirección radial debida al movimiento de giro de la grúa, para el control antibalanceo para el movimiento de elevación de la segunda realización, y se evita el balanceo en la dirección tangencial debido al movimiento de giro mediante la estructura de control de la tercera realización.

10 Sin embargo, especialmente la segunda realización también producirá un control antibalanceo muy bueno por sí sola, de manera que el conductor de la grúa también podría controlar directamente el movimiento de giro sin usar la tercera realización.

Adicionalmente, las tres realizaciones proporcionarán un control preciso de la trayectoria de carga usando modelos no lineales invertidos estabilizados mediante un bucle de control incluso cuando se usan por sí solas.

**REIVINDICACIONES**

- 5 1. Sistema de control que comprende una grúa de pluma, que tiene una torre (2) y una pluma (5) unida de manera pivotante a la torre (2), un primer actuador (7) para crear un movimiento de elevación de la pluma (5), un segundo actuador para hacer rotar la torre (2), primeros medios para determinar la posición  $r_A$  y/o la velocidad  $\dot{r}_A$  de la cabeza de la pluma (5) mediante medición, segundos medios para determinar el ángulo de rotación  $\varphi_D$  y/o la velocidad de rotación  $\dot{\varphi}_D$  de la torre (2) mediante medición, controlando el sistema de control el primer actuador (7) y el segundo actuador,
- caracterizado porque
- 10 la aceleración de la carga (3) en la dirección radial debida a una rotación de la torre (2) se compensa mediante un movimiento de elevación de la pluma (5) dependiente de la velocidad de rotación  $\dot{\varphi}_D$  de la torre (2) determinado por los segundos medios.
2. Sistema de control según la reivindicación 1, que tiene una primera unidad de control para controlar el primer actuador (7) y una segunda unidad de control para controlar el segundo actuador.
- 15 3. Sistema de control según la reivindicación 2, en el que la primera unidad de control evita el balanceo de la carga (3) en la dirección radial debido a los movimientos de elevación de la pluma (5) y la rotación de la torre (2).
4. Sistema de control según la reivindicación 2, en el que la segunda unidad de control evita el balanceo de la carga (3) en la dirección tangencial debido a la rotación de la torre (2).
5. Sistema de control según la reivindicación 2, en el que la primera y/o la segunda unidad de control se basan en la inversión de sistemas no lineales que describen los respectivos movimientos de grúa en relación con el balanceo de la carga (3).
- 20 6. Sistema de control según la reivindicación 1, en el que la grúa tiene adicionalmente terceros medios para determinar la velocidad  $\dot{\varphi}_{Sr}$  y/o el ángulo de cable radial  $\varphi_{Sr}$  y/o la velocidad  $\dot{\varphi}_{St}$  y/o el ángulo de cable tangencial  $\varphi_{St}$  mediante medición.
7. Sistema de control según la reivindicación 6, en el que el control del primer actuador (7) mediante la primera unidad de control se basa en la velocidad de rotación  $\dot{\varphi}_D$  de la torre (2) determinada por los segundos medios.
- 25 8. Sistema de control según la reivindicación 1, en el que derivadas de orden superior de la posición de carga (3) radial  $\dot{r}_{La}$  y preferiblemente  $\ddot{r}_{La}$  se calculan a partir de la velocidad  $\dot{\varphi}_{Sr}$  y el ángulo de cable radial  $\varphi_{Sr}$  determinados por los terceros medios y la posición  $r_A$  y velocidad  $\dot{r}_A$  de la cabeza de la pluma (5) determinadas por los primeros medios.
9. Sistema de control según la reivindicación 1, en el que derivadas de orden superior del ángulo de carga (3) de rotación  $\dot{\varphi}_{LD}$  y preferiblemente  $\ddot{\varphi}_{LD}$  se calculan a partir de la velocidad  $\dot{\varphi}_{St}$  y el ángulo de cable tangencial  $\varphi_{St}$  determinados por los terceros medios y el ángulo de rotación  $\varphi_D$  y la velocidad de rotación  $\dot{\varphi}_D$  de la torre (2) determinados por los segundos medios.
- 30 10. Sistema de control según la reivindicación 1, en el que los segundos medios determinan adicionalmente la segunda y/o tercera derivada del ángulo de rotación de la torre (2)  $\ddot{\varphi}_D$  y/o  $\dddot{\varphi}_D$ .
11. Sistema de control según la reivindicación 10, en el que se usa la segunda y/o tercera derivada del ángulo de rotación de la torre (2)  $\ddot{\varphi}_D$  y/o  $\dddot{\varphi}_D$  para la compensación del balanceo de la carga (3) en la dirección radial debido a una rotación de la torre (2).
- 40 12. Sistema de control especialmente según la reivindicación 1, en el que el sistema de control se basa en la inversión de un modelo que describe los movimientos de la carga (3) suspendida en un cable dependiente de los movimientos de la grúa.
13. Sistema de control especialmente según la reivindicación 12, en el que el modelo es no lineal.
14. Sistema de control según la reivindicación 12, en el que el sistema de control usa el modelo invertido para controlar los actuadores primero y segundo con el fin de mantener la carga (3) en una trayectoria predeterminada.
- 45 15. Sistema de control según la reivindicación 14, en el que las trayectorias predeterminadas de la carga (3) se

proporcionan mediante un generador de trayectoria.

16. Sistema de control según la reivindicación 12, en el que el modelo tiene en cuenta las no linealidades debidas a la cinemática del primer actuador (7) y/o la dinámica del primer actuador (7).
- 5 17. Sistema de control según la reivindicación 12, en el que el modelo es un modelo no lineal de la carga (3) suspendida en el cable y la grúa que incluye el primer actuador (7).
18. Sistema de control según la reivindicación 13, en el que el modelo no lineal se linealiza o bien mediante linealización exacta o bien mediante linealización de entrada/salida.
19. Sistema de control según la reivindicación 18, en el que el modelo no lineal se simplifica para hacer posible la linealización.
- 10 20. Sistema de control según la reivindicación 19, en el que la dinámica interna del modelo debida a la simplificación es estable y/o medible.
21. Sistema de control según la reivindicación 12, en el que el control se estabiliza usando un bucle de control de realimentación.
- 15 22. Sistema de control según la reivindicación 12, en el que el balanceo de la carga (3) se compensa mediante movimientos contrarios del primer y/o el segundo actuador.
23. Sistema de control según la reivindicación 22, en el que los movimientos contrarios se producen al comienzo y al final de un movimiento principal.
24. Sistema de control según la reivindicación 13, en el que el modelo no lineal describe el movimiento radial de la carga (3).
- 20 25. Sistema de control según la reivindicación 12, en el que se tiene en cuenta la aceleración centrífuga de la carga (3) debida a la rotación de la grúa.
26. Sistema de control según la reivindicación 25, en el que la aceleración centrífuga se trata como una perturbación.
27. Grúa de pluma, que tiene
- 25 una torre (2) y una pluma (5) unida de manera pivotante a la torre (2),  
 un primer actuador (7) para crear un movimiento de elevación de la pluma (5),  
 un segundo actuador para hacer rotar la torre (2),  
 primeros medios para determinar la posición  $r_A$  y/o velocidad  $\dot{r}_A$  de la cabeza de la pluma (5) mediante medición,  
 segundos medios para determinar el ángulo de rotación  $\varphi_D$  y/o la velocidad de rotación  $\dot{\varphi}_D$  de la torre (2) mediante  
 30 medición y  
 un sistema de control según cualquiera de las reivindicaciones anteriores.

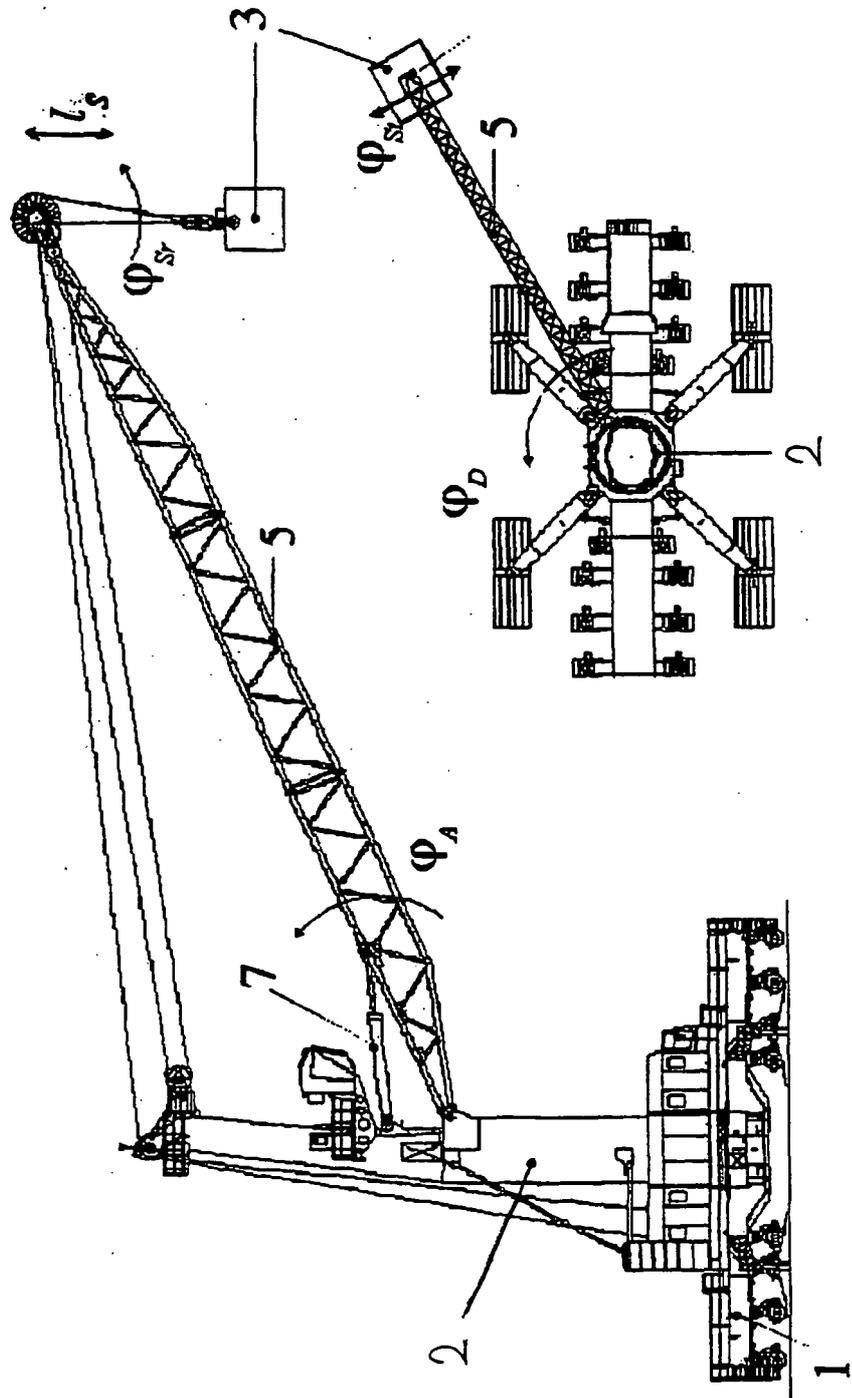


Fig.1

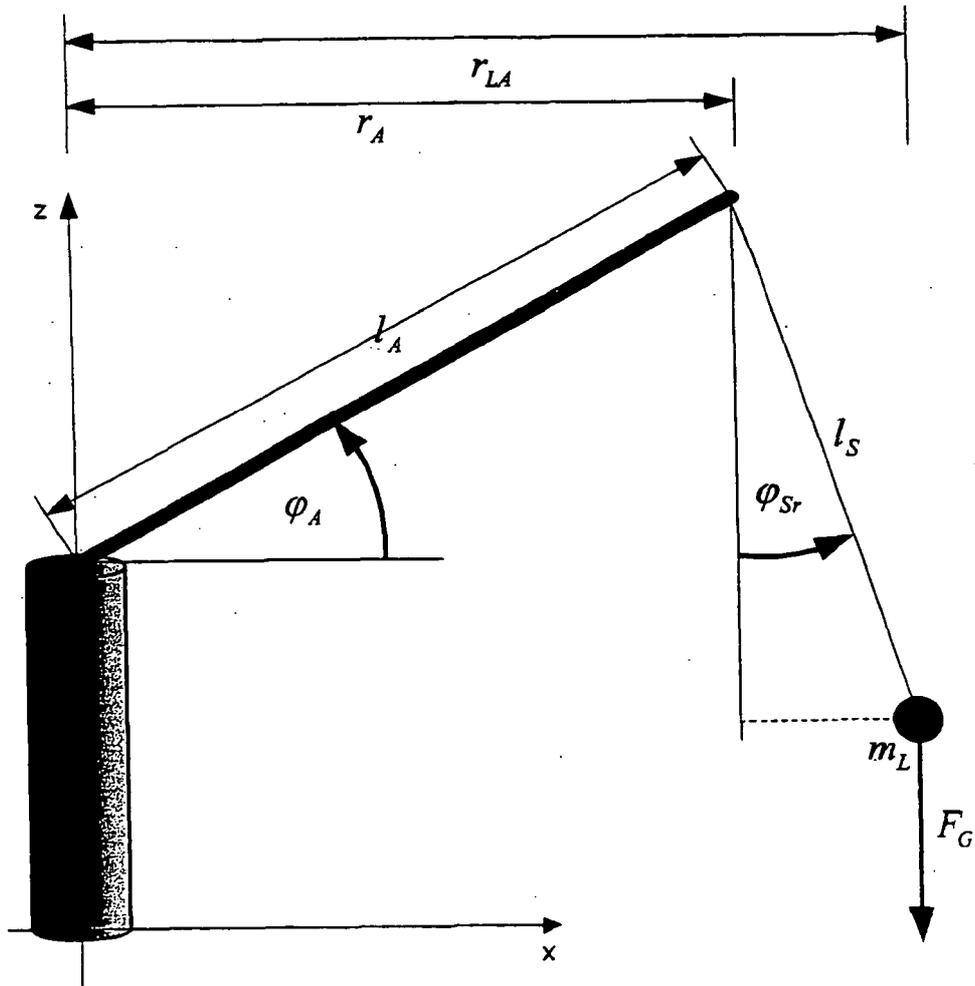


Fig. 2

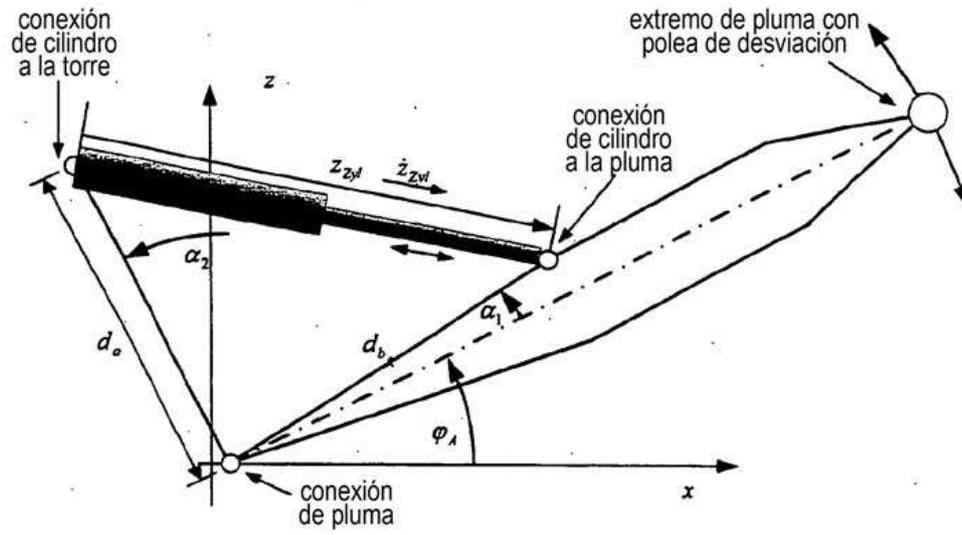


Fig. 3

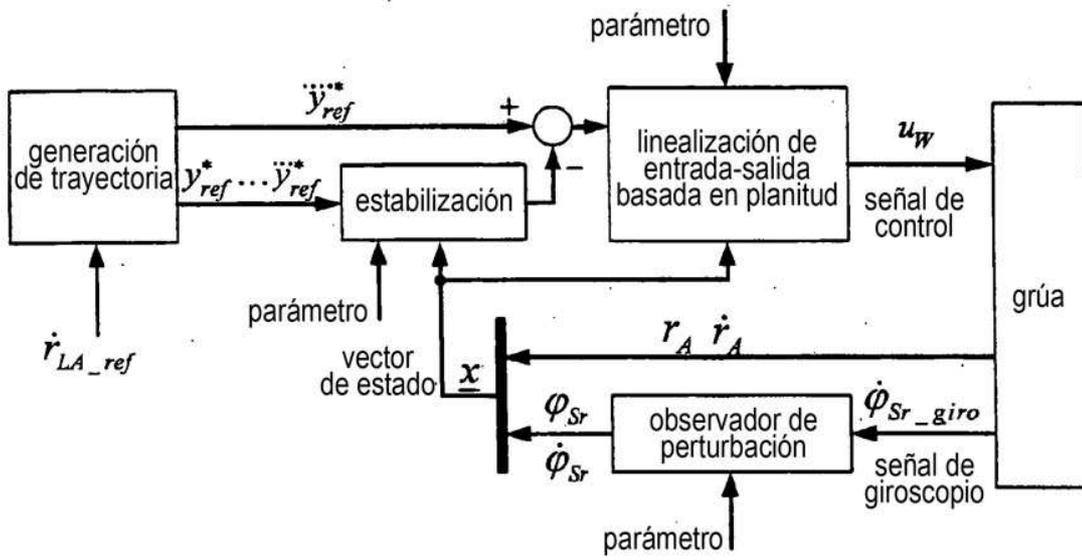
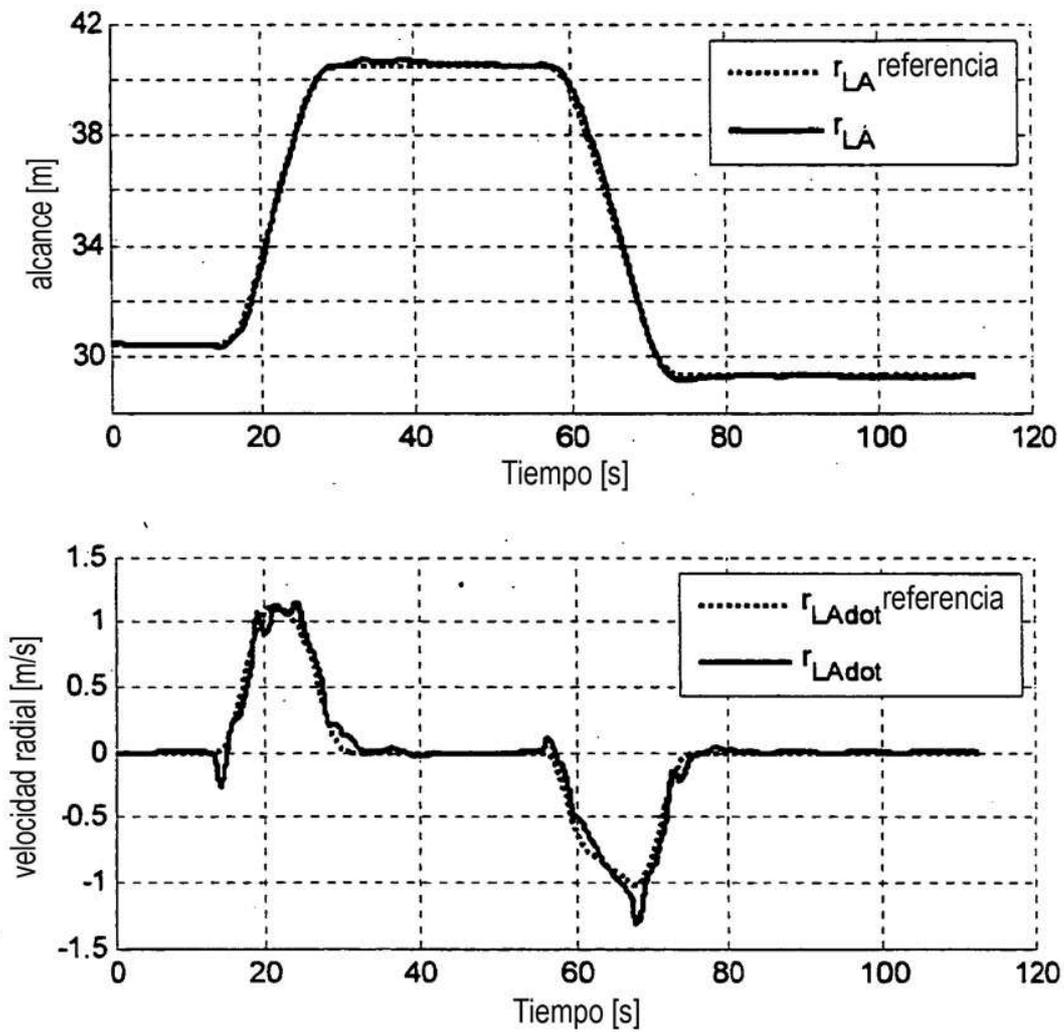


Fig. 4



**Fig. 5**

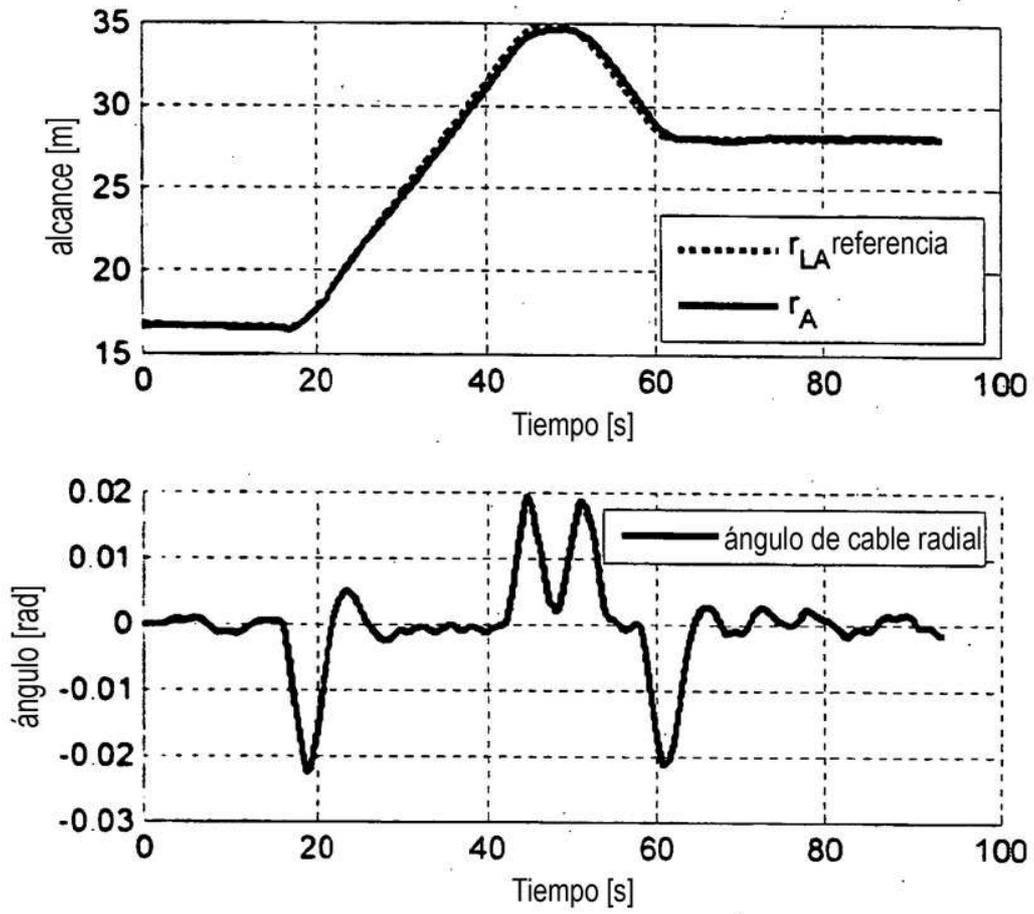
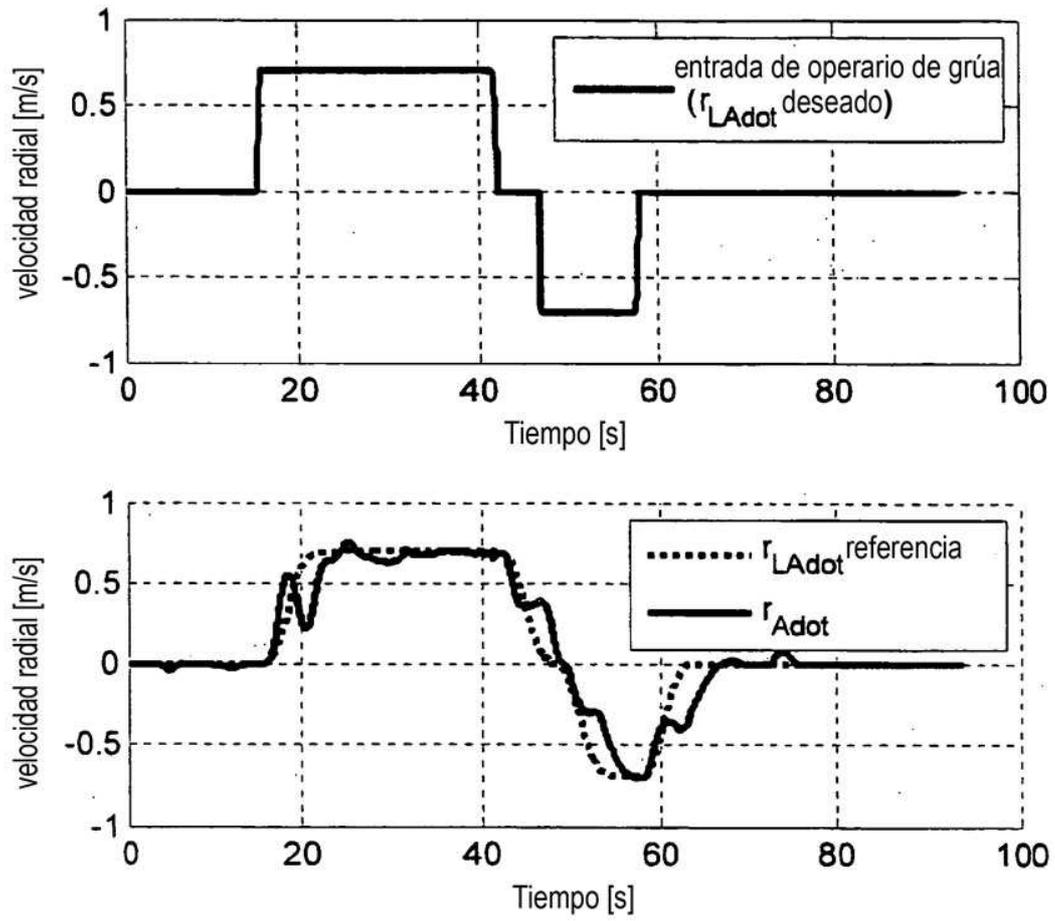


Fig. 6



**Fig. 7**

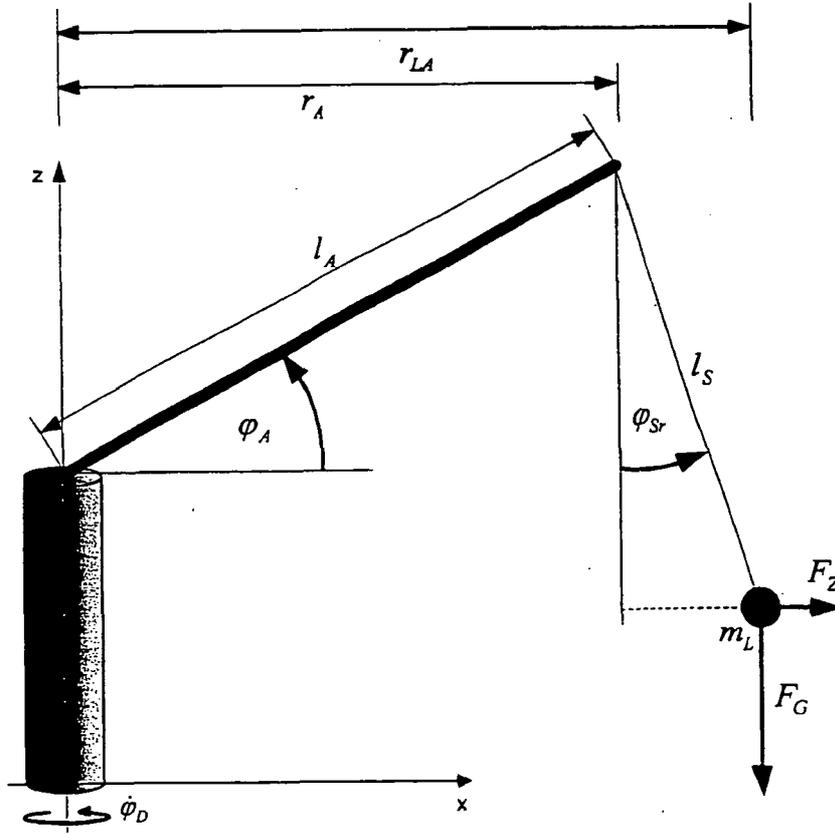


Fig. 8

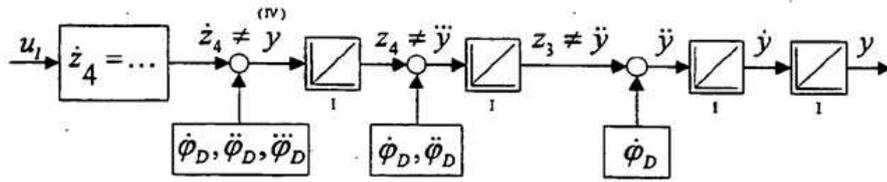


Fig. 9

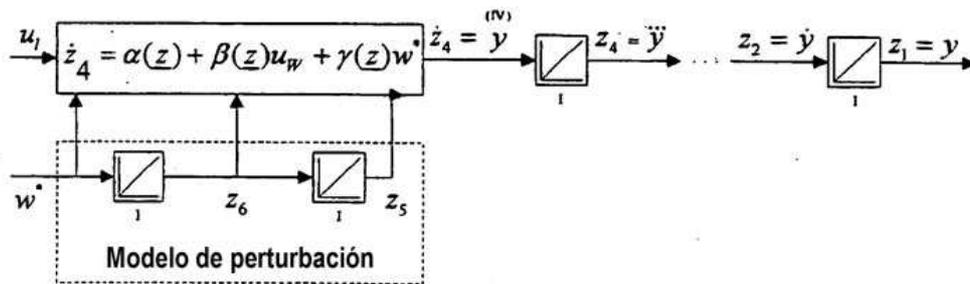


Fig. 10

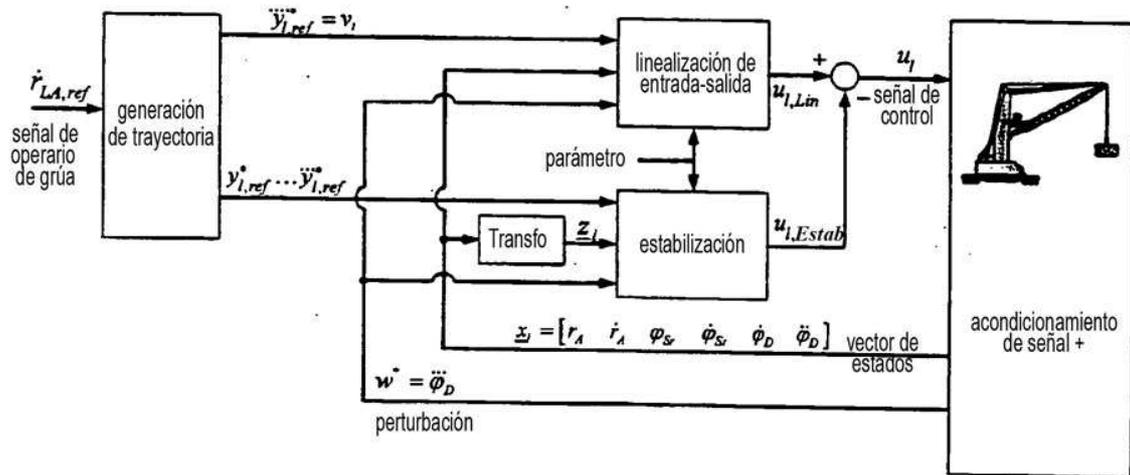


Fig. 11

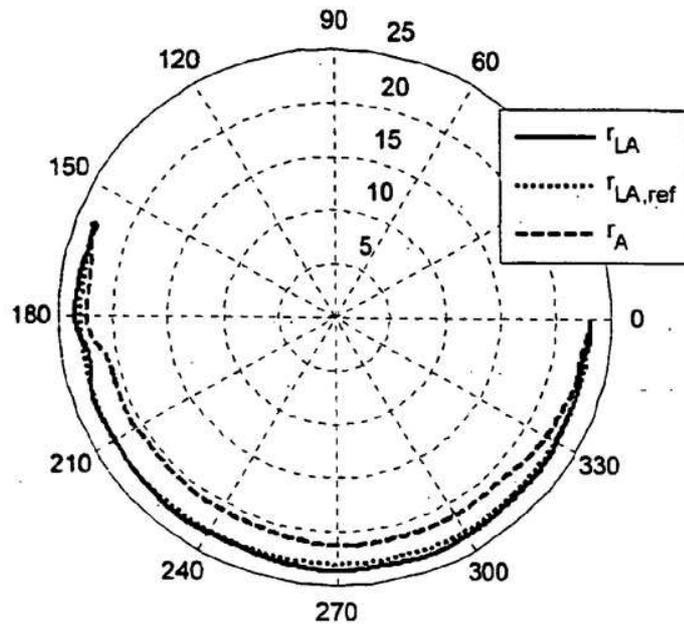


Fig. 12

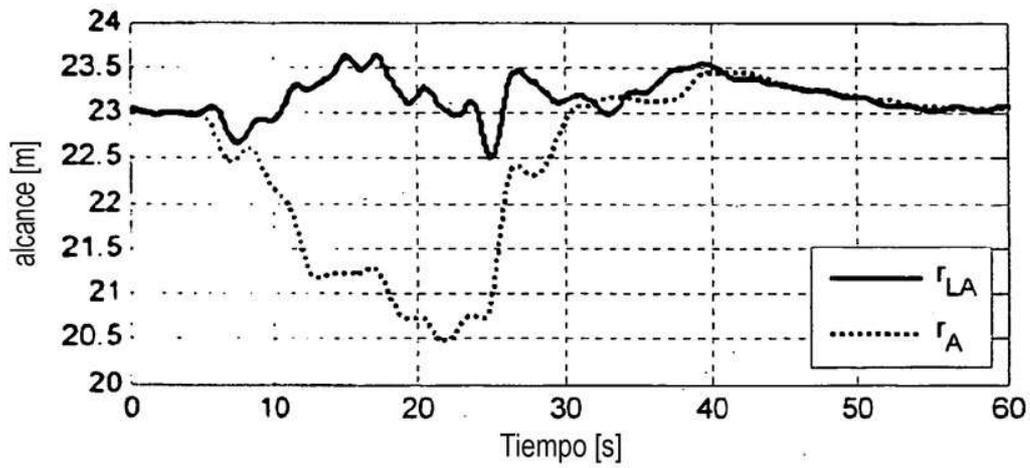


Fig. 13

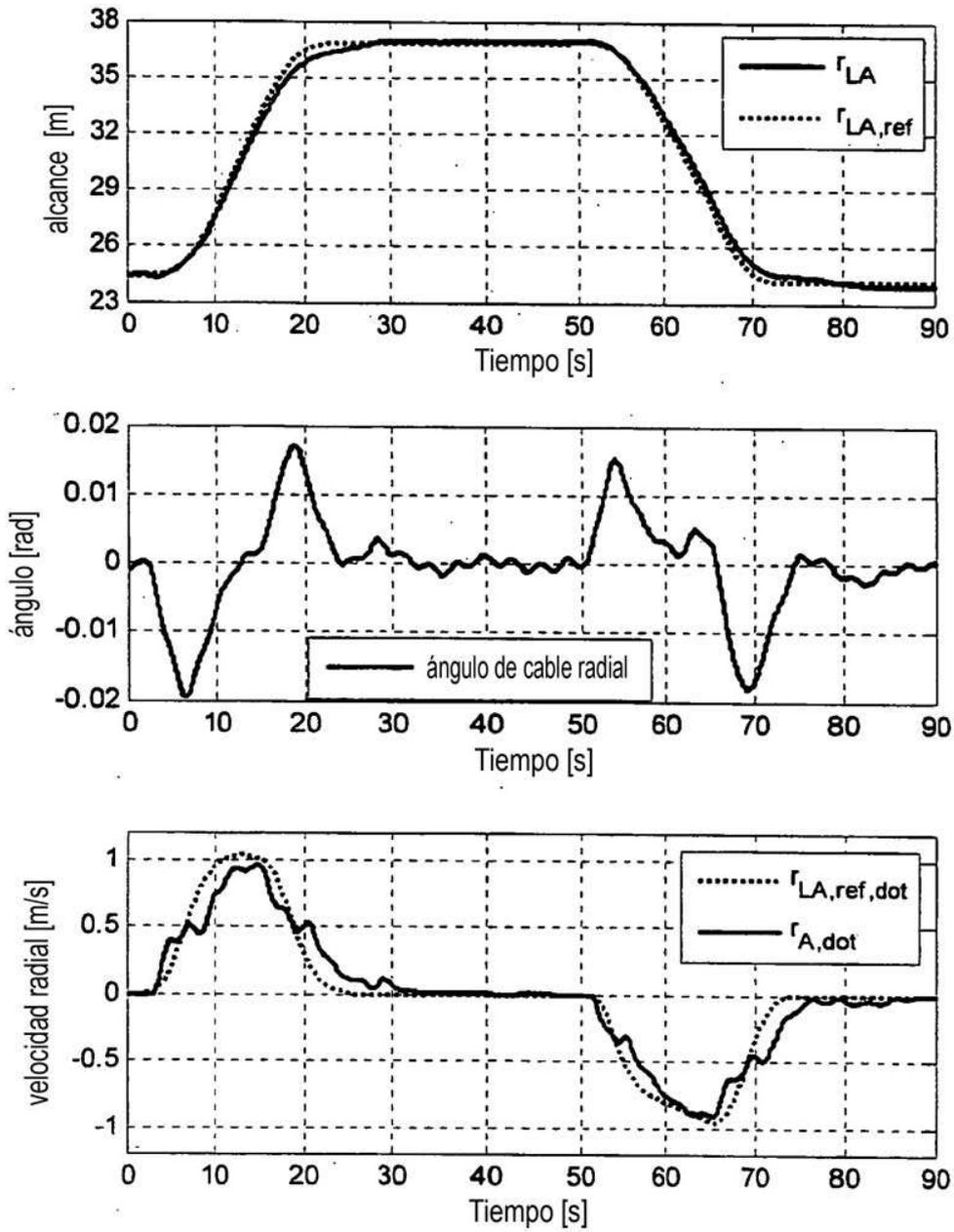


Fig. 14

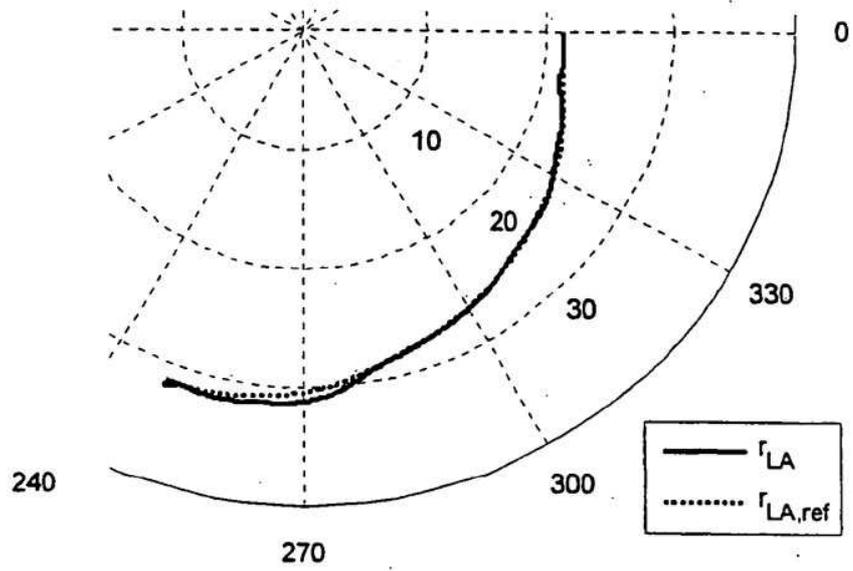


Fig. 15

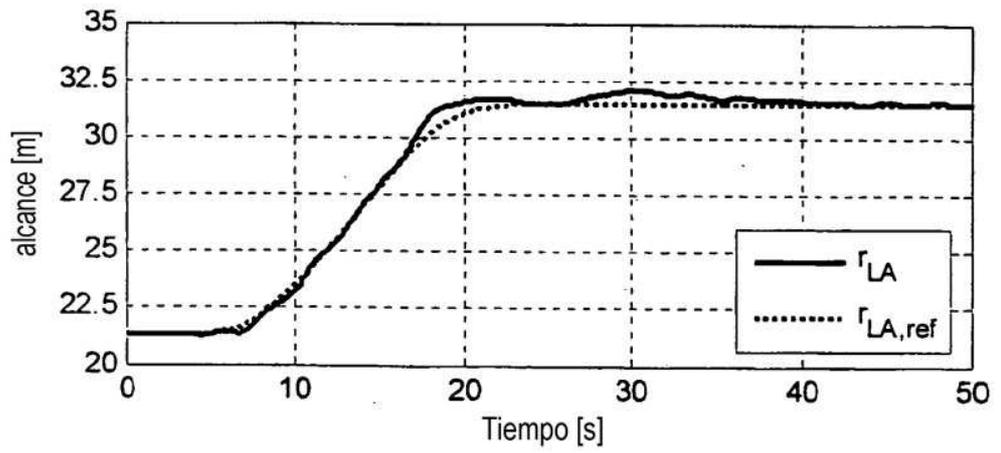


Fig. 16

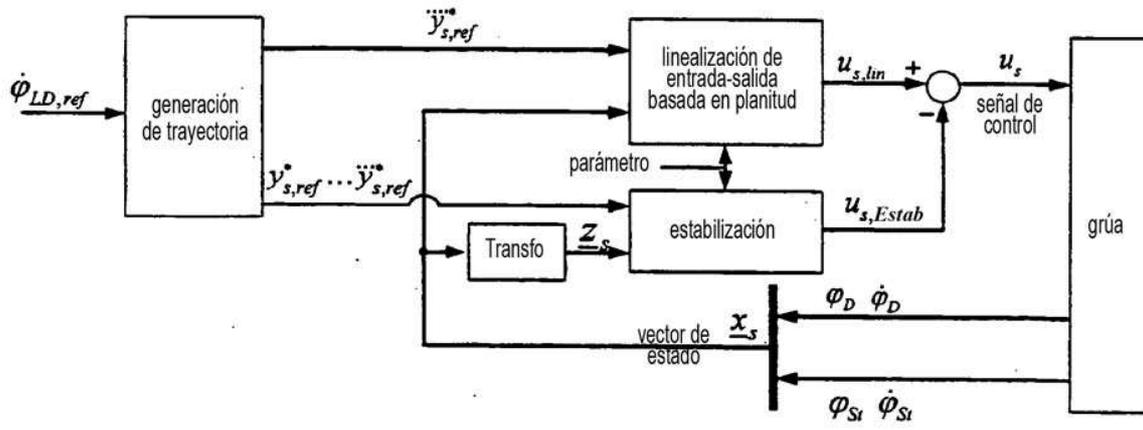


Fig. 17