

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 536 067**

51 Int. Cl.:

B64G 1/00

(2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **24.12.2009** **E 09825639 (9)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **21.01.2015** **EP 2516272**

54 Título: **Método adaptativo de optimización de disparo múltiple, para la determinación de trayectorias óptimas de naves espaciales**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:
20.05.2015

73 Titular/es:

TELESPAZIO S.P.A. (100.0%)
Via Tiburtina 965
00156 Roma, IT

72 Inventor/es:

BOLLE, ANDREA;
CIRCI, CHRISTIAN y
CORRAO, GUISEPPE

74 Agente/Representante:

PONS ARIÑO, Ángel

ES 2 536 067 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Método adaptativo de optimización de disparo múltiple, para la determinación de trayectorias óptimas de naves espaciales

CAMPO TÉCNICO DE LA INVENCION

La presente invención se relaciona con la determinación de trayectorias de transferencia óptima de naves espaciales, y puede ser explotada para resolver un amplio rango de problemas que involucran la optimización de trayectorias de transferencia de naves espaciales, tales como vehículos espaciales, cohetes, transbordadores espaciales, etc.

En más detalle, la presente invención permite determinar una trayectoria de transferencia óptima en un rango dado de tiempo, trayectoria de transferencia óptima que permite, en general, satisfacer un requerimiento dado de misión espacial, y, en particular, minimizar el tiempo de transferencia, el consumo de agente propelente o una combinación de los dos.

TÉCNICA SUBYACENTE

Como se sabe, la determinación de la mejor trayectoria de una nave espacial para una misión dada está definida en la literatura como el "problema de frontera de dos puntos", y consiste en una determinación de una trayectoria, entre todas las posibles, que conecta dos puntos diferentes en el espacio (que representan las condiciones de frontera) y permitiendo maximizar o minimizar una función dada de costo (también llamada índice de costo). Las ecuaciones de movimiento son restricciones diferenciales del problema.

Se sabe que varios métodos de optimización son útiles para resolver problemas de optimización relacionados con transferencias espaciales, los cuales caen esencialmente dentro de dos categorías principales:

- métodos clásicos, indirectos basados en el principio máximo de Pontryagin; y
- métodos directos que intentan encontrar el mínimo de la función de costo a través de muchos procedimientos numéricos y pueden ser además agrupados entre
 - métodos directos aplicados al cálculo de variación, y
 - técnicas de búsqueda.

También se emplean algoritmos genéticos para resolver problemas relacionados con transferencias interplanetarias.

Abajo se da una breve descripción de los métodos conocidos listados previamente.

El principio máximo de Pontryagin es un teorema básico en el cálculo de variación aplicado a la teoría de control óptimo: él da algunas condiciones necesarias para determinar una solución óptima al problema que está bajo análisis, y se basa solamente en propiedades diferenciales que exhiben ciertas clases de funciones, en puntos extremos. De acuerdo con tales condiciones, es posible determinar una evolución en el tiempo de algunos parámetros, los denominados multiplicadores de Lagrange, usados para evaluar las variables de control necesarias para resolver el problema óptimo. Los valores iniciales de los multiplicadores de Lagrange son desconocidos, y ellos tienen que ser evaluados numéricamente de modo que se satisfagan las condiciones de frontera. En otras palabras, la optimización del problema es transferida completamente a la determinación de los valores iniciales de los multiplicadores de Lagrange. El problema se vuelve aún más complejo cuando el estado final no está completamente determinado, esto es, algunas variables del vector de estado no están asignadas a las condiciones de frontera. Aparte de las condiciones dadas por el principio máximo de Pontryagin, tienen que considerarse restricciones adicionales definidas como "condiciones de transversalidad".

En detalle, los métodos indirectos, a través de las condiciones establecidas por el principio máximo de Pontryagin, permiten determinar en el tiempo de ejecución, cuál es la mejor forma de emplear las variables de control, para resolver el problema de optimización, pero tales variables son desconocidas en el comienzo, como se muestra abajo.

Sea

$$\dot{x} = f(x, u, t)$$

un sistema de ecuación diferencial parcial de primer orden, en el cual x es el vector de estado y u es el denominado vector de control, esto es el vector que va a ser determinado en el tiempo de ejecución, para minimizar o maximizar una función dada de costo J . Recordando la formulación del problema de Bolza, la función de costo puede tener la forma:

$$J = \int_{t_0}^{t_f} L(x, u, t) dt + g[t_0, x(t_0), u(t_0), t_f, x(t_f), u(t_f)]$$

Asumamos, por ejemplo, que la función de costo J tiene que ser minimizada. Esto conduce a la siguiente condición:

$$J^* = \inf_{\{u\}} J$$

Sea también $H(x, u, \lambda, t)$ la función Hamiltoniana asociada con el sistema, escrita en la forma:

$$H(x, u, \lambda, t) = \lambda^T \dot{x} - L.$$

Notar que si otra funcional dada I , definida como

$$I = \int_{t_0}^{t_f} M(x, u, t) dt + h[t_0, x(t_0), u(t_0), t_f, x(t_f), u(t_f)]$$

tiene que ser maximizada, las fórmulas previas se convertirían en:

$$I^* = \sup_{\{u\}} I$$

y

$$H(x, u, \lambda, t) = \lambda^T \dot{x} + M,$$

donde λ es el vector de los multiplicadores de Lagrange (el cual es definido también como el vector de co-estado o el vector variable adjunto). El principio máximo de Pontryagin establece que si $x(t), \lambda(t)$ satisface las condiciones:

$$\dot{x} = \frac{\partial H}{\partial \lambda}$$

$$\dot{\lambda} = -\frac{\partial H}{\partial x}$$

y para todo $t \in [t_0, t_f]$

$$H(x, u, \lambda, t) \leq H(x, u^*, \lambda, t)$$

entonces u^* es el control óptimo deseado que maximiza la función Hamiltoniana H .

Aparte del principio máximo de Pontryagin, si el vector de estado no está completamente determinado en las fronteras, deben añadirse condiciones adicionales denominadas "condiciones de transversalidad". El número de estas restricciones adicionales iguala la cantidad de entradas en el vector de estado que no están determinadas. Por ejemplo, si el tiempo final no está establecido, la condición correspondiente de transversalidad será:

$$H_f = 1$$

si se considera el problema de tiempo mínimo de transferencia, o:

$$H_f = 0$$

si está bajo análisis el problema del consumo mínimo de agente propelente.

- 10 El número y la expresión de las condiciones de transversalidad cambia de acuerdo con el problema dado, que está bajo análisis.

- 15 Apliquemos la formulación general relacionada con el problema de dos puntos, en el caso de las transferencias interplanetarias, por ejemplo, consideremos una transferencia Tierra -Marte. Bajo la hipótesis de una transferencia coplanar (todas las órbitas de los cuerpos mayores del sistema solar tienen una pequeña inclinación respecto al plano eclíptico), y considerando un marco de referencia inercial xOy con el origen O coincidente con el centro de masa del Sol, las ecuaciones de movimiento pueden ser escritas como sigue:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = u \\ \frac{dy}{dt} = v \\ \frac{du}{dt} = -\frac{\mu}{(x^2 + y^2)^{3/2}} x + \delta \frac{T}{m} v_x \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{\mu}{(x^2 + y^2)^{3/2}} y + \delta \frac{T}{m} v_y \\ \frac{dm}{dt} = -\delta |k| \end{cases}$$

- 20 donde $\{x, y, u, v, m\}$ es el vector de estado (x, y son los componentes del vector de posición mientras u, v son los del vector de velocidad; m es la masa real de la nave espacial), μ es el parámetro gravitacional del Sol, T es un nivel de impulso que puede ser alcanzado con un sistema de propulsión dado (maniobra continua) y δ es una función activo-inactivo que representa el estado del sistema de propulsión ($\delta=0$, la máquina está inactiva; $\delta=1$ la máquina está activa). $\{v_x, v_y\}$ es el vector unitario que indica la dirección de impulso. Dado un tiempo de salida hacia y un tiempo de llegada t_f de la nave espacial, sea también la función
- 25

$$J = t_f - t_0 = \int_{t_0}^{t_f} 1 dt$$

- 30 que tiene que ser minimizada (es decir, el tiempo de transferencia de ser minimizado); la correspondiente función Hamiltoniana asumirá la forma:

$$H = \lambda_x u + \lambda_y v + \lambda_u \left[-\frac{\mu}{(x^2 + y^2)^{3/2}} x + \delta \frac{T}{m} v_x \right] + \lambda_v \left[-\frac{\mu}{(x^2 + y^2)^{3/2}} y + \delta \frac{T}{m} v_y \right] - \lambda_m \delta |k| - 1$$

- 35 o en una forma más útil:

$$H = \lambda_x u + \lambda_y v + \lambda_u \left[-\frac{\mu}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}} x \right] + \lambda_v \left[-\frac{\mu}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}} y \right] + \delta \left[\frac{T}{m} (\lambda_u v_x + \lambda_v v_y) - |k| \right] - 1$$

en la cual $\{\lambda_x, \lambda_y, \lambda_u, \lambda_v, \lambda_m\}$ es el vector multiplicador de Lagrange (vector de co-estado). Apliquemos el principio máximo de Pontryagin. El control es óptimo si y sólo si:

5

$$\begin{cases} v_x = \frac{\lambda_u}{\sqrt{\lambda_u^2 + \lambda_v^2}} \\ v_y = \frac{\lambda_v}{\sqrt{\lambda_u^2 + \lambda_v^2}} \end{cases}$$

y

10

$$\delta = 1 \quad \text{si} \quad \left[\frac{T}{m} (\lambda_u v_x + \lambda_v v_y) - |k| \right] > 0$$

La primera condición establece que el vector de dirección de impulso $\{v_x, v_y\}$ tiene que estar alineado con el vector $\{\lambda_u, \lambda_v\}$, mientras la segunda condición da una indicación de si es conveniente activar el propulsor o no. En cuanto a las derivadas de co-estado, el principio máximo de Pontryagin establece que:

15

$$\begin{cases} \frac{d\lambda_x}{dt} = \frac{\mu}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}} [\lambda_u (2x^2 - y^2) + \lambda_v (3xy)] \\ \frac{d\lambda_y}{dt} = \frac{\mu}{(x^2 + y^2)^{\frac{5}{2}}} [\lambda_v (2y^2 - x^2) + \lambda_u (3xy)] \\ \frac{d\lambda_u}{dt} = -\lambda_x \\ \frac{d\lambda_v}{dt} = -\lambda_y \\ \frac{d\lambda_m}{dt} = \frac{T}{m^2} (\lambda_u v_x + \lambda_v v_y) \end{cases}$$

20 Si se respetan todas estas condiciones, el principio máximo de Pontryagin es satisfecho completamente, y la dirección óptima de impulso está dada analíticamente a través de las variables de co-estado λ_u, λ_v . El principal problema que afecta esta aproximación es que los valores iniciales $\{\lambda_x, \lambda_y, \lambda_u, \lambda_v, \lambda_m\}$ son desconocidos y no pueden ser estimados mediante consideración física; sólo es posible suponer el orden de magnitud de cada término, mirando la derivada correspondiente. Con mucho, existe un número limitado de vectores óptimos $\{\lambda_{x,0}, \lambda_{y,0}, \lambda_{u,0}, \lambda_{v,0}, \lambda_{m,0}\}$, que tienen que ser

25 investigados en $\mathfrak{R}^5$ (como en $\mathfrak{R}^7$ si la hipótesis de transferencias coplanares falla) permitiendo alcanzar las condiciones deseadas finales. Es claro que tal aproximación, aunque da una expresión analítica para la dirección y magnitud óptimas de impulso, parece bastante insatisfactoria debido a la dificultad para alcanzar las condiciones finales.

30 En lugar de ello, los métodos directos aplicados al cálculo de variación están basados en la aproximación del vector de estado y del costo funcional a través de representaciones de series. Una vez se ha elegido un conjunto apropiado de

funciones elementales para la representación de series, bajo hipótesis dadas pueden encontrarse los coeficientes desconocidos de las series, imponiendo la fijación de extremos de la función aproximada de costo. En otras palabras, el problema de análisis de extremos de una función respecto a un conjunto de funciones, es reducido al análisis de extremos de una función respecto a un conjunto de parámetros. La solución obtenida es en general una solución aproximada, a menos que el conjunto de parámetros sea un conjunto infinito.

En detalle, esta clase de métodos directos pretende reducir el problema de maximización (o minimización) de un funcional respecto a una función, al problema de maximización (o minimización) de una función respecto a un conjunto de variables, a través de representaciones de series, aunque, en general la solución obtenida es una solución aproximada, a menos que el conjunto de parámetros sea un conjunto infinito. Consideremos un problema diferencial unidimensional escrito en la forma $x=f(x,u,t)$, en el cual x es el vector de estado y u es el vector de control. También, sea $J(x)$ el funcional que va a ser maximizado o minimizado. Los métodos de aproximación de series están basados en la suposición de que una función $x=x(t)$ que hace máximo (o mínimo) un funcional $J(x)$ puede ser expandida en una serie de la forma:

$$x(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \psi_k(t)$$

y también

$$\dot{x}(t) = \sum_{k=0}^{\infty} a_k \dot{\psi}_k(t)$$

donde los a_k son coeficientes independientes de tiempo y $\psi_k(t)$ son funciones conocidas. Es claro que deben emplearse las formas truncadas de las expresiones previas:

$$x_n(t) = \sum_{k=0}^n a_k \psi_k(t)$$

$$\dot{x}_n(t) = \sum_{k=0}^n a_k \dot{\psi}_k(t)$$

Se asume que esta secuencia de funciones de aproximación es completa para funciones $x(t)$. Por definición, una secuencia de funciones de aproximación está completa bajo la siguiente condición: para todo $\varepsilon > 0$, existe un entero j tal que:

$$\min_{a_k's} \left[\max_{t \in [t_0, t_f]} |x_j(t) - x(t)| \right] < \varepsilon$$

La importancia de esta definición radica en el hecho de que

$$\min_x J(x) = \min_{a_k's} \left[\lim_{j \rightarrow \infty} J(x_j) \right]$$

si $J(x)$ es fuertemente continua y si la secuencia de funciones está completa. El funcional aproximado $J_n(x_n)$ asumirá la forma:

$$J_n(x_n) = \int_{t_0}^{t_f} L(x_n, \dot{x}_n, t) dt$$

Para resolver el problema de optimización, $J_n(x_n)$ tiene que ser estacionario respecto a cada uno de los a_k , esto es:

$$\frac{\partial J_n(x_n)}{\partial a_k} = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial L(x_n, \dot{x}_n, t)}{\partial a_k} dt$$

- 5 Una vez se han efectuado las integrales indicadas, el conjunto resultante de ecuaciones puede ser resuelto para puntos estacionarios, y aquellos puntos estacionarios que son máximos (o mínimos) relativos, pueden ser determinados a través de técnicas de búsqueda. El funcional $J_n(x_n)$ es expresado frecuentemente como sigue:

$$f = \sum_{j=0}^m \sum_{i=0}^m b_{ij} x_{in} \dot{x}_{jn}$$

- 10 Además, las técnicas de búsqueda están basadas en procedimientos numéricos para evaluar la solución óptima, partiendo de la evaluación aproximada de la función de costo. Una vez se obtiene tal aproximación, se busca entonces en un dominio dado el conjunto de variables que maximizan (o minimizan) la función de costos; por ello, tales métodos son también definidos como "técnicas de búsqueda". La función puede ser dada analíticamente o puede ser determinada experimentalmente; puede exhibir o no discontinuidades, y puede haber ecuaciones de restricción que limitan los argumentos de la medida de desempeño. En el último caso, el problema es llamado problema de "la programación no lineal". Entre las técnicas de búsqueda de máximo (o mínimo), vale la pena mencionar métodos basados en gradiente, búsqueda univariada y búsqueda no secuencial.

- 20 Además, los algoritmos genéticos son técnicas de búsqueda usadas para encontrar soluciones exactas o aproximadas para problemas de optimización y búsqueda. Ellos pertenecen a la amplia clase de algoritmos de evolución, que usan estructuras teóricas inspiradas por la biología de la evolución, tales como herencia, mutación, selección y cruzamiento. Varios conjuntos que consisten en dos o más parámetros de control, llamados cromosomas, son elegidos para resolver problemas de optimización; una vez se han construido los cromosomas, tiene lugar una "combinación" entre cromosomas, y a través del cruzamiento se generan nuevos cromosomas (cría) esperanzadoramente cercanos a la solución deseada. El cruzamiento ocurre de acuerdo con reglas dadas. El proceso total es entonces repetido hasta que no se obtienen mejoras significativas; de este modo, el algoritmo encuentra la solución óptima.

- 25 Todas las técnicas de optimización descritas previamente son afectadas por limitaciones intrínsecas, que ligan su pertinencia a un problema dado o su eficiencia en el hallazgo de una solución.

- 30 Además, el Solicitante ha notado que el "problema de frontera de dos puntos" aplicado a transferencias de naves espaciales, no sólo a las interplanetarias, ha probado ser más complejo que lo que se pensaba (este resultado será descrito abajo), y esto afecta fuertemente la validez de cada método descrito previamente.

- 35 En cuanto a los métodos indirectos, aunque se satisfacen algunas restricciones analíticas a la optimización, no existe forma de establecer a priori el valor de los multiplicadores iniciales de Lagrange que permitan encontrar las condiciones de frontera. Un análisis tridimensional del problema óptimo de dos puntos requeriría seis multiplicadores para el vector de estado de la nave espacial, más uno correspondiente a su masa. Además, si el tiempo inicial es un parámetro para optimización, también tiene que considerarse el instante inicial al comienzo de la misión. Respecto al momento inicial, puede ser importante subrayar que, cuando se consideran transferencias interplanetarias, especialmente cuando están bajo análisis transferencias entre planetas interiores, la elección del momento inicial t_0 juega un papel fundamental en la planeación de la misión, puesto que el tiempo regula la posición mutua entre el punto inicial y el objetivo. Si no se elige adecuadamente la posición mutua, la misión espacial podría también fallar.

- 45 Por esto, en cuanto a los métodos indirectos, en el análisis de optimización pueden incluirse hasta ocho variables para la optimización, y esto conduce a un gran gasto de tiempo computacional.

- 50 En cuanto a los métodos directos aplicados al cálculo de variaciones, es bastante difícil obtener una expresión analítica para el error inducido por el procedimiento previamente descrito, por ello es difícil estimar si la aproximación de la función de costo es convergente o no, de modo que es difícil entender si la solución aproximada se ajusta al comportamiento real de la solución óptima. Además, el análisis de problemas con N dimensiones, tal como una transferencia interplanetaria, requiere un amplio número de integraciones y coeficientes, pero todos estos esfuerzos podrían no ser suficientes por sí mismos para asegurar una representación satisfactoria de la funcional de costo, debido a la dependencia cruzada de cada variable en el vector de estado.

55

Otra limitación que afecta esta clase de métodos es que la funcional de costo, así como los componentes del vector de estado, tienen que ser continuos en el dominio de integración. Los problemas que involucran cambios instantáneos en el vector de estado, por ejemplo el cambio del marco de referencia durante una transferencia interplanetaria o la pérdida de una etapa cuando se analiza una trayectoria del lanzador, no pueden ser aproximados de manera confiable a través de estos métodos.

Los métodos de gradiente están basados en la determinación del gradiente de la función de costo a través de varias evaluaciones de la función en sí misma, respecto a los parámetros dados; cuanto mejor sea el conocimiento del gradiente de la función, mayor es la probabilidad de encontrar un mínimo (o máximo) en el dominio de búsqueda. Pueden obtenerse rápidamente mínimos locales si la función de costo es suave respecto a los parámetros elegidos; aún problemas tales como evaluación de trayectoria de naves espaciales están caracterizados por la funcional de costo que es notablemente irregular, como se demuestra a continuación. Por ello, las técnicas de búsqueda basadas en gradiente podrían no ser confiables cuando consideran este tipo de problemas.

Los métodos de búsqueda univariada son bastante simples y fáciles de ser ejecutados. Tales métodos han sido usados, por ejemplo, por todos los que han tenido ocasión de afinar un circuito eléctrico mediante el ajuste de varios parámetros. Primero, se ajusta un parámetro hasta que no se gana mejora adicional; entonces se afina otro parámetro hasta que no resulta mejora adicional, y así sucesivamente. Después de que cada parámetro ha sido ajustado una vez, se repite el proceso volviendo al primer parámetro y procedimientos como se describió antes. Bajo la hipótesis no plausible de que los parámetros no interactúan uno con otro, este procedimiento conduce a la configuración óptima deseada. La dependencia cruzada entre las variables afecta fuertemente los campos de aplicación de este procedimiento.

La búsqueda no secuencial es conducida sobre puntos separados de manera uniforme en una región de un espacio Euclidiano conectada de manera simple. A cada una de las coordenadas x_i se asigna un conjunto de puntos separados de manera uniforme, llamados puntos de la cuadrícula, y se usan sólo los valores de x_i en estos puntos de la cuadrícula. Se evalúa entonces la función de costo para todas las combinaciones posibles de los puntos de cuadrícula, y se considera ganador el valor de cuadrícula del vector x que conduce al mejor $f(x)$. La separación de la cuadrícula tiene que ser elegida de acuerdo con ello por el investigador; en cuanto al número de puntos de datos requeridos, si a cada coordenada x_i se asignan k puntos separados, el número total de datos es k^n , donde n es el número de entradas en x . Las técnicas de búsqueda no secuencial no requieren suposiciones respecto a lo abrupto de los cambios en el vector de estado y en el funcional de costo, pero el gran número de evaluaciones requeridas los hace bastante ineficientes.

Consideremos ahora el Problema de Frontera de Dos Puntos, y asumamos que el tiempo total de transferencia es el funcional que va a ser minimizado. Una técnica general usada para resolver el problema de dos puntos es minimizar una

$$\tilde{J}(t_f, r_{\text{objetivo}}, V_{\text{objetivo}}, \gamma_f) = \sqrt{\left[\frac{(r_f - r_{\text{objetivo}})}{\delta r}\right]^2 + \left[\frac{(V_f - V_{\text{objetivo}})}{\delta V}\right]^2} + \left[\frac{(\gamma_f)}{\delta \gamma}\right]^2 + \left[\frac{t_f}{t_{\text{ref}}}\right]$$

función de costo aumentada $\tilde{J}$, la cual es una combinación ponderada del funcional de costo en sí mismo más la norma del error evaluado en las fronteras:

donde $(r_f - r_{\text{objetivo}})$ es una diferencia entre el vector de posición final de la nave espacial y el vector de posición objetivo, $(V_f - V_{\text{objetivo}})$ es una diferencia entre el vector de velocidad final de la nave espacial y el vector de velocidad objetivo, y γ_f es el ángulo de vuelo, el cual tiene que ser cercano a cero de modo que la trayectoria de transferencia de la nave espacial es finalmente tangente a la órbita objetivo en el encuentro. Los coeficientes δ_r , δ_V , δ_γ representan tolerancias, así como t_{ref} , que han sido introducidas para hacer homogéneo el funcional. Tal funcional de costo es útil para incrementar la probabilidad de convergencia hacia la solución óptima, con las restricciones de frontera dadas. El problema que surge es que ésta clase de función muestra dos tendencias distintas, lo cual dificulta mucho el hallazgo de la solución óptima.

En particular, esta clase de función muestra una tendencia suave, macroscópica y un comportamiento irregular, microscópico como se muestra en la figura 1 y en la figura 2, respectivamente.

En detalle, la figura 1 muestra un ejemplo de la tendencia macroscópica de la función de costo aumentada $\tilde{J}$, la cual parece suave en amplias regiones del espacio, mientras que la figura 2 muestra un ejemplo de la tendencia microscópica de la función de costo aumentada $\tilde{J}$, en donde la región cercana al origen está atiborrada de un sorprendente número de picos y valles.

Esto representa una prueba de que el Problema de Frontera de Dos Puntos es frecuentemente mucho más difícil de lo que se pensaba, y que la convergencia hacia la solución óptima verdadera es un evento extremadamente improbable, por lo menos a través de los algoritmos conocidos de optimización escritos arriba.

5 OBJETIVO Y RESUMEN DE LA INVENCION

El Solicitante ha llevado a cabo un profundo estudio con objeto de investigar la posibilidad de desarrollar un método computacional barato y eficiente, para determinar de manera confiable trayectorias óptimas de transferencia para naves espaciales.

El objetivo de la presente invención es entonces suministrar un método para la determinación de trayectorias óptimas de transferencia para naves espaciales, el cual permita resolver los problemas descritos previamente de las técnicas conocidas y sortear los obstáculos que hacen ineficientes los algoritmos conocidos.

Este objetivo es alcanzado por la presente invención, en que ella se relaciona con un método para la determinación de una trayectoria óptima para una transferencia de una nave espacial, un programa de software que incluye porciones de código de software para la realización, cuando es corrido, de dicho método, un producto de programa de software que incluye un medio que puede ser leído por computador, que tiene dicho programa de software almacenado en él, un procesador electrónico configurado para realizar dicho método, y una nave espacial que incluye un procesador electrónico configurado para realizar dicho método, como se define en las reivindicaciones anexas.

En particular, la presente invención se relaciona con un método para la determinación de una trayectoria para una transferencia de una nave espacial, por ejemplo un vehículo espacial, un cohete, un transbordador espacial, etc., desde un cuerpo espacial de partida hasta un cuerpo espacial objetivo, respecto a un cuerpo espacial central dado, donde la trayectoria determinada es óptima respecto a un requerimiento dado de la misión espacial, que va a ser satisfecho por la transferencia de la nave espacial; donde el método incluye:

- suministro, de acuerdo con el principio máximo de Pontryagin, de un modelo físico-matemático relacionado con cantidades del modelo y cantidades físicas que representan la transferencia de la nave espacial, respecto al cuerpo espacial central dado, donde las cantidades del modelo incluyen una primera cantidad vector del modelo y una segunda cantidad vector del modelo, donde la primera cantidad vector del modelo tiene un primer módulo que cambia a lo largo del tiempo y una primera orientación espacial que cambia a lo largo del tiempo, y está definida por un primer ángulo de longitud que cambia a lo largo del tiempo y por un primer ángulo de elevación que cambia a lo largo del tiempo, donde la primera cantidad vector del modelo representa, momento a momento, una dirección óptima respectiva de impulso de la nave espacial respecto al requerimiento dado de la misión espacial, donde la segunda cantidad vector del modelo tiene un segundo módulo que cambia a lo largo del tiempo y una segunda orientación espacial que cambia a lo largo del tiempo, y está definida por un segundo ángulo de longitud que cambia a lo largo del tiempo y por un segundo ángulo de elevación que cambia lo largo del tiempo, donde la segunda cantidad vector del modelo representa, momento a momento, una evolución en el tiempo de la primera cantidad vector del modelo;

- ajuste, en el modelo físico-matemático, de las condiciones de frontera iniciales y finales, donde las condiciones de frontera iniciales son tales que, en un tiempo inicial de la transferencia, la posición y velocidad de la nave espacial son cercanas a la posición y velocidad, respectivamente, del cuerpo espacial de partida, donde las condiciones de frontera finales son tales que, en un tiempo final de la transferencia, la posición y velocidad de la nave espacial son cercanas a la posición y velocidad, respectivamente, del cuerpo espacial objetivo;

- ajuste, en el modelo físico-matemático, de las primeras condiciones tales que el segundo módulo está relacionado con el primer módulo a través de una cantidad relacionada con la velocidad angular, que depende del cuerpo espacial central dado;

- ajuste, en el modelo físico-matemático, de las segundas condiciones tales que un ángulo específico de longitud, entre el primer ángulo de longitud y el segundo ángulo de longitud, y un ángulo específico de elevación, entre el primer ángulo de elevación y el segundo ángulo de elevación, son independientes uno de otro;

- consideración de los primeros tiempos iniciales incluidos en un rango dado de tiempo, primeros valores de longitud del ángulo específico de longitud incluidos en un rango dado de longitud, y primeros valores de elevación del ángulo específico de elevación incluidos en un rango dado de elevación; y

- determinación de una trayectoria para la transferencia de la nave espacial sobre la base del modelo físico-matemático, de los primeros tiempos iniciales considerados, de los primeros valores de longitud considerados, y de los primeros valores de elevación considerados.

Preferiblemente, la determinación de una trayectoria para la transferencia de la nave espacial sobre la base de un modelo físico-matemático, de los primeros tiempos iniciales considerados, de los primeros valores de longitud considerados, y de los primeros valores de elevación considerados, incluye:

- 5
- computación de los valores de una función dada de costo, relacionada con el requerimiento dado de la misión espacial, donde los valores de la función dada de costo son computados con base en los primeros tiempos iniciales considerados, en los primeros valores de longitud considerados y en los primeros valores de elevación considerados;
- 10
- determinación de una función aproximada de costo con base en los valores computados de la función dada de costo;
- computación de valores de la función aproximada de costo basados en los primeros tiempos iniciales considerados, en los primeros valores de longitud considerados y en los primeros valores de elevación considerados;
- 15
- identificación, entre los valores computados de la función aproximada de costo, de un valor extremo de la función aproximada de costo, y, entre los primeros tiempos iniciales considerados, entre los primeros valores de longitud considerados, y entre los primeros valores de elevación considerados, de un tiempo inicial óptimo, un valor óptimo de longitud, y un valor óptimo de elevación, respectivamente, con base en los cuales se ha computado el valor extremo de la función aproximada de costo; y
- 20
- determinación de una trayectoria para la transferencia de la nave espacial sobre la base del modelo físico-matemático, del tiempo inicial óptimo identificado, del valor óptimo de longitud identificado, y del valor óptimo de elevación identificado.
- 25
- Más preferiblemente, el método de acuerdo con la presente invención incluye además:
 - si la trayectoria determinada sobre la base del modelo físico-matemático, de los primeros tiempos iniciales considerados, de los primeros valores de longitud considerados, y de los primeros valores de elevación considerados, no satisface las condiciones iniciales de frontera y las condiciones finales de frontera con una tolerancia preestablecida,
- 30
- selección de un sub-rango de tiempo sobre la base del rango dado de tiempo y del tiempo inicial óptimo identificado,
- selección de un sub-rango de longitud sobre la base del rango dado de longitud y del valor óptimo de longitud identificado,
- 35
- selección de un sub-rango de elevación sobre la base del rango dado de elevación y del valor óptimo de elevación identificado,
- 40
- consideración de los segundos tiempos iniciales incluidos en el sub-rango de tiempo seleccionado, segundos valores de longitud del ángulo específico de longitud incluidos en el sub-rango de longitud seleccionado, y segundos valores de elevación del ángulo específico de elevación incluidos en el sub-rango de elevación seleccionado, y
- 45
- determinación de la trayectoria para la transferencia de la nave espacial sobre la base del modelo físico-matemático, de los segundos tiempos iniciales considerados, de los segundos valores de longitud considerados, y de los segundos valores de elevación considerados.
- En particular, la selección de un sub-rango de tiempo sobre la base del rango dado de tiempo y del tiempo inicial óptimo identificado incluye:
- 50
- selección de un sub-rango de tiempo, el cual está incluido en el rango dado el tiempo, tiene una extensión más pequeña que una extensión del rango dado el tiempo, y está centrado en el tiempo inicial óptimo identificado.
- Además, la selección de un sub-rango de longitud sobre la base del rango dado de longitud y del valor óptimo de longitud identificado, incluye:
- 55
- selección de un sub-rango de longitud el cual está incluido en el rango dado de longitud, tiene una extensión más pequeña que una extensión del rango dado de longitud, y está centrado en el valor óptimo de longitud identificado.
- Además, la selección de un sub-rango de elevación sobre la base del rango dado de elevación y del segundo valor de elevación identificado, incluye:
- 60

-selección de un sub-rango de elevación el cual está incluido en el rango dado de elevación, tiene una extensión más pequeña que una extensión que el rango dado de elevación, y está centrado en el valor óptimo de elevación identificado.

5 De modo conveniente, el método de acuerdo con la presente invención incluye además:

10 • si la trayectoria determinada sobre la base del modelo físico-matemático, de los segundos tiempos iniciales considerados, de los segundos valores de longitud considerados, y de los segundos valores de elevación considerados, no satisface las condiciones de frontera inicial y las condiciones de frontera final, con la tolerancia establecida, repetición de

-selección de un nuevo sub-rango de tiempo sobre la base de un rango de sub-rangos de tiempo previamente seleccionado y de un tiempo inicial óptimo previamente identificado,

15 -selección de un nuevo sub-rango de longitud sobre la base de un sub-rango de longitud previamente seleccionado y de un valor óptimo de longitud previamente identificado,

20 -selección de un nuevo sub-rango de elevación sobre la base de un sub-rango de elevación previamente seleccionado y de un valor óptimo de elevación previamente identificado,

- consideración de nuevos tiempos iniciales incluidos en el nuevo sub-rango de tiempo seleccionado, nuevos valores de longitud del ángulo específico de longitud incluidos en el nuevo sub-rango de longitud seleccionado, y nuevos valores de elevación del ángulo específico de elevación incluido en el nuevo sub-rango de elevación seleccionado, y

25 - determinación de la trayectoria para la transferencia de la nave espacial, sobre la base del modelo físico-matemático, de los nuevos tiempos iniciales considerados, de los nuevos valores de longitud considerados, y de los nuevos valores de elevación considerados; y

30 • detención de la repetición si la trayectoria determinada sobre la base del modelo físico-matemático, de los nuevos tiempos iniciales considerados, de los nuevos valores de longitud considerados, y de los nuevos valores de elevación considerados satisface las condiciones de frontera inicial y las condiciones de frontera final, con la tolerancia preestablecida.

35 **BREVE DESCRIPCIÓN DE LOS DIBUJOS**

Para un mejor entendimiento de la presente invención, con referencia a los dibujos anexos (ninguno de ellos a escala), se describirán ahora realizaciones preferidas que son propuestas únicamente a modo de ejemplo y no están para ser interpretadas como limitantes, en donde:

40 • La figura 1 muestra la tendencia macroscópica de una función de costo aumentada, que va a ser minimizada para resolver el Problema de Frontera de Dos Puntos;

• La figura 2 muestra la tendencia microscópica de la función de costo aumentada en la figura 1;

45 • La figura 3 muestra un diagrama de flujo de un método para la determinación de trayectorias óptimas de transferencia para naves espaciales, de acuerdo con una realización preferida de la presente invención;

50 • La figura 4 muestra una primera malla de búsqueda construida para determinar una trayectoria de transferencia Tierra-Marte óptima, de acuerdo con el método de la figura 3;

• La figura 5 muestra una segunda malla de búsqueda construida para determinar la trayectoria de transferencia Tierra-Marte óptima, de acuerdo con el método de la figura 3;

55 • La figura 6 muestra la segunda malla de búsqueda de la figura 5 junto con una tercera malla de búsqueda construida para determinar la trayectoria de transferencia Tierra-Marte óptima, de acuerdo con el método de la figura 3; y

• La figura 7 muestra la trayectoria de transferencia Tierra-Marte óptima determinada de acuerdo con el método de la figura 3.

60 **DESCRIPCIÓN DETALLADA DE REALIZACIONES PREFERIDAS DE LA INVENCION**

La siguiente discusión es presentada para facilitar a una persona diestra en la técnica, el hacer y usar la invención. Para aquellos diestros en la técnica, serán fácilmente evidentes varias modificaciones de las realizaciones, sin apartarse del alcance de la presente invención, como se reivindica. Así, no se pretende que la presente invención esté limitada a las realizaciones mostradas, sino que está de acuerdo con el más amplio alcance consistente con los principios y rasgos divulgados aquí y definidos en las reivindicaciones anexas.

Además, la presente invención es ejecutada por medio de un programa de software, que puede ser cargado en una memoria de un procesador electrónico, e incluye porciones del código de software para la realización, cuando el programa de software es corrido por el procesador electrónico, del método para la determinación de trayectorias óptimas de transferencia para naves espaciales descrito aquí a continuación.

La presente invención se relaciona con un método adaptativo de disparo múltiple, es decir algoritmo, para resolver el denominado "Problema de Frontera de Dos Puntos" aplicado a trayectorias de transferencia de naves espaciales. Tal método, tomando en cuenta todos los esfuerzos previos para resolver problemas relacionados con optimización de trayectorias espaciales, permite calcular una dirección de impulso necesaria para encontrar condiciones de frontera, minimizando una función de costo dada, de acuerdo con un sistema de propulsión dado.

El solicitante ha notado que la función de costos aumentada previamente descrita $\tilde{J}$ tiene una forma que requiere un algoritmo de búsqueda que no esté basado en la evaluación de gradiente típica de los métodos directos, ni en una expansión de series de la funcional, como en los métodos directos aplicados al cálculo de variaciones.

El algoritmo de acuerdo con la presente invención, explota con la invención diferentes aspectos de los métodos directos e indirectos previamente descritos, más una capacidad innovadora de adaptación de la búsqueda de los máximos (o mínimos) de acuerdo a la forma de la función de costo. El algoritmo de acuerdo con la presente invención puede estar incluido en la amplia familia de algoritmos de búsqueda factorial no secuencial, puesto que incluye una evaluación de la funcional de costo basada en la prueba de todas las combinaciones posibles de un conjunto dado de parámetros, que varían en intervalos adecuados. El conjunto dado de parámetros está representado por valores iniciales de los multiplicadores de Lagrange, elegidos de acuerdo al principio máximo de Pontryagin y a las condiciones de transversalidad. Esta elección asegura que se satisfacen las condiciones necesarias para la optimización, en efecto, de otro modo, no sería posible asegurar que es óptima una solución del problema de frontera de dos puntos. Tal aproximación es realmente nueva.

Además, se determinan regiones iniciales de búsqueda de un conjunto de partida de los multiplicadores de Lagrange, a través de consideraciones analíticas innovadoras desarrolladas por los inventores.

Después de cada iteración, esto es después de haber intentado todas las combinaciones posibles de los valores iniciales de los multiplicadores de Lagrange, sólo uno de ellos es elegido ganador; los otros son almacenados en matrices junto con la correspondiente función de costo y la evolución en tiempo de los vectores de estado. Puesto que el dominio de búsqueda puede ser restringido por consideraciones analíticas, una sola iteración conduce a una solución sub-óptima que está cercana a la mejor que puede ser obtenida. Si se requieren iteraciones adicionales, se utilizan los datos previamente almacenados para generar una expansión de series de los vectores de estado, cuyos coeficientes dependen solamente de la elección inicial de los multiplicadores de Lagrange. Mediante la imposición de condiciones dadas de frontera, es posible obtener un nuevo conjunto de valores iniciales que se ajustan de mejor manera a las condiciones de frontera y satisfacen al mismo tiempo las condiciones de optimización. Existe una diferencia fundamental entre la aproximación de la presente invención y los métodos directos conocidos aplicados al cálculo de variación. En los métodos directos conocidos, los coeficientes de la expansión de series de vectores de estado tienen que satisfacer condiciones de optimización más las condiciones de frontera; los coeficientes de expansión de series en el algoritmo de acuerdo con la presente invención, tienen que satisfacer solamente las condiciones de frontera, puesto que las condiciones de optimización establecidas por el principio máximo de Pontryagin, son fácilmente satisfechas. Una vez se ha hallado una solución candidata, se modifica el tamaño del dominio de búsqueda y se aumenta el grosor de la distribución de nodo alrededor de tal conjunto candidato. De acuerdo con ello, la adaptabilidad de los algoritmos en sí mismos para modificar el tamaño de las fronteras de área de búsqueda, y la capacidad de auto-ajustar la distribución nodal alrededor de un conjunto candidato de multiplicadores iniciales de Lagrange, es un aspecto innovador adicional de los algoritmos. Después de un pequeño número de iteraciones, se obtiene una solución óptima.

Con objeto de describir más en detalle la presente invención, la figura 3 muestra un diagrama de flujo con un método para la determinación de trayectorias óptimas de transferencia para naves espaciales, de acuerdo con una realización preferida de la presente invención.

En particular, como se muestra en la figura 3, el método 10 incluye:

• Inicio (bloque 11);

- 5 • suministro de un modelo físico-matemático y ajuste de las Condiciones de Frontera (bloque 12);
 • reducción de los grados de libertad (bloque 13);
 • construcción de una malla de búsqueda para cada multiplicador de Lagrange (bloque 14);
 • una búsqueda multifactorial (bloque 15);
 • determinación de una expresión aproximada de una función aumentada de costo (bloque 16);
- 10 • analizar si una solución encontrada está dentro de las tolerancias (bloque 17);
 • si la solución encontrada no está dentro de las tolerancias (situación representada en la figura 3, por una primera flecha marcada con "NO"), reducción de los intervalos de búsqueda (bloque 18); y,
 • si la solución encontrada está dentro de las tolerancias (situación representada en la figura 3, por una segunda flecha marcada con "SI"), terminación (bloque 19).

15 A continuación se describirán en detalle a través de un ejemplo los pasos previamente listados del método 10, esto es un tiempo mínimo, transferencia interplanetaria Tierra-Marte con un sistema de propulsión de bajo impulso (es decir un sistema de impulso de ion) para el cual se determina una trayectoria óptima, sobre la base del método 10.

20 En detalle, en cuanto se refiere al suministro de un modelo físico-matemático y ajuste de condiciones de frontera (bloque 12), dado un marco de referencia xyzO con el eje x hacia el punto Aries, el eje y en el plano Eclíptico y el eje z orientado para formar un marco de referencia orientado hacia la derecha, las ecuaciones diferenciales de movimiento serán escritas como sigue:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = u \\ \frac{dy}{dt} = v \\ \frac{dz}{dt} = w \\ \frac{du}{dt} = -\frac{\mu}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} x + \delta \frac{T}{m} v_x \\ \frac{dv}{dt} = -\frac{\mu}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} y + \delta \frac{T}{m} v_y \\ \frac{dw}{dt} = -\frac{\mu}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}} z + \delta \frac{T}{m} v_z \\ \frac{dm}{dt} = -\delta k \end{cases}$$

25 donde la notación empleada aquí es análoga a aquella del sistema bidimensional de ecuaciones descrito previamente. En cuanto se refiere a las condiciones de frontera, asumamos que en un instante t_0 la nave espacial está saliendo de la esfera de influencia de la Tierra, y en un instante no especificado t_f ella entra en la de Marte (se asume que los vectores de posición y velocidad de la nave espacial son cercanos a aquellos de los planetas en el marco de referencia dado):

$$t = t_0 \begin{cases} r = r_{\text{tierra}} \\ V = V_{\text{tierra}} \end{cases} ; \quad t = t_f \begin{cases} r = r_{\text{Marte}} \\ V = V_{\text{Marte}} \end{cases} ;$$

35 donde $r=\{x;y;z\}$ es el vector de posición de la nave espacial y $V=\{u;v;w\}$ es el vector de velocidad de la nave espacial.

En cuanto se refiere al momento inicial t_0 , asumamos que la solución óptima debe ser encontrada dentro de un intervalo dado de un momento inicial a $L_{t_{0,1};t_{0,2}-J}$; puesto que el instante final t_f no está determinado, y el problema de tiempo mínimo está bajo análisis, debe añadirse la condición de transversalidad

$$H = 1$$

Además, debe considerarse la siguiente condición de transversalidad

$$\lambda_x \delta x + \lambda_y \delta y + \lambda_z \delta z + \lambda_u \delta u + \lambda_v \delta v + \lambda_w \delta w + \lambda_m \delta m = 0$$

Además, en cuanto se refiere a la reducción de grados de libertad (bloque 13), como se estableció previamente, el conjunto de multiplicadores de Lagrange podría ser potencialmente buscado en $\mathcal{R}^8$ pero esto tomaría una gran cantidad de tiempo antes de obtener una solución satisfactoria. La eficiencia de los algoritmos de acuerdo con la presente invención radica también en la elección de la región de búsqueda inicial: cuanto mejor es esta elección, más pequeño es el tiempo requerido antes de que haya convergencia del algoritmo.

En particular, a continuación se describen exhaustivamente lineamientos para reducir el dominio de búsqueda y la complejidad del problema.

En detalle, sean λ_r , λ_v los vectores $\{\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z\}$ y $\{\lambda_u, \lambda_v, \lambda_w\}$ respectivamente, y $\|\lambda_r\|$, $\|\lambda_v\|$ sus módulos. Puesto que la función Hamiltoniana es proporcional a un valor constante arbitrario, siempre es posible elegir tal parámetro de modo que $\|\lambda_r\|$ o $\|\lambda_v\|$ tiene un valor dado. Asumamos que:

$$\|\lambda_v\| = \frac{m}{T}$$

Manipulando las expresiones de las derivadas de los multiplicadores de Lagrange, de acuerdo con el principio máximo de Pontryagin, es posible probar que:

$$\left\| \frac{d\lambda_v}{dt} \right\| \approx \sqrt{\frac{\mu}{(x^2 + y^2)^2}} \cdot \|\lambda_v\|$$

Recordando que

$$\frac{d\lambda_v}{dt} = -\lambda_r$$

se tiene:

$$\|\lambda_r\| \approx \sqrt{\frac{\mu}{(x^2 + y^2)^2}} \cdot \|\lambda_v\|$$

Esta expresión es realmente significativa, puesto que ella establece que $\|\lambda_r\|$, $\|\lambda_v\|$ están relacionados mutuamente, y esto reduce las fronteras de los dominios de búsqueda. Antes del descubrimiento de esta relación, los órdenes de magnitud de $\|\lambda_r\|$, $\|\lambda_v\|$ eran asumidos como independientes uno de otro, conduciendo a un incremento de los radios del dominio de búsqueda y de manera consecuente a una "explosión" del tiempo requerido para la convergencia: a través de tal expresión, se fija el radio del dominio de búsqueda, y sólo tiene que determinarse la dirección. La relación de arriba

establece simplemente que la relación $\frac{\|\lambda_r\|}{\|\lambda_v\|}$ es tan grande como el término $\frac{\|f\|}{\|V\|}$ siendo $\|f\|$ el módulo de la aceleración y $\|V\|$ la magnitud del vector de velocidad.

5 En particular, la relación establece que $\|\lambda_r\|, \|\lambda_v\|$ están relacionados mutuamente a través de una cantidad relacionada con la velocidad angular, la cual representa una velocidad angular de una órbita alrededor del Sol y depende del parámetro gravitacional del Sol (μ).

10 De modo similar, para una transferencia Tierra-Luna, una relación análoga establece que $\|\lambda_r\|, \|\lambda_v\|$ están relacionados mutuamente a través de una cantidad relacionada con la velocidad angular, la cual representa una velocidad angular de una órbita alrededor de la Tierra y depende del parámetro gravitacional de la Tierra.

15 Una vez se ha establecido la magnitud de $\|\lambda_r\|, \|\lambda_v\|$, los únicos parámetros que se dejan para determinar son la orientación en el espacio de los vectores $\|\lambda_r\|, \|\lambda_v\|$. Sean Φ_r, Φ_v y ϑ_r, ϑ_v la longitud y la elevación de $\|\lambda_r\|, \|\lambda_v\|$ respectivamente. Por ello, se añaden las siguientes condiciones:

$$\phi_r, \phi_v \in [0; 2\pi]$$

$$\vartheta_r, \vartheta_v \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$$

20 Estos cuatro ángulos son las únicas variables para ser determinadas, para asegurar que se respetan las condiciones de frontera, y ellas no son realmente independientes una de otra, puesto que las condiciones de transversalidad están aún por ser halladas.

Recordemos la condición de transversalidad:

$$\lambda_x \delta x + \lambda_y \delta y + \lambda_z \delta z + \lambda_u \delta u + \lambda_v \delta v + \lambda_w \delta w + \lambda_m \delta m = 0$$

25 Es importante notar que la masa inicial de la nave espacial es fija, por ello $\delta m = 0$. Además, las cantidades variadas $\delta x, \delta y, \delta z$ no son independientes una de otra, sino que son proporcionales al vector de velocidad de la nave espacial V . De una manera análoga, las cantidades variadas $\delta u, \delta v, \delta w$ son proporcionales a la aceleración gravitacional $-\frac{\mu}{r^3} r$. Estas consideraciones conducen a las siguientes relaciones:

30

$$\lambda_r \cdot V = 0$$

$$\lambda_v \cdot \left(-\frac{\mu}{r^3} r\right) = 0$$

35 de modo que sólo una pareja de los cuatro ángulos $\Phi_r, \vartheta_r, \Phi_v, \vartheta_v$ son realmente independientes. En este punto, también el valor inicial de λ_m puede ser evaluado. En cuanto se refiere a la función Hamiltoniana, se tiene:

$$H = \lambda_r \cdot V + \lambda_v \cdot f + \lambda_m \cdot \dot{m} = 1,$$

40 mientras que, de acuerdo con la condición de transversalidad, ella debe ser $\lambda_r \cdot V = 0, \lambda_v \cdot f = 0$, en donde f es el vector de aceleración de la nave espacial. Por ello:

$$\lambda_m = \frac{1}{m} \left[1 - \|\lambda_v\| \frac{T}{m} \right]$$

el cual da el valor analítico de los multiplicadores de Lagrange relacionados con el consumo de agente propelente.

- 5 A través de estas consideraciones, ha sido posible ligar la región de búsqueda de $\mathcal{R}^8$ a un sub-espacio en $\mathcal{R}^3$ donde sólo el instante inicial y una pareja de ángulos son los parámetros realmente independientes; además, tal sub-espacio tiene un radio ligado, puesto que el rango de tiempo puede ser establecido a través de los requerimientos de la misión y los rangos de ángulos entre $[0; 2\pi]$ (longitud $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$) o (elevación). Éste algoritmo puede ser aplicado también para determinar la trayectoria que permite ahorrar la mayor cantidad de agente propelente; la reducción de los grados de libertad (bloque 13) descrita arriba es válida aún, incluso si cambian levemente las condiciones de transversalidad.

Una vez se han determinado los intervalos de búsqueda, es posible transformar tales intervalos en unos discretos.

- 15 Entonces, en cuanto se refiere a una malla de búsqueda para cada multiplicador de Lagrange (bloque 14), cada rango es dividido por un nodo de distribución; el número de nodos es elegido de acuerdo con desempeños en el computador y un número de parámetros que van a ser determinados (cuanto mayor es el número de nodos y parámetros, mayor es el tiempo necesario para encontrar el mínimo local); el número de combinaciones posibles es igual a N^I , donde N es el número de los nodos para cada distribución e I es el número de parámetros que van a ser determinados. En cuanto se refiere a la primera iteración, las distribuciones nodales están espaciadas igualmente, puesto que no hay disponible información acerca de la tendencia macroscópica del funcional (respecto a un parámetro dado).

- 25 La figura 4 muestra una primera malla de búsqueda construida para determinar la trayectoria óptima de transferencia Tierra-Marte, de acuerdo con dicho método 10. En la figura 4 cada punto de la malla mostrada corresponde a una combinación respectiva de los multiplicadores de Lagrange.

- Las mismas consideraciones pueden ser aplicadas para determinar el instante inicial óptimo, si se requiere: de acuerdo con el sistema dado de propulsión y la masa de la nave espacial, podría no haber oportunidades para ejecutar la misión interplanetaria óptima si no se ha elegido correctamente la posición mutua del punto inicial y el objetivo.

- 30 El algoritmo busca una solución aproximada subóptima, fácilmente obtenible, integrando un conjunto simplificado de ecuaciones, bajo la hipótesis de que las órbitas de la Tierra y Marte son coplanares (movimiento bi-dimensional):

$$t = t_f \begin{cases} \|x\| = \|x_{\text{Marte}}\| \\ \|v\| = \|v_{\text{Marte}}\| \\ \gamma = 0 \end{cases} ;$$

- 35 Asumiendo esto, se reducen adicionalmente los grados de libertad, permitiendo establecer rápidamente si la solución existe o no.

- 40 Entonces, en cuanto se refiere a la búsqueda multifactorial (bloque 15), la función de costo es evaluada para cada combinación diferente de los valores iniciales de co-estado; el valor mínimo funcional y la correspondiente combinación de multiplicadores de Lagrange son almacenados, junto con el vector de estado obtenido al final de la propagación. Esta parte requiere la cantidad más grande de tiempo de acuerdo con el número de nodos en la malla. Sea $\{\lambda_{i,0}\}$ el vector de multiplicadores que da el valor mínimo de la función de costo, entre todas las combinaciones posibles.

- 45 La figura 5 muestra una segunda malla de búsqueda construida para determinar la trayectoria de transferencia óptima Tierra-Marte, de acuerdo con dicho método 10. Un círculo blanco mostrado en la figura 5 indica una combinación de ángulos Φ_i, θ_i candidatos para la optimización.

- 50 Además, en cuanto se refiere a la determinación de una expresión aproximada de una función aumentada de costo (bloque 16), todas las simulaciones ejecutadas para determinar la forma crítica de la función de costo, pueden ser empleadas para construir una expresión analítica de la función aproximada de costo, respecto al conjunto inicial de parámetros. Las funciones elegidas para la representación aproximada cambian, de acuerdo con el problema dado bajo

análisis. La expresión aproximada del funcional de costo permite una mejor estimación de la solución óptima (de manera esperanzadora los nuevos candidatos están más cercanos al conjunto óptimo verdadero de parámetros iniciales, que aquellos obtenidos a través de la búsqueda multifactorial) a través del cálculo de variación.

- 5 Finalmente, en cuanto se refiere a los intervalos de búsqueda (bloque 18), los datos almacenados previamente son usados para refinar la solución. En particular, cada intervalo de búsqueda es reducido por un factor dado β y centrado en el correspondiente $\lambda_{i,0}$; el número de nodos en cada intervalo, se mantiene.

- 10 La figura 6 muestra dos mallas de búsqueda construidas para determinar la trayectoria óptima de transferencia Tierra-Marte de acuerdo con dicho método 10, en donde la malla de búsqueda de la mano izquierda es la segunda malla de búsqueda ya mostrada en la figura 5, mientras que la malla de búsqueda de la mano derecha es una tercera malla de búsqueda construida en un refinamiento siguiente de las soluciones candidatas y centrada alrededor de la solución candidata.

- 15 En particular, en la figura 6, dos círculos blancos resaltan el auto-ajuste de las mallas de búsqueda en una vecindad de la solución candidata, obtenida de acuerdo con dicha realización preferida de la presente invención.

- Además, esta técnica permite tomar en cuenta la tendencia macroscópica de la funcional respecto a un multiplicador dado, y moverse hacia el mínimo local efectivo. En lugar de considerar una distribución nodal igualmente espaciada, desde ahora puede ser más conveniente considerar una distribución no lineal, con una mayor concentración en la región central de cada intervalo donde es más probable encontrar el mínimo local de la funcional. En el ejemplo descrito, para el
20 multiplicador i -ésimo, se ha elegido una distribución nodal parabólica, en efecto una distribución parabólica de los nodos de malla alrededor del conjunto de los valores aproximados es la forma más simple para analizar la función aumentada de costo, en la región donde es más probable encontrar el conjunto óptimo de multiplicadores.

- 25 El proceso completo es repetido hasta que las condiciones de frontera han sido satisfechas dentro de una tolerancia dada, y no se ha ganado mejora adicional de la solución.

La figura 7 muestra una trayectoria final, óptima Tierra-Marte determinada de acuerdo con dicho método 10.

- 30 A partir de lo anterior, puede apreciarse inmediatamente que las ventajas más atractivas de la presente invención son:

1) un corto tiempo para obtener convergencia hacia la solución óptima;

- 35 2) si no puede hallarse una solución (por ejemplo si no se elige de manera apropiada la ventana de lanzamiento o si la cantidad de agente propelente a bordo del sistema de impulso no es suficiente para realizar la transferencia), el método de acuerdo con la presente invención permite obtener convergencia hacia una solución que es la más cercana a las condiciones de frontera;

- 40 3) no hay necesidad de entradas desde un operador externo; y

4) un uso de un conjunto reducido de parámetros de control para determinar la trayectoria óptima de transferencia, donde cada parámetro de control es realmente independiente de los otros, en oposición a los métodos conocidos.

- 45 Más en detalle, la tercera ventaja en la lista previa representa un paso significativo hacia adelante en comparación con los algoritmos conocidos de comparación, los cuales requieren un conjunto inicial apropiado de parámetros de control para obtener convergencia, puesto que el algoritmo de acuerdo con la presente invención determina por sí mismo el dominio de búsqueda.

- 50 Además, el algoritmo realizado por software de acuerdo con la presente invención, no necesita un ajuste fino cuando es corrido.

- 55 Todos estos rasgos juntos aumentan los campos de aplicación del algoritmo hacia una guía perturbadora, que es una reevaluación en tiempo real (durante la misión espacial) de las acciones óptimas de control requeridas, cuando quiera que la verdadera trayectoria de la nave espacial se aparta de la trayectoria óptima determinada, debido a aceleraciones no determinísticas.

- Además, a través del algoritmo de acuerdo con la presente invención, es posible establecer si un problema de optimización que involucra trayectorias de tiempo mínimo tiene una solución o no, y determinar tal solución dentro de un número limitado de iteraciones; esta aproximación puede ser aplicada incluso a otros tipos de trayectoria, con resultados
60 satisfactorios.

No se han hecho suposiciones estrictas respecto al vector de estado o a la función de costo (continuidad, capacidad para ser derivados, etc.). El algoritmo, debido a su capacidad para tener nueva forma, encuentra convergencia hacia las soluciones óptimas, incluso si la función de costo cambia de manera abrupta en el dominio espacial; puesto que las condiciones impuestas por el principio máximo de Pontryagin son respetadas, se espera que la solución hallada sea la óptima.

Una mayor ventaja adicional es que la aproximación de la presente invención permite, incluso a un usuario no diestro, resolver problemas de optimización, puesto que ella no requiere un conocimiento de conceptos teóricos relacionados con la teoría de control óptimo. Por ello, este algoritmo puede ser usado por casi cualquiera, en particular también por personas que tienen nociones limitadas de dinámica espacial.

Finalmente, es claro que a la presente invención pueden hacerse numerosas modificaciones y variantes, donde todas caen dentro del alcance de la invención, como se define en las reivindicaciones anexas.

REVINDICACIONES

1. Método para la determinación de una trayectoria para una transferencia de una nave espacial desde un cuerpo espacial de partida hasta un cuerpo espacial objetivo, respecto a un cuerpo espacial central dado, donde la trayectoria determinada es óptima respecto a un requerimiento dado de una misión espacial que debe ser cumplido por la transferencia de la nave espacial; donde el método incluye:
- suministro, de acuerdo con el principio máximo de Pontryagin, de un modelo físico-matemático que relaciona cantidades del modelo y cantidades físicas que representan la transferencia de la nave espacial respecto al cuerpo espacial central dado, donde las cantidades del modelo incluyen una primera cantidad vector del modelo (λ_v) y una segunda cantidad vector del modelo (λ_r), donde la primera cantidad vector del modelo (λ_v) tiene un primer módulo que cambia a lo largo del tiempo y una primera orientación espacial que cambia a lo largo del tiempo y está definida por un primer ángulo de longitud (Φ_v) que cambia a lo largo del tiempo y por un primer ángulo de elevación (ϑ_v) que cambia a lo largo del tiempo, donde la primera cantidad vector del modelo (λ_v) representa, momento a momento, una dirección óptima respectiva de impulso de la nave espacial respecto al requerimiento dado de la misión espacial, donde la segunda cantidad vector del modelo (λ_r) tiene un segundo módulo que cambia lo largo del tiempo y una segunda orientación espacial que cambia a lo largo del tiempo, y está definida por un segundo ángulo de longitud (Φ_r) que cambia a lo largo del tiempo y por un segundo ángulo de elevación (ϑ_r) que cambia a lo largo del tiempo, donde la segunda cantidad vector del modelo (λ_r) representa, momento a momento, una evolución a lo largo del tiempo de la primera cantidad vector del modelo (λ_v);
 - ajuste, en el modelo físico-matemático, de las condiciones de frontera iniciales y finales, donde las condiciones iniciales de frontera son tales que en un momento inicial (t_0) de la transferencia, la posición (r) y velocidad (V) de la nave espacial son cercanas a la posición (r_{tierra}) y velocidad (V_{tierra}), respectivamente, del cuerpo espacial de partida, donde las condiciones finales de frontera son tales que, en un tiempo final (t_f) de la transferencia, la posición (r) y velocidad (V) de la nave espacial son cercanas a la posición (r_{marte}) y velocidad (V_{marte}), respectivamente, del cuerpo espacial objetivo;
 - ajuste, en el modelo físico-matemático, de las primeras condiciones tal que el segundo módulo está relacionado con el primer módulo a través de una cantidad relacionada con la velocidad angular, que depende del cuerpo espacial central dado;
 - ajuste, en el modelo físico-matemático, de las segundas condiciones tal que un ángulo específico de longitud, entre el primer ángulo de longitud (Φ_v) y el segundo ángulo de longitud (Φ_r), y un ángulo específico de elevación, entre el primer ángulo de elevación (ϑ_v) y el segundo ángulo de elevación (ϑ_r), son independientes unos de otros;
 - consideración de los primeros tiempos iniciales (t_0) incluidos en un rango dado de tiempo, los primeros valores de longitud del ángulo específico de longitud incluidos en un rango dado de longitud, y los primeros valores de elevación del ángulo específico de elevación incluido en un rango dado de elevación; y
 - determinación de una trayectoria para la transferencia de la nave espacial con base en el modelo físico-matemático, de los primeros tiempos iniciales (t_0) considerados, de los primeros valores de longitud considerados y de los primeros valores de elevación considerados.
2. El método de la reivindicación 1, en donde la determinación de una trayectoria para la transferencia de la nave espacial, basada en el modelo físico-matemático, de los primeros tiempos iniciales (t_0) considerados, de los primeros valores de longitud considerados, y de los primeros valores de elevación considerados, incluye:
- la computación de valores de una función de costo ($\tilde{J}$) dada, relacionados con el requerimiento dado de la misión espacial, donde los valores de la función de costo (J) dada son computados con base en los primeros tiempos iniciales considerados, en los primeros valores de longitud considerados y en los primeros valores de elevación considerados;
 - la determinación de una función de costo aproximada con base en los valores computados de la función de costo ($\tilde{J}$) dada;
 - computación de valores de la función de costo aproximada basada en los primeros tiempos iniciales (t_0) considerados, en los primeros valores de longitud considerados y en los primeros valores de elevación considerados;
 - identificación, entre los valores computados de la función aproximada de costo, de un valor extremo de la función aproximada de costo, y, entre los primeros valores iniciales (t_0) considerados, entre los primeros valores de longitud considerados, y entre los primeros valores de elevación considerados, de un tiempo inicial óptimo (t_0), un valor óptimo de

longitud, y un valor óptimo de elevación, respectivamente, en los cuales se ha basado la computación del valor extremo de la función aproximada de costo; y

- determinación de una trayectoria para la transferencia de la nave espacial sobre la base del modelo físico-matemático, del tiempo óptimo inicial identificado (t_0), del valor óptimo de longitud identificado, y del valor óptimo de elevación identificado.

3. El método de la reivindicación 2, en donde el valor óptimo de longitud identificado es, en el modelo físico-matemático, el valor del ángulo específico de longitud al tiempo inicial óptimo identificado (t_0), y en donde el valor óptimo de elevación identificado es, en el modelo físico-matemático, el valor del ángulo específico de elevación al tiempo inicial óptimo identificado (t_0).

4. El método de acuerdo con las reivindicaciones 2 o 3, en donde el modelo físico-matemático está basado en multiplicadores de Lagrange.

5. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones 2-4, en donde la determinación de una trayectoria para la transferencia de la nave espacial, sobre la base del modelo físico-matemático, de los primeros tiempos iniciales (t_0) considerados, de los primeros valores de longitud considerados, y de los primeros valores de elevación considerados, incluye además:

- identificación, entre los valores computados de la función de costo dada ($\tilde{J}$), de un valor extremo de la función de costo dada (J), y, entre los primeros valores iniciales (t_0) considerados, entre los primeros valores de longitud considerados, y entre los primeros valores de elevación considerados, de un tiempo inicial óptimo intermedio (t_0), un valor de longitud óptimo intermedio, y un valor de elevación óptimo intermedio, respectivamente, con base en los cuales se ha computado el valor extremo de la función dada de costo (J).

6. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones 2-5 precedentes, que incluye además:

• si la trayectoria determinada con base en el modelo físico-matemático, en los primeros tiempos iniciales (t_0) considerados, en los primeros valores de longitud considerados, y en los primeros valores de elevación considerados, no satisface las condiciones de frontera inicial y las condiciones de frontera final con una tolerancia preestablecida,

- selección de un sub-rango de tiempo con base en el rango de tiempo dado y del tiempo inicial óptimo identificado (t_0),

- selección de un sub-rango de longitud con base en el rango dado de longitud y en el valor óptimo de longitud identificado,

- selección de un sub-rango de elevación con base en el rango de elevación dado y en el valor óptimo de elevación identificado,

- consideración de segundos tiempos iniciales (t_0) incluidos en el sub-rango seleccionado de tiempo, segundos valores de longitud del ángulo específico de longitud incluidos en el sub-rango de longitud seleccionado, y segundos valores de elevación del ángulo específico de elevación incluidos en el sub-rango seleccionado de elevación,

- determinación de la trayectoria para la transferencia de la nave espacial con base en el modelo físico-matemático, en los segundos tiempos iniciales (t_0) considerados, en los segundos valores de longitud considerados, y en los segundos valores de elevación considerados;

selección de un sub-rango de tiempo con base en el rango de tiempo dado y del tiempo óptimo inicial identificado (t_0) que incluye:

- selección de un sub-rango de tiempo que está incluido en el rango dado de tiempo, tiene una extensión más pequeña que una extensión del rango dado el tiempo, y está centrado en el tiempo óptimo inicial identificado (t_0);

selección de un sub-rango de longitud con base en el rango de longitud dado y del valor óptimo de longitud identificado, que incluye:

- selección de un sub-rango de longitud que está incluido en el rango de longitud dado, tiene una extensión más pequeña que una extensión del rango de longitud dado, y está centrado en el valor óptimo de longitud identificado;

5 selección de un sub-rango de elevación con base en el rango de elevación dado, y del valor óptimo de elevación identificado, que incluye

10 - selección de un sub-rango de elevación que está incluido en el rango de elevación dado, tiene una extensión más pequeña que una extensión del rango de elevación dado, y está centrado en el valor óptimo de elevación identificado.

15 7. El método de la reivindicación 6, en donde los primeros valores iniciales de tiempo (t_0) considerados están distribuidos de manera uniforme en el rango dado de tiempo, mientras que la mayoría de los segundos tiempos iniciales (t_0) considerados están concentrados en el sub-rango seleccionado de tiempo, alrededor del tiempo inicial óptimo identificado (t_0); donde los primeros valores de longitud considerados están distribuidos de manera uniforme en el rango dado de longitud, mientras la mayoría de los segundos valores de longitud considerados están concentrados en el sub-rango seleccionado de longitud, alrededor del valor óptimo de longitud identificado; donde los primeros valores de elevación considerados están distribuidos de manera uniforme en el rango dado de elevación, mientras que la mayoría de los segundos valores de elevación considerados están concentrados en el sub-rango de elevación seleccionado, alrededor del valor óptimo de elevación identificado.

25 8. El método de la reivindicación 7, en donde los segundos tiempos iniciales (t_0) considerados están distribuidos en el sub-rango de tiempo seleccionado de acuerdo con una primera distribución parabólica, en donde los segundos valores de longitud considerados están distribuidos en el sub-rango seleccionado de longitud de acuerdo con una segunda distribución parabólica, y en donde los segundos valores de elevación considerados están distribuidos en el sub-rango de elevación seleccionado, de acuerdo con una tercera distribución parabólica.

9. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones 6-8, que incluye además:

30 • si la trayectoria, determinada con base en el modelo físico-matemático, en los segundos tiempos iniciales (t_0) considerados, en los segundos valores de longitud considerados, y en los segundos valores de elevación considerados, no satisface las condiciones de frontera inicial y las condiciones de frontera final con la tolerancia preestablecida, repetición de

35 - selección de un nuevo sub-rango de tiempo con base en un sub-rango de tiempo previamente seleccionado y de un tiempo inicial óptimo previamente identificado (t_0),

40 - selección de un nuevo sub-rango de longitud con base en un sub-rango de longitud previamente seleccionado y en un valor óptimo de longitud previamente identificado,

45 - selección de un nuevo sub-rango de elevación con base en sub-rango de elevación previamente seleccionado y en un valor óptimo de elevación previamente identificado,

50 - consideración de nuevos tiempos iniciales (t_0) incluidos en el nuevo sub-rango de tiempo seleccionado, nuevos valores de longitud del ángulo específico de longitud incluidos en el nuevo sub-rango de longitud seleccionado, y nuevos valores de elevación del ángulo específico de elevación incluidos en el nuevo sub-rango de elevación seleccionado, y

55 - determinación de la trayectoria para la transferencia de la nave espacial, con base en el modelo físico-matemático, en los nuevos tiempos iniciales (t_0) considerados, en los nuevos valores de longitud considerados, y en los nuevos valores de elevación considerados;

y

60 • suspensión de la repetición si la trayectoria determinada con base en el modelo físico-matemático, en los nuevos tiempos iniciales (t_0) considerados, en los nuevos valores de longitud considerados, y en los nuevos valores de elevación considerados, satisface las condiciones iniciales de frontera y las condiciones finales de frontera con la tolerancia preestablecida.

10. El método de la reivindicación 9, en donde la mayoría de los nuevos tiempos iniciales (t_0) considerados están concentrados en el nuevo sub rango de tiempo seleccionado, alrededor del tiempo inicial óptimo previamente identificado

(t_0), en donde la mayoría de los nuevos valores de longitud considerados están concentrados en el nuevo sub rango de longitud seleccionado, alrededor de los valores óptimos de longitud previamente identificados, y en donde la mayoría de los nuevos valores de elevación considerados están concentrados en el nuevo sub rango de elevación seleccionado, alrededor de los valores óptimos de elevación previamente identificados.

- 5 11. El método de la reivindicación 10, en donde los segundos nuevos tiempos iniciales (t_0) considerados están distribuidos, en el nuevo sub rango de tiempo seleccionado, de acuerdo con una cuarta distribución parabólica, en donde los nuevos valores de longitud considerados están distribuidos, en el nuevo sub rango de longitud seleccionado, de acuerdo con una quinta distribución parabólica, y en donde los nuevos valores de elevación considerados están distribuidos, en el nuevo sub rango de elevación seleccionado, de acuerdo con la sexta distribución parabólica.
- 10 12. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones 2-11, en donde la función aproximada de costo es determinada mediante interpolación de los valores computados de la función de costo dada ($\tilde{J}$).
- 15 13. El método de acuerdo con cualquier reivindicación precedente, en donde las cantidades del modelo incluyen una cantidad escalar del modelo (λ_m) relacionada con el consumo de agente propelente de la nave espacial para la transferencia.
- 20 14. El método de la reivindicación 13, en donde el requerimiento dado de la misión espacial es un tiempo mínimo para la transferencia de la nave espacial, y en donde la cantidad escalar del modelo (λ_m) depende de una derivada de una masa de la nave espacial respecto al tiempo (m).
- 25 15. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones precedentes, en donde el cuerpo espacial central dado es el Sol, en donde el cuerpo espacial inicial y el cuerpo espacial objetivo son cuerpos espaciales que orbitan al Sol, y en donde la cantidad relacionada con la velocidad angular representa una velocidad angular de una órbita alrededor del Sol y depende de un parámetro de gravitación del Sol (m).
- 30 16. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones 1-14, en donde el cuerpo espacial central dado es la Tierra, y en donde la cantidad relacionada con la velocidad angular representa una velocidad angular de una órbita alrededor de la Tierra, y depende de un parámetro de gravitación de la Tierra.
- 35 17. El método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones precedentes, en donde el requerimiento dado de la misión espacial es un consumo mínimo de agente propelente por la nave espacial para la transferencia.
- 40 18. Un programa de software que puede ser cargado en una memoria de un procesador electrónico y que incluye porciones de código de software para la ejecución, cuando es corrido en el procesador electrónico, con el método de acuerdo a cualquier reivindicación precedente.
19. Un producto de programa de software que incluye un medio que puede ser leído en un computador, que tiene el programa de software de la reivindicación 18, almacenado allí.
20. Un procesador electrónico configurado para ejecutar el método de acuerdo con cualquiera de las reivindicaciones 1-17.
- 45 21. Una nave espacial que incluye el procesador electrónico de la reivindicación 20.

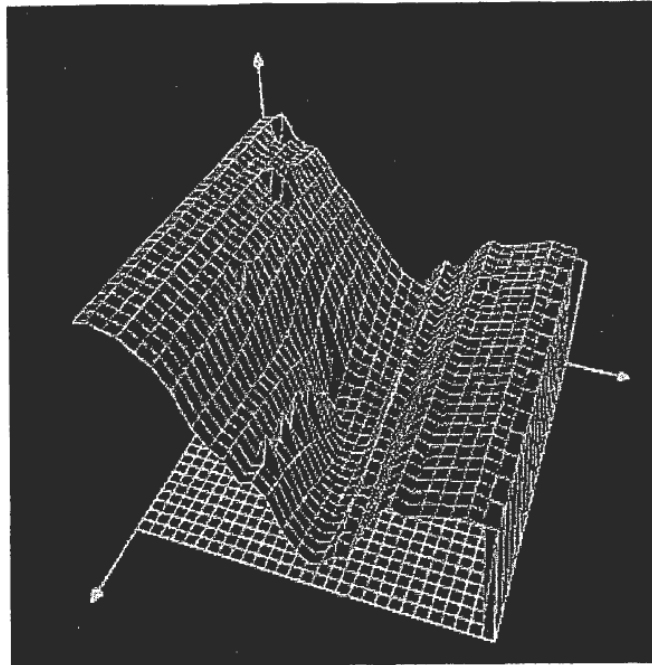


Fig. 1

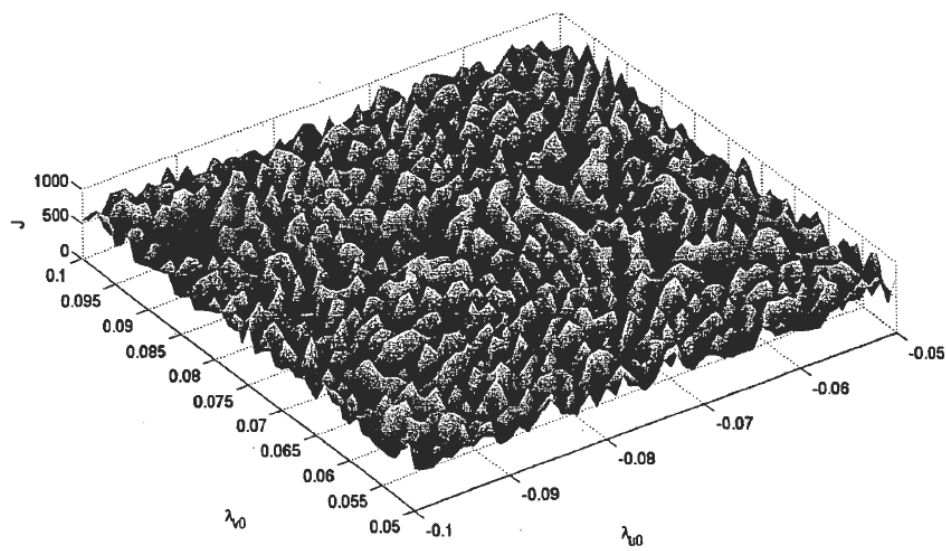


Fig. 2

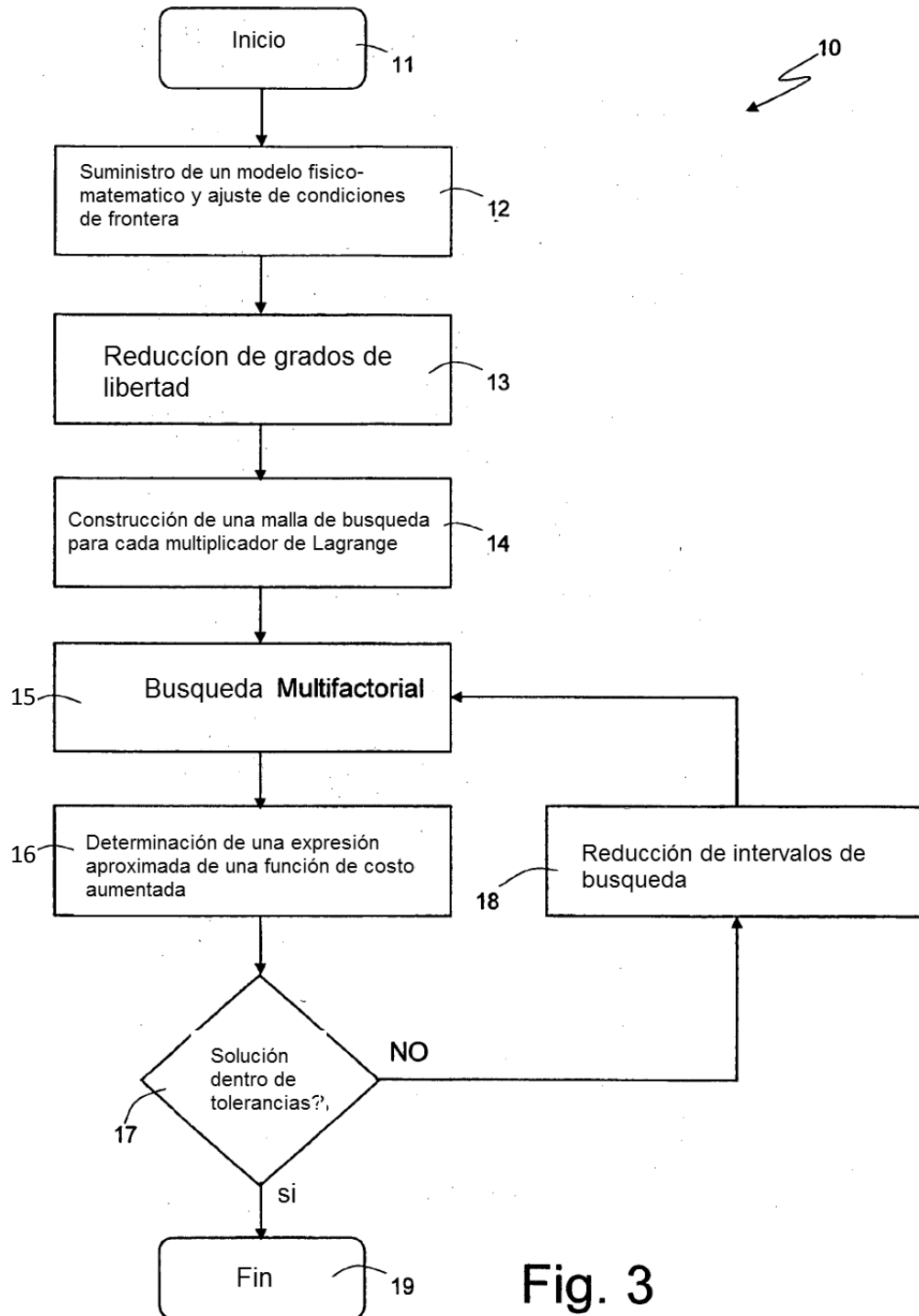


Fig. 3

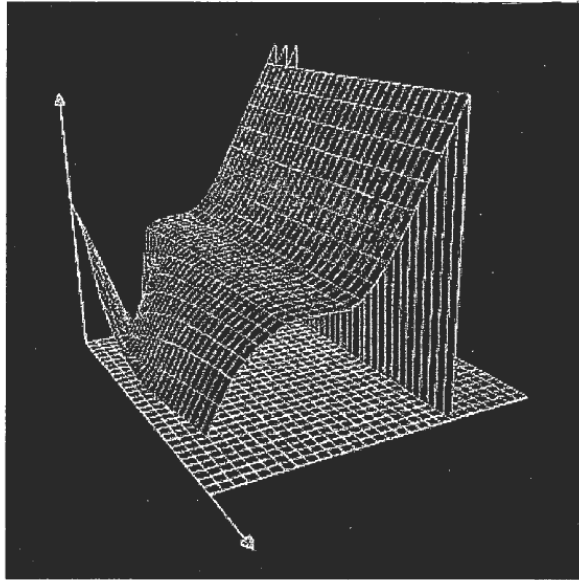


Fig. 4

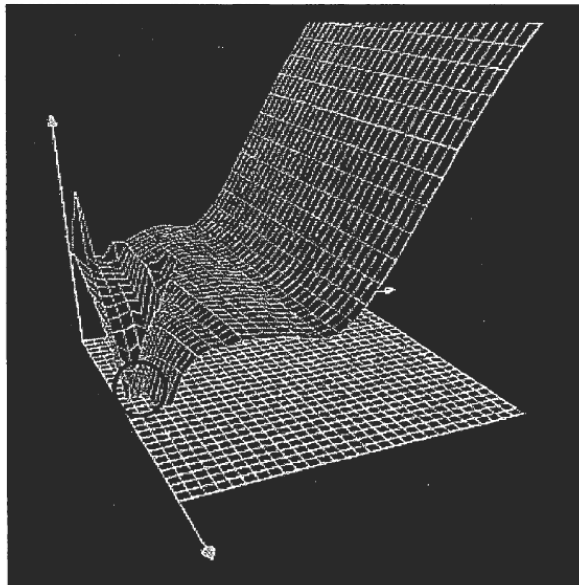


Fig. 5

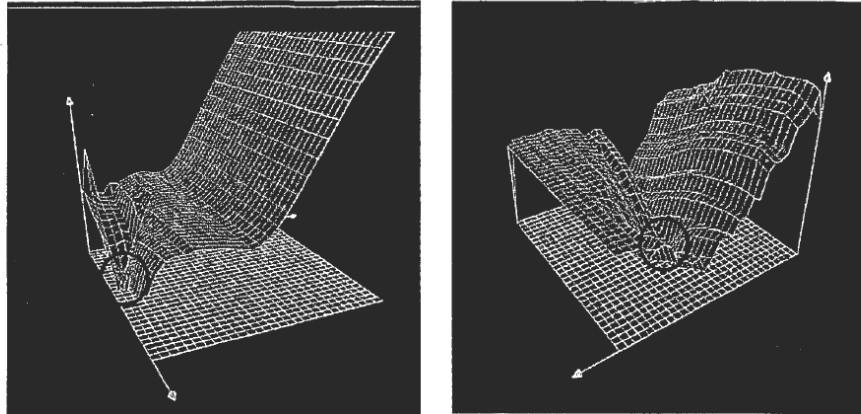


Fig. 6

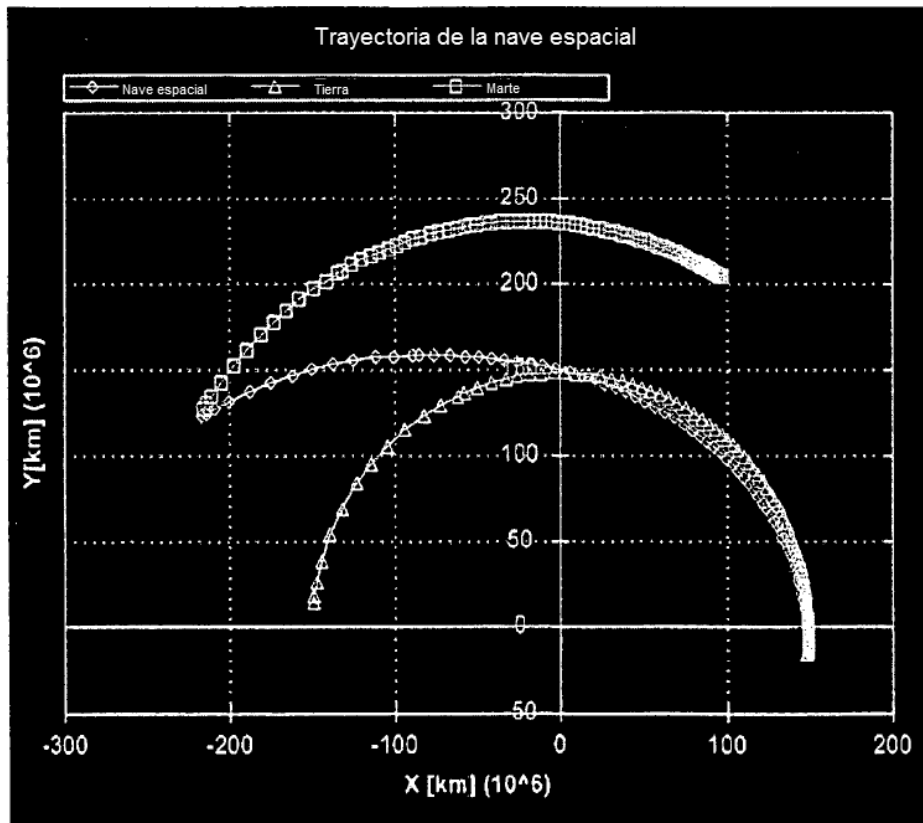


Fig. 7