

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 537 410**

51 Int. Cl.:

H04L 27/20 (2006.01)

H04L 25/03 (2006.01)

H04L 25/06 (2006.01)

H04L 27/233 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **05.03.2012 E 12708119 (8)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **06.05.2015 EP 2692104**

54 Título: **Procedimiento y dispositivo para determinar una información extrínseca**

30 Prioridad:

31.03.2011 DE 102011006565

04.07.2011 DE 102011078565

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

08.06.2015

73 Titular/es:

ROHDE & SCHWARZ GMBH & CO. KG (100.0%)

Mühl Dorfstrasse 15

81671 München, DE

72 Inventor/es:

DETERT, THORBEN y

VOLYANSKIY, MIKHAIL

74 Agente/Representante:

ARPE FERNÁNDEZ, Manuel

ES 2 537 410 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín europeo de patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Procedimiento y dispositivo para determinar una información extrínseca

- 5 La invención se refiere a un procedimiento y un dispositivo para determinar una información extrínseca. Para detectar con exactitud símbolos modulados por Phase-Shift-Keying (PSK) (modulación por desplazamiento de fase) en un canal de transmisión cuyo comportamiento de transferencia de fase es variable en el tiempo debido a ruidos de fase, se transmiten símbolos piloto para estimar la función de transferencia del canal de transmisión que caracteriza el comportamiento de transferencia de fase variable en el tiempo. Si una transferencia se presenta en bloques cortos y en cada bloque es necesaria una estimación del comportamiento de transferencia de fase, tal detección coherente empeora la eficacia de transmisión considerablemente y, por lo tanto, no entra en consideración.
- 10 En el caso de una detección no coherente de un símbolo modulado por PSK, especialmente de un símbolo modulado por PSK de manera diferencial, no se transmiten símbolos piloto. En lugar de ello se determinan adicionalmente en la detección, además de valores estimados para los distintos símbolos modulados por PSK transmitidos, distribuciones de probabilidad de la fase del canal de transmisión, lo que lleva a un aumento de la complejidad de la detección. En Barbieri A. et al. "Soft-Output Decoding of Rotationally Invariant Codes Over Channels with Phase Noise", IEEE Transactions on Communications, vol. 55, nº 11, noviembre de 2007, páginas 2125 a 2133, se presenta un procedimiento de detección recursivo, que representa una detección no coherente de
- 15 símbolos modulados por M-PSK de manera diferencial.
- Por el libro técnico de John Proakis: "Digital Communications", 1 de enero de 2001, McGraw-Hill, New York, ISBN: 0-07-232111-3, páginas 242-243, se conocen distintos modos de proceder con respecto a esta temática. Este procedimiento de detección se caracteriza además desventajosamente por un gran número de sumas, multiplicaciones y divisiones, que dificultan una detección en tiempo real de símbolos modulados por PSK. Además, este procedimiento de detección se caracteriza por un gran intervalo dinámico de los valores a calcular, que dificulta
- 20 una implementación de coma fija.
- Por lo tanto, el objetivo de la invención es desarrollar un procedimiento y un dispositivo para la detección, con capacidad de ejecución en tiempo real, de símbolos modulados en fase de manera diferencial en un canal de transmisión con ruido de fase.
- 30 El objetivo se logra mediante un procedimiento según la invención para la determinación de una información extrínseca con las características de la reivindicación 1 y mediante un dispositivo según la invención para la determinación de una información extrínseca con las características de la reivindicación 15. Las reivindicaciones subordinadas se refieren a perfeccionamientos ventajosos. La reivindicación 16 se refiere a un programa informático. La reivindicación 17 se refiere a un producto de programa informático.
- 35 Con este fin se determina para cada instante de símbolo y cada hipótesis de símbolo respectivamente una información extrínseca asociada, que resulta de la relación de la probabilidad a posteriori para la hipótesis de símbolo respectiva en el instante de símbolo respectivo con una secuencia dada de valores de exploración de la señal de recepción y la probabilidad a priori para la hipótesis de símbolo respectiva en el instante de símbolo respectivo.
- 40 La probabilidad a posteriori para la hipótesis de símbolo respectiva con una secuencia conocida de valores de exploración de la señal de recepción presenta también una dependencia de la probabilidad a posteriori de la fase del canal de transmisión con una secuencia conocida de valores de exploración de la señal de recepción y suponiendo un símbolo codificado real positivo. La densidad de probabilidad de la fase del canal de transmisión en un instante concreto, con una secuencia conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el principio de la
- 45 secuencia hasta el instante concreto y suponiendo un símbolo codificado real positivo, se aproxima como suma de distribuciones de Tikhonov ponderadas respectivamente con un factor de ponderación y dependientes respectivamente de un coeficiente complejo y de la fase del canal de transmisión. Análogamente, la densidad de probabilidad de la fase del canal de transmisión en el instante concreto, con una secuencia conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante concreto hasta el final de la secuencia recibida y suponiendo un símbolo codificado real positivo, se aproxima como suma de distribuciones de Tikhonov ponderadas respectivamente con un factor de ponderación y dependientes respectivamente de un coeficiente complejo y de la fase del canal de transmisión.
- 50 De esta aproximación de la densidad de probabilidad de la fase del canal de transmisión resulta una solución recursiva, y por lo tanto convertible a la práctica industrial, para la determinación de la información extrínseca para la hipótesis de símbolo respectiva. La desventaja que aún presenta esta solución de aproximación, desventaja que consiste en un gran número de sumas, multiplicaciones y divisiones y que hasta la fecha era un obstáculo para una implementación con capacidad de ejecución en tiempo real, se elimina mediante la determinación según la invención de una información extrínseca sometida a logaritmicación. Además, la logaritmicación de la información extrínseca lleva a una reducción de la modulación de señal y con ello a una reducción de la dinámica. Por consiguiente, en el caso
- 60 de una implementación de coma fija, se logra una implementación más eficaz del procedimiento según la invención. La logaritmicación de la información extrínseca lleva a una fórmula de cálculo para la información extrínseca, en la que aparecen factores de ponderación sometidos a logaritmicación y coeficientes complejos de la distribución de Tikhonov, que se determinan respectivamente en una recursión que se extiende en una dirección temporal positiva, en lo que sigue denominada recursión hacia delante, y en una recursión que se extiende en una dirección temporal
- 65 negativa, en lo que sigue denominada recursión hacia atrás.

Mientras que, en el cálculo recursivo del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov para un instante de símbolo concreto, en el caso de una recursión hacia delante el símbolo recibido en el mismo instante de símbolo preferentemente se vincula sumado al coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado para el instante de símbolo precedente, en el caso de una recursión hacia atrás el símbolo recibido en el mismo instante de símbolo preferentemente se vincula sumado al coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado para el instante de símbolo subsiguiente.

En el cálculo recursivo del factor de ponderación sometido a logaritmación de la distribución de Tikhonov para un instante de símbolo concreto, preferentemente se determina en el caso de una recursión hacia delante el, así llamado, logaritmo de Jacobi a partir de la probabilidad a priori sometida a logaritmación previamente conocida para todas las hipótesis de símbolo a analizar para el mismo instante de símbolo y los factores de ponderación sometidos a logaritmación de la distribución de Tikhonov para el instante de símbolo precedente, y en el caso de una recursión hacia atrás se determina el logaritmo de Jacobi a partir de la probabilidad a priori sometida a logaritmación previamente conocida para todas las hipótesis de símbolo a analizar para el instante de símbolo subsiguiente y los factores de ponderación sometidos a logaritmación de la distribución de Tikhonov para el instante de símbolo subsiguiente.

En una primera variante preferida, el logaritmo de Jacobi se calcula exactamente mediante la suma de una función de valor máximo y una función de corrección y en una segunda variante se aproxima despreciando la función de corrección.

La conexión entre la recursión del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado para un instante de símbolo concreto y la recursión del factor de ponderación sometido a logaritmación de la distribución de Tikhonov determinado para un instante de símbolo concreto se realiza sumando un coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado para el mismo instante de símbolo al resultado del logaritmo de Jacobi. Con esto, en el cálculo previamente realizado del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado para el mismo instante de símbolo, preferentemente se multiplica el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov para el instante de símbolo precedente en el caso de una recursión hacia delante, o el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov para el instante de símbolo subsiguiente en el caso de una recursión hacia atrás, por un término de fase correspondiente a una posible hipótesis de símbolo de la modulación PSK utilizada. Preferentemente se suma el valor del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov al resultado del logaritmo de Jacobi.

El coeficiente de la distribución de Tikhonov utilizado para el cálculo de la información extrínseca sometida a logaritmación y determinado respectivamente en una recursión hacia delante o una recursión hacia atrás es preferentemente respectivamente el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov para cuyo cálculo recursivo se multiplica el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado para el instante de símbolo precedente (en el caso de una recursión hacia delante), o el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado para el instante de símbolo subsiguiente (en el caso de una recursión hacia atrás), respectivamente por un término de fase cuyo factor de fase corresponde al factor de fase del factor de ponderación sometido a logaritmación respectivamente máximo de la distribución de Tikhonov para el mismo instante de símbolo.

Mediante la logaritmación según la invención de la información extrínseca, las multiplicaciones que aparecen en las distintas fórmulas de recursión se sustituyen por sumas, que requieren un menor esfuerzo de cálculo.

Gracia a la introducción preferida del logaritmo de Jacobi en las fórmulas de recursión de los factores de ponderación de la distribución de Tikhonov y en la fórmula de cálculo de la información extrínseca, se evita ventajosamente una suma sometida a logaritmación de funciones exponenciales muy costosa de realizar.

La determinación preferida del factor de fase en el término de fase respectivamente correspondiente a cada hipótesis de símbolo donde el factor de ponderación sometido a logaritmación de la distribución de Tikhonov se hace máximo reduce la suma que aparece en las fórmulas de recursión para la determinación de los coeficientes complejos de la distribución de Tikhonov a un cálculo ostensiblemente más sencillo de un único sumando, en lugar de una costosa división.

El cálculo de la información extrínseca se realiza preferentemente mediante una logaritmación de Jacobi de los factores de ponderación sometidos a logaritmación de la distribución de Tikhonov determinados respectivamente en la recursión hacia delante y en la recursión hacia atrás, teniendo en cuenta los coeficientes complejos de la distribución de Tikhonov determinados respectivamente en la recursión hacia delante y en la recursión hacia atrás.

A continuación se explican detalladamente por medio del dibujo el dispositivo según la invención y el procedimiento según la invención para la determinación de una información extrínseca. Las figuras del dibujo muestran:

- figura 1 un diagrama de flujo del procedimiento según la invención para la determinación de una información extrínseca y

- figura 2 un diagrama de bloques del dispositivo según la invención para la determinación de una información extrínseca.

Antes de explicar detalladamente el procedimiento según la invención para la determinación de una información extrínseca por medio del diagrama de flujo de la figura 1 y el dispositivo según la invención para la determinación de una información extrínseca por medio del diagrama de bloques de la figura 2, a continuación se desarrollan los fundamentos matemáticos necesarios para la comprensión de la invención:

A continuación se considera un sistema de transmisión en el que, en distintos instantes de símbolo $k = 1, \dots, K$, unos símbolos de datos a_k a transmitir respectivamente, que según la ecuación (1) satisfacen el alfabeto de símbolos de una modulación multinivel por Phase-Shift-Keying (PSK), se someten a una modulación M-PSK diferencial según la ecuación (2). Los símbolos codificados c_k así generados en los distintos instantes de símbolo $k = 1, \dots, K$ también satisfacen, según la ecuación (3), el alfabeto de símbolos de una modulación M-PSK.

$$a_k \in \left\{ e^{j\frac{2\pi}{M}m}, m=0, \dots, M-1 \right\} \quad \text{para } k=1, \dots, K \quad (1)$$

$$c_k = c_{k-1} \cdot a_k \quad (2)$$

$$c_k \in \left\{ e^{j\frac{2\pi}{M}m}, m=0, \dots, M-1 \right\} \quad \text{para } k=0, \dots, K \quad (3)$$

Los símbolos codificados c_k generados mediante una modulación M-PSK diferencial se transmiten por un canal de transmisión no selectivo en frecuencia con un factor de amplificación aproximadamente constante, que presenta un ruido de fase y un ruido gaussiano aditivo.

5 El ruido de fase se modela mediante una fase variable en el tiempo θ_k . El comportamiento en función del tiempo de la fase variable en el tiempo θ_k corresponde a la relación matemática de la ecuación (4). El incremento de fase Δ_k de la ecuación (4) satisface una distribución gaussiana real y presenta un valor medio de cero y una desviación estándar σ_Δ . La fase θ_0 en el instante de símbolo cero está distribuida en el intervalo de fases entre cero y 2π de acuerdo con una distribución uniforme. Mientras que la desviación estándar σ_Δ del incremento de fase Δ_k se determina mediante una medición y/o simulación y por consiguiente es conocida para el receptor, la secuencia de los distintos incrementos de fase Δ_k no es conocida para el receptor y es estadísticamente independiente del ruido gaussiano aditivo v_k y del símbolo codificado c_k .

10 El ruido gaussiano aditivo, que corresponde a un ruido gaussiano blanco aditivo complejo (Additive-White-Gaussian-Noise (AWGN)) con un valor medio de cero y una variancia $N_0 = 2\sigma^2$, se describe mediante el término de ruido v_k . Un factor de amplificación real del canal de transmisión eventualmente existente se tiene en cuenta mediante la normalización de la variancia del ruido gaussiano aditivo.

$$\theta_{k-1} = \theta_k + \Delta_k \quad \text{para } k=0, \dots, K \quad (4)$$

Por lo tanto, el valor de exploración de la señal de recepción r_k según la filtración equilibrada se obtiene según la ecuación (5).

$$20 \quad r_k = c_k \cdot e^{j\theta_k} + v_k \quad \text{para } k=0, \dots, K \quad (5)$$

A continuación se desarrolla el procedimiento de detección según la invención basado en el algoritmo de detección de símbolo Maximum-A-Posteriori (MAP) (máximo a posteriori). Para la estimación de la secuencia $\underline{a} = \{a_k\}_{k=1}^K$ de símbolos a transmitir independientemente unos de otros, con una secuencia $\underline{\theta} = \{\theta_k\}_{k=0}^K$ desconocida de valores

de fase del canal de transmisión independientes unos de otros, con una secuencia $\underline{c} = \{c_k\}_{k=1}^K$ desconocida de símbolos codificados dependientes unos de otros debido a la modulación diferencial y con una secuencia $\underline{r} = \{r_k\}_{k=0}^K$ conocida de valores de exploración de la señal de recepción, se debe determinar con un algoritmo

MAP la densidad de probabilidad condicional $p(\underline{a}, \underline{c}, \underline{\theta} | \underline{r})$ para la aparición simultánea de una determinada secuencia \underline{a} de símbolos a transmitir, de una determinada secuencia $\underline{\theta}$ de valores de fase del canal de transmisión y de una determinada secuencia \underline{c} de símbolos codificados, con una secuencia \underline{r} conocida y por lo tanto dada de valores de exploración de la señal de recepción.

Esta densidad de probabilidad condicional $p(\underline{a}, \underline{c}, \underline{\theta} | \underline{r})$ puede convertirse matemáticamente según la ecuación (6) aplicando la relación general para una probabilidad condicional o densidad de probabilidad condicional según la ecuación (7). La densidad de probabilidad $p(\underline{r})$ que se presenta aquí para la aparición de la secuencia \underline{r} de valores de exploración de la señal de recepción es idéntica para todos los valores posibles de las secuencias \underline{a} y \underline{c} y, por lo tanto, ya no debe tenerse en cuenta. De acuerdo con el intervalo discreto de valores de las secuencias \underline{a} y \underline{c} según la ecuación (6), la densidad de probabilidad $p(\underline{a}, \underline{c}, \underline{\theta} | \underline{r})$ puede descomponerse en una probabilidad $P(\underline{a}, \underline{c})$ y en una densidad de probabilidad condicional $p(\underline{r}, \underline{\theta} | \underline{a}, \underline{c})$. Dado que la secuencia \underline{c} de símbolos codificados depende de la secuencia \underline{a} de símbolos a transmitir, la probabilidad $P(\underline{a}, \underline{c})$ puede convertirse en la relación matemática $P(\underline{a}, \underline{c}) = P(\underline{a}) \cdot P(\underline{c} | \underline{a})$. Dado que la secuencia \underline{r} de valores de exploración de las señales de recepción presenta no sólo una dependencia de las secuencias \underline{a} y \underline{c} , sino también una dependencia de la secuencia $\underline{\theta}$, la densidad de probabilidad $p(\underline{r}, \underline{\theta} | \underline{a}, \underline{c})$ puede convertirse en la relación matemática $p(\underline{r}, \underline{\theta} | \underline{a}, \underline{c}) = p(\underline{r} | \underline{\theta}, \underline{a}, \underline{c}) \cdot p(\underline{\theta} | \underline{a}, \underline{c})$.

Dado que la secuencia $\underline{\theta}$ de valores de fase del canal de transmisión es independiente de la secuencia \underline{a} de símbolos a transmitir y de la secuencia \underline{c} de símbolos codificados, se obtiene la densidad de probabilidad $p(\underline{\theta} | \underline{a}, \underline{c})$ con $p(\underline{\theta} | \underline{a}, \underline{c}) = p(\underline{\theta})$. Dado que la secuencia \underline{r} de valores de exploración de las señales de recepción, con una secuencia \underline{c} dada de símbolos codificados, es independiente de la secuencia \underline{a} de símbolos a transmitir, se obtiene

la densidad de probabilidad $p(r|\underline{\theta}, \underline{a}, \underline{c})$ con $p(r|\underline{\theta}, \underline{a}, \underline{c}) = p(r|\underline{\theta}, \underline{c})$. En resumen puede plantearse para la densidad de probabilidad $p(\underline{a}, \underline{c}, \underline{\theta}|r)$ una relación matemática según la segunda línea de la ecuación (6).

$$\begin{aligned} p(\underline{a}, \underline{c}, \underline{\theta}|r) &= \frac{p(\underline{a}, \underline{c}, \underline{\theta}, r)}{p(r)} \propto P(\underline{a}, \underline{c}) \cdot p(r, \underline{\theta}|\underline{a}, \underline{c}) = \\ &= P(\underline{a}) \cdot P(\underline{c}|\underline{a}) \cdot p(\underline{\theta}) \cdot p(r|\underline{\theta}, \underline{c}) \end{aligned} \quad (6)$$

$$p(x|y) = \frac{p(x, y)}{p(y)} \quad (7)$$

5 La densidad de probabilidad $p(\underline{a})$ para la aparición de la secuencia \underline{a} de símbolos a transmitir se obtiene según la ecuación (8) a partir del producto de las probabilidades para la aparición de cada símbolo individual a_k , dado que, para la simplificación matemática, se supone una independencia de los distintos símbolos a transmitir entre sí. En la realidad, esta independencia de los distintos símbolos a transmitir no siempre se da.

$$p(\underline{a}) = \prod_{k=1}^K p(a_k) \quad (8)$$

10 La densidad de probabilidad $p(\underline{\theta})$ para la aparición de la secuencia $\underline{\theta}$ de valores de fase del canal de transmisión puede determinarse según la ecuación (9), en virtud de la dependencia de los distintos valores de fase entre sí, a partir del producto de la densidad de probabilidad $p(\theta_0)$ para la aparición del valor de fase θ_0 en el instante de símbolo cero y las densidades de probabilidad $p(\theta_k|\theta_{k-1})$ para la aparición del valor de fase θ_k en el instante de símbolo k a condición de que se conozca el valor de fase θ_{k-1} para el instante de símbolo precedente $k-1$.

$$p(\underline{\theta}) = p(\theta_0) \cdot \prod_{k=1}^K p(\theta_k | \theta_{k-1}) \quad (9)$$

15 La densidad de probabilidad $p(\underline{c}|\underline{a})$ para la aparición de la secuencia \underline{c} de símbolos codificados, a condición de que al mismo tiempo se conozca la secuencia \underline{a} de símbolos a transmitir, se obtiene según la ecuación (10) a partir del producto de la densidad de probabilidad $p(c_0)$ para la aparición del símbolo codificado c_0 en el instante de símbolo cero y la función indicadora $I(c_k, c_{k-1}, a_k)$ respectivamente correspondiente a cada símbolo codificado c_k , que en caso de presencia de la condición de codificación según la ecuación (2) presenta el valor uno y en caso contrario el valor cero.

$$p(\underline{c}|\underline{a}) = p(c_0) \cdot \prod_{k=1}^K I(c_k, c_{k-1}, a_k) \quad (10)$$

25 La densidad de probabilidad $p(r|\underline{c}, \underline{\theta})$ para la aparición de la secuencia \underline{r} de valores de exploración de la señal de recepción, a condición de que al mismo tiempo se conozcan la secuencia \underline{c} de símbolos codificados y la secuencia $\underline{\theta}$ de valores de fase del canal de transmisión, puede representarse según la ecuación (11) a través del producto de las densidades de probabilidad $p(r_k|c_k, \theta_k)$ para la aparición de cada valor de exploración individual de la señal de recepción r_k en los distintos instantes de símbolo k , a condición de que al mismo tiempo se conozcan el símbolo codificado c_k y el valor de fase θ_k del canal de transmisión en los distintos instantes de símbolo k . La densidad de probabilidad $p(r_k|c_k, \theta_k)$ para la aparición de cada valor de exploración individual de la señal de recepción r_k en los distintos instantes de símbolo k , a condición de que al mismo tiempo se conozcan el símbolo codificado c_k y el valor de fase θ_k del canal de transmisión en los distintos instantes de símbolo k , se da en el algoritmo MAP según la ecuación (12) como distribución gaussiana del valor de exploración de la señal de recepción r_k en el instante de símbolo k con el producto del símbolo codificado c_k en el instante de símbolo k y el término de fase con el valor de fase θ_k conocido en el instante de símbolo k como valor medio.

$$p(\underline{r}|\underline{c}, \underline{\theta}) = \prod_{k=0}^K p(r_k | c_k, \theta_k) \quad (11)$$

$$p(r_k | c_k, \theta_k) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{|r_k - c_k \cdot e^{j\theta_k}|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (12)$$

35 Teniendo en cuenta las ecuaciones (8), (9), (10) y (11) se obtiene, partiendo de la ecuación (6), una relación para la densidad de probabilidad condicional $p(\underline{a}, \underline{c}, \underline{\theta}|r)$ según la ecuación (13).

$$p(\underline{a}, \underline{c}, \underline{\theta} | \underline{r}) = \prod_{k=1}^K p(a_k) \cdot p(c_0) \prod_{k=1}^K I(c_k, c_{k-1}, a_k) \cdot p(\theta_0) \cdot \prod_{k=1}^K p(\theta_k | \theta_{k-1}) \cdot \prod_{k=1}^K p(r_k | c_k, \theta_k) \quad (13)$$

Esta ecuación (13) describe la densidad de probabilidad para la aparición de varias secuencias desconocidas, es decir la secuencia \underline{a} de símbolos a transmitir, la secuencia \underline{c} de símbolos codificados y la secuencia $\underline{\theta}$ de valores de fase del canal de transmisión, a condición de que se conozca la secuencia \underline{r} de valores de exploración de la señal de recepción. Una conversión de esta fórmula matemática para la densidad de probabilidad con vistas a una

determinación del símbolo $a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}m}$ transmitido respectivamente en el instante de símbolo k respectivo es técnicamente demasiado costosa en esta forma, debido al gran número de densidades de probabilidad vinculadas de manera multiplicativa entre sí que han de calcularse para cada secuencia \underline{a} de símbolos a transmitir, para cada secuencia \underline{c} de símbolos codificados y para cada secuencia $\underline{\theta}$ de valores de fase del canal de transmisión.

Una solución a este problema puede ser la separación de todo el proceso de transmisión en, en total, tres intervalos de tiempo, es decir un intervalo de tiempo desde el instante de símbolo cero (el principio de las distintas secuencias) hasta el instante de símbolo $k-1$, un intervalo de tiempo desde el instante de símbolo $k-1$ hasta el instante de símbolo k y un intervalo de tiempo desde el instante de símbolo k hasta el instante de símbolo K (el final de las distintas secuencias).

En el intervalo de tiempo desde el instante de símbolo $k-1$ hasta el instante de símbolo k , el símbolo a_k a transmitir en el instante de símbolo k actúa según la ecuación (2), a través del símbolo codificado c_{k-1} en el instante de símbolo $k-1$, directamente sobre el símbolo codificado c_k en el instante de símbolo k . Además, según la ecuación (5), el símbolo codificado c_{k-1} en el instante de símbolo $k-1$ y el valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$ tienen un efecto directo en el valor de exploración de la señal de recepción r_{k-1} en el instante de símbolo $k-1$, o el símbolo codificado c_k en el instante de símbolo k y el valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k tienen un efecto directo en el valor de exploración de la señal de recepción r_k en el instante de símbolo k . Por último, el valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$ actúa según la ecuación (4) directamente sobre el valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k .

Un parámetro que caracteriza la probabilidad para la aparición del símbolo a transmitir $a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}$ en el instante de símbolo k es la información extrínseca $\varepsilon_{i,k}$ para el símbolo a transmitir a_k en el instante de símbolo k , que está definida como relación de la probabilidad a posteriori $P(a_k | \underline{r})$ del símbolo a transmitir a_k en el instante de símbolo k con una secuencia \underline{r} conocida de símbolos de recepción y la probabilidad a priori $P(a_k)$ del símbolo a transmitir a_k en el instante de símbolo k .

Para determinar la información extrínseca $\varepsilon_{i,k} = \frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | \underline{r})}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})}$ para el símbolo a transmitir a_k en el instante

de símbolo k se suman las probabilidades correspondientes de las relaciones arriba mencionadas para todas las hipótesis del símbolo codificado c_{k-1} y del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, con una secuencia \underline{r}_0^{k-1} conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo cero hasta el instante de símbolo $k-1$ y con una secuencia \underline{r}_k^K conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo k hasta el instante de símbolo K .

Con este fin, según la ecuación (14), se multiplican entre sí las densidades de probabilidad $p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | \underline{r}_0^{k-1})$ para la aparición del símbolo codificado c_{k-1} y del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, con una secuencia \underline{r}_0^{k-1} conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo

cero hasta el instante de símbolo $k-1$, las densidades de probabilidad $p(c_k = c_{k-1} \cdot a_k, \theta_k | \underline{r}_k^K)$ para la aparición del símbolo codificado c_k y del valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con una

secuencia \underline{r}_k^K conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo k hasta el instante de símbolo K , y las densidades de probabilidad $p(\theta_k | \theta_{k-1})$ para el valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con un valor de fase θ_{k-1} conocido del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, se suman las mismas para todas las hipótesis del símbolo codificado c_{k-1} en el instante de símbolo $k-1$ y se integran todas las hipótesis del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$ y del valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k .

$$\varepsilon_{i,k} = \frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | \underline{r})}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})} \propto \sum_{c_{k-1}} \iint p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | \underline{r}_0^{k-1}) \cdot p(c_k = c_{k-1} \cdot a_k, \theta_k | \underline{r}_k^K) \cdot p(\theta_k | \theta_{k-1}) d\theta_k d\theta_{k-1} \quad (14)$$

La densidad de probabilidad $p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | r_0^{k-1})$ para la aparición del símbolo codificado c_{k-1} y del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, con una secuencia r_0^{k-1} conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo 0 hasta el instante de símbolo $k-1$, puede determinarse para el intervalo de tiempo desde el instante de símbolo cero hasta el instante de símbolo $k-1$ en el marco de una recursión hacia delante.

Para determinar una fórmula de recursión para tal recursión hacia delante en el paso de recursión entre los instantes de símbolo $k-1$ y k , se determinan las probabilidades o densidades de probabilidad de todas las relaciones según las ecuaciones (2), (4) y (5) que se presentan en los instantes de símbolo $k-1$ y k y entre los instantes de símbolo $k-1$ y k :

- las densidades de probabilidad $p(c_k, \theta_k | r_0^k)$ para la aparición del símbolo codificado c_k y del valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con una secuencia r_0^k conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo cero hasta el instante de símbolo k ,

- la densidad de probabilidad $p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | r_0^{k-1})$ para la aparición del símbolo codificado c_{k-1} y del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, con una secuencia r_0^{k-1} conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo cero hasta el instante de símbolo $k-1$,

- la densidad de probabilidad $p(r_k | c_k, \theta_k)$ para la aparición del valor de exploración de la señal de recepción r_k en el instante de símbolo k , con un símbolo codificado c_k conocido y un valor de fase θ_k conocido del canal de transmisión en el instante de símbolo k ,

- la probabilidad a priori $P(a_k)$ para el símbolo a transmitir a_k en el instante de símbolo k y

- la densidad de probabilidad $p(\theta_k | \theta_{k-1})$ para el valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con un valor de fase θ_{k-1} conocido del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$.

La densidad de probabilidad $p(c_k, \theta_k | r_0^k)$ para la aparición del símbolo codificado c_k y del valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con una secuencia r_0^k conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo cero hasta el instante de símbolo k , se obtiene según la ecuación

(15) en el marco de una recursión hacia delante, partiendo de la densidad de probabilidad $p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | r_0^{k-1})$ para la aparición del símbolo codificado c_{k-1} y del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, con una secuencia r_0^k conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo cero hasta el instante de símbolo k , mediante una multiplicación por las demás probabilidades determinadas, una subsiguiente suma de todas las hipótesis para el símbolo a transmitir a_k en el instante de símbolo k y una integración de todas las hipótesis del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$.

$$p(c_k, \theta_k | r_0^k) = p(r_k | c_k, \theta_k) \cdot \sum_{i=0}^{M-1} P(a_k = e^{j \frac{2\pi i}{M}}) \cdot \int p(c_{k-1} = c_k \cdot a_k^*, \theta_{k-1} | r_0^{k-1}) \cdot p(\theta_k | \theta_{k-1}) d\theta_{k-1} \quad (15)$$

La densidad de probabilidad $p(c_k, \theta_k | r_k^K)$ para la aparición del símbolo codificado c_k y del valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con una secuencia r_k^K conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo k hasta el instante de símbolo K , puede determinarse para el intervalo de tiempo desde el instante de símbolo k hasta el instante de símbolo K en el marco de una recursión hacia atrás.

Para determinar una fórmula de recursión para tal recursión hacia atrás en el paso de recursión entre los instantes de símbolo $k-1$ y k , se determinan las probabilidades o densidades de probabilidad de todas las relaciones según las ecuaciones (2), (4) y (5) que se presentan en los instantes de símbolo $k-1$ y k y entre los instantes de símbolo $k-1$ y k :

- la densidad de probabilidad $p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | r_{k-1}^K)$ para la aparición del símbolo codificado c_{k-1} y del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, con una secuencia r_{k-1}^K conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo $k-1$ hasta el instante de símbolo K ,

- la densidad de probabilidad $p(c_k, \theta_k | r_k^K)$ para la aparición del símbolo codificado c_k y del valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con una secuencia r_k^K conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo k hasta el instante de símbolo K ,

- la densidad de probabilidad $p(r_{k-1} | c_{k-1}, \theta_{k-1})$ para la aparición del valor de exploración de la señal de recepción r_{k-1} en el instante de símbolo $k-1$, con un símbolo codificado c_{k-1} conocido y un valor de fase θ_{k-1} conocido del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$,

- la probabilidad a priori $P(a_k)$ para el símbolo a transmitir a_k en el instante de símbolo k y

- la densidad de probabilidad $p(\theta_k | \theta_{k-1})$ para el valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con un valor de fase θ_{k-1} conocido del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$.

La densidad de probabilidad $p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | r_{k-1}^K)$ para la aparición del símbolo codificado c_{k-1} y del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, con una secuencia r_{k-1}^K conocida de valores de exploración

de la señal de recepción desde el instante de símbolo $k-1$ hasta el instante de símbolo K , se obtiene según la ecuación (16) en el marco de una recursión hacia atrás, partiendo de la densidad de probabilidad $p(c_k, \theta_k | r_k^K)$ para la aparición del símbolo codificado c_k y del valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con una secuencia r_k^K conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo k hasta el instante de símbolo K , mediante una multiplicación por las demás probabilidades o densidades de probabilidad determinadas, una subsiguiente suma de todas las hipótesis del símbolo a transmitir a_k en el instante de símbolo k y una integración de todas las hipótesis del valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k .

$$p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | r_{k-1}^K) = p(r_{k-1} | c_{k-1}, \theta_{k-1}) \cdot \sum_{i=0}^{M-1} P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) \cdot \int p(c_k = c_{k-1} \cdot a_k, \theta_k | r_k^K) \cdot p(\theta_k | \theta_{k-1}) d\theta_k \quad (16)$$

La densidad de probabilidad $p(c_{k-1}, \theta_{k-1} | r_0^{k-1})$ para la aparición del símbolo codificado c_{k-1} y del valor de fase θ_{k-1} del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, con una secuencia r_0^{k-1} conocida de valores de exploración de la señal de recepción desde el instante de símbolo 0 hasta el instante de símbolo $k-1$, puede convertirse según la ecuación (17), teniendo en cuenta las magnitudes intermedias $x = \theta_k$ e $y = c_k + r_0^k$.

$$p(c_k, \theta_k | r_0^k) = p(\theta_k | c_k, r_0^k) \cdot p(c_k | r_0^k) \quad (17)$$

De acuerdo con el documento arriba citado, se aplican adicionalmente las siguientes propiedades:

I. $p(c_k | r_0^k) = const.$ y $p(c_k | r_k^K) = const.$ (18)

II. $p(\theta_k | c_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}, r_0^k) = p(\theta_k + \frac{2\pi}{M}i | c_k = e^{j0}, r_0^k)$ (19)

III. La suma de todas las hipótesis del símbolo codificado c_{k-1} en el instante de símbolo $k-1$ de la ecuación (14) desaparece, dado que todos los M sumandos son idénticos.

Especialmente de las propiedades I y II resulta que en el marco de la recursión hacia delante ha de calcularse ya

sólo la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k) = p(\theta_k | c_k = 1, r_0^k)$ y en el marco de la recursión hacia atrás ha de

calcularse ya sólo la densidad de probabilidad $\omega_k(\theta_k) = p(\theta_k | c_k = 1, r_k^K)$. Así pues, partiendo de las

ecuaciones (15), (17) y (19) se obtiene la fórmula de cálculo simplificada para la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k)$ en

el instante de símbolo k en la recursión hacia delante según la ecuación (20) y partiendo de las ecuaciones (16) y

(17) la fórmula de cálculo simplificada para la densidad de probabilidad $\omega_{k-1}(\theta_k)$ en el instante de símbolo precedente

$k-1$ en la recursión hacia atrás según la ecuación (21).

$$\psi_k(\theta_k) = p(r_k | c_k = 1, \theta_k) \cdot \sum_{i=0}^{M-1} P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) \int \psi_{k-1}(\theta_{k-1} - \frac{2\pi}{M}i) \cdot p(\theta_k | \theta_{k-1}) d\theta_{k-1} \quad (20)$$

$$\omega_{k-1}(\theta_{k-1}) = p(r_{k-1} | c_{k-1} = 1, \theta_{k-1}) \cdot \sum_{i=0}^{M-1} P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) \int \omega_k(\theta_k + \frac{2\pi}{M}i) \cdot p(\theta_k | \theta_{k-1}) d\theta_k \quad (21)$$

Para la información extrínseca se obtiene, partiendo de la ecuación (14) y teniendo en cuenta la propiedad III y la ecuación (19), la relación según la ecuación (22).

$$\varepsilon_{i,k} = \frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | r)}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})} = \iint \psi_{k-1}(\theta_{k-1}) \cdot \omega_k(\theta_k + \frac{2\pi}{M}i) \cdot p(\theta_k | \theta_{k-1}) d\theta_k d\theta_{k-1} \quad (22)$$

Esta recursión hacia delante-hacia atrás simplificada representada en las ecuaciones (20), (21) y (22), incluido el cálculo de la información extrínseca, contiene las funciones de densidad de probabilidad continuas

$\psi_k(\theta_k) = p(\theta_k | c_k = 1, r_0^k)$, $\omega_k(\theta_k) = p(\theta_k | c_k = 1, r_k^K)$, $p(r_k | c_k = 1, \theta_k)$, $p(r_{k-1} | c_{k-1} = 1, \theta_{k-1})$ y $p(\theta_k | \theta_{k-1})$, así como integraciones de estas funciones de densidad de probabilidad continuas, que dificultan una conversión directa

en una implementación apta para la ejecución en un ordenador.

Esta problemática puede simplificarse aproximando las funciones de densidad de probabilidad

$\psi_k(\theta_k) = p(\theta_k | c_k = 1, r_0^k)$ y $\omega_k(\theta_k) = p(\theta_k | c_k = 1, r_k^K)$ según las ecuaciones (23) y (24) como sumas de las, respectivamente, M distribuciones de Tikhonov $t(\cdot)$ ponderadas con un factor de ponderación real $q_{m,k}$ adelante o $q_{m,k}$ atrás. El factor M corresponde al nivel del alfabeto de símbolos de la modulación PSK utilizada.

$$\psi_k(\theta_k) = \sum_{m=0}^{M-1} q_{m,k}^{\text{adelante}} \cdot t(z_k^{\text{adelante}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m}; \theta_k) \quad (23)$$

$$\omega_k(\theta_k) = \sum_{m=0}^{M-1} q_{m,k}^{\text{atrás}} \cdot t(z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m}; \theta_k) \quad (24)$$

La distribución de Tikhonov respectiva depende de un factor complejo z_k^{adelante} o $z_k^{\text{atrás}}$ y del valor de fase θ_k en el instante de símbolo k y se obtiene mediante la ecuación (25). Contiene la función de Bessel modificada I_0 de primer orden.

$$t(z; \theta) = \frac{e^{\operatorname{Re}\{z \cdot e^{-j\theta}\}}}{2\pi I_0(|z|)} \quad (25)$$

Para la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k)$ en la recursión hacia delante se obtiene una relación según la ecuación (26) partiendo de la ecuación (20), teniendo en cuenta una distribución de Tikhonov para la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k)$ según la ecuación (23). Aquí se utiliza una distribución gaussiana según la ecuación (12) para la densidad de probabilidad $p(r_k/c_k, \theta_k)$ para el valor de exploración de la señal de recepción r_k en el instante de símbolo k con un símbolo codificado c_k conocido y un valor de fase θ_k conocido del canal de transmisión en el instante de símbolo k en la recursión hacia delante en la ecuación (20) y, al mismo tiempo, se desprecian todos los términos de función exponencial que no presentan dependencia del valor de fase θ_k y, por lo tanto, constituyen términos constantes con respecto a la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k)$. Para la densidad de probabilidad $p(\theta_k | \theta_{k-1})$ para el valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con un valor de fase θ_{k-1} conocido del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, se supone una distribución gaussiana con valor medio θ_{k-1} y variancia σ_Δ^2 , dado que la característica de los distintos incrementos de fase Δ_k de la ecuación (4) presenta una distribución gaussiana con valor medio cero y variancia σ_Δ^2 . Adicionalmente se desprecian todos los factores multiplicativos que no presentan dependencia del valor de fase θ_k .

$$\psi_k(\theta_k) = e^{\frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\{r_k \cdot e^{-j\theta_k}\}} \cdot \sum_{i=0}^{M-1} P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) \int \sum_{m=0}^{M-1} q_{m,k-1}^{\text{adelante}} \cdot t(z_{k-1}^{\text{adelante}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m}; \theta_{k-1} - \frac{2\pi}{M}i) \cdot g(\theta_{k-1}, \sigma_\Delta^2; \theta_k) d\theta_k \quad (26)$$

Para la convolución de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ con la distribución gaussiana en la ecuación (26) puede utilizarse la aproximación (27). Con la introducción de esta aproximación, la relación matemática para la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k)$ en la recursión hacia delante según la ecuación (26) se convierte en la ecuación (29) introduciendo el coeficiente complejo modificado $z'_{m,k}{}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ según la ecuación (28).

$$\int t(z, \theta) \cdot g(\bar{\theta}, \sigma_\Delta^2; \theta) d\theta \approx t\left(\frac{z}{1 + \sigma_\Delta^2 \cdot |z|}; \theta\right) \quad (27)$$

$$z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} = \frac{z_{k-1}{}^{\text{adelante}}}{1 + \sigma_\Delta^2 \cdot |z_{k-1}{}^{\text{adelante}}|} \quad (28)$$

$$\psi_k(\theta_k) = e^{\frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\{r_k \cdot e^{-j\theta_k}\}} \cdot \sum_{i=0}^{M-1} \sum_{m=0}^{M-1} P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) q_{m,k-1}^{\text{adelante}} \cdot t(z'_{k-1}{}^{\text{adelante}}; \theta_k - \frac{2\pi}{M}(m+i)) \quad (29)$$

La función de Bessel $I_0(\cdot)$ utilizada en la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ puede aproximarse para grandes argumentos mediante una función exponencial. Así pues, de la ecuación (25) resulta la relación matemática de la ecuación (30).

$$e^{\operatorname{Re}\{z \cdot e^{-j\theta}\}} \approx 2\pi \cdot e^{|z|} \cdot t(z; \theta) \quad (30)$$

Aplicando la relación matemática de la ecuación (30) y sustituyendo los índices i y m por el nuevo índice $n=i+m$, la relación matemática para la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k)$ en la recursión hacia delante de la ecuación (29) se convierte en la relación matemática de la ecuación (31).

$$\psi_k(\theta_k) = e^{\frac{1}{\sigma^2} \operatorname{Re}\{r_k \cdot e^{-j\theta_k}\}} \cdot \sum_{n=0}^{M-1} \sum_{i=0}^{M-1} P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) \cdot q_{(n-i) \bmod M, k-1}^{\text{adelante}} \cdot e^{\left| z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}n} + \frac{r_k}{\sigma^2} \right|} \cdot t(z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}n} + \frac{r_k}{\sigma^2}; \theta_k) \quad (31)$$

Una comparación de la relación matemática para la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k)$ de la ecuación (31) y de la ecuación (23) da como resultado una fórmula de recursión matemática para el cálculo del factor de ponderación real $q_{m,k}^{adelante}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ según la ecuación (32) y para el cálculo del coeficiente complejo $z_k^{adelante}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ según la ecuación (33). Aquí se ha sustituido el índice n por el índice m . Para determinar la relación matemática en la ecuación (33) se ha tenido en cuenta la aproximación en la ecuación (34).

$$q_{m,k}^{adelante} = \sum_{i=0}^{M-1} P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) \cdot \tilde{q}_{(m-i) \bmod M, k-1}^{adelante} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m + \frac{r_k}{\sigma^2}}$$

para $m = 0, \dots, M-1$ (32)

$$z_k^{adelante} = z_{k-1}^{adelante} + \frac{r_k}{\sigma^2} \sum_{m=0}^{M-1} q_{m,k}^{adelante} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m}$$
 (33)

$$\sum_m q_m \cdot t(z \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m} + \frac{r_k}{\sigma^2}; \theta) \approx \sum_m q_m \cdot t(w \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m}) \text{ con } w = z + \sum_m \frac{r_k}{\sigma^2} \cdot q_m \cdot e^{-j\frac{2\pi}{M}m}$$
 (34)

Antes de llevar a cabo la recursión hacia adelante para determinar el coeficiente complejo $z_k^{adelante}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$, deben normalizarse los factores de ponderación reales $q_{m,k}^{adelante}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ según la ecuación (35), de manera que en suma den como resultado el valor 1.

$$\tilde{q}_{m,k}^{adelante} = \frac{q_{m,k}^{adelante}}{\sum_{m=0}^{M-1} q_{m,k}^{adelante}}$$
 (35)

Como valor inicial para la recursión hacia adelante para determinar el coeficiente complejo $z_k^{adelante}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ se utiliza un valor según la ecuación (36) y para determinar el factor de ponderación real $q_{m,k}^{adelante}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ se utiliza un valor según la ecuación (37).

$$z_0^{adelante} = \frac{r_k}{\sigma^2}$$
 (36)

$$q_{m,0}^{adelante} = \delta_m = \begin{cases} 1 & \text{para } m = 0 \\ 0 & \text{para } m \neq 0 \end{cases}$$
 (37)

Análogamente pueden derivarse, para la recursión hacia atrás del coeficiente complejo $z_{k-1}^{atrás}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$, una fórmula de recursión según la ecuación (38) y, para la recursión hacia atrás del factor de ponderación real $q_{m,k}^{atrás}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$, una fórmula de recursión según la ecuación (39).

$$q_{m,k-1}^{atrás} = \sum_{i=0}^{M-1} P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) \cdot q_{(m+i) \bmod M, k}^{atrás} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m + \frac{r_{k-1}}{\sigma^2}}$$

para $m = 0, \dots, M-1$ (38)

$$z_{k-1}^{atrás} = z_k^{atrás} + \frac{r_{k-1}}{\sigma^2} \sum_{m=0}^{M-1} q_{m,k-1}^{atrás} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{M}m}$$
 (39)

La normalización de los factores de ponderación $q_{m,k}^{atrás}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinados en la recursión hacia atrás se obtiene según la ecuación (40). El valor inicial $z_k^{atrás}$ para la recursión hacia atrás del coeficiente complejo $z_k^{atrás}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ se obtiene según la ecuación (41) y el valor inicial $q_{m,k}^{atrás}$ del factor de ponderación real $q_{m,k}^{atrás}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ se obtiene según la ecuación (42).

$$\tilde{q}_{m,k}^{\text{atrás}} = \frac{q_{m,k}^{\text{atrás}}}{\sum_{m=0}^{M-1} q_{m,k}^{\text{atrás}}} \quad (40)$$

$$z_K^{\text{atrás}} = \frac{r_K}{\sigma^2} \quad (41)$$

$$q_{m,K}^{\text{atrás}} = \delta_m = \begin{cases} 1 & \text{para } m = 0 \\ 0 & \text{para } m \neq 0 \end{cases} \quad (42)$$

5 Para determinar la información extrínseca según la ecuación (43) se introducen en la ecuación (22) de la información extrínseca las relaciones matemáticas para la densidad de probabilidad $\psi_k(\theta_k)$ en la recursión hacia delante según la ecuación (23) y para la densidad de probabilidad $\omega_k(\theta_k)$ en la recursión hacia atrás según la ecuación (24). Aquí hay que tener en cuenta que la densidad de probabilidad $p(\theta_k|\theta_{k-1})$ para el valor de fase θ_k del canal de transmisión en el instante de símbolo k , con un valor de fase θ_{k-1} conocido del canal de transmisión en el instante de símbolo $k-1$, satisface una distribución gaussiana con el valor medio θ_{k-1} y la varianza σ_Δ^2 .

$$\epsilon_{i,k} = \frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | r)}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})} = \sum_m \sum_l \tilde{q}_{m,k-1}^{\text{adelante}} \cdot \tilde{q}_{l,k}^{\text{atrás}} \int t(z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}i}; \theta_k + \frac{2\pi}{M}i) \cdot \int t(z_{k-1}^{\text{adelante}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m}; \theta_{k-1}) \cdot g(\theta_{k-1}, \sigma_\Delta^2; \theta_k) d\theta_k d\theta_{k-1} \quad (43)$$

10 Utilizando la aproximación para la convolución de una distribución de Tikhonov con una distribución gaussiana según la aproximación (27) e introduciendo el coeficiente complejo modificado $z'_{m,k}$ para la distribución de Tikhonov según la ecuación (28), la ecuación (43) puede convertirse en una aproximación, que se aproxima mediante la ecuación (44).

$$\epsilon_{i,k} = \frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | r)}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})} = \sum_m \sum_l \tilde{q}_{m,k-1}^{\text{adelante}} \cdot \tilde{q}_{l,k}^{\text{atrás}} \int t(z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}i}; \theta_k + \frac{2\pi}{M}i) \cdot \int t(z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m}; \theta_k) d\theta_k \quad (44)$$

15 Las dos funciones de distribución de Tikhonov de la ecuación (44) se presentan respectivamente según su ecuación de definición (25). Mientras que las funciones de Bessel de primer orden que aquí se presentan se colocan antes de la integral, dado que no presentan dependencia del valor de fase θ_k , las funciones exponenciales que aquí se presentan se reúnen en una única función exponencial, que de nuevo se describe según la ecuación de definición (25) con una función de distribución de Tikhonov y una función de Bessel de primer orden. Por consiguiente, de la

20 relación matemática para la información extrínseca de la ecuación (44) surge, introduciendo la magnitud intermedia

$$\tau(k, l, i, m) = z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}i} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{M}l} + z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m}, \text{ una relación matemática según la ecuación (45).}$$

$$\epsilon_{i,k} = \frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | r)}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})} = \frac{2\pi}{4\pi \cdot I_0(|z_k^{\text{atrás}}|) \cdot I_0(|z'_{k-1}{}^{\text{adelante}}|)} \cdot \sum_m \sum_l \tilde{q}_{m,k-1}^{\text{adelante}} \cdot \tilde{q}_{l,k}^{\text{atrás}} \cdot I_0(|\tau(k, l, i, m)|) \cdot \int t(\tau(k, l, i, m)) d\theta_k \quad (45)$$

25 La integral del valor de fase θ_k en la ecuación (45) da como resultado el valor 1. Las funciones de Bessel en el denominador de la ecuación (45) no presentan dependencia de los índices m y l , y por lo tanto constituyen términos multiplicativos irrelevantes que ya no se tendrán en cuenta. La relación matemática definitiva para la información extrínseca se obtiene por lo tanto según la ecuación (46).

$$\varepsilon_{i,k} = \frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | r)}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})} = \sum_m \sum_l \tilde{q}_{m,k-1}^{\text{adelante}} \cdot \tilde{q}_{l,k}^{\text{atrás}} \cdot J_0 \left(|z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} + z_k^{\text{atrás}}| \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}(l-m-i)} \right) \quad (46)$$

Con el fin de reducir el gran número de sumas y multiplicaciones en las fórmulas de recursión de las ecuaciones (32), (33), (35), (38), (39) y (40) y en la ecuación (46) para el cálculo de la información extrínseca, así como para limitar el intervalo de valores con vistas a una reducción de la dinámica de señal, a continuación se muestra a modo de ejemplo en una recursión hacia delante cómo se logra una simplificación algorítmica. Para ello se somete a logaritmicación el factor de ponderación $q_{m,k}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinado en la recursión hacia delante según la ecuación (32). El factor de ponderación sometido a logaritmicación $\eta_{m,k}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ así obtenido resulta de la ecuación (47).

$$\eta_{m,k}^{\text{adelante}} = \ln(q_{m,k}^{\text{adelante}}) = \ln \left(\sum_{i=0}^{M-1} e^{(\gamma_{i,k} + \tilde{\eta}_{(m-1) \bmod M, k-1}^{\text{adelante}})} \right) + \left| z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m} + \frac{r_k}{\sigma^2} \right| \quad (47)$$

Aquí se introduce la magnitud intermedia $\gamma_{i,k}$ según la ecuación (48) como logaritmo natural de la probabilidad a priori de la hipótesis de símbolo i para el símbolo a transmitir a_k en el instante de símbolo k y la magnitud intermedia $\tilde{\eta}_{m,k}^{\text{adelante}}$ según la ecuación (49) como factor de ponderación $\ln(\tilde{q}_{m,k}^{\text{adelante}})$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ sometido a logaritmicación, normalizado y determinado en la recursión hacia delante.

Según la ecuación (49), el factor de ponderación $\ln(\tilde{q}_{m,k}^{\text{adelante}})$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ sometido a logaritmicación, normalizado y determinado en la recursión hacia delante puede, partiendo de la ecuación (35) para la normalización del factor de ponderación $q_{m,k}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinado en la recursión hacia delante, considerarse como la diferencia del factor de ponderación $q_{m,k}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ sometido a logaritmicación, no normalizado y determinado en la recursión hacia delante y del factor C_k^{adelante} constante con respecto al factor de fase m según la ecuación (50).

$$\gamma_{i,k} = \ln(P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})) \quad (48)$$

$$\tilde{\eta}_{m,k}^{\text{adelante}} = \ln(\tilde{q}_{m,k}^{\text{adelante}}) = \eta_{m,k}^{\text{adelante}} - C_k^{\text{adelante}} \quad (49)$$

$$C_k^{\text{adelante}} = \ln \left(\sum_{m=0}^{M-1} e^{\eta_{m,k}^{\text{adelante}}} \right) \quad (50)$$

Para simplificar la relación matemática en la ecuación (47) se introduce el logaritmo de Jacobi según la ecuación (51).

$$\ln(e^{x_1} + e^{x_2}) = \max\{x_1, x_2\} + \ln(1 + e^{-|x_1 - x_2|}) \quad (51)$$

El logaritmo de Jacobi puede, según la ecuación (52), considerarse como una función de valor máximo modificada $\max^*\{x_1, x_2\}$, que modifica una función de valor máximo $\max\{x_1, x_2\}$ con una función de corrección $g(x_1, x_2) = \ln(1 + e^{-|x_1 - x_2|})$.

$$\max^*\{x_1, x_2\} = \max\{x_1, x_2\} + g(x_1, x_2) \quad (52)$$

La función de valor máximo modificada $\max^*\{\cdot\}$ puede, partiendo de la ecuación (52), determinarse de manera iterativa para un número mayor de argumentos x_1, x_2, \dots, x_n a partir de la función de valor máximo modificada $\max^*\{\cdot\}$ para un número de argumentos x_1, x_2, \dots, x_{n-1} reducido en la medida del último argumento.

$$\max^*\{x_1, x_2, \dots, x_n\} = \max^*\{\max^*\{x_1, x_2, \dots, x_{n-1}\}, x_n\} \quad (53)$$

Sin embargo, el logaritmo de Jacobi también puede determinarse de manera aproximativa sin calcular la función de corrección $g(\cdot)$ según la ecuación (54).

$$\ln(e^{x_1} + e^{x_2} + \dots + e^{x_n}) = \max_2^* \{x_1, x_2, \dots, x_n\} \approx \max\{x_1, x_2, \dots, x_n\} \quad (54)$$

La introducción del logaritmo de Jacobi en la relación matemática para el factor de ponderación $\eta_{m,k}^{\text{adelante}}$ sometido a logaritmicación y determinado en la recursión hacia delante según la ecuación (47), en combinación con la ecuación (49), lleva a una simplificación según la ecuación (55). Aquí puede despreciarse la constante C_k^{adelante} , dado que no presenta dependencia del factor de fase m .

$$\eta_{m,k}^{\text{adelante}} = \ln(q_{m,k}^{\text{adelante}}) = \max_{i(2)} \left\{ \gamma_{i,k} + \tilde{\eta}_{(m-i) \bmod M, k-1}^{\text{adelante}} - C_k^{\text{adelante}} \right\} + \left| z'_{k-1} \text{adelante} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}m} + \frac{r_k}{\sigma^2} \right| \quad (55)$$

5 Para evitar la normalización de los factores de ponderación en la recursión hacia delante según la ecuación (35) y en la recursión hacia atrás según la ecuación (40), que contienen respectivamente una división que requiere un gran esfuerzo de cálculo y una suma, se lleva a cabo una determinación de valor máximo en lugar de una normalización.

Con este fin se determina, según la ecuación (56), el factor de fase \tilde{m}_k del factor de ponderación $\eta_{m,k}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinado en la recursión hacia delante y sometido a logaritmación en el instante de símbolo k que sea máximo.

$$\tilde{m}_k = \arg \max_m \{ \eta_{m,k}^{\text{adelante}} \} \quad (56)$$

10 Si se utiliza únicamente el factor de ponderación máximo $\max\{q_{0,k}^{\text{adelante}}, \dots, q_{M-1,k}^{\text{adelante}}\}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinado en la recursión hacia delante, la fórmula de recursión para la determinación del coeficiente complejo z_k^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ según la ecuación (33) determinado en la recursión hacia delante se simplifica a una fórmula de recursión simplificada según la ecuación (57). En la ecuación (57) se aplica la identidad representada en la ecuación (58), para establecer una conexión entre la fórmula de recursión para el cálculo del factor de ponderación y del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$.

$$z_k^{\text{adelante}} \approx z'_{k-1} \text{adelante} + \frac{r_k}{\sigma^2} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{M}\tilde{m}_k} \quad (57)$$

$$\left| z'_{k-1} \text{adelante} + \frac{r_k}{\sigma^2} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{M}\tilde{m}_k} \right| = \left| z'_{k-1} \text{adelante} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}\tilde{m}_k} + \frac{r_k}{\sigma^2} \right| \quad (58)$$

20 Para simplificar la fórmula de cálculo para la información extrínseca se introduce en la ecuación (46) el nuevo factor de fase $n = (l - m) \bmod M$. Así pues, la fórmula de cálculo para la información extrínseca se obtiene según la ecuación (59).

$$\begin{aligned} \epsilon_{i,k} &= \frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | r)}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})} = \sum_n \sum_m \tilde{q}_{m \bmod M, k-1}^{\text{adelante}} \cdot \tilde{q}_{(n+m) \bmod M, k}^{\text{atrás}} \\ & \cdot I_0 \left(\left| z'_{k-1} \text{adelante} + z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}(n-i)} \right| \right) = \\ & = \sum_n I_0 \left(\left| z'_{k-1} \text{adelante} + z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}(n-i)} \right| \right) \cdot \sum_m \tilde{q}_{m \bmod M, k-1}^{\text{adelante}} \cdot \tilde{q}_{(n+m) \bmod M, k}^{\text{atrás}} \quad (59) \end{aligned}$$

25 Una logaritmación de la información extrínseca y una aproximación de la función de Bessel de primer orden mediante una función exponencial da como resultado, partiendo de la ecuación (59), la relación matemática para la información extrínseca sometida a logaritmación $\lambda_{i,k}$ de la ecuación (60).

$$\begin{aligned} \lambda_{i,k} &= \ln \left(\frac{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | r)}{P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})} \right) = \max_n \left\{ \left| z'_{k-1} \text{adelante} + z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}(n-i)} \right| + \right. \\ & \left. + \max_m \{ \eta_{m,k-1}^{\text{adelante}} + \eta_{n+m,k}^{\text{atrás}} \} \right\} \quad (60) \end{aligned}$$

30 Introduciendo el factor de ponderación máximo sometido a logaritmación $f_{n,k}$ determinado en la recursión hacia delante y en la recursión hacia atrás en el instante de símbolo k y para el factor de fase n según la ecuación (61), y la magnitud intermedia $\mu_{n-i,k}$ en el instante de símbolo k y para el factor de fase $n-i$ según la ecuación (62), la información extrínseca sometida a logaritmación $\lambda_{i,k}$ se obtiene, partiendo de la ecuación (60), según la ecuación (63).

$$f_{n,k} = \max_m \left\{ \eta_{m,k-1}^{\text{adelante}} + \eta_{n+m,k}^{\text{atrás}} \right\} \text{ para } n=0, \dots, M-1 \text{ y } k=1, \dots, K \quad (61)$$

$$\mu_{n-i,k} = \left| z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} + z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}(n-i)} \right| \text{ para } n=0, \dots, M-1 \text{ y } k=1, \dots, K \quad (62)$$

$$\lambda_{i,k} = \max_n \left\{ \mu_{n-i,k} + f_{n,k} \right\} \text{ para } i=0, \dots, M-1, n=0, \dots, M-1 \text{ y } k=1, \dots, K \quad (63)$$

La introducción del factor de fase modificado $\nu = n - i$ da como resultado, partiendo de la ecuación (62), la fórmula de cálculo para la magnitud intermedia $\mu_{\nu,k}$ según la ecuación (64) y, partiendo de la ecuación (63), la fórmula de cálculo para la información extrínseca sometida a logaritmicación $\lambda_{i,k}$ según la ecuación (65).

$$\mu_{\nu,k} = \left| z'_{k-1}{}^{\text{adelante}} + z_k^{\text{atrás}} \cdot e^{j\frac{2\pi}{M}\nu} \right| \text{ para } \nu=0, \dots, M-1 \text{ y } k=1, \dots, K \quad (64)$$

$$\lambda_{i,k} = \max_{\nu} \left\{ \mu_{\nu,k} + f_{\nu+i,k} \right\} \text{ para } i=0, \dots, M-1, \nu=0, \dots, M-1 \text{ y } k=0, \dots, K-1 \quad (65)$$

5 En resumen se obtiene la siguiente fórmula de cálculo para el algoritmo de detección simplificado de una señal modulada por M-PSK de manera diferencial:

10 Para la recursión hacia delante, el valor inicial $\tilde{\eta}_{m,0}^{\text{adelante}}$ del factor de ponderación $\tilde{\eta}_{m,k}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ sometido a logaritmicación y normalizado en el instante de símbolo 0 puede determinarse según la ecuación (66), el valor inicial z_0^{adelante} del coeficiente complejo z_k^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo 0 puede determinarse según la ecuación (67) y el valor inicial z_0^{adelante} del coeficiente complejo modificado z_k^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo 0 puede determinarse según la ecuación (68).

$$\tilde{\eta}_{m,0}^{\text{adelante}} = \begin{cases} \hat{\eta} & \text{para } m = 0 \\ -\infty & \text{para } m \neq 0 \end{cases} \quad (66)$$

$$z_0^{\text{adelante}} = \frac{r_0}{\sigma^2} \quad (67)$$

$$z_0^{\text{adelante}} = \frac{z_0^{\text{adelante}}}{1 + \sigma_{\Delta}^2 \cdot |z_0^{\text{adelante}}|} \quad (68)$$

15 El factor de ponderación $\eta_{m,k}^{\text{adelante}}$ sometido a logaritmicación y determinado en una recursión hacia delante en el instante de símbolo k se obtiene según la ecuación (69) teniendo en cuenta las ecuaciones (70) y (71), que constituyen la conexión con la recursión hacia delante del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$.

$$\eta_{m,k}^{\text{adelante}} = \max_{i(2)} \left\{ \gamma_{i,k} + \eta_{(m-i) \bmod M, k-1}^{\text{adelante}} \right\} + \xi_{m,k}^{\text{adelante}} \text{ para}$$

$$m=0, \dots, M-1, \quad i=0, \dots, M \quad \text{y} \quad \text{ind} \quad k=1, \dots, K-1 \quad (69)$$

$$\xi_{m,k}^{\text{adelante}} = \rho_{m,k}^{\text{adelante}} \quad \text{para} \quad \text{ür} \quad m=0, \dots, M \quad \text{y} \quad \text{ind} \quad k=1, \dots, K-1 \quad (70)$$

$$\rho_{m,k}^{\text{adelante}} = z_{k-1}^{\text{adelante}} + \frac{r_k}{\sigma^2} \cdot e^{-j\frac{2\pi}{M}m} \quad \text{para} \quad \text{ür} \quad m=0, \dots, M \quad \text{y} \quad \text{ind} \quad k=1, \dots, K-1 \quad (71)$$

Según la ecuación (72) se obtiene el coeficiente complejo z_k^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo k determinado en una recursión hacia delante partiendo del resultado de la ecuación (71) como magnitud intermedia $\rho_{\alpha_k, k}^{\text{adelante}}$ con el factor de fase α_k en el instante de símbolo k , que, según la ecuación (73),

5 corresponde al factor de fase m del factor de ponderación máximo $\max_m \{ \eta_{m,k}^{\text{adelante}} \}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo k determinado en una recursión hacia delante. El coeficiente complejo modificado z_k^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo k determinado en una recursión hacia delante se obtiene según la ecuación (74).

$$z_k^{\text{adelante}} = \rho_{\alpha_k, k}^{\text{adelante}} \quad \text{para} \quad \text{ür} \quad k=0, \dots, K-1 \quad (72)$$

$$\alpha_k = \arg \max_m \{ \eta_{m,k}^{\text{adelante}} \} \quad \text{para} \quad \text{ür} \quad k=0, \dots, K-1 \quad (73)$$

$$z_k^{\text{adelante}} = \frac{z_k^{\text{adelante}}}{1 + \sigma_{\Delta}^2 \cdot |z_k^{\text{adelante}}|} \quad \text{para} \quad \text{ür} \quad k=0, \dots, K-1 \quad (74)$$

10 Para la recursión hacia atrás, el valor inicial $\tilde{\eta}_{m,K}^{\text{atrás}}$ del factor de ponderación $\tilde{\eta}_{m,k}^{\text{atrás}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ sometido a logaritmicación y normalizado en el instante de símbolo K puede determinarse según la ecuación (75), el valor inicial $z_K^{\text{atrás}}$ del coeficiente complejo $z_k^{\text{atrás}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo K puede determinarse según la ecuación (76) y el valor inicial $z_K^{\text{atrás}}$ del coeficiente complejo modificado $z_k^{\text{atrás}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo K puede determinarse según la ecuación (77).

$$\tilde{\eta}_{m,K}^{\text{atrás}} = \begin{cases} \hat{n} & \text{para} \quad \text{ür} \quad m=0 \\ -\infty & m \neq 0 \end{cases} \quad (75)$$

$$z_K^{\text{atrás}} = \frac{r_K}{\sigma^2} \quad (76)$$

$$z_K^{\text{atrás}} = \frac{z_K^{\text{atrás}}}{1 + \sigma_{\Delta}^2 \cdot |z_K^{\text{atrás}}|} \quad (77)$$

20 El factor de ponderación $\eta_{m,k-1}^{\text{atrás}}$ sometido a logaritmicación y determinado en una recursión hacia delante en el instante de símbolo $k-1$ se obtiene según la ecuación (78) teniendo en cuenta las ecuaciones (79) y (80), que constituyen la conexión con la recursión hacia atrás del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$.

atrás

atrás

$$\eta_{m,k-1}^{\text{rückwärts}} = \max_{i \in \{1,2\}} \left\{ \gamma_{i,k} + \eta_{(m+i) \bmod M, k}^{\text{atrás}} \right\} + \xi_{m,k-1}^{\text{rück}} \text{ para } \forall m = 0, \dots, M \text{ y } \forall k = 0, \dots, K-1 \quad (78)$$

$$\xi_{m,k-1}^{\text{atrás}} = \rho_{m,k-1}^{\text{atrás}} \text{ para } \forall m = 0, \dots, M \text{ y } \forall k = 0, \dots, K-1 \quad (79)$$

$$\rho_{m,k-1}^{\text{atrás}} = z_k^{\text{atrás}} + \frac{r_{k-1}}{\sigma^2} \cdot e^{-j \frac{2\pi}{\sigma} r_{k-1}} \text{ para } \forall m = 0, \dots, M \text{ y } \forall k = 0, \dots, K-1 \quad (80)$$

Según la ecuación (81), el coeficiente complejo $z_{k-1}^{\text{atrás}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo $k-1$ determinado en una recursión hacia atrás se determina partiendo del resultado de la ecuación (80) como magnitud intermedia $\rho_{\beta_{k-1}}^{\text{rückwärts}}$ en el instante de símbolo $k-1$ con el factor de fase β_{k-1} en el instante de símbolo $k-1$, que, según la ecuación (80) corresponde al factor de fase m del factor de ponderación máximo $\max_m \left\{ \eta_{m,k-1}^{\text{rückwärts}} \right\}$

de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo $k-1$ determinado en una recursión hacia atrás. El coeficiente complejo modificado $z_{k-1}^{\text{atrás}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ en el instante de símbolo $k-1$ determinado en una recursión hacia atrás se obtiene según la ecuación (83).

$$z_{k-1}^{\text{atrás}} = \rho_{\beta_{k-1}}^{\text{atrás}} \text{ para } \forall k = 0, \dots, K-1 \quad (81)$$

$$\beta_{k-1} = \arg \max_m \left\{ \eta_{m,k-1}^{\text{atrás}} \right\} \text{ para } \forall k = 0, \dots, K-1 \quad (82)$$

$$z_k^{\text{atrás}} = \frac{z_k^{\text{atrás}}}{1 + \sigma_{\Delta}^2 \cdot |z_k^{\text{atrás}}|} \text{ para } \forall k = 0, \dots, K-1 \quad (83)$$

La información extrínseca puede calcularse según las ecuaciones (61), (62) y (65).

A continuación se explican detalladamente el procedimiento según la invención para determinar una información extrínseca por medio del diagrama de flujo de la figura 1 y el dispositivo según la invención para determinar una información extrínseca por medio del diagrama de bloques de la figura 2.

En el primer paso del procedimiento S10 se inicializan las distintas variables de recursión. Esto se realiza por medio de la ecuación (65) para los, en total, M factores de ponderación $\tilde{\eta}_{m,0}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ sometidos a logaritmicación, normalizados y determinados en una recursión hacia delante en el instante de símbolo 0, por medio de la ecuación (67) para el coeficiente complejo z_0^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinado en una recursión hacia delante en el instante de símbolo 0, por medio de la ecuación (68) para el coeficiente complejo modificado z_k^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinado en una recursión hacia delante en el instante de

símbolo 0, por medio de la ecuación (75) para los, en total, M factores de ponderación $\tilde{\eta}_{m,K}^{\text{rückwärts}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ sometidos a logaritmicación, normalizados y determinados en una recursión hacia atrás en el instante de símbolo K , por medio de la ecuación (76) para el coeficiente complejo $z_K^{\text{atrás}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinado en una recursión hacia atrás, y por medio de la ecuación (77) para el coeficiente complejo modificado $z_k^{\text{atrás}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinado en una recursión hacia atrás.

En el siguiente paso del procedimiento S20 se determinan, en una unidad 1 para la determinación de factores de ponderación sometidos a logaritmicación en una recursión hacia delante, los, en total, M factores de ponderación $\eta_{m,k}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ determinados en una recursión hacia delante para el instante de símbolo k respectivo por medio de la fórmula de recursión según la ecuación (69). Con este fin se calcula el algoritmo de Jacobi a partir de las distintas sumas respectivamente correspondientes a cada hipótesis de símbolo i de la probabilidad a priori $\gamma_{i,k}$ en el instante de símbolo k respectivo y del factor de ponderación $\eta_{(m-i) \bmod M, k-1}^{\text{adelante}}$ de la distribución de Tikhonov $t(\cdot)$ sometido a logaritmicación en el instante de símbolo precedente $k-1$. Al logaritmo de Jacobi se le suma el valor de la magnitud intermedia $\rho_{m,k}^{\text{adelante}}$ determinada en el mismo instante de símbolo k en la unidad 3 para la determinación de coeficientes complejos en una recursión hacia delante, que, según la ecuación

(71), se compone del coeficiente complejo modificado z'_{k-1} ^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo precedente $k-1$ determinado en una recursión hacia delante y el símbolo de recepción r_k en el instante de símbolo k y que adicionalmente se guarda de manera temporal en una memoria intermedia, no representada en la figura 2, para un procesamiento ulterior en el siguiente paso del procedimiento S30.

Como logaritmo de Jacobi puede utilizarse la variante $\max_1\{.\}$ del logaritmo de Jacobi según la ecuación (52), compuesta de la función de valor máximo $\max\{.\}$ y la función de corrección $g(.)$ o, como alternativa, la aproximación $\max_2\{.\}$ según la ecuación (53), compuesta únicamente de la función de valor máximo $\max\{.\}$.

En el siguiente paso del procedimiento S30, en una unidad 2 para la determinación del factor de fase con el factor de ponderación máximo sometido a logaritmación en una recursión hacia delante según la ecuación (73), se determina el factor de fase α_k en el instante de símbolo k que corresponde al factor de ponderación máximo

$\max_m \left\{ \eta_{m,k}^{\text{adelante}} \right\}$ de la distribución de Tikhonov $t(.)$, determinado en una recursión hacia delante y sometido a una logaritmación en el instante de símbolo k , de todos los, en total, M factores de ponderación $\eta_{m,k}$ ^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo k determinados en una recursión hacia delante y sometidos a logaritmación.

Según la ecuación (72), en el mismo paso del procedimiento S30, en una unidad 3 para la determinación de coeficientes complejos en una recursión hacia delante, el coeficiente complejo z_k ^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo k determinado en una recursión hacia delante se determina a partir de la magnitud intermedia $\rho_{\alpha_k,k}$ determinada en la ecuación (71), con el factor de fase α_k determinado en el mismo paso del

procedimiento S30. El correspondiente coeficiente modificado z'_k ^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo k determinado en una recursión hacia delante se obtiene según la ecuación (74) a partir del coeficiente complejo z_k ^{adelante} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo k que acaba de determinarse en una recursión hacia delante.

En el siguiente paso del procedimiento S40, en una unidad 4 para la determinación de factores de ponderación sometidos a logaritmación en una recursión hacia atrás, se determinan por medio de la fórmula de recursión según la ecuación (78) los, en total, M factores de ponderación $\eta_{m,k-1}$ ^{atrás} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo respectivamente precedente $k-1$ sometidos a logaritmación y determinados en una recursión hacia atrás.

Aquí se calcula también el logaritmo de Jacobi a partir de las distintas sumas respectivamente correspondientes a cada hipótesis de símbolo i de probabilidades a priori $y_{i,k}$ en el instante de símbolo k respectivo y de factores de ponderación $\eta_{m,k}$ ^{atrás} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo precedente $k-1$ sometidos a logaritmación y determinados en una recursión hacia atrás. Al logaritmo de Jacobi se le suma el valor de la magnitud intermedia $\rho_{m,k-1}$ ^{atrás} determinada en el mismo instante de símbolo $k-1$ en la unidad 5 para la determinación de

coeficientes complejos en una recursión hacia atrás, que, según la ecuación (80), se compone del coeficiente complejo modificado z'_k ^{atrás} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo k determinado en una recursión hacia atrás y el símbolo de recepción r_{k-1} en el instante de símbolo precedente $k-1$ y que adicionalmente se guarda de manera temporal en una memoria intermedia, no representada en la figura 2, para un procesamiento ulterior en el siguiente paso del procedimiento S50.

En el siguiente paso del procedimiento S50, en una unidad 6 para la determinación del factor de fase con un factor de ponderación máximo sometido a logaritmación en una recursión hacia atrás según la ecuación (82), se determina el factor de fase β_{k-1} en el instante de símbolo precedente $k-1$ que corresponde al factor de fase m del factor de

ponderación máximo $\max_m \left\{ \eta_{m,k-1}^{\text{atrás}} \right\}$ de todos los, en total, M factores de ponderación $\eta_{m,k-1}$ ^{atrás} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo precedente $k-1$ determinados en una recursión hacia atrás y sometidos a logaritmación.

En el subsiguiente paso del procedimiento S60, en una unidad 7 para la determinación de una información extrínseca, se calcula la información extrínseca sometida a logaritmación $\lambda_{i,k}$ correspondiente a la hipótesis de símbolo i en el instante de símbolo k según las ecuaciones (61), (62) y (63) por medio de los, en total, M factores de ponderación $\eta_{m,k}$ ^{atrás} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo precedente $k-1$ sometidos a logaritmación y determinados en una recursión hacia delante según el paso del procedimiento S20 y los, en total, M factores de ponderación $\eta_{m,k}$ ^{atrás} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo k sometidos a

logaritmación y determinados en una recursión hacia atrás según el paso del procedimiento S40 del coeficiente complejo modificado z'_{k-1} ^{atrás} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo precedente $k-1$ determinado en una recursión hacia delante según el paso del procedimiento S30 y del coeficiente complejo modificado z'_k ^{atrás} de la distribución de Tikhonov $t(.)$ en el instante de símbolo k determinado en una recursión hacia atrás según el paso del procedimiento S50. Aquí se utiliza el logaritmo de Jacobi en la variante $\max_1\{.\}$ compuesta de la función de

valor máximo $\max\{.\}$ y la función de corrección $g(.)$ según la ecuación (52) o en la variante $\max_2\{.\}$ compuesta únicamente de la función de valor máximo $\max\{.\}$ según la ecuación (53).

En el último paso del procedimiento S70, que puede realizarse opcionalmente, en un detector de valor máximo 8, se

determina la probabilidad a posteriori máxima $\max_i \left\{ P(\alpha_k = e^{j \frac{2\pi}{M} i} | r) \right\}$ como suma máxima

$\max_i \left\{ \lambda_{i,k} + P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i}) \right\}$ a partir de la información extrínseca $\lambda_{i,k}$ y la probabilidad a priori $P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i})$ de

todas las, en total, M probabilidades a posteriori $P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | \mathbf{r})$ correspondientes respectivamente a una hipótesis de símbolo i en el instante de símbolo k . La hipótesis de símbolo i correspondiente a esta probabilidad a posteriori

máxima $\max_i \left\{ P(a_k = e^{j\frac{2\pi}{M}i} | \mathbf{r}) \right\}$ constituye el valor estimado \hat{a}_k para el símbolo a_k a transmitir en el instante de

5 símbolo k .

REIVINDICACIONES

1. Procedimiento para determinar una información extrínseca para una hipótesis de símbolo de un símbolo en un determinado instante, que se alimenta a una modulación de fase diferencial y se transmite por un canal de transmisión con una fase variable en el tiempo, correspondiendo la probabilidad a posteriori de la fase, con un símbolo codificado real positivo y con una secuencia conocida de valores de exploración de una señal de recepción, a una suma de distribuciones de Tikhonov de la fase ponderadas respectivamente con un factor de ponderación y dependientes respectivamente de un coeficiente complejo,
caracterizado porque
se utiliza como información extrínseca para la hipótesis de símbolo en cada instante una información extrínseca sometida a logaritmación y porque, para determinar la información extrínseca sometida a logaritmación para la hipótesis de símbolo en el momento, se utilizan un factor de ponderación sometido a logaritmación en el instante precedente, que, con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva, se determina a partir del factor de ponderación sometido a logaritmación determinado en el instante anterior al precedente, y el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov en el instante precedente, que, con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva, se determina a partir del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante anterior al precedente.
2. Procedimiento para determinar una información extrínseca según la reivindicación 1, **caracterizado porque** el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva se determina a partir de la vinculación aditiva del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante anterior al precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva con el símbolo recibido en el instante precedente.
3. Procedimiento para determinar una información extrínseca según la reivindicación 1 o 2, **caracterizado porque** el factor de ponderación determinado en el instante precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva y sometido a logaritmación se determina con un logaritmo de Jacobi a partir de las sumas, respectivamente determinadas para cada hipótesis de símbolo, de una probabilidad a priori en el instante precedente sometida a logaritmación y del factor de ponderación determinado en el instante anterior al precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva y sometido a logaritmación.
4. Procedimiento para determinar una información extrínseca según una de las reivindicaciones 1 a 3, **caracterizado porque** el factor de ponderación determinado en el instante precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva y sometido a logaritmación, el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante anterior al precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva, que está ponderado con un término de fase de la modulación de fase, y el símbolo recibido en el instante precedente se vinculan de manera aditiva.
5. Procedimiento para determinar una información extrínseca según una de las reivindicaciones 1 a 4, **caracterizado porque**, para la determinación del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva, se pondera el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante anterior al precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva con el término de fase de la modulación de fase cuyo factor de fase en el instante precedente corresponde al factor de fase en el que el factor de ponderación determinado en el instante precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva y sometido a logaritmación es máximo.
6. Procedimiento para determinar una información extrínseca según una de las reivindicaciones 1 a 5, **caracterizado porque**, para la determinación de la información extrínseca sometida a logaritmación para la hipótesis de símbolo en el momento, se utilizan adicionalmente un factor de ponderación sometido a logaritmación y determinado mediante logaritmación del factor de ponderación en el instante respectivo que, con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa, se determina a partir del factor de ponderación determinado en el instante subsiguiente y sometido a logaritmación, y el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov en el instante respectivo que, con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa, se determina a partir del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante subsiguiente.
7. Procedimiento para determinar una información extrínseca según la reivindicación 6, **caracterizado porque** el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el momento con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa se determina a partir de la vinculación aditiva del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante subsiguiente con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa con el valor de exploración de la señal de recepción recibido en el momento.
8. Procedimiento para determinar una información extrínseca según la reivindicación 6 o 7, **caracterizado porque**

el factor de ponderación determinado en el momento con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa y sometido a logaritmación se determina con un logaritmo de Jacobi a partir de las sumas, respectivamente determinadas para cada hipótesis de símbolo, de una probabilidad a priori en el instante respectivo sometida a logaritmación y del factor de ponderación determinado en el instante respectivo con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa y sometido a logaritmación.

5
9. Procedimiento para determinar una información extrínseca según una de las reivindicaciones 6 a 8, **caracterizado porque**

10 al factor de ponderación determinado en el instante respectivo con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa y sometido a logaritmación se le vinculan de manera aditiva el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante subsiguiente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva, que está ponderado con un término de fase de la modulación de fase, y el valor de exploración de la señal de recepción recibido en el momento.

15 10. Procedimiento para determinar una información extrínseca según la reivindicación 9, **caracterizado porque**, para la determinación del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante respectivo con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa, se pondera el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante subsiguiente con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa con el término de fase de la modulación de fase cuyo factor de fase en el momento corresponde al factor de fase en el que el factor de ponderación determinado en ese momento con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa y sometido a logaritmación es máximo.

20 11. Procedimiento para determinar una información extrínseca según una de las reivindicaciones 6 a 10, **caracterizado porque**,

25 para la determinación de la información extrínseca sometida a logaritmación para la hipótesis de símbolo en el momento, se determina como logaritmo de Jacobi un factor de ponderación sometido a logaritmación respectivamente máximo para cada factor de fase modificado a partir de las sumas, respectivamente determinadas para cada factor de fase, del factor de ponderación determinado en el instante precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva y sometido a logaritmación y el factor de ponderación determinado en el momento con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa y sometido a logaritmación.

30 12. Procedimiento para determinar una información extrínseca según una de las reivindicaciones 6 a 11, **caracterizado porque**,

35 para la determinación de la información extrínseca sometida a logaritmación para la hipótesis de símbolo y en el momento, se determina un logaritmo de Jacobi a partir de las sumas, respectivamente determinadas para cada factor de fase modificado, del factor de ponderación sometido a logaritmación respectivamente máximo para el factor de fase modificado respectivo y teniendo en cuenta el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante precedente con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva y el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el momento con una recursión que se extiende en la dirección temporal negativa.

40 13. Procedimiento para determinar una información extrínseca según la reivindicación 3, 11 o 12, **caracterizado porque**

45 el logaritmo de Jacobi contiene respectivamente una función de valor máximo y una función de corrección.

14. Procedimiento para determinar una información extrínseca según la reivindicación 3, 11 o 12, **caracterizado porque**

el logaritmo de Jacobi contiene sólo una respectiva función de valor máximo.

50 15. Dispositivo para determinar una información extrínseca para una hipótesis de símbolo de un símbolo en un determinado instante, que se alimenta a una modulación de fase y se transmite por un canal de transmisión con una fase variable en el tiempo, con

una unidad (1) para determinar factores de ponderación sometidos a logaritmación en una recursión hacia delante, una unidad (3) para determinar coeficientes complejos en una recursión hacia delante, una unidad (4) para determinar factores de ponderación sometidos a logaritmación en una recursión hacia atrás, una unidad (5) para determinar coeficientes complejos en una recursión hacia atrás, una unidad (7) para determinar una información extrínseca, una unidad (2) para determinar el factor de fase con el factor de ponderación máximo en una recursión hacia delante y

60 una unidad (6) para determinar el factor de fase con el factor de ponderación máximo en una recursión hacia atrás, **caracterizado porque**

65 el dispositivo está configurado de manera que, para determinar la información extrínseca sometida a logaritmación para la hipótesis de símbolo en el momento, se utilizan un factor de ponderación sometido a logaritmación en el instante precedente, que, con una recursión que se extiende en la dirección temporal positiva, se determina a partir del factor de ponderación sometido a logaritmación determinado en el instante anterior al precedente, y el coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov en el instante precedente, que, con una recursión que se extiende en la

dirección temporal positiva, se determina a partir del coeficiente complejo de la distribución de Tikhonov determinado en el instante anterior al precedente.

5 16. Programa informático con medios de código de programa, para poder llevar a cabo todos los pasos según una de las reivindicaciones 1 a 14 cuando el programa se ejecuta en un ordenador o en un procesador digital de señales.

10 17. Producto de programa informático con medios de código de programa almacenados especialmente en un soporte legible por máquina, para poder llevar a cabo todos los pasos según una de las reivindicaciones 1 a 14 cuando el programa se ejecuta en un ordenador o en un procesador digital de señales.

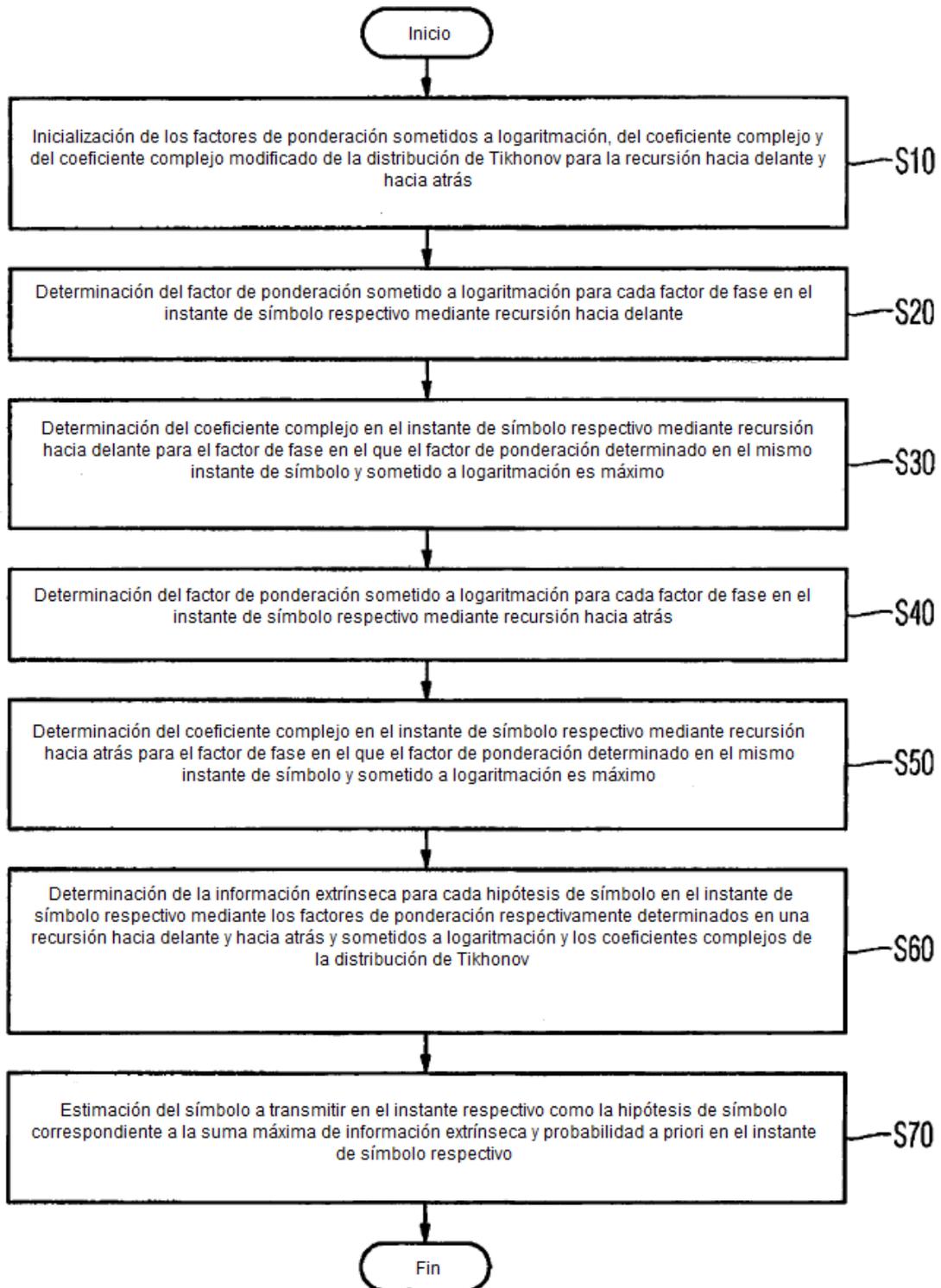


Fig. 1

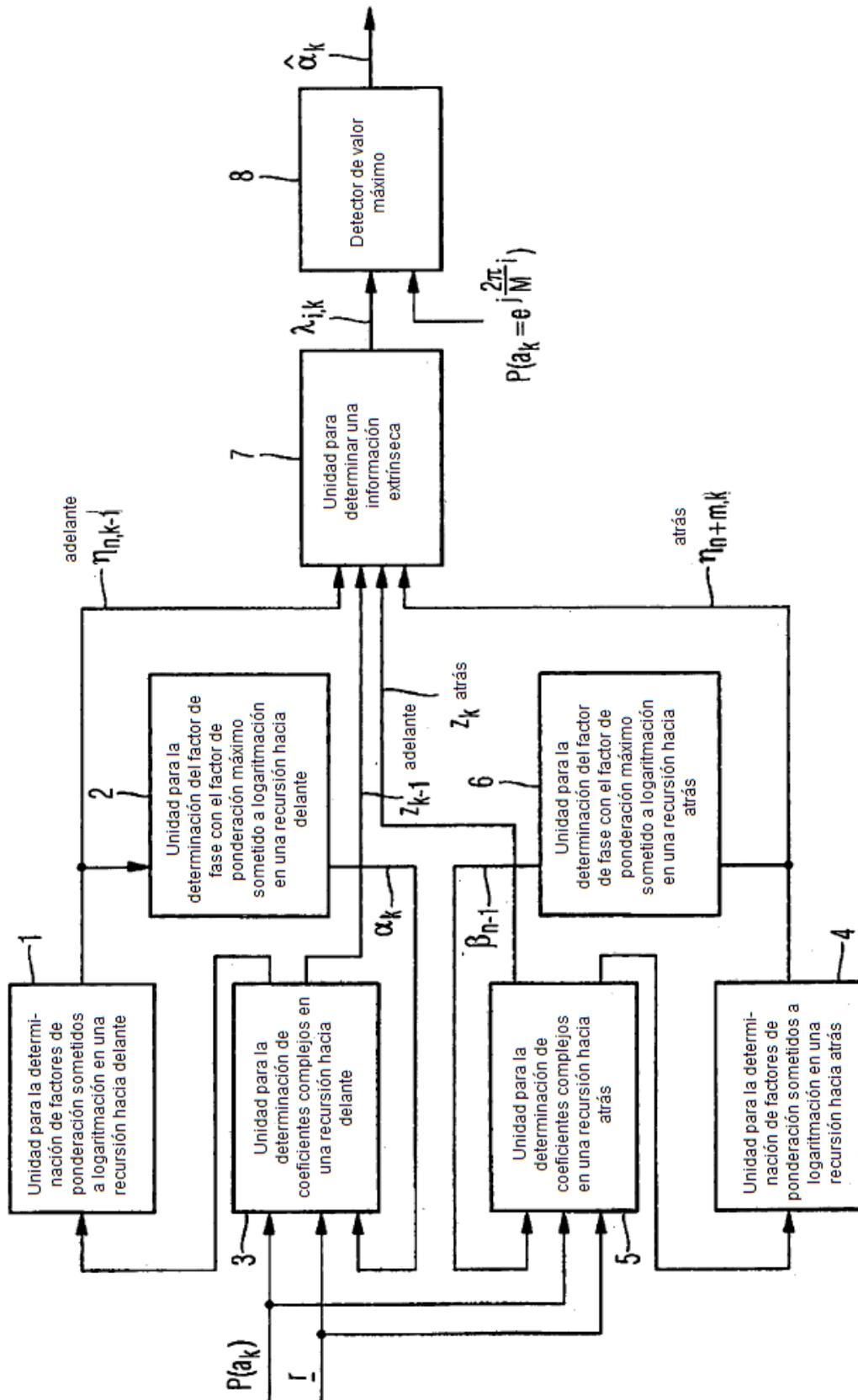


Fig. 2

REFERENCIAS CITADAS EN LA DESCRIPCIÓN

5 La lista de referencias citada por el solicitante lo es solamente para utilidad del lector, no formando parte de los documentos de patente europeos. Aún cuando las referencias han sido cuidadosamente recopiladas, no pueden excluirse errores u omisiones y la OEP rechaza toda responsabilidad a este respecto.

Bibliografía de patentes citada en la descripción

• **BARBIERI A. et al.** Soft-Output Decoding of Rotationally Invariant Codes Over Channels with Phase Noise. *IEEE Transactions on Communications*, November 2007, vol. 55 (11), 2125-2133 [0003]

• **JOHN PROAKIS.** Digital Communications. McGraw-Hill, 01. Januar 2001, vol. 3, 242-243 [0004]

10