

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 587 524**

51 Int. Cl.:

H04B 7/04 (2006.01)

H04B 7/06 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **07.03.2014** **E 14183773 (2)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **18.05.2016** **EP 2830231**

54 Título: **Construcción de un libro de códigos**

30 Prioridad:

07.03.2013 US 201361774275 P
08.03.2013 US 201361775058 P
05.04.2013 US 201361808934 P
29.04.2013 US 201361817150 P
29.04.2013 US 201361817247 P
10.05.2013 US 201361821989 P
06.03.2014 US 201414198653

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:
25.10.2016

73 Titular/es:

NEC CORPORATION (100.0%)
7-1, Shiba 5-chome Minato-ku
Tokyo 108-8001, JP

72 Inventor/es:

PRASAD, NARAYAN;
YUE, GUOSEN;
KHOJASTEPOUR, MOHAMMAD y
RANGARAJAN, SAMPATH

74 Agente/Representante:

DE ELZABURU MÁRQUEZ, Alberto

ES 2 587 524 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Construcción de un libro de códigos

Esta solicitud reivindica el beneficio de la Solicitud Provisional U.S. NO. 61/774275, titulada "Observations on Codebook Construction" registrada el 7 de Marzo de 2013, de la Solicitud Provisional U.S. No. 61/775058, titulada "Observations on Codebook Construction" registrada el 8 de Marzo de 2013, de la Solicitud Provisional U.S. No. 61/808934, titulada "Enhancements to a Structured Codebook" registrada el 5 de Abril de 2013, de la Solicitud Provisional US No. 61/817150, titulada "Enhancements to the 4 Transmit Antenna Precoding Codebook" registrada el 29 de Abril de 2013, de la Solicitud Provisional U.S. No. 61/817247, titulada "Enhancements to the 4 Transmit Antenna Precoding Codebook" registrada el 29 de Abril de 2013, de la Solicitud Provisional US No. 61/821989, titulada "Improvements to the 4 Transmit Antenna Precoding Codebook" registrada el 10 de Mayo de 2013.

Antecedentes de la invención

La presente invención se refiere al diseño de matrices precodificadoras, más en particular, al diseño de matrices precodificadoras para derivar en una matriz precodificadora como un producto de dos matrices.

Los sistemas de comunicación inalámbrica demandan mayores rendimientos en el espectro para acomodarse a los mayores requisitos de eficacia dentro de las bandas limitadas de frecuencia. Los sistemas de antena múltiple o múltiple entrada y múltiple salida (MIMO) y en particular las tecnologías de transmisión en lazo cerrado tales como formación de haces y precodificación se han considerado ampliamente para mejorar el rendimiento en el espectro. En los esquemas de precodificación MIMO, los datos a transmitir se dividen en uno o más flujos, los flujos se mapean en una o más capas de transmisión y los datos en las capas se precodifican con un precodificador o con una matriz precodificadora antes de la transmisión. Al número de capas de transmisión se le llama grado de la transmisión. El grado de la transmisión se puede elegir óptimamente para la realización en un canal dado considerando, por ejemplo, la potencia de transmisión y las estadísticas totales del canal.

En las estrategias de precodificación basadas en un libro de códigos, un libro de códigos predeterminado se pone a disposición del transmisor, por ejemplo, la estación base (BS), y todos los receptores, por ejemplo, estaciones móviles (MS) o equipos de usuario (UE). El receptor elige entonces un precodificador del libro de códigos que maximice su eficacia (es decir, su velocidad de datos) y realimente el índice del precodificador. La selección del grado del precodificador puede también ser incluida en el algoritmo de selección del precodificador. La velocidad de realimentación puede variar desde una realimentación a corto plazo una vez cada intervalo coherente de tiempo a una realimentación a largo plazo una vez cada varios intervalos coherentes de tiempo.

En muchos sistemas, los precodificadores óptimos del libro de códigos para dos bloques de transmisión adyacentes están cerrados con respecto a una medida de la distancia apropiada en el conjunto de todos los posibles precodificadores. Aquí, los bloques adyacentes se pueden considerar en tiempo y en frecuencia, es decir, sobre el conjunto de tonos en sistemas de multiplexión ortogonal por división de frecuencia (OFDM) dado que en los sistemas prácticos el canal no cambia bruscamente desde un bloque de transmisión al bloque adyacente. Por consiguiente, el precodificador utilizado en esos bloques puede ser el mismo si el canal es bastante estable y la resolución del libro de códigos no es demasiado alta. Al incrementar la resolución del libro de códigos o al tener un canal más dinámico, los precodificadores de los bloques adyacentes ya no son los mismos, pero podrían estar muy próximos. La cercanía entre dos precodificadores se puede medir basándose en una distancia métrica adecuada en el espacio de todos los dichos precodificadores. Algunos ejemplos de libros de códigos diferenciales, dobles y de multiresolución se describen en la referencias [5] y [6].

En este documento se considera el diseño de un libro de códigos precodificador para el canal en el enlace descendente de 4 antenas transmisoras (TX) MIMO y se detalla una estructura del libro de códigos que es apropiado tanto para la disposición lineal uniforme (ULA) como para las configuraciones de antena de polos cruzados, con objeto de obtener un libro de códigos que sea eficiente, es decir, que tenga un bajo costo de realimentación y que sea fácil de almacenar y de búsqueda, y eficaz tanto sobre la disposición lineal uniforme (ULA) como sobre las configuraciones de polos cruzados. Se han propuesto diseños del libro de códigos para configuraciones específicas de antenas [7]. No se han aprovechado las propiedades fundamentales de las matrices de correlación espacial que se han utilizado en la técnica anterior. La estructura del libro de códigos en este documento se deriva utilizando las propiedades fundamentales de las matrices de correlación espacial bajo las configuraciones ULA y antena de polos cruzados. Cada palabra de código precodificadora se deriva como el producto de dos matrices que la hace eficaz y consigue menor costo de realimentación para un nivel de rendimiento dado y mejor rendimiento para un costo de realimentación dado.

Referencias

[1] Ericsson, ST-Ericsson, "Design and Evaluation of 4 TX Precoder Codebooks for CSI Feedback," *3GPP TSG RAN WG1 R1-104847* 62, Madrid Agosto 2010.

[2] A. Forenza, D. Love and R Heath, 'Simplified Spatial Correlation Models for Clustered. MIMO Channels With Different Array Configurations,' *IEEE Trans. Veh. Tech.*, Julio 2007.

[3] S. Loyka, "Channel capacity of MIMO architecture using the exponential correlation model," *IEEE Commun. Letters*, 2001.

[4] D. Love, R. Heath and T. Strohmer, "Grassmannian beamforming for multiple-input multiple-output wireless systems," *IEEE Trans. Inf. Theory*, Oct 2003.

[5] A. Khojastepour *et al*, "STATIC AND DIFFERENTIAL PRECODING CODEBOOK FOR MIMO SYSTEMS," U.S. Patent Application Publication US 2008/0232501 A1.

[6] M. A. Khojastepour *et al*, "MULTI-RESOLUTION PRECODING CODEBOOK," U.S. Patent Application Publication US 2009/0274225 A1.

[7] 3GPP TS 36.213 V10.8.0 (2012-12), 3rd Generation Partnership Project; Technical Specification Group Radio Access Network; Evolved Universal Terrestrial Radio Access (E-UTRA); Physical layer procedures (Release 10), <http://www.3gpp.org/>.

[8] NEC Group, "MU-MIMO Enhancement Schemes," *3GPP TSG RAN WG1 R1-130364*.

[9] NEC Group, "MU-MIMO: CQI Computation and PMI Selection," *3GPP TSG RAN WG1 R1-103832*.

[10] NEC Group, "DL MU-MIMO enhancement via Residual Error Norm feedback," *3GPP TSG RAN_WG1 R1-113874*.

El documento US 2012/328039 A1 se refiere a la realimentación del estado del canal en un sistema de comunicación. El método incluye obtener una señal de referencia de un punto de acceso; derivar una indicación del grado, una indicación de la selección del subconjunto del libro de códigos y un índice de la matriz precodificadora basándose en la señal de referencia obtenida; enviar un primer mensaje de realimentación que lleva la indicación del grado y la indicación de la selección del subconjunto del libro de códigos y enviar un segundo mensaje de realimentación que lleva el índice de la matriz precodificadora al punto de acceso; y recibir, del punto de acceso, los datos precodificados por una derivada de la matriz basándose en la indicación del grado, en la indicación de la selección del subconjunto del libro de códigos y en el índice de la matriz precodificadora

El documento: NEC GROUP: "On the 4TX Codebook Enhancement" 3GPP DRAFT; R1-130845, 3RD GENERATION PARTNERSHIP PROJECT (3GPP), MOBILE COMPETENCE CENTRE ; 650, ROUTE DES LUCIOLES ; F-06921 SOPHIA-ANTIPOLIS CEDEX ; FRANCE , vol. RAN WG1, nº. St Julian; 20130128 – 20130201 9 Marzo 2013 (09-03-2013), XP050696680, Obtenido de Internet: URL:http://www.3gpp.org/ftp/tsg_ranNWG1_RL1/TSGR1_72/Docs/ [obtenido el 09-03-2013, se refiere a mejoras en el libro de códigos 4TX]

Breve resumen de la invención

La invención se define según las reivindicaciones independientes 1 y 15 a 17.

Un objeto de la presente invención es proporcionar un libro de códigos de palabras de código precodificadoras eficaces que requiera menor costo de realimentación para un nivel de rendimiento determinado y conseguir mejor eficacia para un costo de realimentación determinado.

Un aspecto de la presente invención incluye un método realizado en una estación base utilizada en un sistema de comunicaciones inalámbricas. El método comprende disponer de libros de códigos de capa-1, de capa-2, de capa-3 y de capa-4 para la transmisión de 4 antenas transmisoras (4TX), incluyendo cada libro de códigos una diversidad de matrices precodificadoras, de datos precodificadores de la diversidad de matrices precodificadoras, y transmitir, a un equipo de usuario, los datos precodificados, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1 y de la capa-2 comprende un primer libro de códigos y un segundo libro de códigos, y en el que cada matriz precodificadora en el primer libro de códigos comprende un primer índice y un segundo índice.

Otro aspecto de la presente invención incluye un método realizado en un equipo de usuario utilizado en un sistema de comunicaciones inalámbricas. El método comprende recibir, de una estación base, datos precodificados, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1, de la capa-2, de la capa-3 y de la capa-4 para la transmisión en 4 antenas transmisoras (4TX) incluye una diversidad de matrices precodificadoras, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1 y de la capa-2, comprende un primer libro de códigos y un segundo libro de códigos, y en el que cada matriz precodificadora en el primer libro de códigos comprende un primer índice y un segundo índice.

Otro aspecto más de la presente invención incluye una estación base utilizada en un sistema de comunicaciones inalámbricas. La estación base comprende un transmisor para transmitir, a un equipo de usuario, datos precodificados, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1, de la capa-2, de la capa-3 y de la capa-4 para la transmisión en 4 antenas transmisoras (4TX) incluye una diversidad de matrices precodificadoras, en la que cada uno de los libros de códigos de la capa-1 y de la capa-2 comprende un primer libro de códigos y un segundo libro de códigos, y en el que cada matriz precodificadora en el primer libro de códigos comprende un primer índice y un segundo índice.

Otro aspecto adicional de la presente invención incluye un equipo de usuario utilizado en un sistema de comunicaciones inalámbricas. El equipo de usuario comprende un receptor para recibir, de una estación base, datos precodificados, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1, de la capa-2, de la capa-3 y de la capa-4 para la transmisión en cuatro antenas transmisoras (4TX) incluye una diversidad de matrices precodificadoras, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1 y de la capa-2 comprende un primer libro de códigos y un segundo libro de códigos, en el que cada matriz precodificadora en el primer libro de códigos comprende un primer índice y un segundo índice.

Otro aspecto más adicional de la presente invención incluye un sistema de comunicaciones inalámbricas que comprende una estación base que dispone de libros de códigos de la capa-1, de la capa-2, de la capa-3 y de la capa-4 para la transmisión en 4 antenas transmisoras (4TX), incluyendo cada libro de códigos una diversidad de matrices precodificadoras y datos precodificados con una de la diversidad de matrices precodificadoras, y un equipo de usuario que recibe, de la estación base, los datos precodificados, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1 y de la capa-2 comprende un primer libro de códigos y un segundo libro de códigos, y en el que cada matriz precodificadora en el primer libro de códigos comprende un primer índice y un segundo índice.

Aún otro aspecto más adicional de la presente invención incluye un método realizado en un sistema de comunicaciones inalámbricas. El método comprende los datos precodificados; y transmitir, desde una estación base a un equipo de usuario, los datos precodificados, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1, de la capa-2, de la capa-3 y de la capa-4 para la transmisión en 4 antenas de transmisión (4TX) incluye una diversidad de matrices precodificadoras, en el que cada uno de los libros de códigos de la capa-1 y de la capa-2 comprende un primer libro de códigos y un segundo libro de códigos, y en el que cada matriz precodificadora en el primer libro de códigos comprende un primer índice y un segundo índice.

El primer índice puede ser para una diversidad de subbandas y el segundo índice puede ser para cada subbanda.

El segundo libro de códigos puede comprender un libro de códigos antiguos o un libro de códigos de la transformación de Householder.

Cada uno de los libros de códigos de la capa-3 y de la capa-4 puede comprender un libro de códigos antiguo o un libro de códigos de la transformación de Householder.

Cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ en el primer libro de códigos puede satisfacer $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$, en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige del libro de códigos interno $\mathcal{C}^{(1)}$ y la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un libro de códigos externo.

Otro aspecto adicional de la presente invención incluye un método realizado en una estación base utilizada en un sistema de comunicaciones inalámbricas. El método comprende disponer de un libro de códigos que incluye una diversidad de matrices precodificadoras, datos precodificados con una de la diversidad de matrices precodificadoras, y transmitir, a un equipo de usuario, los datos precodificados, en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$, en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos.

Otro aspecto más adicional de la presente invención incluye un método realizado en un equipo de usuario en un sistema de comunicaciones inalámbricas. El método comprende recibir, de una estación base, datos precodificados con una de una diversidad de matrices precodificadoras en el que un libro de códigos incluye la diversidad de las matrices precodificadoras, y en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$, en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos.

Otro aspecto adicional de la presente invención incluye una estación base utilizada en un sistema de comunicaciones inalámbricas. La estación base comprende un transmisor para transmitir, a un equipo de usuario, datos precodificados con una de una diversidad de matrices precodificadoras, y en la que un libro de códigos incluye la diversidad de las matrices precodificadoras, y en la que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$, en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos.

Otro aspecto adicional de la presente invención incluye un equipo de usuario utilizado en un sistema de comunicaciones inalámbricas. El equipo de usuario comprende un receptor para recibir, de una estación base, datos

precodificados con una de una diversidad de matrices precodificadoras, en el que un libro de códigos incluye la diversidad de las matrices precodificadoras, y en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$, en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos.

- 5 Otro aspecto adicional de la presente invención incluye un sistema de comunicaciones inalámbrica que comprende una estación base que dispone de un libro de códigos que incluye una diversidad de matrices precodificadoras y datos precodificados, con una de la diversidad de matrices precodificadoras, y un equipo de usuario que recibe, de la estación base, los datos precodificados y en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$, en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un
- 10 segundo libro de códigos.

Otro aspecto más de la presente invención incluye un método realizado en un sistema de comunicaciones inalámbricas. El método comprende datos precodificados con una de la diversidad de matrices precodificadoras, y transmitir, desde una estación base a un equipo de usuario, los datos precodificados, en el que un libro de códigos incluye la diversidad de las matrices precodificadoras y en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$, en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos.

15

Breve descripción de los dibujos

La figura 1 describe un sistema MIMO multiusuario en el enlace descendente con N_T antenas transmisoras en el transmisor y N_R antenas receptoras en el receptor.

- 20 La figura 2 describe un libro de códigos de 3 bits de vectores de ganancia referidos a $\mathbf{g} = [a_1, a_2, a_3, a_4]$ como el vector de la ganancia.

La figura 3 describe los términos de co-fase en el alfabeto 8-PSK para el Grado 1.

La figura 4A describe los términos de co-fase en el alfabeto 16-PSK para el Grado 2.

La figura 4B describe los términos de co-fase en el alfabeto 16-PSK para el Grado 2.

- 25 La figura 5 describe los términos de co-fase en el alfabeto 8-PSK para el Grado 2.

La figura 6A describe los términos de co-fase en el alfabeto 8-PSK para el Grado 1.

La figura 6B describe los términos de co-fase en el alfabeto 8-PSK para el Grado 1.

La figura 7 describe los términos de co-fase en el alfabeto 24-PSK para el Grado 2.

La figura 8A describe los términos de co-fase en el alfabeto 24-PSK para el Grado 2.

- 30 La figura 8B describe los términos de co-fase en el alfabeto 12-PSK para el Grado 2.

La figura 9 describe los términos de co-fase en el alfabeto 16-PSK para el Grado 2.

La figura 10 describe los términos de co-fase en el alfabeto 16-PSK para el Grado 2

Descripción detallada

- 35 La figura 1 muestra un sistema MIMO multiusuario en el enlace descendente con N_T antenas transmisoras en la BS y N_R antenas receptoras en el UE. Se muestra esquemáticamente en la figura 1 un sistema 100 de comunicación de antenas múltiples con un libro de códigos precodificadores multinivel. El transmisor 110 transmite desde t antenas transmisoras 111.1 – 111.t sobre el canal de desvanecimiento 130 a las antenas receptoras r 121.1 – 121.r acopladas al receptor 120. El calculador del canal 125 proporciona un cálculo del canal 130 al receptor 120. El cálculo del canal se cuantifica también y se proporciona al transmisor 110 a través del canal 135 de realimentación de control de velocidad cuantificada.
- 40

En los sistemas que emplean formación de haces tales como los sistemas MIMO, la matriz de formación de haces (referida también como una matriz precodificadora, un precodificador, una palabra de código o una palabra de código precodificadora) generada en respuesta a las condiciones percibidas del canal se computa y se cuantifica primero en el receptor, y a continuación se le proporciona al transmisor origen (por ejemplo, por medio de realimentación). Un enfoque convencional para reducir los costos asociados con esta realimentación consiste en proporcionar libro(s) de código(s) matricial(es) en cada uno del transmisor y del receptor, comprendiendo cada uno del(los) libro(s) de código(s) una pluralidad, o conjunto, de matrices potenciales conformadoras de haces que se pueden utilizar dependiendo de las condiciones del canal percibidas en el receptor. Cuando el sector ha identificado el(los) libro(s) de código(s) matricial(es) apropiado(s), el receptor realimentará uno o más índices (en lugar de las

45

entradas reales matriciales) que indican la palabra del código adecuada en el(los) libro(s) de código(s) almacenado(s) en el transmisor.

I. Ejemplo 1

1 Disposición Lineal Uniforme

- 5 A continuación, a menos que se mencione lo contrario se supone que las antenas copolarizadas están dispuestas muy cercanas entre sí.

Se dispone de las siguientes observaciones para la configuración de la antena transmisora en disposición lineal uniforme (ULA). Considérese un sistema con N antenas transmisoras copolarizadas y que $\mathbf{C}$ indica la matriz de correlación espacial transmisora. Se define $\mathbf{J}$ como la matriz con ceros en todos los lugares excepto en los elementos diagonales cruzados, es decir, $\mathbf{J} = [\mathbf{J}_{m,n}]$ en la que

$$\mathbf{J}_{m,n} = \begin{cases} 1, & n = N - m + 1 \\ 0, & \text{de lo contrario} \end{cases} \quad (1)$$

Se dice que un vector es Hermitiano si

$$\bar{\mathbf{x}} = \mathbf{J}\mathbf{x}, \quad (2)$$

- 15 en donde $\bar{\mathbf{x}}$ es la conjugada de $\mathbf{x}$. Se ofrece el siguiente conjunto de propiedades. La primera observación se refiere a la matriz de correlación espacial de la configuración de la antena transmisora ULA y es consecuente con la mayoría en general. (config. [2]).

Observación 1 La matriz $\mathbf{C}$ es una matriz Toeplitz Hermitiana, es decir, $\mathbf{C}$ satisface

$$\bar{\mathbf{C}} = \mathbf{J}\mathbf{C}\mathbf{J}, \quad (3)$$

donde $\bar{\mathbf{C}}$ es la conjugada de $\mathbf{C}$.

- 20 **Lema 1** El eigenespacio de cualquier matriz Toeplitz Hermitiana se puede describir completamente por medio de vectores Hermitianos. En otras palabras, dada una matriz Toeplitz Hermitiana $\mathbf{A}$ y siendo $\mathbf{x}$ su eigenvector tal como $\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$, entonces $\exists \mathbf{y}$ tal que $\bar{\mathbf{y}} = \mathbf{J}\mathbf{y}$ con

$$\mathbf{A}\mathbf{y} = \lambda\mathbf{y} \quad (4)$$

- 25 **Lema 2** Supóngase que λ es un eigenvalor de una matriz Toeplitz Hermitiana $\mathbf{A}$ con una multiplicidad algebraica. Entonces si $\mathbf{x}$ es un eigenvector tal que $\mathbf{A}\mathbf{x} = \lambda\mathbf{x}$, se cumple que

$$\mathbf{J}\mathbf{x} = \exp(j\delta)\bar{\mathbf{x}}. \quad (5)$$

para algunos $\delta \in [0, 2\pi)$ y donde $j = \sqrt{-1}$.

Un modelo simplificado para la matriz de correlación es el modelo de correlación exponencial [3], que se describe adicionalmente en el Apéndice, y que viene dado por

$$\mathbf{C} = [\mathbf{C}_{m,n}]_{m,n=1}^N, \quad \mathbf{C}_{m,n} = \rho^{|m-n|} \exp(j\theta(m-n)), \quad m, n \in \{1, \dots, N\}, \quad (6)$$

donde $\rho \in [0, 1]$ & $\theta \in [0, 2\pi)$.

2.1 4 TX ULA

- 35 En esta sección se considera el caso de $N = 4$ antenas transmisoras copolarizadas. En primer lugar, obsérvese que sin pérdidas de generalidad, se puede imponer la siguiente estructura en cada eigenvector $\mathbf{x}$ de la matriz de correlación espacial $\mathbf{C}$.

$$\mathbf{x} = [a_1, a_2 \exp(j\theta_2), a_3 \exp(j\theta_3), a_4 \exp(j\theta_4)]^T, \quad (7)$$

donde $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4 \in \mathbb{R}_+$. Retomando que la matriz $\mathbf{C}$ debe ser una matriz *Toeplitz Hermitiana* e invocando los Lemas 1 y 2, se puede deducir que se debe tener

$$\begin{aligned} a_1 &= a_4, \quad a_2 = a_3 \\ \theta_2 + \theta_3 &= \theta_4. \end{aligned} \quad (8)$$

Considérense, entonces, cualesquiera dos eigenvectores de la forma en (8) que vienen dados por

$$\mathbf{x} = [a, b \exp(j\theta_2), b \exp(j\theta_3), a \exp(j(\theta_2 + \theta_3))]^T \quad (9)$$

$$\mathbf{y} = [c, d \exp(j\gamma_2), d \exp(j\gamma_3), c \exp(j(\gamma_2 + \gamma_3))]^T, \quad (10)$$

donde $\alpha, b, c, d \in \mathbb{R}_+$. Entonces, una condición suficiente para hacer cumplir la ortogonalidad entre estos dos eigenvectores es asegurar que

$$\theta_2 + \theta_3 = \pm\pi + \gamma_2 + \gamma_3$$

$$\theta_2 - \theta_3 = \pm\pi + \gamma_2 - \gamma_3$$

que se puede simplificar como

$$\begin{aligned} \theta_2 &= t\pi + \gamma_2, \quad t \in \{0, \pm 1\} \\ \theta_3 &= \pm(1 - |t|)\pi + \gamma_3. \end{aligned} \quad (11)$$

Obsérvese que (11) no es necesario pero que funciona para todo los posibles valores de los escalares $a, b, c, d \in \mathbb{R}_+$.

2 Configuración polarizada

Supóngase que el transmisor tiene $2N$ antenas en polarización cruzada comprendiendo un par de antenas N copolarizadas cada una. Entonces, la matriz de correlación de cada uno de estos dos conjuntos copolarizados es $\mathbf{C}$ que es Hermitiana y Toeplitz. La matriz total de correlación $2N \times 2N$ $\tilde{\mathbf{C}}$ se puede escribir como

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \bar{\alpha} & 1 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{C} \quad (12)$$

donde $\otimes$ es el producto de kronecker y $\alpha \in \mathbb{C}: |\alpha| \in [0, 1]$. Se puede mostrar que cualquier eigenvector $\tilde{\mathbf{y}}$ de $\tilde{\mathbf{C}}$ tiene la forma de

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} \otimes \mathbf{x} \quad (13)$$

donde $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$ es un eigenvector de la matriz $\begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \bar{\alpha} & 1 \end{bmatrix}$ y $\mathbf{x}$ es un eigenvector de $\mathbf{C}$. Además, los dos eigenvectores de la matriz $\begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \bar{\alpha} & 1 \end{bmatrix}$ son $\frac{\exp(j\beta)}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & \frac{\alpha}{|\alpha|} \end{bmatrix}^T$ y $\frac{\exp(j\beta)}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & -\frac{\alpha}{|\alpha|} \end{bmatrix}^T$ donde $(\cdot)^T$ es la operación de transposición y el término de fase $\exp(j\beta)$ se puede despreciar sin pérdida de la optimización. Los dos eigenvalores

son $1 \pm |\alpha|$. Obsérvese que la matriz $\begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \bar{\alpha} & 1 \end{bmatrix}$ también modela la matriz de correlación de la ULA transmisora 2.

3 Construcción del Libro de Códigos

Se procede a especificar un libro de códigos utilizando las observaciones desarrolladas en las secciones 1 y 2. En particular, se especifica un subconjunto del libro de códigos que es apropiado para las 4TX ULA separadas muy próximas entre sí y para las configuraciones de antena de polos cruzados así como para otras configuraciones. Se considera en primer lugar el libro de códigos de grado 1 que consta de un conjunto de 4×1 vectores. Sin pérdida de la generalidad, se considera en primer lugar una estructura genérica $\mathbf{x} =$

$[a_1, a_2 \exp(j\theta_2), a_3 \exp(j\theta_3), a_4 \exp(j\theta_4)]^T$, en la que $a_1, a_2, a_3, a_4 \in \mathbb{R}_+$. Se definirán tres libros de códigos de componentes fuera de los cuales se forma el libro de códigos de grado 1. El primero, referido como el libro de códigos del vector de la ganancia y que viene dado por $\mathcal{G}$, es uno de los cuales se sacan las ganancias $\{a_j\}_{j=1}^4$.

Los otros dos son libros de códigos para cuantificar los términos de fase $\{\exp(j\theta_j)\}_{j=2}^4$ y vienen dados por $\mathcal{P}_2$ y $\mathcal{P}_3$. Considérese ahora el libro de códigos del vector de la ganancia $\mathcal{G}$. Para cubrir las 4TX separadas muy próximas entre sí se necesitan bastantes vectores en el libro de códigos de grado 1 que tengan una estructura de la forma especificada en (8). Se refiere $\mathbf{g} = [a_1, a_2, a_3, a_4]$ como el vector de la ganancia y proporciona un libro de

códigos de 3 bits de vectores de la ganancia en la figura 2, en la que $\Gamma_1 = \sqrt{\frac{\psi}{2(1+\psi)}}$, $\Gamma_2 = \sqrt{\frac{1}{2(1+\psi)}}$ para algún

escalar configurable $\psi > 0$. Obsérvese que los vectores de la ganancia correspondientes a los índices 0,1,2 siguen las restricciones especificadas en (8) y por ello son apropiados al caso de las 4TX ULA separadas muy próximas entre sí. El vector de la ganancia correspondiente al índice cero es apropiado para el caso de 4TX de polos cruzados, en el que los unos correspondientes a los índices 3,4 marcan un escenario referido en este documento como el caso de potencia desequilibrada (config. Apéndice 8). El índice 7 indica la reutilización de un libro de códigos existente por defecto mientras que los índices 5, 6 se incluyen para ofrecer simplemente más opciones.

A continuación, para cuantificar las fases se introducen dos libros de códigos de fase, $\mathcal{P}_2$ y $\mathcal{P}_3$. Se insiste en la restricción marcada en (8) que $\theta_4 = \theta_2 + \theta_3$ de forma que el vector $\mathbf{x}$ se puede ampliar como

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} a_1 \\ \exp(j\theta_2)a_2 \\ \exp(j\theta_3)a_3 \\ \exp(j\theta_3)\exp(j\theta_2)a_4 \end{bmatrix} \quad (14)$$

Se utiliza el libro de códigos $\mathcal{P}_2$ para seleccionar θ_2 y el libro de códigos $\mathcal{P}_3$ para seleccionar θ_3 . Una manera simple para construir estos dos libros de códigos es por medio de la cuantificación uniforme de $[0, 2\pi)$ utilizando el número dado de bits para cada libro de códigos. Obsérvese que con esta alternativa de seleccionar las fases, si se elige el vector de la ganancia correspondiente al índice 0 en el libro de códigos de vectores de la ganancia de la figura 2, se observa que el vector resultante es conforme a la estructura del eigenvector genérico de la matriz de correlación de 4TX de polos cruzados. De manera similar, tras la elección del vector de la ganancia correspondiente a cualquiera de los índices 0,1, 2 en el libro de códigos de los vectores de ganancia, se observa el vector resultante es conforme a la estructura del eigenvector genérico de la matriz de correlación de la 4TX ULA.

Considérese ahora el libro de códigos de grado 2 que consta de un conjunto de matrices 4×2 semiunitarias. De las observaciones hechas en la sección 1 se puede definir un subconjunto de tales matrices que tienen la estructura

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_1 & a_{1'} \\ \exp(j\theta_2)a_2 & \exp(j\theta_2)a_{2'} \\ \exp(j\theta_3)a_2 & \exp(j(\theta_3 + \pi))a_{2'} \\ \exp(j(\theta_3 + \theta_2))a_1 & \exp(j(\theta_3 + \theta_2 + \pi))a_{1'} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_1 & a_{1'} \\ \exp(j\theta_2)a_2 & \exp(j\theta_2)a_{2'} \\ \exp(j\theta_3)a_2 & -\exp(j\theta_3)a_{2'} \\ \exp(j(\theta_3 + \theta_2))a_1 & -\exp(j(\theta_3 + \theta_2))a_{1'} \end{bmatrix}$$

Obsérvese que esta estructura se cumple (config. Sección 1) y también con la estructura de los primeros dos vectores propios dominantes de la configuración de 4TX ULA con el modelo de correlación espacial (como se describe en la Sección 6) y cuando se cumple que $a_1 = a_{1'} = a_2 = a_{2'}$, es válida también para la configuración de 4TX

de polos cruzados (como se describe en la Sección 2). Adicionalmente, se pueden incluir matrices que tengan la estructura

$$\mathbf{X} = \begin{bmatrix} a_1 & a_{1'} \\ \exp(j\theta_2)a_2 & \exp(j(\theta_2 + \pi))a_{2'} \\ \exp(j\theta_3)a_2 & \exp(j\theta_3)a_{2'} \\ \exp(j(\theta_3 + \theta_2))a_1 & \exp(j(\theta_3 + \theta_2 + \pi))a_{1'} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} a_1 & a_{1'} \\ \exp(j\theta_2)a_2 & -\exp(j\theta_2)a_{2'} \\ \exp(j\theta_3)a_2 & \exp(j\theta_3)a_{2'} \\ \exp(j(\theta_3 + \theta_2))a_1 & -\exp(j(\theta_3 + \theta_2))a_{1'} \end{bmatrix}$$

que cumple con 4TX ULA.

5 4 Construcción del Libro de Códigos en forma de producto

Se explica a continuación dos construcciones del libro de códigos, basándose en los principios esbozados en las Secciones 1 y 2, en las que cada libro de códigos se deriva como un producto de matrices. En cada caso, se usa el libro de códigos diseñado en [1] como base y se amplía mientras se conforma con los principios esbozados en las Secciones 1 y 2.

- 10 Sea $\mathbf{W}_n = [1 \exp(j2\pi n/16)]^T$ para $n = 0, \dots, 15$ Se refiere este libro de códigos como la primera realización y se define su libro de códigos interno como

$$\mathcal{C}^{(1)} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}(q) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \right.$$

$$\mathbf{W}^{(1)}(k) = [\mathbf{w}_{2k \bmod 16}, \mathbf{w}_{2k+1 \bmod 16}, \mathbf{w}_{2k+2 \bmod 16}, \mathbf{w}_{2k+3 \bmod 16}], \quad k = 0, \dots, 7; \quad q = 1, \dots, Q, \quad (15)$$

- 15 donde $\odot$ es el producto Hadamard y

$$\mathbf{A}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_q & a_q & b_q & b_q \\ b_q & b_q & a_q & a_q \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(q) = \exp(j2\pi \gamma_q) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_q & b_q & a_q & a_q \\ a_q & a_q & b_q & b_q \end{bmatrix}, \quad q = 1, \dots, Q, \quad (16)$$

donde $\gamma_q, a_q, b_q, d_q \in [0, 1]$ & $a_q^2 + b_q^2 = 1/2 \quad \forall \quad q$. El libro de códigos externo de grado 1 se define como

$$\mathcal{C}_1^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ \mathbf{y} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ -\mathbf{y} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ j\mathbf{y} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{y} \\ -j\mathbf{y} \end{bmatrix} \right\} \quad (17)$$

$$\mathbf{y} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4\}, \quad (18)$$

donde $\mathbf{e}_i$ es el vector de selección de columna 4 x 1 El libro de códigos externo de grado 2 se define como

$$c_2^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \\ y_1 & -y_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} y_1 & y_2 \\ jy_1 & -jy_2 \end{bmatrix} \right\}, \quad (19)$$

$$(y_1, y_2) = \{(e_1, e_1), (e_2, e_2), (e_3, e_3), (e_4, e_4), (e_1, e_3), (e_1, e_4), (e_2, e_3), (e_2, e_4)\} \quad (20)$$

Obsérvese que una elección de los escalares a_q, b_q es $a_q = \sqrt{\frac{\psi_q}{2(1+\psi_q)}}, b_q = \sqrt{\frac{1}{2(1+\psi_q)}}$ para algunos escalares configurables $\psi_q > 0$.

- 5 En cada intervalo de realimentación para seleccionar las palabras de código de grado 2, una para cada subbanda, se selecciona primero una matriz común del libro de códigos interno (de banda ancha) $c_2^{(2)}$, es decir $\tilde{W}^{(1)}$. A continuación, en cada subbanda n , se selecciona una matriz del libro de códigos externo (subbanda) de grado 2 $c_2^{(2)}$, es decir $\tilde{W}_{2,n}^{(2)}$ y se obtiene la selección del precodificador final para esa subbanda como $\tilde{W}^{(1)} \tilde{W}_{2,n}^{(2)}$. Por convenio, $c_2^{(2)}(\tilde{W}^{(1)})$ es el libro de códigos (final) correspondiente al grado 2, que contiene todas las tales posibles selecciones finales del precodificador dada la elección del precodificador interno $\tilde{W}^{(1)}$. Se adopta un procedimiento y notación similares para los otros grados y las otras elecciones del precodificador interno $\tilde{W}^{(1)}$.

Obsérvese que una elección de γ_q, d_q es poner $d_q = \gamma_q/2 = \theta_q$ para algunos escalares configurables $\{\theta_q \in [0,1]\}$.

Bajo esta elección, se describe a continuación un modo de determinar un conjunto de tripletes $\{\theta_q, a_q, b_q\}_{q=1}^Q$. A partir de la descripción en el Apéndice 7 utilizando el modelo de correlación exponencial, se expresa

- 15 $\exp(j2\pi\theta) = \frac{a}{|a|}$ de forma que una buena elección es suponer que θ (no cuantificado) está distribuido uniformemente en $[0,1]$. Por ello, una buena estrategia para obtener un conjunto finito $\Theta = \{\theta\}$ es a través de la cuantificación uniforme de $[0,1]$ utilizando el número dado de bits. Un ejemplo puede ser $\Theta = \{0, 1/4, 1/2, 3/4\}$ para 2 bits.

- 20 Considerando la selección de a_q, b_q una posibilidad es relacionarlas con las variables p, q descritas en el Apéndice 7. De acuerdo con ello, se puede seleccionar un conjunto finito de valores para el parámetro de magnitud de la correlación $p = |a|$ del cual se puede obtener un conjunto de vectores $\mathcal{S} = \{[p, q]\}$. Por ejemplo, se puede tomar el conjunto $\{1/2, 2/3, 3/4, 1\}$ para el parámetro de magnitud de la correlación $p = |a|$. A continuación, invocando las fórmulas del Apéndice 7 se obtiene que el conjunto de vectores $\mathcal{S}$ es igual a $\{[0.4352, 0.5573], [0.4571, 0.5395], [0.4680, 0.5301], [0.5000, 0.5000]\}$. Entonces, se puede definir el conjunto de tripletes $\{\theta_q, a_q, b_q\}$ como el producto
- 25 Cartesiano $\Theta \otimes \mathcal{S}$ en el que se utiliza $\otimes$ para definir el producto Cartesiano. Por ejemplo, utilizando los casos particulares de $\mathcal{S}$ y Θ dados anteriormente se puede ver que el producto Cartesiano $\Theta \otimes \mathcal{S}$ es de tamaño 16 o equivalentemente de cuatro bits. Otro ejemplo podría ser obtener un producto Cartesiano de tamaño quince utilizando $\Theta = \{0, 1/5, 2/5, 3/5, 4/5\}$ y el conjunto $\mathcal{S} = \{[0.4571, 0.5395], [0.4680, 0.5301], [0.5000, 0.5000]\}$ utilizando solo tres valores $\{2/3, 3/4, 1\}$ para el parámetro de magnitud de la correlación. Otro ejemplo es aquel en el que el
- 30 producto Cartesiano es de tamaño dieciséis y se obtiene utilizando $\Theta = \{0, 1/8, 2/8, \dots, 7/8\}$ y el conjunto $\mathcal{S} = \{[0.4680, 0.5301], [0.5000, 0.5000]\}$ utilizando solo dos valores $\{3/4, 1\}$ para el parámetro de magnitud de la correlación.

- 35 Considérese otro libro de códigos alternativo, referido en lo sucesivo como la segunda realización, cuyas palabras de código se derivan también en forma de producto. Se puede definir ahora el libro de códigos interno de banda ancha como

$$c^{(1)} = \left\{ \begin{bmatrix} A(q)w_n & 0 \\ 0 & B(q)w_n \end{bmatrix} : n = 0, \dots, 15; q = 1, \dots, Q \right\},$$

en el que

$$\mathbf{A}(q) = \begin{bmatrix} a_q & 0 \\ 0 & b_q \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(q) = \begin{bmatrix} b_q & 0 \\ 0 & a_q \end{bmatrix}, \quad q = 1, \dots, Q, \quad (21A)$$

o

$$\mathbf{A}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_q & 0 \\ 0 & b_q \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{B}(q) = \exp(j2\pi \gamma_q) \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_q) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_q & 0 \\ 0 & a_q \end{bmatrix}, \quad q = 1, \dots, Q. \quad (21B)$$

El libro de códigos externo de grado 1 se define como

$$\mathcal{C}_1^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ j \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 \\ -j \end{bmatrix} \right\} \quad (22)$$

Y el libro de códigos externo de grado 2 se define como

$$\mathcal{C}_2^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ j & -j \end{bmatrix} \right\}. \quad (23)$$

En cada caso los libros de códigos de grado 2 y de 4 se pueden fijar a los libros de códigos antiguos de grado 3 y grado 4 (Householder). Adicionalmente, el libro de códigos antiguo completo se puede incluir como un subconjunto.

- 10 Obsérvese que la primera realización tiene una propiedad deseable que se pierde en la segunda. Esta propiedad es que para cada grado k , para cada elección del precodificador interno $\tilde{\mathbf{W}}^{(1)}$, suponiendo que cada matriz precodificadora en el libro de códigos $\mathcal{C}_k^f(\tilde{\mathbf{W}}^{(1)})$ correspondiente a ese grado se pueda seleccionar equiprobablemente, el valor esperado del cuadrado de la norma de cada fila (es decir, la suma de los cuadrados de las magnitudes de los elementos en esa fila) de la matriz precodificadora seleccionada, sea idéntica. Esta propiedad
- 15 es beneficiosa para el funcionamiento de (por ejemplo, controlando la optimización) los amplificadores de potencia utilizando la potencia de transmisión disponible.

4.1 Integración en un libro de códigos mayor

- 20 Obsérvese que la realización de la matriz del canal depende tanto de la matriz de correlación espacial como del desvanecimiento a corto plazo (a.k.a. rápido). En algunos escenarios puede haber variaciones significativas en la matriz del canal observado en la cuenta de desvanecimientos rápidos, tal como el caso en el que las antenas copolarizadas están dispuestas con bastante separación. Por ello, un buen libro de códigos necesita acomodar tales variaciones significativas en la matriz del canal observado también en la cuenta de desvanecimientos rápidos, lo cual hace necesario incluir las palabras de código que son designadas utilizando otros criterios tales como una distancia mínima cordal [4]. Una forma útil de manejar tales casos sería integrar el libro de códigos obtenido utilizando los
- 25 principios mencionados anteriormente como un subconjunto en un libro de códigos mayor.

5. Conclusiones

Se ha detallado una estructura del libro de códigos y se han presentado dos realizaciones conformes al formato del producto de matrices. Esta estructura está motivada por las propiedades fundamentales de la matriz de correlación espacial y por hacer viable la optimización del libro de códigos.

30 6. Apéndice: 4TX ULA con modelo de correlación exponencial

A continuación, se considera al caso en el que se especializa adicionalmente la matriz de correlación para que sea

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 & a^3 \\ b & 1 & a & a^2 \\ b^2 & b & 1 & a \\ b^3 & b^2 & b & 1 \end{bmatrix}, \quad (24)$$

en donde $a \in \mathbb{C}$ es tal que $|a| \leq 1$ y $b = \bar{a}$. Obsérvese que la matriz es Hermitiana Toeplitz y está también caracterizada completamente por un escalar complejo. Por ello sus eigenvectores se puede esperar que tengan más estructura añadida a la que posee un eigenvector de una matriz general Hermitiana Toeplitz. También se

5

$$\mathbf{J} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Se considerará en primer lugar el caso $|a| < 1$. En este caso, los eigenvectores de cualquier matriz de la forma dada en (24) tienen las siguientes propiedades. Considérese cualquier matriz $\mathbf{C}$ de la forma dada en (24) y sea

$$\mathbf{C} = \mathbf{E} \mathbf{A} \mathbf{E}^\dagger \quad (25)$$

10 indica su eigen-descomposición en donde $(\cdot)^\dagger$ Indica la operación traspuesta conjugada y $\mathbf{A} = \text{diag}\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4\}$ con $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3 \geq \lambda_4$ que indica los 4 eigenvalores reales valorados. Entonces,

$$\mathbf{E} = \mathbf{D}_p (\mathbf{H} \odot \mathbf{S}) \quad (26)$$

en donde $\odot$ Indica el producto Hadamard y $\mathbf{D}_p$ es una matriz diagonal de la forma

$$\mathbf{D}_p = \text{diag}\{1, \exp(j\gamma), \exp(2j\gamma), \exp(3j\gamma)\} \quad (27)$$

15 para algunas $\gamma \in [0, 2\pi)$ La matriz $\mathbf{S}$ tiene la siguiente estructura

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} p & r & q & s \\ q & s & p & r \\ q & s & p & r \\ p & r & q & s \end{bmatrix} \quad (28)$$

para algunos valores escalares reales positivos p, q, r, s tal como $q = \sqrt{1/2 - p^2}$ y $r = \sqrt{1/2 - s^2}$. La matriz $\mathbf{H}$ es una matriz Hadamard de valores reales, es decir, las columnas de $\mathbf{H}$ son mutuamente ortogonales y todos sus elementos pertenecen al conjunto $\{\pm 1\}$. Entonces, dado que cada columna de $\mathbf{E}$ debe satisfacer la condición dada en (5), cada columna de $\mathbf{H} = [\mathbf{h}_1, \dots, \mathbf{h}_4]$ debe satisfacer las siguientes condiciones,

20

$$h_{1i} h_{4i} = h_{2i} h_{3i}, \quad \forall i = 1, 2, 3, 4. \quad (29)$$

También, dado que $\mathbf{E}$ debe ser una matriz unitaria, $\mathbf{H}$ debe también satisfacer las siguientes condiciones adicionales,

$$h_{11} h_{12} = -h_{41} h_{42}, h_{21} h_{22} = -h_{31} h_{32}; h_{11} h_{14} = -h_{41} h_{44}, h_{21} h_{24} = -h_{31} h_{34}$$

$$h_{22} h_{23} = -h_{32} h_{33}, h_{12} h_{13} = -h_{42} h_{43};$$

Un ejemplo importante de $\mathbf{H}$ es lo siguiente

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

Utilizando $\mathbf{H}$ dada anteriormente y retomando que $\rho = |a|$, se pueden derivar fórmulas para obtener los escalares p, q, r, s como sigue. Primero se tiene que $\exp(j\gamma) = \frac{\bar{a}}{|a|}$. Sustituyendo esto en (26) se obtiene después de algunas manipulaciones que

$$q = \frac{\rho(1+\rho)}{\sqrt{2[\rho^2(1+\rho)^2 + (\vartheta - \rho)^2]}}, \quad (30)$$

en donde $\vartheta = \frac{\rho + \rho^3 + \sqrt{\rho^2(1+\rho^2)^2 + 4\rho^2(1+2\rho)}}{2}$ y $p = \sqrt{1/2 - q^2}$. Obsérvese que en el caso especial en el que $p = 0$, la matriz de correlación $\mathbf{C}$ se reduce a la matriz identidad de forma que se puede elegir p, q, r, s arbitrariamente (sujetas a las respectivas normas restrictivas). Además, para $p < 1$, se puede determinar que $r = \sqrt{\frac{\zeta + \rho}{2(2\zeta + \rho + \rho^3)}}$ con

$$s = \sqrt{1/2 - r^2} \quad \text{en donde } \zeta = \frac{-\rho - \rho^3 + \sqrt{(\rho - \rho^3)^2 + 4\rho^2(1-\rho)^2}}{2}.$$

Por otra parte cuando $p = 1$ obsérvese que la matriz $\mathbf{C}$ es una matriz de grado 1 que viene dada por

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 \\ b \\ b^2 \\ b^3 \end{bmatrix} [1 \quad a \quad a^2 \quad a^3]. \quad (31)$$

Se puede mostrar entonces que el eigenvector de $\mathbf{C}$ correspondiente a su eigenvalor uno no cero es de la forma

$$[1, \exp(j\gamma), \exp(2j\gamma), \exp(3j\gamma)]^T / 2 \quad (32)$$

en la que $\exp(j\gamma) = \frac{\bar{a}}{|a|}$ de modo que $p = q = 1/2$. La elección de r, s puede ser arbitraria (sujeta a la restricción de la norma) dado que el eigenvalor asociado es cero.

7. Apéndice: Adaptación al desequilibrio de potencia

Un modelo más general para la correlación espacial de la configuración de antena de polos cruzados es el siguiente. Considérese un transmisor con $2N$ antenas polarizadas en cruz comprendiendo cada una un par de N antenas copolarizadas cada una. Entonces la matriz de la correlación de cada uno de estos dos conjuntos viene indicada por $\mathbf{C}$ que es Hermitiana y Toeplitz. La matriz de la correlación $\tilde{\mathbf{C}}$ total $2N \times 2N$ se puede escribir como

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \bar{\alpha} & \beta \end{bmatrix} \otimes \mathbf{C} \quad (33)$$

en donde $\beta > 0$ y $\alpha \in \mathbb{C}: |\alpha| \in [0, 1]$ tal que $\beta > |\alpha|^2$. Se puede mostrar que cualquier eigenvector $\tilde{\mathbf{y}}$ de $\tilde{\mathbf{C}}$ tiene la forma de

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{y} \otimes \mathbf{x} \quad (34)$$

en donde $\mathbf{y} \in \mathbb{C}^{2 \times 1}$ es un eigenvector de la matriz $\begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \bar{\alpha} & \beta \end{bmatrix}$ y $\mathbf{x}$ es un eigenvector de $\mathbf{C}$. Obsérvese que la matriz $\begin{bmatrix} 1 & \alpha \\ \bar{\alpha} & \beta \end{bmatrix}$ puede representar cualquier matriz positiva semi definida 2×2 hasta un factor de escalado. En consecuencia, la matriz unitaria 2×2 formada por sus dos eigenvectores puede ser cualquier matriz unitaria de 2×2

2. Entonces, para diseñar libros de códigos apropiados para tales escenarios se considera la primera realización presentada en la sección 4 y ampliar su libro de códigos externo $\mathcal{C}^{(2)}$ como se explica a continuación.

El libro de códigos externo de grado 1 se define ahora como

$$\mathcal{C}_1^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} \delta_{q'} \mathbf{y} \\ \sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \mathbf{y} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta_{q'} \mathbf{y} \\ -\sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \mathbf{y} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta_{q'} \mathbf{y} \\ j\sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \mathbf{y} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta_{q'} \mathbf{y} \\ -j\sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \mathbf{y} \end{bmatrix} \right\} \quad (35)$$

$$\mathbf{y} = \{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3, \mathbf{e}_4\}, \quad (36)$$

en las que $\delta_{q'} \in [0, 1] : q' = 1, \dots, Q'$ son escalares predeterminados para algunas $Q' \geq 1$ El libro de códigos externo de grado 2 se define ahora como

$$\mathcal{C}_2^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} \delta_{q'} \mathbf{y}_1 & \sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \mathbf{y}_2 \\ \sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \mathbf{y}_1 & -\delta_{q'} \mathbf{y}_2 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta_{q'} \mathbf{y}_1 & \sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \mathbf{y}_2 \\ j\sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \mathbf{y}_1 & -j\delta_{q'} \mathbf{y}_2 \end{bmatrix} \right\}, \quad (37)$$

$$(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) = \{(\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_1), (\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_2), (\mathbf{e}_3, \mathbf{e}_3), (\mathbf{e}_4, \mathbf{e}_4), (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_3), (\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_4), (\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_3), (\mathbf{e}_2, \mathbf{e}_4)\} \quad (38)$$

10 Similarmente, para la segunda realización del libro de códigos externo de grado 1 se define como

$$\mathcal{C}_1^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} \delta_{q'} \\ \sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta_{q'} \\ -\sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta_{q'} \\ j\sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta_{q'} \\ -j\sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \end{bmatrix} \right\} \quad (39)$$

Y el libro de códigos externo de grado 2 se define como

$$\mathcal{C}_2^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} \delta_{q'} & \sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \\ \sqrt{1 - \delta_{q'}^2} & -\delta_{q'} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \delta_{q'} & \sqrt{1 - \delta_{q'}^2} \\ j\sqrt{1 - \delta_{q'}^2} & -j\delta_{q'} \end{bmatrix} \right\}. \quad (40)$$

15 Se insiste aquí que los libros de códigos definidos anteriormente son también apropiados para los casos en los que el transmisor tenga 4 antenas copolarizadas separadas geográficamente que constan de un par de 2 antenas copolarizadas en cada lugar. Entonces la matriz de la correlación de cada uno de estos dos conjuntos copolarizados viene dada por $\mathbf{C}$ que es Hermitiana y Toeplitz. La matriz de la correlación $\tilde{\mathbf{C}}$ 4 x 4 total se puede escribir como

$$\tilde{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} d_1 & 0 \\ 0 & d_2 \end{bmatrix} \otimes \mathbf{C} \quad (41)$$

20 en donde $\otimes$ indica el producto kronecker y $d_1, d_2 \in [0, 1]$ son los términos de ganancia normalizada que reflejan las diferentes ganancias medias del recorrido de propagación desde los dos lugares.

II. Ejemplo 2

Construcción de un Libro de códigos en forma de producto

A continuación se describe una construcción estructurada del libro de códigos, basándose en los principios derivados de lo anterior, según los cuales cada palabra del código se deriva como un producto de matrices.

- 5 Sea $\mathbf{W}_n = [1 \exp(j2\pi n/N)]^T$ para $n = 0, \dots, N-1$. Se define el libro de códigos interno (de banda ancha) como sigue a continuación. Primero se define

$$\mathbf{W}^{(1)}(k) = [\mathbf{w}_{kK}, \dots, \mathbf{w}_{kK+J-1}], \quad k = 0, \dots, L-1, \quad (2-1)$$

para algunos enteros positivos K, J, L donde K se define como el *escalón*, J define el *ancho* y L define la *extensión*. Estos parámetros se eligen para satisfacer típicamente $(L-1)K \leq N \leq LK$ y $K \leq J$. A continuación se detalla el libro de

10

$$\begin{aligned} \mathcal{C}^{(1)} = \left\{ \mathbf{D}(q_2) \mathbf{W}^{(1)}(k, q_1) = \right. \\ \left. \mathbf{D}(q_2) \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q_1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}(q_1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \right. \\ \left. k = 0, \dots, L-1; \quad q_1 = 1, \dots, Q_1; \quad q_2 = 1, \dots, Q_2 \right\}, \end{aligned} \quad (2-2)$$

donde $\odot$ indica producto Hadamard y $\mathbf{D}(q_2) = \text{diag}\{1, 1, \exp(j2\pi\gamma_{q_2}), \exp(j2\pi\gamma_{q_2})\}$, es decir, $\mathbf{D}(q_2)$ es una matriz diagonal cuya diagonal principal contiene el vector $[1, 1, \exp(j2\pi\gamma_{q_2}), \exp(j2\pi\gamma_{q_2})]$ en el que $j = \sqrt{-1}$ y

$$\begin{aligned} \mathbf{A}(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{q_1}^1 & a_{q_1}^2 & \dots & a_{q_1}^J \\ b_{q_1}^1 & b_{q_1}^2 & \dots & b_{q_1}^J \end{bmatrix} \\ \mathbf{B}(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{q_1}^1 & b_{q_1}^2 & \dots & b_{q_1}^J \\ a_{q_1}^1 & a_{q_1}^2 & \dots & a_{q_1}^J \end{bmatrix}, \quad q_1 = 1, \dots, Q_1, \end{aligned} \quad (2-3)$$

- 15 en donde $a_{q_1}^m, b_{q_1}^m, d_{q_1}, \gamma_{q_2} \in [0, 1]$ & $(a_{q_1}^m)^2 + (b_{q_1}^m)^2 = 1/2 \quad \forall \quad m, q_1$.

Obsérvese que para q_2, q_1 dadas y cuando $\mathcal{C}^{(1)}$ se puede introducir un solapamiento entre $\{\mathbf{W}^{(1)}(k, q_1)\}$ para elecciones consecutivas de k . En particular, asegurando que $(k+1)K \leq kK + J - 1$ se observa que algunas columnas en $\mathbf{W}^{(1)}(k, q_1)$ son idénticas a aquellas en $\mathbf{W}^{(1)}(k+1, q_1)$. Esto es una característica útil de tener en el libro de códigos interno de banda ancha ya que la correlación en el tiempo o en la frecuencia cambia gradualmente. Sin embargo esta necesidad no se mantiene cuando para algunas $m \in \mathcal{G}$. Para introducir tal solapamiento entre diferentes palabras de código interno en tal caso, se puede asegurar primero que $(k+1)K \leq kK + J - 1$ y a continuación seleccionar $\mathcal{P}_2$ apropiadamente para algunas $q_1, q_1' \in \{1, \dots, Q_1\}$ (recordar que esa elección $\mathcal{P}_3$ también fija $b_{q_1}^m (b_{q_1'}^m)$ para asegurarse de que las columnas de $\mathbf{W}^{(1)}(k, q_1)$ y $\mathbf{W}^{(1)}(k+1, q_1')$ tengan un solapamiento.

20

El libro de códigos externo de grado 2 se define como

$$C_1^{(2)} = \left\{ \mathbf{W}^{(2,1)}(r, s) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \\ & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \\ -\mathbf{e}_s & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \\ j\mathbf{e}_s & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \\ -j\mathbf{e}_s & \end{bmatrix} \right\}$$

$$r, s = \{1, \dots, J\},$$

(2-4)

donde se explica que $\mathbf{W}^{(2,1)}(r, s)$ para unas r, s dadas puede ser cualquiera de los cuatro vectores indicados, en donde $\mathbf{e}_i$ indica el vector de selección de columna $J \times 1$ que selecciona la columna $i^{\text{ésima}}$ en la matriz de identidad $J \times J$. Para limitar el tamaño sólo se pueden permitir ciertas combinaciones de (r, s) referidas aquí como combinaciones *factibles*, donde se observa que $r = s$ puede ser una combinación factible. Para cualquier subbanda, una palabra de código final de grado 1 se forma seleccionando una palabra de código interno $\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)$ de entre todos los $C^{(1)}$ con una palabra de código externo $\mathbf{W}^{(2,1)}(r, s)$ de $C_1^{(2)}$ para obtener la palabra de código final para esa subbanda como $\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)\mathbf{W}^{(2,1)}(r, s)$. Obsérvese que la elección de la palabra de código interno puede ser común a lo largo de todas las subbandas.

A continuación, para ampliar las posibilidades de selección en cada subbanda, se puede desplazar $\mathbf{D}(q2)$ al libro de códigos externo. En otras palabras, se puede definir el libro de códigos interno de banda ancha como $\tilde{C}^{(1)} = \{\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)\}$ con un libro de códigos externo de subbanda de grado 1 como

$$\tilde{C}_1^{(2)} = \left\{ \mathbf{W}^{(2,1)}(r, s, q2) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \\ \exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \\ -\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \\ j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s & \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \\ -j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s & \end{bmatrix} \right\}$$

$$r, s = \{1, \dots, J\}, q2 \in \{1 \dots, Q2\}$$

(2-5)

para algunas combinaciones factibles $(r, s, q2)$. En todo los casos mencionados anteriormente, el *libro de códigos externo se puede hacer dependiente de la elección del libro de códigos interno*. En otras palabras, las combinaciones factibles (r, s) en (2-4) o $(r, s, q2)$ en (2-5) pueden ser ellas mismas funciones, respectivamente, de la elección de la palabra de código interno. Puestas diferentemente, dos palabras de código interno diferentes pueden tener diferentes combinaciones factibles para seleccionar palabras de código del libro de códigos externo. En cada caso, el conjunto de combinaciones factibles para cada elección de la parada de código interno está predeterminado y lo conocen todos los usuarios y todas las estaciones base.

Considérese ahora el caso de grado 2. La primera posibilidad es mantener el libro de códigos interno definido en (2-2) junto con el siguiente libro de códigos subbanda externo de grado 2 que no varía con la elección de la palabra de código interno,

$$C_2^{(2)} = \left\{ \mathbf{W}^{(2,2)}(r, s) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ \mathbf{e}_r & -\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ j\mathbf{e}_r & -j\mathbf{e}_s \end{bmatrix} \right\},$$

$$r, s = \{1, \dots, J\}$$

(2-6)

Para limitar el tamaño sólo se podrían permitir ciertas combinaciones de (r, s) . Obsérvese que dado el conjunto de combinaciones permitidas que son comunes a lo largo de todas las elecciones de la palabra de código interno, se debe tener que para cada (r, s) permitida las columnas de $\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)\mathbf{W}^{(2,2)}(r, s)$ sean mutuamente ortogonales para cada elección de la palabra de código interno. Obsérvese que $r = s$ es tal elección que asegura la ortogonalidad para cada elección de la palabra de código interno $\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)$

Para ampliar el conjunto posible final de palabras de código de grado 2 sin sobrecarga excesiva, se pueden hacer las combinaciones permitidas dependiendo de la elección de la palabra de código interno. En particular se puede definir un libro de códigos subbanda externo que sea dependiente de la elección de la palabra de código interno

$\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)$ (identificada por los índices $q1, q2, k$) que contiene las palabras de código indicadas por $\mathbf{W}^{(2,2)}(r, s, k, q1, q2)$ de la forma

$$\left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ \mathbf{e}_r & -\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ \mathbf{e}_r & -j\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ \mathbf{e}_s & -\exp(j\theta(r, s, k, q1, q2))\mathbf{e}_r \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ \mathbf{e}_s & -j\exp(j\theta(r, s, k, q1, q2))\mathbf{e}_r \end{bmatrix} \right\} \quad (2-7)$$

en la que $r, s \in \{1, \dots, J\}$. La fase $\theta(r, s, k, q1, q2)$ junto con las combinaciones permitidas (r, s) deben asegurar que las dos columnas de la palabra del código final resultante $\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)\mathbf{W}^{(2,2)}(r, s, k, q1, q2)$ sean ortogonales. Obsérvese que debido a la estructura de nuestro libro de códigos interno, es suficiente para este término de fase que

- 5 sea una función de sólo r, s & $q1$ de modo que se pueda escribir el término de fase como $\theta(r, s, q1)$. Para permitir más elecciones en el libro de códigos externo, como se hizo en el caso de grado 1 se puede desplazar $\mathbf{D}(q2)$ al libro de códigos externo. En otras palabras, se puede definir el libro de códigos interno de banda ancha como $\tilde{\mathcal{C}}^{(1)} = \{\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)\}$ con un libro de códigos externo de subbanda de grado 2 que tenga palabras de código según la

$$\text{forma } \{\mathcal{C}^{(2)} \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_r & -j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s & -j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\exp(j\theta(r, s, k, q1, q2))\mathbf{e}_r \end{bmatrix}\}$$

- 10 en la que $r, s \in \{1, \dots, J\}$, $q2 \in \{1, \dots, Q2\}$ para algunas combinaciones factibles $(r, s, q2)$.

Para aumentar adicionalmente el conjunto de palabras de código de grado 2 se puede asegurar la ortogonalidad entre todas las columnas de la palabra de código final resultante de otros modos. Supóngase que el libro de códigos interno está definido como en (2-2) (sáltese el caso en el que el libro de códigos interno definido como $\tilde{\mathcal{C}}^{(1)}$ y $\mathbf{D}(q2)$ se ha desplazado al libro de códigos externo ya que las etapas dadas se pueden aplicar tras cambios sencillos). Supóngase entonces que el libro de códigos externo de grado 2 depende de la elección del libro de códigos interno que incluye las palabras de código de la forma dada en (2-7). Adicionalmente, para una elección de la palabra de

- 15 códigos interno $\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)$ se pueden tener también palabras de código de la forma

$$[\mathbf{e}(r, s) \quad (\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1))^+ \mathcal{P}(\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)\mathbf{e}(r, s))], \quad (2-8)$$

en la que $\mathbf{e}(r, s) = [\mathbf{e}_r^T, \mathbf{e}_s^T]^T$ y $(\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1))^+$ es la pseudo inversa de $\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)$ que satisface $\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)(\mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1))^+ = \mathbf{I}$. $\mathcal{P}(\cdot)$ es un operador predefinido tal que para cualquier vector normal unidad $\mathbf{x}$, $\mathcal{P}(\mathbf{x})$ es un vector normal unidad en el sub espacio $\mathbf{I} - \mathbf{x}\mathbf{x}^T$. Preferiblemente tal operador puede tener la propiedad de que si el vector $\mathbf{x}$ posee la propiedad de magnitud constante, que es que todos sus elementos tienen la misma magnitud, entonces también $\mathcal{P}(\mathbf{x})$ tiene esa propiedad. Un ejemplo de tal operador es $HH(\mathbf{x}, t)$, que para $t \in \{2, 3, 4\}$ y cualquier vector normal unidad $\mathbf{x}$ cuyo primer elemento es real y estrictamente menor que la unidad, genera la $t^{\text{ésima}}$ columna de la matriz unitaria 4×4 obtenida por medio de la transformación

- 25 que la unidad, genera la $t^{\text{ésima}}$ columna de la matriz unitaria 4×4 obtenida por medio de la transformación

$$\mathbf{I} - \frac{2(\mathbf{x} - \mathbf{e}_1)(\mathbf{x} - \mathbf{e}_1)^T}{\|\mathbf{x} - \mathbf{e}_1\|^2}.$$

Householder Obsérvese aquí que para estas construcciones $\mathbf{x} = \mathbf{D}(q2)\mathbf{W}^{(1)}(k, q1)\mathbf{e}(r, s)$ satisface las dos condiciones necesarias para definir la transformación Householder. También, si el vector $\mathbf{x}$ posee la propiedad de magnitud constante entonces cada $HH(\mathbf{x}, t)$ posee esa propiedad.

- 30 Otro ejemplo de tal operador es poner $\mathcal{P}(\mathbf{x}) = \mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{P}\mathbf{x}$ en donde $\mathbf{P}$ es una matriz de permutación y $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ es una matriz diagonal cuyas entradas diagonales dependen de $\mathbf{x}$ tal que $\mathbf{x}^T\mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{P}\mathbf{x} = 0$ Obsérvese que cuando $\mathbf{x}$ tiene la propiedad de magnitud constante entonces es posible construir una matriz diagonal $\mathbf{D}(\mathbf{x})$ cuyas entradas distintas de cero tienen magnitud unidad y se asegura que $\mathbf{x}^T\mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{P}\mathbf{x} = 0$ así como la propiedad de magnitud constante para el vector $\mathbf{D}(\mathbf{x})\mathbf{P}\mathbf{x}$

- 35 Obsérvese que se puede definir un conjunto diferente de palabras de código interno (es decir, libro de códigos interno) para grado 1 y grado 2 y otros grados si bien todos tienen la estructura genérica dada en (2-2). Por consiguiente, se pueden definir los libros de código interno de grado específico. Se insiste en que el libro de códigos externo por subbanda puede ya ser una función de la palabra de código interno. Obsérvese también que en los libros de códigos descritos anteriormente, se puede hacer una de-duplicación si fuera necesario. En particular, para cualquier grado r , si existen cualesquiera dos palabras de código interno que den lugar a un conjunto equivalente final de palabras de código de grado r por subbanda, entonces sólo se debe retener una de entre todas esas dos palabras de código interno en el libro de códigos interno para el grado r . Obsérvese aquí que dos palabras de código finales son equivalentes y son idénticas entre sí hasta la permutación de columnas y/o la multiplicación por una matriz que es diagonal y que todas sus entradas distintas de cero tienen magnitud unidad.

- 45 Obsérvese que teniendo un libro de códigos interno mayor de grado 2 comparado con el libro de códigos de grado 1 puede ser beneficioso para MU-MIMO. Un mayor libro de códigos interno permite mejor resolución de la cuantificación sin aumentar demasiado la realimentación ya que sólo una palabra de código interno necesita ser informada para todas las subbandas. Una mejor solución para el mayor grado 2 no sólo beneficia SU-MIMO sino también MU-MIMO ya que típicamente el usuario bajo la transmisión MU-MIMO será servido utilizando un grado menor que lo que se informó. En este caso una mejor solución asegurará que los subconjuntos de columna

extraídos de los precodificadores informados del usuario sean también efectivos, es decir, que tengan bastante precisión y por consiguiente permitan ganancias MU-MIMO.

III. Ejemplo 3

En la Publicación 11 (Rel-11) red celular LTE es posible para la red configurar semi-estáticamente múltiples procesos CSI para el mismo usuario. Cada REL-12 y posteriores se necesita que el usuario soporte tanto el libro de códigos antiguo 4TX, como el libro de códigos 4TX mejorado. Como quedó implícito anteriormente, estos dos libros de código pueden ser vistos como dos subconjuntos (componentes) de un libro de códigos mayor. Además se puede aplicar una restricción separada al subconjunto del libro de códigos para cada proceso CSI. Un corolario útil de estas dos observaciones es que a la red puede permitírsele configurar el libro de códigos separadamente para cada proceso CSI (para un usuario de interés) de una manera semi-estática, por ejemplo, para cada proceso CSI de un usuario dado, la red puede configurar el libro de códigos de componente (es decir, antiguo o mejorado) que pueda usar el usuario. Adicionalmente, se puede aplicar además una restricción al subconjunto del libro de códigos sobre la base de un proceso por-CSI dada la elección de los libros de códigos de componente para esos procesos. Con objeto de reducir la sobrecarga de señalización, se propone aplicar sólo una última restricción al subconjunto del libro de códigos por cada proceso CSI. En consecuencia, incluso si el proceso CSI (o equivalentemente el modo definido para ese proceso CSI) requiere que el usuario informe de las matrices precodificadoras por subbanda (es decir, PMI), todas dichas matrices informadas deben respetar la restricción del subconjunto configurado (común) para ese proceso.

Construcción de un Libro de códigos en forma de producto

Se presenta primero una construcción genérica del libro de códigos en el cual cada palabra del código se deriva como un producto de matrices. Por convenio, se desprecia el factor de normalización de $1/2$. Sea $\mathbf{w}_n = [1 \exp(j2\pi n/N)]^T$ para $n = 0, \dots, N-1$ indica el vector de haz 2×1 , se define el libro de códigos interno (banda ancha) como

$$\mathcal{C}^{(1)} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \mathbf{W}^{(1)}(k) = [\mathbf{w}_{a_k \bmod N}, \mathbf{w}_{(a_k+1) \bmod N}, \dots, \mathbf{w}_{(a_k+J-1) \bmod N}], k = 0, \dots, L-1; q = 1, \dots, Q \right\},$$

(3-1)

en donde $\{a_k\}$ son escalares de valor real y

$$\mathbf{A}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_q) \end{bmatrix}, \quad q = 1, \dots, Q,$$

en donde

$d_q \in [0,1] \forall q$. Obsérvese que la separación (angular) entre los términos de fase en cualesquiera dos vectores de haz adyacentes dentro de una palabra de código interno en particular $\mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k)$ es $2\pi/N$ de modo que N y J determinan juntas el tramo angular de los términos de fase en cada palabra de código interno. Intuitivamente, un tramo angular mayor permitiría utilizar el libro de códigos apropiado incluso para escenarios de menor desfallecimiento correlativo. Por otra parte, los escalares $\{d_q\}$ ayudan a controlar la separación entre los términos de fase en cualesquiera dos vectores de haz pertenecientes con dos palabras de código interno $\mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k)$ y $\mathbf{A}(q')\mathbf{W}^{(1)}(k)$ para algunas $q, q' \in \{1, \dots, Q\}$. Intuitivamente, tal pequeña separación sería beneficiosa para explotar la correlación en tiempo y frecuencia.

El libro de códigos (subbanda) externo de grado 1 se define entonces como

$$\mathcal{C}_1^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_i \\ \exp(j\theta_{s,i})\mathbf{e}_i \end{bmatrix} \right\},$$

$$s = 1, \dots, S, i = 1, \dots, J$$

en donde $\mathbf{e}_i$ indica el vector de selección de columna $i^{th} J \times 1$ (es decir, la columna $i^{ésima}$ de la matriz de identidad $J \times J$) y $\exp(j\theta_{s,i})$ es un término de cofase. El tamaño (máximo) del libro de códigos de grado 1 es por lo tanto JS . Se puede obtener un tamaño menor seleccionando sólo un subconjunto de todos los tales vectores posibles. Los

términos de cofase se pueden obtener optimizando una métrica apropiada tal como la distancia media cordal después de restringirlos a una posición en un alfabeto M-PSK en el que el entero positivo $M \geq 1$ es un parámetro del diseño. La optimización se puede limitar para asegurar que se mantiene una mínima separación angular entre los términos de cofase. Para el grado 2, el libro de códigos (subbanda) externo se define como

$$\mathcal{C}_2^{(2)} = \left\{ \left[\exp(j\theta_{s,m,p}) \mathbf{e}_m \quad -\exp(j\theta_{s,m,p}) \mathbf{e}_p \right] \right\}.$$

Obsérvese que para diferentes pares (m, p) y (m', p') se puede tener diferente número de términos de cofase. Los términos de cofase se pueden obtener optimizando una métrica apropiada tal como la distancia media cordal después de restringirlos a una posición en el alfabeto M' -PSK en el que el entero positivo $M' \geq 1$ es un parámetro de diseño y puede ser diferente de M . La optimización se puede limitar para asegurar que se mantenga una mínima separación angular entre los términos de cofase.

Se proponen a continuación dos realizaciones específicas. Ambas realizaciones tienen un libro de códigos de banda ancha de 4 bits. Para la primera realización se construye $\mathcal{C}^{(1)}$ utilizando $N = L = 8$, $J = 2$, $a_k = k, k = 0, \dots, 7$ y $d_q \in \{0, 1/16\}$, de modo que cada palabra de código interno es una matriz 4×4 . El correspondiente libro de códigos subbanda es de tamaño de 3 bits para ambos grados 1 y 2. Los términos de cofase en el libro de códigos de grado 1 están en el alfabeto 8-PSK y vienen dados en la figura 3. Obsérvese que la anotación adoptada en la tabla en la figura 3 es que cuando la entrada correspondiente para algunos (s, i) es t entonces $\theta_{s,i} = 2\pi t/M$ en donde $M = 8$ para 8-PSK. Para el libro de códigos de grado 2 se eligen $(m, p) \in \{(1,1), (2,2), (1,2)\}$ a lo largo de todos los términos de cofase dados en la figura 4A o en la figura 4B. Alternativamente, los términos de cofase se pueden elegir como en la figura 5. Obsérvese que se usan más opciones de cofase en la figura 5 para la combinación de haces (1,2).

Para la segunda realización se construye $\mathcal{C}^{(1)}$ utilizando $N = 16, L = 8$, $J = 4$, $a_k = 2k, k = 0, \dots, 7$ y $d_q \in \{0, 1/32\}$, de modo que cada palabra de código interno es una matriz 4×8 . El correspondiente libro de códigos subbanda es de tamaño de 4 bits para ambos grados 1 y 2. Los términos de cofase en el libro de códigos de grado 1 se encuentran en el alfabeto **8-PSK** y vienen dados en la figura 6A o en la figura 6B. Para el libro de códigos de grado 2 se eligen $(m, p) \in \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (1,2), (1,4), (2,3), (2,4)\}$ a lo largo de los términos de cofase dados en la figura 7. Alternativamente se pueden también elegir los términos de cofase dados la figura 8A o en la figura 8B. Alternativamente se pueden también elegir los términos de cofase dados en la figura 9 o en la figura 10.

Los libros de códigos de grado 3 y de grado 4 se pueden fijar a los libros de códigos de grado 3 y de grado 4 antiguos (Householder). Obsérvese que todas las matrices de palabras de código en el libro de códigos mencionado anteriormente satisfacen la propiedad de magnitud constante.

IV. Ejemplo cuatro

Otra cuestión relacionada surge cuando un usuario está configurado para utilizar el libro de códigos antiguo 4TX en uno de sus procesos CSI y en el que ese proceso (o equivalentemente el modo definido por ese proceso CSI) requiere que el usuario informe de matrices precodificadoras por subbanda. Aquí, cuando el grado preferido por el usuario es 3 o 4, entonces el tamaño del libro de códigos antiguo (4 bits para ambos grados 3 y 4) podría ser una exageración para el informe por subbanda. En otras palabras, se puede reducir la realimentación sin ningún impacto destacable en el rendimiento ya que al usuario está experimentando buena SINR y típicamente será planificado sólo en sus recursos asignados. Para conseguir la reducción de la realimentación, la red puede definir versiones de submuestra de libros de códigos antiguos para grados 3 y 4 y configurar al usuario para informar de palabras de código de estos libros de códigos de submuestra cuando su grado preferido sea 3 o 4. El libro de códigos de grado 3 de submuestra se obtiene retirando una o más palabras de código del libro de códigos antiguo de grado 3 mientras que retirando una o más palabras de código del libro de códigos antiguo de grado 4 se obtiene el libro de códigos de submuestra de grado 4. Estos libros de códigos de submuestra se definen por medio de la red y se transportan con anterioridad a todos los usuarios. Otro enfoque que ofrece más flexibilidad es aprovechar la restricción del subconjunto de libros de códigos. Aquí, se supone que el tamaño (por subbanda) del libro de códigos de grado 3 está limitado a M palabras de código. Entonces, la red puede determinar un subconjunto (de una manera semi-estática y posiblemente de manera especificada por el usuario) que contenga no más de M palabras de código del libro de códigos antiguo de grado 3 y transportar este subconjunto al usuario. El usuario entonces limita su búsqueda (para las palabras del código de grado 3) a este subconjunto en cada subbanda. Para informar de su palabra de código preferida en cada subbanda, el usuario adopta lexicografía de ordenamiento (etiquetado), es decir, a la palabra de código en el subconjunto indicado que tenga el menor índice (como en el libro de códigos antiguo original de grado 3) se le asigna un nuevo índice de uno, a la palabra del código en el subconjunto indicado que tenga el segundo índice menor (como en el libro de códigos antiguo original de grado 3) se le asigna un nuevo índice de dos. Este proceso continúa hasta que a todas las palabras del código en el subconjunto les hayan sido asignados nuevos índices. Claramente los nuevos índices ocuparán de 1 a M' donde $M' \leq M$. Obsérvese también que dado que el subconjunto es común a lo largo de todas las subbandas, el conjunto de los nuevos índices es también común a lo

largo de todas las subbandas y por consiguiente puede ser determinado antes por el usuario. El usuario entonces informa del nuevo índice de su precodificador seleccionado en cada subbanda. El mismo procedimiento se puede aplicar al grado 4 así como donde se observe que el valor de M puede ser diferente para el grado 3 y para el grado 4.

Finalmente, para mejorar el rendimiento en MU-MIMO, se puede incorporar una realimentación adicional a un proceso CSI (o equivalentemente el modo definido para ese proceso CSI). Como se detalló en nuestro trabajo anterior [8], el usuario también puede informar de MU-CQI(s) junto con su informe de información del estado del canal (CSI) de Unico usuario (SU). Este SU-CSI (que consta de PMI de banda ancha o por subbanda, y CQI por subbanda) se computa utilizando los pilotos y los elementos del recurso para la medición de interferencias que están configurados para cada proceso CSI. Se detallan diversos modos de computar estos MU-CQI(s) en nuestro trabajo anterior [9], uno de los cuales implicaba al usuario utilizando el PMI(s) determinado en su informe SU-CSI o determinado utilizando las reglas SU-MIMO (referidas más adelante como PMI(s) base) para computar MU-CQI(s), después de asumir (o emular) un conjunto de interferentes co-planificados (sobre la base de una subbanda si así está configurado). Aquí el conjunto de PMI interferentes co-planificados (por ejemplo, transmisores precodificadores asignados a los otros usuarios co-planificados) que el usuario supone en una subbanda es una función de una PMI base que la ha determinado. Cada conjunto de PMI interferentes co-planificados que el usuario debe suponer se pueden configurar por la red de una manera semi-estática (y posiblemente específica del usuario). El tamaño del conjunto de PMI interferentes (para cada elección de la PMI base) puede ser mayor de 1. Para reducir la sobrecarga, el(los) resultante(s) MU-CQI(s) computados sobre la base de subbanda se pueden combinar en una (o dos como máximo) MDU -CQI(s) de banda ancha (como se detalló en nuestro trabajo [10] sobre realimentación normal de error residual de banda ancha) que fue entonces informada. Para mejorar adicionalmente el rendimiento, se pueden configurar múltiples tales conjuntos de PMI interferentes (para cada PMI base). Entonces el usuario informa de una (o como máximo dos) MU-CQI(s) de banda ancha para cada conjunto configurado de PMIs interferentes y la realimentación diferencial se puede aprovechar para reducir la sobrecarga de realimentación. Alternativamente, el proceso descrito anteriormente se puede repetir para diversas elecciones de PMI base y el usuario puede elegir una PMI base en particular (utilizando una regla de selección apropiada tal como una que maximice una ganancia MU esperada) e informar de ello junto con las MU-CQI(s) asociadas.

Se vuelve a la construcción del libro de códigos en lo que sigue a continuación.

Construcción del Libro de códigos en forma de producto

En primer lugar se presenta una construcción genérica de un libro de códigos en el cual cada palabra de código se deriva como un producto de matrices. Sea $\mathbf{W}_n = [1 \exp(j2\pi n/N)]^T$ para $n = 0, \dots, N-1$ que indica el vector de haz de 2×1 , se define el libro de códigos interno (de banda ancha) como

$$\begin{aligned} \mathbf{c}^{(1)} &= \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \mathbf{W}^{(1)}(k) \right. \\ &= [\mathbf{w}_{a_k \bmod N}, \mathbf{w}_{(a_k+1) \bmod N}, \dots, \mathbf{w}_{(a_k+J-1) \bmod N}], \\ &\left. k = 0, \dots, L-1; q = 1, \dots, Q \right\}, \end{aligned} \quad (4-1)$$

en donde $[a_k]$ son escalares de valor real y

$$\mathbf{A}(q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_q) \end{bmatrix}, \quad q = 1, \dots, Q,$$

en la que $d_q \in [0,1] \forall q$. Obsérvese que la separación (angular) entre los términos de fase en cualesquiera dos vectores de haz adyacentes dentro de una palabra de códigos interna en particular $\mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k)$ es $2\pi/N$ de forma que N (que se define como un grado de concentración) y que J (que es igual al número de vectores de haz por cada palabra de código interno) determinan juntas la amplitud angular de los términos de fase en cada palabra de código interno. Intuitivamente, una mayor amplitud angular (que se puede conseguir teniendo una N menor (por ejemplo, un menor grado de concentración o un $2\pi/N$) mayor para una J dada, o una J mayor para una N dada) permitiría hacer el libro de códigos adecuado incluso para escenarios de menor desvanecimiento correlativo y proporcionaría también solidez contra los errores de alineamiento en el tiempo. Sin embargo, el costo de aumentar J es un mayor tamaño de cada uno de los libros de código subbanda externos mientras que elegir una N menor puede degradar el rendimiento en configuración de polos cruzados espaciados muy cercanos ya que ello dificulta la localización de vectores de haz en una palabra de códigos interna dada. Por otra parte, los escalares $[d_q]$ (referidos como factores de escalonamiento) ayudan a controlar la separación entre los términos de fase en cualesquiera dos vectores de haz

pertenecientes con dos palabras de código internas $\mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k)$ y $\mathbf{A}(q')\mathbf{W}^{(1)}(k)$ para algunos $q, q' \in \{1, \dots, Q\}$. Intuitivamente, tal pequeña separación beneficiaría el aprovechar la correlación en tiempo y frecuencia.

- 5 Una extensión del libro de códigos interno descrito anteriormente es utilizar dos (o más) conjuntos de grados de concentración, en los que cada grado de concentración puede tener su propio conjunto de factores de escalonamiento. Esto aumentaría típicamente el tamaño del libro de códigos de banda ancha pero puede satisfacer mejor diferentes configuraciones de antena. Se describe a continuación dicho libro de códigos interno (de banda ancha) compuesto para I diferentes elecciones de grados de concentración, como

$$\begin{aligned} \mathcal{C}^{(1)} &= \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{A}(q)\mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \right. \\ &\quad \left. \mathbf{W}^{(1)}(k) = [\mathbf{w}_{a_k \bmod N_i}, \mathbf{w}_{(a_k+1) \bmod N_i}, \dots, \mathbf{w}_{(a_k+J-1) \bmod N_i}], \quad k \in \mathcal{K}_i \text{ \& } q \in \mathcal{Q}_i, \right. \\ &\quad \left. i = 1, \dots, I \right\}, \end{aligned}$$

- 10 en donde $\mathcal{K}_i$ y $\mathcal{Q}_i$ Son conjuntos de índices asociados al $i^{\text{ésimo}}$ grado de concentración N_i . Obsérvese que J permanece fija a lo largo de diferentes grados de concentración. En ciertos escenarios (con muy baja correlación) podría ser ventajoso elegir al menos uno de los grados de concentración de modo que dos o más de los vectores de haz en muchas de sus palabras de código internas asociadas sean mutuamente ortogonales.

El libro de códigos (subbanda) externo de grado 1 se define entonces como

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_1^{(2)} &= \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_i \\ \exp(j\theta_{s,i})\mathbf{e}_i \end{bmatrix} \right\}, \\ &\quad s = 1, \dots, S, \quad i = 1, \dots, J \end{aligned}$$

- 15 En donde $\mathbf{e}_i$ indica el $i^{\text{ésimo}}$ vector de selección de columna $j \times 1$ (es decir, la $i^{\text{ésima}}$ columna de la matriz de identidad $J \times J$) y $\exp(j\theta_{s,i})$ es un término de cofase. El tamaño (máximo) del libro de códigos de grado 1 es por consiguiente JS . Un menor tamaño se puede obtener seleccionando un subconjunto de todos tales posibles vectores. Los términos de cofase se pueden obtener optimizando una métrica apropiada tal como la distancia media cordal después de restringirlos para permanecer en un alfabeto M-PSK en el que el entero positivo $M \geq 1$ es un parámetro del diseño. La optimización se puede limitar para asegurar que se mantiene una separación angular mínima entre los términos de cofase. Para el grado 2, el libro de códigos (subbanda) externo se define como

$$\mathcal{C}_2^{(2)} = \left\{ \begin{bmatrix} \mathbf{e}_m & \mathbf{e}_p \\ \exp(j\theta_{s,m,p})\mathbf{e}_m & -\exp(j\theta_{s,m,p})\mathbf{e}_p \end{bmatrix} \right\}.$$

- 25 Obsérvese que para diferentes pares (m,p) y (m',p') se puede tener diferente número de términos de cofase. Los términos de cofase se pueden obtener optimizando una métrica apropiada tal como la distancia media cordal después de restringirlos para permanecer en un alfabeto M' -PSK en el que el entero positivo $M' \geq 1$ es un parámetro del diseño y puede ser distinto de M . La optimización se puede limitar para asegurar que se mantiene una separación mínima angular entre los términos de cofase.

- 30 Por consiguiente, (1) se ha identificado la estructura clave que debe tener cada eigenvector de la matriz de correlación espacial bajo la configuración de antena transmisora ULA que debe tener y la estructura clave que debe tener cada eigenvector de la matriz espacial de correlación bajo la configuración de antena transmisora de polos cruzados. (2) Se han enfatizado las estructuras identificadas en al menos un subconjunto del libro de códigos precodificadores para asegurar un buen rendimiento. (3) Se han presentado también realizaciones que respetan las estructuras identificadas y que también son eficaces.

- 35 Se tiene que entender lo anterior como que es respectivamente ilustrativo y ejemplar, pero no restrictivo, y que el alcance de la invención descrita en este documento no se debe determinar a partir de la descripción detallada, sino de las reivindicaciones adjuntas. Se tiene que entender que las realizaciones mostradas y descritas en este documento son sólo ilustrativas de los principios de la presente invención y que los expertos en la técnica pueden

realizar diversas modificaciones sin apartarse del alcance ni del espíritu de la invención. Los expertos en la técnica podrían realizar diferentes otras combinaciones de las características sin apartarse del alcance de la invención.

REIVINDICACIONES

1. Un método realizado en una estación base utilizada en un sistema de comunicaciones inalámbricas, que comprende:

disponer de un libro de códigos que incluye una pluralidad de matrices precodificadoras;

5 precodificar datos con una de la pluralidad de matrices precodificadoras; y

transmitir, a un equipo de usuario, los datos precodificados,

en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$,

en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y

la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos, que se caracteriza por

$$\mathcal{C}^{(1)} = \left\{ \mathbf{W}^{(1)}(k, q1) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}(q1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \right.$$

10

$$k = 0, \dots, L-1; \quad q1 = 1, \dots, Q1\},$$

en donde $\odot$ indica un producto Hadamard,

$Q1$ es un entero positivo,

$$\mathbf{W}^{(1)}(k) = [\mathbf{w}_{kK}, \dots, \mathbf{w}_{kK+J-1}], \quad k = 0, \dots, L-1,$$

$$\mathbf{w}_n = [1 \exp(j2\pi n/N)]^T \text{ para } n = 0, \dots, N-1,$$

15

J, K y L son enteros positivos,

$$(L-1)K \leq N \leq LK, \quad K \leq J,$$

N es el número de antenas transmisoras

$$\mathbf{A}(q1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{q1}^1 & a_{q1}^2 & \dots & a_{q1}^J \\ b_{q1}^1 & b_{q1}^2 & \dots & b_{q1}^J \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}(q1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{q1}^1 & b_{q1}^2 & \dots & b_{q1}^J \\ a_{q1}^1 & a_{q1}^2 & \dots & a_{q1}^J \end{bmatrix},$$

$$j = \sqrt{-1},$$

$$a_{q1}^m, b_{q1}^m, d_{q1} \in [0,1],$$

$$(a_{q1}^m)^2 + (b_{q1}^m)^2 = 1/2 \quad \forall m, q1, y$$

m es un entero positivo y $1 \leq m \leq J$.

2. El método de acuerdo con la reivindicación 1, en el que el segundo libro de códigos para la transmisión en grado 1 se puede expresar como

$$\tilde{C}_1^{(2)} = \left\{ \mathbf{W}^{(2,1)}(r, s, q2) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ \exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ -\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r \\ -j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s \end{bmatrix} \right\}$$

en donde $r, s = \{1, \dots, J\}$, $q2 \in \{1, \dots, Q2\}$, $\gamma_{q2} \in [0, 1] \quad \forall q2$,

Q2 es un entero positivo, y

$\mathbf{e}_i$ indica el vector de selección de columna $J \times 1$ que selecciona la columna $i^{\text{ésima}}$ en la matriz de identidad $J \times J$.

3. El método de acuerdo con la reivindicación 2, en el que se permite parte de las combinaciones posibles $(r, s, q2)$.

4. El método de acuerdo con la reivindicación 2, en el que el segundo libro de códigos para la transmisión en grado 2 se puede expresar como

$$C_2^{(2)} = \left\{ \mathbf{W}^{(2,2)}(r, s) = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ \mathbf{e}_r & -\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ j\mathbf{e}_r & -j\mathbf{e}_s \end{bmatrix} \right\},$$

en donde $r, s = \{1, \dots, J\}$, y

$\mathbf{e}_i$ indica el vector de selección de columna $J \times 1$ que selecciona la columna $i^{\text{ésima}}$ en la matriz de identidad $J \times J$.

5. El método de acuerdo con la reivindicación 4, en el que se permite parte de las combinaciones posibles (r, s) .

6. El método de acuerdo con la reivindicación 4, en el que $r=s$.

7. El método de acuerdo con la reivindicación 2, en el que el segundo libro de códigos para la transmisión en grado 2 se puede expresar como

$$\begin{aligned} & \left\{ \mathbf{W}^{(2,2)}(r, s, k, q1, q2) \right. \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ \exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_r & -\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ \exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s & -\exp(j2\pi\gamma_{q2})\exp(j\theta(r, s, k, q1, q2))\mathbf{e}_r \end{bmatrix} \\ & \left. \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_r & -j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{e}_r & \mathbf{e}_s \\ j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\mathbf{e}_s & -j\exp(j2\pi\gamma_{q2})\exp(j\theta(r, s, k, q1, q2))\mathbf{e}_r \end{bmatrix} \right\} \end{aligned}$$

en donde $r, s = \{1, \dots, J\}$, $q2 \in \{1, \dots, Q2\}$, $\gamma_{q2} \in [0, 1] \quad \forall q2$,

Q2 es un entero positivo,

θ indica a una fase, y

$\mathbf{e}_i$ indica el vector de selección de columna $J \times 1$ que selecciona la columna $i^{\text{ésima}}$ en la matriz de identidad $J \times 1$.

8. El método de acuerdo con la reivindicación 7, en el que se permite parte de las combinaciones posibles $(r, s, q2)$.

9. El método de acuerdo con la reivindicación 1, en el que $\mathbf{A}(q1) = \mathbf{B}(q1)$.

10. El método de acuerdo con la reivindicación 2, en el que $2\pi(d_{q+1}-d_q)$ es menor que $2\pi/N$.

11. El método de acuerdo con la reivindicación 1, en el que el libro de códigos consta de una pluralidad de matrices precodificadoras.
12. El método de acuerdo con la reivindicación 1, en el que la primera matriz es común a lo largo de una pluralidad de subbandas y la segunda matriz pertenece a cada subbanda.
- 5 13. El método de acuerdo con la reivindicación 1, en el que el libro de códigos se emplea para la transmisión de 4 antenas transmisoras (4TX).
14. El método de acuerdo con la reivindicación 2, en el que $J = 4$.
15. Un método realizado en un equipo de usuario utilizado en un sistema de comunicaciones inalámbricas, que comprende:
- 10 recibir, procedentes de una estación base, datos precodificados con una de una pluralidad de matrices precodificadoras,
- en el que un libro de códigos incluye la pluralidad de matrices precodificadoras, y
- en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$,
- en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y
- 15 la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos, que se caracteriza por

$$\mathcal{C}^{(1)} = \left\{ \mathbf{W}^{(1)}(k, q1) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}(q1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \right.$$

$$k = 0, \dots, L-1; \quad q1 = 1, \dots, Q1\},$$

en donde $\odot$ Indica un producto Hadamard,

$Q1$ es un entero positivo,

$$\mathbf{W}^{(1)}(k) = [\mathbf{w}_{kK}, \dots, \mathbf{w}_{kK+J-1}], \quad k = 0, \dots, L-1,$$

$$20 \quad \mathbf{w}_n = [1 \exp(j2\pi n/N)]^T \quad \text{para } n = 0, \dots, N-1,$$

J, K y L son enteros positivos,

$$(L-1)K \leq N \leq LK \quad \text{y} \quad K \leq J,$$

N es el número de antenas transmisoras,

$$\mathbf{A}(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{q_1}^1 & a_{q_1}^2 & \dots & a_{q_1}^J \\ b_{q_1}^1 & b_{q_1}^2 & \dots & b_{q_1}^J \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{q_1}^1 & b_{q_1}^2 & \dots & b_{q_1}^J \\ a_{q_1}^1 & a_{q_1}^2 & \dots & a_{q_1}^J \end{bmatrix},$$

$$j = \sqrt{-1},$$

$$a_{q_1}^m, b_{q_1}^m, d_{q_1} \in [0,1],$$

$$(a_{q_1}^m)^2 + (b_{q_1}^m)^2 = 1/2 \quad \forall m, q_1,$$

y

m es un entero positivo y $1 \leq m \leq J$.

- 5 16. Una estación base utilizada en un sistema de comunicaciones inalámbricas, que comprende:

un transmisor para transmitir, a un equipo de usuario, datos precodificados con una de una pluralidad de matrices precodificadoras, y

en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$,

en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y

- 10 la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos, que se caracteriza por

$$\mathcal{C}^{(1)} = \left\{ \mathbf{W}^{(1)}(k, q_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q_1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}(q_1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \right.$$

$$k = 0, \dots, L-1; q_1 = 1, \dots, Q_1 \},$$

en donde $\odot$ Indica un producto Hadamard,

Q_1 es un entero positivo,

$$\mathbf{W}^{(1)}(k) = [\mathbf{w}_{kK}, \dots, \mathbf{w}_{kK+J-1}], \quad k = 0, \dots, L-1,$$

15

$$\mathbf{w}_n = [1 \exp(j2\pi n/N)]^T \quad \text{para } n = 0, \dots, N-1,$$

J, K y L son enteros positivos,

$$(L-1)K \leq N \leq LK \text{ y } K \leq J,$$

N es el número de antenas transmisoras

$$\mathbf{A}(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{q_1}^1 & a_{q_1}^2 & \dots & a_{q_1}^J \\ b_{q_1}^1 & b_{q_1}^2 & \dots & b_{q_1}^J \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{q_1}^1 & b_{q_1}^2 & \dots & b_{q_1}^J \\ a_{q_1}^1 & a_{q_1}^2 & \dots & a_{q_1}^J \end{bmatrix},$$

$$j = \sqrt{-1},$$

$$a_{q_1}^m, b_{q_1}^m, d_{q_1} \in [0,1],$$

$$(a_{q_1}^m)^2 + (b_{q_1}^m)^2 = 1/2 \quad \forall \quad m, q_1, y$$

m es un entero positivo y $1 \leq m \leq J$.

17. Un equipo de usuario utilizado en un sistema de comunicaciones inalámbricas, que comprende:

- 5 un receptor para recibir, procedente de una estación base, datos precodificados con una de una pluralidad de matrices precodificadoras,

en el que un libro de códigos incluye la pluralidad de matrices precodificadoras, y

en el que cada matriz precodificadora $\mathbf{W}$ satisface $\mathbf{W} = \mathbf{W}^{(1)}\mathbf{W}^{(2)}$,

en el que la primera matriz $\mathbf{W}^{(1)}$ se elige de un primer libro de códigos $\mathcal{C}^{(1)}$, y

- 10 la segunda matriz $\mathbf{W}^{(2)}$ se elige de un segundo libro de códigos, que se caracteriza por

$$\mathcal{C}^{(1)} = \left\{ \mathbf{W}^{(1)}(k, q_1) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}(q_1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{B}(q_1) \odot \mathbf{W}^{(1)}(k) \end{bmatrix} : \right.$$

$$k = 0, \dots, L-1; \quad q_1 = 1, \dots, Q_1\},$$

en donde $\odot$ Indica un producto Hadamard,

Q_1 es un entero positivo,

$$\mathbf{W}^{(1)}(k) = [\mathbf{w}_{kK}, \dots, \mathbf{w}_{kK+J-1}], \quad k = 0, \dots, L-1,$$

$$15 \quad \mathbf{w}_n = [1 \quad \exp(j2\pi n/N)]^T \quad \text{para } n = 0, \dots, N-1,$$

J, K y L son enteros positivos,

$$(L-1)K \leq N \leq LK \text{ y } K \leq J,$$

N es el número de antenas transmisoras

$$\mathbf{A}(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_{q_1}^1 & a_{q_1}^2 & \dots & a_{q_1}^J \\ b_{q_1}^1 & b_{q_1}^2 & \dots & b_{q_1}^J \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{B}(q_1) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \exp(j2\pi d_{q_1}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_{q_1}^1 & b_{q_1}^2 & \dots & b_{q_1}^J \\ a_{q_1}^1 & a_{q_1}^2 & \dots & a_{q_1}^J \end{bmatrix},$$

$$j = \sqrt{-1},$$

$$a_{q_1}^m, b_{q_1}^m, d_{q_1} \in [0,1],$$

$$(a_{q_1}^m)^2 + (b_{q_1}^m)^2 = 1/2 \quad \forall \quad m, q_1,$$

y

m es un entero positivo y $1 \leq m \leq J$.

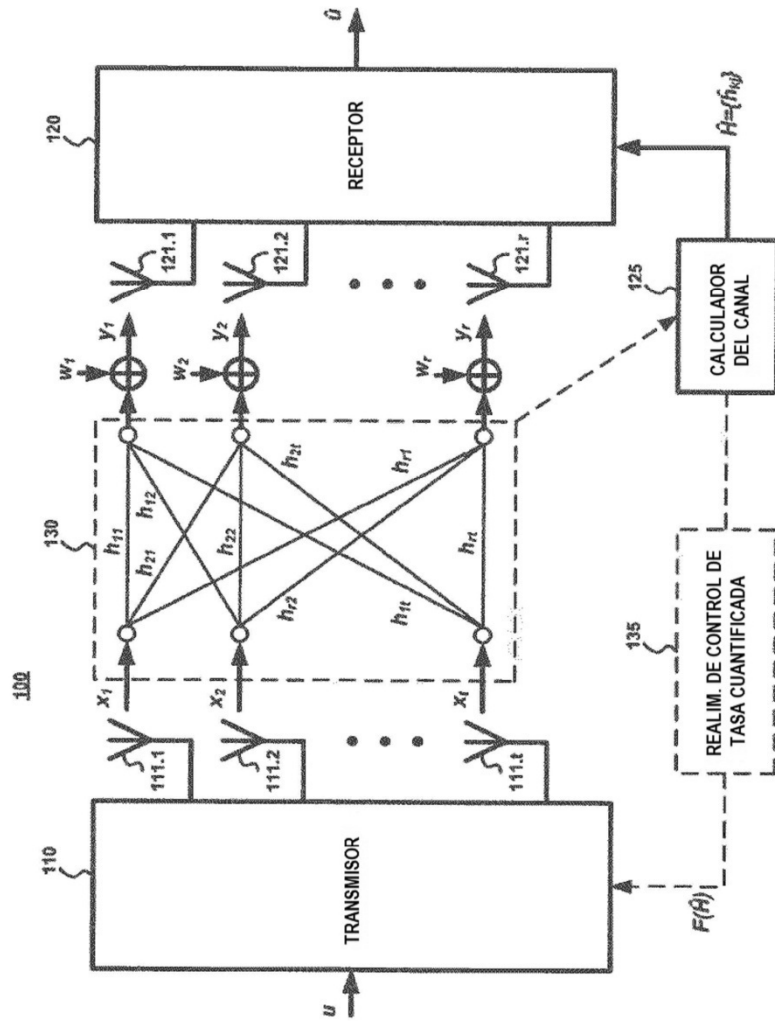


FIG. 1

Indice	Vector de la ganancia
0	$\mathbf{g} = [1,1,1,1]/2$
1	$\mathbf{g} = [\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_2, \Gamma_1]$
2	$\mathbf{g} = [\Gamma_2, \Gamma_1, \Gamma_1, \Gamma_2]$
3	$\mathbf{g} = [\Gamma_2, \Gamma_2, \Gamma_1, \Gamma_1]$
4	$\mathbf{g} = [\Gamma_1, \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_2]$
5	$\mathbf{g} = [\Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_1, \Gamma_2]$
6	$\mathbf{g} = [\Gamma_2, \Gamma_1, \Gamma_2, \Gamma_1]$
7	Reutilizar libro de códigos por defecto

FIG. 2

(s,i)	i=1	i=2
s=1	0	1
s=2	2	3
s=3	4	5
s=4	6	7

FIG. 3

$[s,(m,p)]$	(1,1)	(2,2)	(1,2)
$s=1$	1	11	1
$s=2$	3	12	2
$s=3$	14	14	-

FIG. 4A

[s,(m,p)]	(1,1)	(2,2)	(1,2)
s=1	0	10	0
s=2	2	11	1
s=3	13	13	-

FIG. 4B

$[s,(m,p)]$	(1,1)	(2,2)	(1,2)
$s=1$	0	0	0
$s=2$	2	2	2
$s=3$	-	-	4
$s=3$	-	-	6

FIG. 5

(s,i)	i=1	i=2	i=3	i=4
s=1	0	3	0	3
s=2	1	4	1	4
s=3	2	6	2	6
s=4	4	7	4	7

FIG. 6A

(s,i)	i=1	i=2	i=3	i=4
s=1	0	3	0	3
s=2	1	4	1	4
s=3	2	6	2	6
s=4	5	7	5	7

FIG. 6B

$[s,(m,p)]$	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,4)	(1,2)	(1,4)	(2,3)	(2,4)
s=1	0	0	2	2	0	0	0	0
s=2	1	1	8	8	6	6	6	6

FIG. 7

[s,(m,p)]	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,4)	(1,2)	(1,4)	(2,3)	(2,4)
s=1	2	2	2	2	0	0	0	0
s=2	8	8	8	8	6	6	6	6

FIG. 8A

[s,(m,p)]	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,4)	(1,2)	(1,4)	(2,3)	(2,4)
s=1	1	1	1	1	0	0	0	0
s=2	4	4	4	4	3	3	3	3

FIG. 8B

$[s,(m,p)]$	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,4)	(1,2)	(1,4)	(2,3)	(2,4)
$s=1$	0	0	0	2	0	0	0	0
$s=2$	1	2	13	5	4	4	4	4

FIG. 9

[s,(m,p)]	(1,1)	(2,2)	(3,3)	(4,4)	(1,2)	(1,4)	(2,3)	(2,4)
s=1	0	0	0	0	0	0	0	0
s=2	4	4	4	4	4	4	4	4

FIG. 10