

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 603 254**

51 Int. Cl.:

G06F 17/10 (2006.01)

H03H 17/06 (2006.01)

H03H 17/02 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **18.10.2012 PCT/CA2012/050744**

87 Fecha y número de publicación internacional: **25.04.2013 WO13056375**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **18.10.2012 E 12841617 (9)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **17.08.2016 EP 2769313**

54 Título: **Sistema, método, aparato y producto de programa informático para calcular una señal muestreada**

30 Prioridad:

18.10.2011 US 201161548396 P

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

24.02.2017

73 Titular/es:

GRISHIN, ALEXEY (33.3%)

4231 Rockridge Crescent

West Vancouver, British Columbia V7W 1A9, CA;

ZHIRKOV, ALEXANDER (33.3%) y

ORAEVSKY, ALEXEY (33.3%)

72 Inventor/es:

GRISHIN, ALEXEY;

ZHIRKOV, ALEXANDER y

ORAEVSKY, ALEXEY

74 Agente/Representante:

DE ELZABURU MÁRQUEZ, Alberto

ES 2 603 254 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Sistema, método, aparato y producto de programa informático para calcular una señal muestreada

Antecedentes de la descripción

Campo de la descripción

- 5 Los aspectos de la presente descripción se refieren a métodos de procesamiento de señal digital y, más particularmente, a un sistema, método, aparato y producto de programa informático para calcular una señal muestreada, incluyendo el cálculo de una señal muestreada para una variación arbitraria de la tasa de muestreo, sin el uso de filtros polifásicos.

Descripción de la técnica relacionada

- 10 El documento de T. Moeller *et al.*: "Evaluation and design of filters using a Taylor series expansion", *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 3, n.º 2, 1 de enero de 1997 (01-01-1997), páginas 184-199, XP055199162, DOI: 10.1109/2945.597800, recuperado de Internet: URL: http://ieeexplore.ieee.org/xpls/abs_all.jsp?arnumber=597800 [recuperado el 30-06-2015] describe un método para analizar, clasificar y evaluar filtros que puede aplicarse a filtros de interpolación así como a filtros de derivada arbitrarios, de cualquier orden. El análisis se basa en el desarrollo en serie de Taylor de la suma de convolución.

Una señal continua puede representarse como muestras discretas para procesamiento digital, transmisión, etc. Si la señal original $x(t)$ tiene un espectro acotado con una frecuencia máxima $F/2$, entonces, según el teorema de Kotelnikov (Nyquist - Shannon), esta puede restaurarse inequívocamente, y sin pérdida, a través de sus muestras discretas tomadas con una frecuencia estrictamente mayor que F . Más particularmente, si las muestras se toman

- 20 con un periodo $T = \frac{2\pi}{F}$, entonces se satisface la siguiente expresión:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(kT) \cdot \text{senc} \left(\frac{\pi}{T} (t - kT) \right) \tag{1}$$

en donde

$$\text{senc}(t) = \begin{cases} \frac{\text{sen}(t)}{t}, & t \neq 0 \\ 1, & t = 0 \end{cases} \tag{2}$$

- 25 A pesar del hecho de que el teorema implica una suma infinita, en la práctica parece razonable escoger un tamaño de ventana suficientemente grande y, cuanto mayor sea el tamaño de ventana, más cerca estará el resultado del valor teórico.

En algunos casos, puede ser deseable variar la frecuencia de muestreo aunque, por conveniencia, puede usarse con fines de ilustración el periodo en lugar de la frecuencia. El periodo de muestreo original puede indicarse por

- 30 T_s , por lo tanto los valores de señal pueden conocerse en los instantes de tiempo $T_s \cdot k, k \in \mathbb{Z}$. El periodo de muestreo, que ha de obtenerse, puede indicarse por T_d , es decir, han de calcularse los valores de señal $x(t)$ en los instantes de tiempo $T_d \cdot n, n \in \mathbb{Z}$.

Reduciendo la frecuencia (aumentando el periodo), puede ser necesario asegurar que el espectro de la señal siga satisfaciendo las condiciones del teorema para la nueva frecuencia de muestreo. Por lo tanto, deberían filtrarse las bajas frecuencias. Afortunadamente, la función senc es un filtro de paso bajo. Por lo tanto, por ejemplo, para reducir

- 35 la frecuencia de muestreo (en consecuencia, aumentar el periodo, $T_d > T_s$), puede ser suficiente calcular (1) en los puntos $T_d \cdot n$ sustituyendo $\frac{\pi \cdot T_s}{T_d}$ por el multiplicador $\frac{\pi}{T_s}$.

Para una implementación práctica, la ecuación (1) puede reescribirse en la forma aproximada:

$$\hat{x}(t) = \sum_{k=-N/2}^{N/2} x(k \cdot T_s) \cdot \text{senc}(K \cdot (t - k \cdot T_s)) \tag{3}$$

en donde

$$K = \begin{cases} \frac{\pi \cdot T_s}{T_d}, T_d \geq T_s \\ \pi, T_d < T_s \end{cases} \quad (4)$$

La señal resultante $\hat{x}(t)$ se marca con un “sombbrero” en la ecuación (3) como que sigue siendo diferente de la señal original, es decir, hay disponibles muestras de la misma. La diferencia viene dictada, en un ejemplo, por el filtrado y, en otro ejemplo, por distorsiones inevitables que son introducidas por la suma finita. Puede aplicarse también una ventana de alisado, si se desea.

Una desventaja del remuestreo puede resolverse, en algunos casos, usando la ecuación (3). Sin embargo, si se toma un N suficientemente grande, esta convolución exigirá una gran cantidad de recursos. En primer lugar, requerirá N multiplicaciones por cada muestra y, en segundo lugar, los valores de la función senc tendrán que calcularse, en el peor caso, para cada muestra calculada. Un cálculo eficaz es posible únicamente si los núcleos de convolución se calculan con antelación y las propias convoluciones se optimizan, por ejemplo, según las propiedades de la transformada de Fourier.

Con ciertas relaciones de las frecuencias (periodos) de muestreo, puede reducirse el número de núcleos de convolución. Por ejemplo, si es necesario obtener la frecuencia Fd, dada la frecuencia inicial Fs, y la relación Q = Fs / Fd es un número entero, puede que sea necesario un núcleo y este puede calcularse una vez. El número de las muestras resultantes será Q veces menor y, normalmente, estas pueden calcularse usando la ecuación (3) para cada t = Q * Ts * n. En la práctica, puede ser más fácil realizar una convolución para cada muestra original, usando las propiedades de la transformada rápida de Fourier (FFT, *fast Fourier transform*) y, a continuación, tomar cada Q-ésima muestra, es decir, realizar un diezmado. Al hacer esto, el núcleo de convolución se calcula únicamente una vez. No es probable que aumentar la frecuencia un número entero de veces presente dificultad alguna.

Con una relación frecuencia racional, es decir, cuando las frecuencias inicial Fs y final Fd son números enteros, pero no múltiplos entre sí, puede ser posible realizar un remuestreo en dos pasadas. En primer lugar, la frecuencia debe aumentarse hasta que se consigue la frecuencia que es el máximo común múltiplo de Fs y Fd y, a continuación, reducirse hasta el valor requerido. Cada una de estas operaciones cambia la frecuencia en un factor de un número entero. Una desventaja de este enfoque es que el mínimo común múltiplo puede ser muy grande y, por lo tanto, tendrán que procesarse enormes cantidades de datos.

Para las relaciones de frecuencia racionales, pueden usarse también los denominados filtros polifásicos. Las implementaciones técnicas pueden variar, por lo que en la presente memoria se presenta el concepto básico. Puede ser evidente, observando al argumento de la función senc en la ecuación (3), que la parte fraccional $\frac{t - k \cdot T_s}{T_s}$ se repite. Por lo tanto, pueden calcularse núcleos para todas las posibles fases y, a continuación, calcularse nuevas muestras usando la ecuación (3). Sin embargo, este proceso puede ser difícil, y puede no ser versátil. Además, no siempre pueden usarse de manera eficaz las propiedades de la FFT, puesto que la mayoría de los datos calculados se pierden durante el diezmado.

También existen métodos de aproximación de señal en las áreas que corresponden a las nuevas muestras. Como un ejemplo, pueden usarse filtros de Farrow. Sin embargo, tales métodos, aunque computacionalmente sencillos, pueden proporcionar un resultado muy impreciso.

Se destaca que todos los métodos anteriores son no universales o no proporcionan, en principio, un cálculo exacto. Pueden conseguirse métodos versátiles y precisos, por ejemplo, únicamente a través de la implementación directa de la ecuación (3). Por consiguiente, existe la necesidad de un método relativamente sencillo, pero versátil y preciso, para el remuestreo de una señal.

Breve compendio de la descripción

Las necesidades anteriores, así como otras, se satisfacen mediante aspectos de la presente descripción, en donde uno de tales aspectos se refiere a un método que permite que la señal original se calcule a través de muestras discretas con una precisión arbitraria (con la condición de que se satisfagan las condiciones del teorema de Kotelnikov). En un método de este tipo, según diversas realizaciones de ejemplo descritas en la presente memoria, no se usa un filtrado polifásico. En algunas implementaciones de ejemplo descritas en la presente memoria, un método de este tipo puede usarse para una variación arbitraria (incluyendo irracional) de la tasa de muestreo de la señal con un espectro acotado. La aplicación directa del teorema de Kotelnikov (Nyquist-Shannon) puede proporcionar también unos resultados similares. Sin embargo, al requerirse una gran ventana para un resultado cualitativo a través de la aplicación directa del teorema de Kotelnikov, los aspectos de los métodos descritos

permiten un cálculo mucho más rápido que el proporcionado por enfoques anteriores.

5 En algunos casos, el cálculo puede realizarse con el teorema de Kotelnikov pero, en lugar de convoluciones de señal discreta con núcleos que tienen diferentes fases, puede usarse un desarrollo en serie de funciones, tal como un desarrollo de Taylor. Puede conseguirse una operación rápida en tales realizaciones de ejemplo usando un pequeño número de filtros, cuyos núcleos pueden calcularse en el comienzo del proceso, y el uso eficaz de las propiedades de la FFT, puesto que no se requiere un diezmado posterior. Como un ejemplo según algunas realizaciones de ejemplo, considérese que el periodo de muestreo inicial es una unidad de tiempo, entonces, después de calcular las derivadas de la señal en cada punto entero, se hace posible realizar el desarrollo de Taylor en las inmediaciones de cada punto entero. Por lo tanto, según tales realizaciones de ejemplo, para cualquier punto en el tiempo, puede hallarse el punto entero más cercano y calcularse el valor con cualquier precisión dada.

10 En un primer aspecto de la invención, se proporciona un método para calcular una señal muestreada. El método incluye determinar una pluralidad de muestras discretas de una señal continua que tiene un espectro finito; determinar coeficientes de un desarrollo en serie de funciones de la señal continua al aplicar una Transformada Rápida de Fourier, FFT, para realizar convoluciones de la pluralidad de muestras discretas con una pluralidad de derivadas de una función senc; y usar el desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de la señal continua a través de la pluralidad de muestras discretas.

15 En un segundo aspecto de la invención, se proporciona un aparato que comprende circuitería de procesamiento. La circuitería de procesamiento de esta realización de ejemplo está configurada para controlar el aparato para: determinar una pluralidad de muestras discretas de una señal continua que tiene un espectro finito; determinar coeficientes de un desarrollo en serie de funciones de la señal continua al aplicar una Transformada Rápida de Fourier, FFT, para realizar convoluciones de la pluralidad de muestras discretas con una pluralidad de derivadas de una función senc; y usar el desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de la señal continua a través de la pluralidad de muestras discretas.

20 En un tercer aspecto de la invención, un producto de programa informático que comprende al menos un medio de almacenamiento legible por ordenador no transitorio que tiene código de programa informático almacenado en el mismo. El código de programa incluye código de programa para realizar el método para calcular una señal muestreada.

25 En un cuarto aspecto de la invención, se proporciona un aparato. El aparato de esta realización de ejemplo incluye medios para determinar una pluralidad de muestras discretas de una señal continua que tiene un espectro finito, medios para determinar coeficientes de un desarrollo en serie de funciones de la señal continua al aplicar una Transformada Rápida de Fourier, FFT, para realizar convoluciones de la pluralidad de muestras discretas con una pluralidad de derivadas de una función senc; y usar el desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de la señal continua a través de la pluralidad de muestras discretas.

30 Por lo tanto, los aspectos de la presente descripción abordan las necesidades identificadas y proporcionan otras ventajas como se detalla por lo demás en la presente memoria. Se apreciará que el compendio anterior se proporciona meramente para fines de resumen de algunas realizaciones de ejemplo para proporcionar una comprensión básica de algunos aspectos de la descripción. En este sentido, se apreciará que las realizaciones de ejemplo anteriormente descritas son meramente ejemplos y no debería interpretarse que limiten en modo alguno el alcance de la descripción. Se apreciará que el alcance de la descripción abarca muchas realizaciones potenciales, algunas de las cuales se describirán adicionalmente a continuación, además de las resumidas en el presente caso.

Breve descripción de las varias vistas de los dibujos

Habiendo descrito de este modo la descripción en términos generales, se hará referencia a continuación a los dibujos adjuntos, que no están necesariamente dibujados a escala, y en donde:

- la **Figura 1** ilustra esquemáticamente periodos de muestreo, según un aspecto de la descripción;
- 45 la **Figura 2** ilustra esquemáticamente núcleos de convolución usados para calcular derivadas, según un aspecto de la descripción;
- la **Figura 3** ilustra esquemáticamente un cálculo de derivadas de la señal, según un aspecto de la descripción;
- la **Figura 4** ilustra un diagrama de flujo según un método de ejemplo para calcular una señal muestreada según algunas realizaciones de ejemplo;
- 50 la **Figura 5** ilustra un diagrama de flujo según un método de ejemplo para usar un desarrollo en serie de funciones para calcular una señal muestreada según algunas realizaciones de ejemplo;
- la **Figura 6** ilustra un diagrama de bloques de un aparato para calcular una señal muestreada según algunas realizaciones de ejemplo; y
- la **Figura 7** ilustra un sistema de ejemplo según algunas realizaciones de ejemplo.

Descripción detallada de la descripción

En lo sucesivo en la presente memoria, la presente descripción se describirá a continuación más completamente con referencia a los dibujos adjuntos, en los que se muestran algunos de los aspectos, pero no todos, de la presente descripción. De hecho, la descripción puede realizarse en muchas formas diferentes y no debería interpretarse como limitada a los aspectos expuestos en la presente memoria; en su lugar, estos aspectos se proporcionan de modo que esta descripción satisfaga los requisitos legales aplicables. Números de referencia semejantes se refieren a elementos semejantes a lo largo de toda la presente memoria.

Los aspectos de la presente descripción se refieren en general a aparatos y métodos para calcular valores de señal en unos instantes de tiempo $T_d \cdot n$ dados los valores $T_s \cdot k$ (con posible filtrado, al reducir las frecuencias). Sin pérdida de generalidad, el periodo inicial puede suponerse como $T_s = 1$. En lo sucesivo en la presente memoria, el tiempo puede medirse en los periodos de muestreo iniciales T_s (véase, p. ej., la Figura 1).

En la Figura 1, el tiempo de las muestras iniciales, con un periodo T_s 102 ($T_s = 1$), se marca con círculos grandes 104 y el tiempo de las muestras cuyos valores han de calcularse, con un periodo T_d 106, se marca con círculos pequeños 108. Como se ha mencionado anteriormente, el periodo inicial se considera una unidad, por lo que cada muestra puede asociarse con unas inmediaciones de radio $1/2$. Por ejemplo, el punto t se asocia con las inmediaciones $[t - 1/2, t + 1/2)$. A este respecto, el punto t puede considerarse como un punto central de unas inmediaciones que tienen una longitud de intervalo que corresponde al periodo inicial. Considérese que el punto t es el origen de coordenadas, entonces t' tiene la coordenada Dt . Cualquier punto $T_d \cdot n$ calculado radica en las inmediaciones del radio $1/2$ de algún punto $T_s \cdot k$ conocido.

Puesto que se supone que la señal original $x(t)$ (así como la filtrada $\hat{x}(t)$) satisface el teorema de Kotelnikov y tiene un espectro finito, esta es una función infinitamente diferenciable. Por lo tanto, la señal original puede desarrollarse usando un desarrollo en serie de funciones. Por ejemplo, pueden desarrollarse las series de Taylor de la señal original en las inmediaciones de cualquier punto con las derivadas conocidas:

$$x(t) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^{(m)}(k \cdot T_s) \cdot t^m}{m!} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{x^{(m)}(k) \cdot t^m}{m!}, k \in Z \tag{5}$$

Si se toma el punto conocido más cercano, en cuyas inmediaciones radica el punto calculado, como el origen de coordenadas, entonces el desarrollo se encontrará en las inmediaciones de cero.

Para realizar el desarrollo, las derivadas de la señal calculada deberían ser calculables. Para calcular la propia señal (tal vez con filtrado), usando la ecuación (3), es necesario realizar una convolución de la versión muestreada con la función senc. Considérese que $*$ indica convolución, D - diferenciación. Según las propiedades de la convolución, se satisface la siguiente ecuación:

$$D(f * g) = D(f) * g = f * D(g) \tag{6}$$

Obsérvese que la función senc es una función infinitamente diferenciable. Considérense algunas de sus derivadas:

$$senc^{(0)}(x) = \frac{\text{sen}(x)}{x}$$

$$senc^{(1)}(x) = \frac{x \cdot \cos(x) - \text{sen}(x)}{x^2}$$

$$senc^{(2)}(x) = \frac{2 \cdot x \cdot \cos(x) + (x^2 - 2) \cdot \text{sen}(x)}{x^3}$$

etc. Para no complicar la ecuación, el valor no se define explícitamente en 0, aunque puede suponerse que la función puede continuarse por continuidad en 0.

A partir de las ecuaciones (3) y (6) se deduce el cálculo de las derivadas. Convolucionando una señal muestreada con las derivadas de la función senc, pueden obtenerse las derivadas de la señal continua original $x(t)$ (o, más

exactamente $\hat{x}(t)$, puesto que está presente una suma finita y podría haberse realizado un filtrado).

Cálculo rápido

En el cálculo, se requieren los valores de la función y sus derivadas tomados únicamente en los puntos enteros, por lo que la ecuación (3) puede reescribirse como sigue:

$$\hat{x}^{(m)}(n) = \sum_{k=N/2}^{N/2} x(k) \cdot \text{senc}^{(m)}(-K \cdot (n - k)) \tag{7}$$

Al igual que al elegir el tamaño de ventana en las ecuaciones (3) o (7), las series infinitas pueden acotarse por una suma parcial. Entonces, la ecuación (5) puede escribirse como sigue:

$$\hat{x}(t) = \sum_{m=0}^M \frac{\hat{x}^{(m)}(k) \cdot t^m}{m!} \tag{8}$$

En la práctica, cuando se elige M , puede tenerse en cuenta la precisión de los cálculos implementados así como la relación de eficacia/calidad (que es, a menudo, subjetiva). A este respecto, en algunas realizaciones de ejemplo, M puede seleccionarse basándose, al menos en parte, en uno o más de un nivel de precisión umbral deseado o una complejidad armónica de la señal.

Puesto que los valores de derivada se requieren únicamente en puntos enteros, y las fases de los núcleos de convolución no dependen de las tasas de muestreo inicial y final, puede que no sea necesario calcular un gran número de núcleos casi idénticos, que se diferencian únicamente en la fase. Según algunas realizaciones de ejemplo, los núcleos de convolución pueden ser los mismos a cualquier aumento en la frecuencia, y con la reducción de la frecuencia puede que los núcleos de convolución sean diferentes únicamente debido a la necesidad de filtrado. Tales realizaciones de ejemplo pueden proporcionar varios beneficios, incluyendo que el número de los núcleos de convolución es menor, que estos no cambian durante el remuestreo de la señal completa y que no se requiere un diezmado posterior de los resultados de la convolución optimizada con FFT. En algunos casos, los M núcleos de convolución pueden precalcularse (según el número de coeficientes usados de las series). Durante el transcurso de la operación, las convoluciones pueden calcularse usando la FFT, proporcionando de este modo las derivadas directamente en N puntos enteros (p. ej., el tamaño de la ventana de FFT) y, a continuación, los valores de las muestras pueden calcularse mediante una suma de series. Cada muestra individual requiere únicamente M multiplicaciones y adiciones (en lo sucesivo en la presente memoria, operaciones).

En algunos aspectos, puede obtenerse una fórmula más precisa que describe el coste computacional total por muestra que se obtiene. Las frecuencias inicial y final pueden indicarse como F_s y F_d , respectivamente. Si la señal se procesa como fragmentos, de N muestras cada una, entonces cada uno de dichos fragmentos dará como resultado $N \cdot F_d / F_s$ muestras remuestreadas. El cálculo de una derivada para N muestras iniciales puede tener un coste de aproximadamente $N + N \cdot \log_2(N)$ operaciones (multiplicación a nivel de punto, FFT inversa). Puesto que pueden usarse M derivadas, así como el cálculo de la FFT directa a partir de la señal de origen, el cálculo de la misma para N puntos puede tener un coste de $N \cdot \log_2(N) + (N + N \cdot \log_2(N)) \cdot M$ operaciones. En conjunto, para únicamente un punto puede consumirse las siguientes operaciones:

$$\frac{N \cdot \log_2(N) + (N + N \cdot \log_2(N)) \cdot M + N \cdot \frac{F_d}{F_s} \cdot M}{N} = \log_2(N) + (1 + \log_2(N)) \cdot M + \frac{F_d}{F_s} \cdot M \tag{9}$$

En experimentos con alguna realización de ejemplo, $M = 9$ aparentó ser suficiente para que el resultado fuera mejor que el de los editores de sonido conocidos (puro, en términos de la reflexión de espectro). En estos experimentos, la ventana de convolución se tomó como 8192. Se apreciará, sin embargo, que pueden usarse otros valores de M y/u otras ventanas de convolución en diversas realizaciones de ejemplo. Por ejemplo, M puede seleccionarse en diversas implementaciones basándose, al menos en parte, en un nivel de precisión umbral deseado, una complejidad armónica de la señal y/u otros factores. Al usar la ecuación (3) directamente, se requerirán N operaciones por cada muestra únicamente para la convolución, además de la necesidad de calcular funciones senc. La optimización de la convolución debido a las propiedades de la FFT puede no funcionar en el caso general, ya que los núcleos pueden ser únicos para cada muestra.

Obsérvese que los aspectos del método de algunas realizaciones de ejemplo permiten tanto reducir como aumentar la frecuencia de muestreo. Para tal variación de la frecuencia de muestreo, puede tenerse en cuenta la consideración de la correcta asignación del coeficiente K que es responsable del filtrado de paso bajo. K puede, por ejemplo, definirse según la ecuación (4). Como puede observarse a partir de la ecuación (4), puede que K sea diferente cuando se reduce y se aumenta la tasa de muestreo. Si se aumenta la tasa de muestreo, entonces puede

no haber ningún riesgo de distorsión por repliegue del espectro y puede tomarse la frecuencia actual para la frecuencia de Nyquist. Si, sin embargo, se reduce la tasa de muestreo, puede ser necesario eliminar las altas frecuencias que no pueden transferirse a la nueva tasa de muestreo (que es inferior). La relación de T_s / T_d describe cuántas veces cambiará la frecuencia de Nyquist. Cuando se reduce la tasa de muestreo, puede ser necesario el filtrado. Por lo tanto, la función senc puede “estirarse” en el tiempo un factor de T_s / T_d . Por lo tanto, el coeficiente K puede usarse para regular el intervalo de frecuencia que va remuestrearse, ajustando el intervalo de frecuencia a la nueva frecuencia de Nyquist.

Cuando se calcula K según la ecuación (4), el resultado puede ser el teorema de Kotelnikov (Nyquist) propiamente dicho, con el aumento de la tasa de muestreo, mientras que la disminución de la tasa de muestreo puede provocar el filtrado de paso bajo hacia abajo hasta la nueva frecuencia de Nyquist. Si se selecciona el valor inferior de K , entonces pueden eliminarse de la señal las altas frecuencias que es posible transferir con la nueva tasa de muestreo. A este respecto, puede tener lugar una pérdida de datos. Si se selecciona el valor superior de K , entonces puede tener lugar una reflexión de espectro. Como un ejemplo, considérese una señal con una tasa de muestreo de 22.050 Hz. Si la tasa de muestreo se reduce a 12.000 Hz, puede desearse la eliminación de las frecuencias por encima de 6.000 Hz. Si el coeficiente K se asigna incorrectamente y permanece igual a π , puede tener lugar una reflexión de espectro.

Si $N = 8192$ y $M = 9$ se sustituyen en la ecuación (9) y se supone que F_d / F_s está cerca de la unidad, entonces se obtienen 148 operaciones por muestra. En algunos aspectos, las aplicaciones prácticas pueden permitir menos precisión, y puede considerarse la opción menos óptima. En algunos casos puede ser posible reducir los cálculos sin calcular términos nulos evidentes de las series.

$$\frac{T_d}{T_s} = \frac{F_s}{F_d} \in N$$

Al reducir la frecuencia un número múltiplo de veces ($\frac{T_d}{T_s} = \frac{F_s}{F_d} \in N$), únicamente el término de orden 0 de la serie será distinto de cero, por lo que en este caso la operación puede acelerarse sin calcular derivadas superiores. Asimismo, con una mayor disminución en la frecuencia (más de dos veces), en términos de la eficacia parece razonable realizar un remuestreo en dos pasadas. En la primera pasada, la frecuencia se reduce un número entero máximo de veces hasta que se consigue la frecuencia más alta que la frecuencia final. Al hacer esto no se requiere el cálculo de las derivadas, y toda la operación se ejecuta casi M veces más rápido que durante una descomposición completa. La segunda pasada puede usarse para realizar un remuestreo con todas sus derivadas pero, en ese caso, los datos iniciales ya se han reducido sustancialmente. Por ejemplo, para convertir la frecuencia de 44100 a 8000, la cantidad de datos debería reducirse en primer lugar cinco veces al reducir la frecuencia de 44100 a 8820.

La Figura 2 muestra núcleos de convolución de ejemplo que pueden usarse para calcular las derivadas, que representan las derivadas de la función senc, según algunas realizaciones de ejemplo. Dado el tamaño de ventana N , para acelerar el cálculo usando la transformada rápida de Fourier, pueden añadirse ceros al núcleo desde un extremo y realizarse con una ventana doble la transformada rápida de Fourier. En la Figura 2, las propias derivadas de la función senc se presentan sin ajuste de escala para una mayor claridad. Antes de empezar, la transformada de Fourier de las derivadas de las funciones senc pueden calcularse con ceros añadidos. Asimismo, para asegurar la

precisión, puede ser razonable que se aplique una ventana de alisado, p. ej. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{2\pi t}{N}\right)$.

Una vez que se han calculado las transformadas de Fourier para los núcleos de convolución, pueden calcularse las derivadas de la propia señal, como se muestra en la Figura 3. En el ejemplo ilustrado, se usa una ventana muy pequeña $N = 4$. Las derivadas para $N * 2$ puntos se calculan en una etapa. Para que esté implicada la parte imaginaria, esta se rellena con los datos con un desplazamiento N relativo a la parte real. Después de la reordenación, puede realizarse la transformada de Fourier directa. La multiplicación a nivel de punto puede ejecutarse a continuación para cada derivada, usando la Transformada Discreta de Fourier (DFT, *Discrete Fourier Transform*) de la derivada de la función senc correspondiente, seguida por la transformada de Fourier inversa. Después de eso, las partes real e imaginaria pueden separarse, dando como resultado $2 * N$ valores para cada derivada.

Para calcular cada nueva muestra, puede determinarse su tiempo con relación al comienzo del bloque con las derivadas calculadas en los periodos iniciales. Si el tiempo es mayor que el bloque calculado, entonces pueden calcularse las siguientes $2 * N$ derivadas. Si la muestra actual cae dentro del bloque calculado, el punto en cuyas inmediaciones radica la presente muestra puede hallarse y calcularse según la ecuación (8).

La Figura 4 ilustra un diagrama de flujo según un método de ejemplo para calcular una señal muestreada según algunas realizaciones de ejemplo. La operación 400 puede incluir determinar una pluralidad de muestras discretas de una señal continua que tiene un espectro finito. Las muestras discretas pueden, por ejemplo, ser representativas de la señal continua a una primera tasa de muestreo a la que puede recibirse la señal o a la que se puede tener acceso a la misma de otra manera. La señal continua puede, por ejemplo, recibirse a través de un canal. Por ejemplo, la señal continua puede recibirse por un dispositivo informático a través de una red inalámbrica. La señal continua puede, por ejemplo, portar datos de audio digital. Por ejemplo, la señal continua puede ser representativa de datos de audio para un fichero de audio digital que puede transmitirse por secuencias a través de una red. Se

apreciará, sin embargo, que la señal continua puede portar otros tipos de datos además de, o en lugar de, datos de audio según diversas realizaciones. La operación 410 puede incluir usar un desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de la señal continua a través de la pluralidad de muestras discretas. En algunas realizaciones de ejemplo, el desarrollo en serie de funciones usado en la operación 410 puede ser un desarrollo en serie de Taylor. Sin embargo, se apreciará que pueden usarse otros tipos de desarrollos en serie de funciones según diversas realizaciones de ejemplo. En algunas realizaciones de ejemplo, los coeficientes del desarrollo en serie de funciones pueden determinarse al aplicar una FFT para realizar convoluciones con una pluralidad de derivadas de función senc. Uno o más de la circuitería de procesamiento 610, el procesador 612, la memoria 614 o el módulo de procesamiento de señal 618, que se ilustran en, y que se describen a continuación con respecto a, la Figura 6, pueden, por ejemplo, proporcionar medios para realizar las operaciones 400 y 410.

La Figura 5 ilustra un diagrama de flujo según un método de ejemplo para usar un desarrollo en serie de funciones para calcular una señal muestreada según algunas realizaciones de ejemplo. A este respecto, la Figura 5 ilustra operaciones que pueden realizarse conjuntamente con la realización de la operación 410 según algunas realizaciones de ejemplo. En el método de la Figura 5, el tiempo puede medirse durante periodos de muestreo de la señal continua original. Puede determinarse el tamaño de ventana N tal como puede usarse en la ecuación (7). La señal puede tener una longitud de $N * K$ muestras. En un caso en el que la longitud de la señal no es un múltiplo de la longitud de ventana N , la señal puede completarse, tal como con ceros.

Con referencia a la Figura 5, la operación 500 puede incluir inicializar M núcleos de convolución. M puede seleccionarse, por ejemplo, basándose, al menos en parte, en uno o más de un nivel de precisión umbral deseado para el cálculo de la señal continua original o una complejidad armónica de la señal. Por ejemplo, M puede seleccionarse de modo que la precisión del desarrollo en serie de funciones (p. ej., según la ecuación (8)) dentro de unas inmediaciones definidas por una longitud de intervalo predefinida que tiene un punto de valor entero como un punto central (p. ej., dentro de un radio de $\frac{1}{2}$ del punto de valor entero) puede satisfacer el nivel de precisión umbral deseado. La operación 510 puede incluir calcular M derivadas para el n -ésimo bloque de N muestras discretas. La operación 520 puede incluir calcular al menos un valor de la señal continua en al menos una ubicación dentro de unas inmediaciones definidas por una longitud de intervalo predefinida y que tiene un punto de valor entero en el n -ésimo bloque de N muestras discretas como un punto central. La operación 530 puede incluir determinar si la al menos una porción de la señal continua a calcular se ha procesado por completo. Si, en la operación 530, se determina que la al menos una porción de la señal continua a calcular se ha procesado por completo, el método puede terminar. Sin embargo, si, en la operación 530, se determina que la al menos una porción de la señal continua a calcular no se ha procesado por completo, el método puede continuar a la operación 540, en la que n puede incrementarse y, a continuación, el método puede volver a la operación 510. Por consiguiente, las operaciones 510 y 520 pueden repetirse para cada n -ésimo bloque de N muestras discretas hasta que se haya procesado por completo la al menos una porción de la señal continua a calcular. Los bloques de muestras discretas pueden ser disjuntos. Uno o más de la circuitería de procesamiento 610, el procesador 612, la memoria 614 o el módulo de procesamiento de señal 618, que se ilustran en, y que se describen a continuación con respecto a, la Figura 6, pueden, por ejemplo, proporcionar medios para realizar las operaciones 500 y 540.

En algunas realizaciones de ejemplo, puede variarse la frecuencia de muestreo de una cuadrícula primaria de las muestras discretas, tal como con una relación arbitraria, incluyendo irracional, de frecuencias. Sin embargo, el mismo conjunto de M núcleos de convolución inicializados en la operación 500 puede usarse para remuestrear la totalidad de la al menos una porción de la señal continua independientemente de la variación de la frecuencia de muestreo.

Se entenderá que cada bloque de los diagramas de flujo en las Figuras 4 y 5, y combinaciones de bloques en los diagramas de flujo, pueden implementarse por diversos medios, tales como hardware y/o un producto de programa informático que comprende uno o más medios legibles por ordenador que tienen instrucciones de programa legibles por ordenador almacenadas en el mismo. Por ejemplo, uno o más de los procedimientos descritos en la presente memoria puede realizarse por instrucciones de programa informático de un producto de programa informático. A este respecto, el producto o productos de programa informático que pueden realizar los procedimientos descritos en la presente memoria pueden almacenarse por uno o más dispositivos de memoria de un terminal móvil, servidor u otro dispositivo informático y ejecutarse por un procesador en el dispositivo informático. En algunas realizaciones, las instrucciones de programa informático que comprenden el producto o productos de programa informático que realizan los procedimientos anteriormente descritos pueden almacenarse por dispositivos de memoria de una pluralidad de dispositivos informáticos. Como se apreciará, cualquier producto de programa informático de este tipo puede cargarse en un ordenador u otro aparato programable para producir una máquina, de manera que el producto de programa informático que incluye las instrucciones que se ejecutan en el ordenador u otro aparato programable cree medios para implementar las funciones especificadas en el bloque o bloques de diagrama de flujo. Además, el producto de programa informático puede comprender una o más memorias legibles por ordenador en las que pueden almacenarse las instrucciones de programa informático de manera que la una o más memorias legibles por ordenador pueden indicar a un ordenador u otro aparato programable que funcione de una manera particular, de manera que el producto de programa informático comprende un artículo de fabricación que implementa la función especificada en el bloque o bloques de diagrama de flujo. Las instrucciones de programa informático de uno o más productos de programa informático pueden cargarse también en un ordenador u otro aparato programable para dar lugar a que una serie de operaciones se realice en el ordenador u otro aparato programable para producir un

proceso implementado por ordenador de manera que las instrucciones que se ejecutan en el ordenador u otro aparato programable implementen las funciones especificadas en el bloque o bloques de diagrama de flujo. Por consiguiente, los bloques de los diagramas de flujo soportan combinaciones de medios para realizar las funciones especificadas. Se entenderá también que uno o más bloques de los diagramas de flujo, y combinaciones de bloques en los diagramas de flujo, pueden implementarse por sistemas informáticos basados en hardware de propósito especial que realizan las funciones especificadas, o combinaciones de hardware de propósito especial y producto o productos de programa informático.

La Figura 6 ilustra un diagrama de bloques de un aparato 600 que puede configurarse para calcular una señal muestreada según algunas realizaciones de ejemplo. Se apreciará que los componentes, dispositivos o elementos ilustrados en, y descritos con respecto a, la Figura 6 a continuación pueden no ser obligatorios y, por lo tanto, pueden omitirse algunos en ciertas realizaciones. Adicionalmente, algunas realizaciones pueden incluir componentes, dispositivos o elementos adicionales o diferentes más allá de los ilustrados en, y descritos con respecto a, la Figura 6.

En algunas realizaciones de ejemplo, el aparato 600 puede incluir una circuitería de procesamiento 610 que es configurable para realizar acciones según una o más realizaciones de ejemplo descritas en la presente memoria. A este respecto, la circuitería de procesamiento 610 puede configurarse para realizar y/o controlar la realización de una o más funcionalidades del aparato 600 según diversas realizaciones de ejemplo. Por lo tanto, la circuitería de procesamiento 610 puede configurarse para realizar procesamiento de datos, ejecución de aplicaciones y/u otros servicios de procesamiento y de gestión según una o más realizaciones de ejemplo. En este sentido, la circuitería de procesamiento 610 puede proporcionar medios para realizar métodos de remuestreo y cálculo de señal según diversas realizaciones de ejemplo. Por ejemplo, la circuitería de procesamiento 610 y/u otros uno o más componentes del aparato 600 pueden proporcionar medios para realizar una o más de las operaciones ilustradas en, y descritas con respecto a, las Figuras 4 y 5.

En algunas realizaciones, el aparato 600 o una porción o porciones o componente o componentes del mismo, tal como la circuitería de procesamiento 610, pueden incluir uno o más conjuntos de chips, que pueden incluir cada uno uno o más chips. La circuitería de procesamiento 610 y/o uno o más componentes adicionales del aparato 600 pueden configurarse, por lo tanto, en algunos casos, para implementar una realización en un conjunto de chips. Por ejemplo, el aparato 600, o una porción del mismo, puede implementarse en una tarjeta de sonido, un convertidor de analógico a digital, un procesador de audio o similares.

En algunas realizaciones de ejemplo, la circuitería de procesamiento 610 puede incluir un procesador 612 y, en algunas realizaciones, tales como las ilustradas en la Figura 6, puede incluir adicionalmente la memoria 614. La circuitería de procesamiento 610 puede estar en comunicación con, o controlar de otra manera, una interfaz de comunicación 616 y/o un módulo de procesamiento de señal 618.

El procesador 612 puede realizarse de una diversidad de formas. Por ejemplo, el procesador 612 puede realizarse como diversos medios de procesamiento tales como un microprocesador, un coprocesador, un controlador o diversos otros dispositivos informáticos o de procesamiento incluyendo circuitos integrados tales como, por ejemplo, un ASIC (*application specific integrated circuit*, circuito integrado específico de la aplicación), un FPGA (*field programmable gate array*, matriz de puertas programables en campo), alguna combinación de los mismos o similares. Aunque se ilustra como un único procesador, se apreciará que el procesador 612 puede comprender una pluralidad de procesadores. La pluralidad de procesadores puede estar en comunicación operativa entre sí y pueden configurarse de manera colectiva para realizar una o más funcionalidades del aparato 600. En las realizaciones que incluyen una pluralidad de procesadores, los procesadores pueden implementarse en un único dispositivo informático, o pueden distribuirse a través de una pluralidad de dispositivos informáticos que pueden configurarse de manera colectiva para proporcionar la funcionalidad del aparato 600 según algunas realizaciones de ejemplo. En algunas realizaciones de ejemplo, el procesador 612 puede configurarse para ejecutar instrucciones que pueden almacenarse en la memoria 614 o a las que puede acceder de otra manera el procesador 612. En este sentido, ya se configure por hardware o por una combinación de hardware y software, el procesador 612 puede realizar operaciones según diversas realizaciones mientras se configure en consecuencia.

En algunas realizaciones de ejemplo, la memoria 614 puede incluir uno o más dispositivos de memoria. En las realizaciones que incluyen múltiples dispositivos de memoria, los dispositivos de memoria pueden implementarse en un único dispositivo informático, o pueden distribuirse a través de una pluralidad de dispositivos informáticos que pueden configurarse de manera colectiva para proporcionar la funcionalidad del aparato 600 según algunas realizaciones de ejemplo. La memoria 614 puede incluir dispositivos de memoria fijos y/o extraíbles. En algunas realizaciones, la memoria 614 puede proporcionar un medio de almacenamiento legible por ordenador no transitorio que puede almacenar instrucciones de programa informático que pueden ejecutarse por el procesador 612. A este respecto, la memoria 614 puede configurarse para almacenar información, datos, aplicaciones, instrucciones y/o similares para posibilitar que el aparato 600 lleve a cabo diversas funciones según una o más realizaciones de ejemplo. En algunas realizaciones, la memoria 614 puede estar en comunicación con uno o más del procesador 612, la interfaz de comunicación 616 o el módulo de procesamiento de señal 618 mediante un bus o buses para pasar información entre los componentes del aparato 600.

- El aparato 600 puede incluir adicionalmente una interfaz de comunicación 616. La interfaz de comunicación 616 puede posibilitar que el aparato 600 reciba una señal que puede enviarse por otro dispositivo informático, tal como a través de una red. A este respecto, la interfaz de comunicación 616 puede incluir uno o más mecanismos de interfaz para posibilitar la comunicación con otros dispositivos y/o redes. En este sentido, la interfaz de comunicación 616 puede incluir, por ejemplo, una antena (o múltiples antenas) y soportar hardware y/o software para posibilitar las comunicaciones con una red de comunicación inalámbrica (p. ej., una red celular, una WLAN y/o similares) y/o un módem de comunicación u otro hardware/software para soportar comunicación mediante cable, línea de abonado digital (DSL, *digital subscriber line*), USB, FireWire, Ethernet u otros métodos de interconexión en red de conexión por cable.
- El aparato 600 puede incluir adicionalmente el módulo de procesamiento de señal 618. El módulo de procesamiento de señal 618 puede realizarse como diversos medios, tales como circuitería, hardware, un producto de programa informático que comprende instrucciones de programa legibles por ordenador almacenadas en un medio legible por ordenador (por ejemplo, la memoria 614) y ejecutadas por un dispositivo de procesamiento (por ejemplo, el procesador 612), o alguna combinación de los mismos. En algunas realizaciones, el procesador 612 (o la circuitería de procesamiento 610) puede incluir, o controlar de otra manera, el módulo de procesamiento de señal 618. El módulo de procesamiento de señal 618 puede configurarse para usar un desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de una señal continua según diversas realizaciones. Por lo tanto, por ejemplo, el módulo de procesamiento de señal 618 puede configurarse para realizar una o más operaciones ilustradas en, y descritas con respecto a, las Figuras 4 y 5.
- La Figura 7 ilustra un sistema 700 de ejemplo según algunas realizaciones de ejemplo. El sistema 700 puede incluir un aparato de recepción 702 y un aparato de origen de señal 704. El aparato de recepción 702 y el aparato de origen de señal 704 pueden configurarse para comunicarse entre sí a través de una red 706. La red 706 puede comprender, por ejemplo, una red de conexión por cable, una red inalámbrica (p. ej., una red celular, una red de área local inalámbrica, una red de área extensa inalámbrica, alguna combinación de las mismas o similares) o una combinación de la mismas y, en algunas realizaciones de ejemplo, puede comprender Internet.
- El aparato de origen de señal 704 puede comprender un servidor u otro dispositivo informático que puede configurarse para enviar una señal al aparato de recepción 702 a través de la red 706. Por ejemplo, el aparato de origen de señal 704 puede transmitir por secuencias un audio digital al aparato de recepción 702. El aparato de recepción 702 puede comprender cualquier dispositivo informático configurado para recibir una señal enviada por el aparato de origen de señal 704. A modo de ejemplo no limitante, el aparato de recepción 702 puede realizarse como un ordenador de sobremesa, un ordenador portátil o un dispositivo informático móvil, tal como un teléfono inteligente, un dispositivo informático de tipo tableta u otro dispositivo informático móvil inalámbrico.
- En algunas realizaciones de ejemplo, el aparato 600 puede implementarse en el aparato de recepción 702. En este sentido, el aparato de recepción 702 puede configurarse para realizar remuestreo y operaciones de determinación de señal para una señal recibida desde el aparato de origen de señal 704 según diversas realizaciones de ejemplo. En las realizaciones en las que se implementa el aparato de recepción 702 como un dispositivo informático móvil u otro dispositivo informático que puede estar restringido en cuanto a su potencia y/o restringido en cuanto a su potencia de procesamiento, tal como debido a limitaciones de tamaño, una duración de batería finita y/u otros factores, el aparato de recepción 702 puede beneficiarse del efecto técnico de la eficacia computacional proporcionada por diversas realizaciones de ejemplo. A este respecto, la complejidad computacional reducida proporcionada por algunas realizaciones de ejemplo puede reducir el consumo de potencia por un dispositivo de este tipo. Además, la complejidad computacional reducida proporcionada por algunas realizaciones de ejemplo puede posibilitar que se realice un remuestreo de señal más rápido y más preciso en dispositivos móviles que tienen una potencia de procesamiento relativamente limitada.
- Muchas modificaciones y otras realizaciones de las invenciones expuestas en la presente memoria se le ocurrirán a un experto en la materia a la que pertenecen estas invenciones, teniendo el beneficio de las enseñanzas presentadas en las descripciones anteriores y en los dibujos asociados. Por lo tanto, ha de entenderse que las realizaciones de la invención no están limitadas a las realizaciones específicas descritas y que se tiene por objeto incluir las modificaciones y otras realizaciones dentro del alcance de la invención. Además, aunque las descripciones anteriores y los dibujos asociados describen realizaciones de ejemplo en el contexto de ciertas combinaciones de ejemplo de elementos y/o funciones, debería apreciarse que pueden proporcionarse diferentes combinaciones de elementos y/o funciones por realizaciones alternativas sin apartarse del alcance de la invención. A este respecto, por ejemplo, dentro del alcance de la invención también se contemplan combinaciones de elementos y/o funciones diferentes de las explícitamente descritas anteriormente. Aunque en la presente memoria se emplean términos específicos, estos se usan únicamente en un sentido genérico y descriptivo y no para fines de limitación.

REIVINDICACIONES

1. Un método para calcular una señal muestreada, comprendiendo el método:
 determinar una pluralidad de muestras discretas de una señal continua que tiene un espectro finito;
 5 determinar coeficientes de un desarrollo en serie de funciones de la señal continua al aplicar una transformada rápida de Fourier (FFT) para realizar convoluciones de la pluralidad de muestras discretas con una pluralidad de derivadas de una función senc; y
 usar el desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de la señal continua a través de la pluralidad de muestras discretas.
2. El método según la reivindicación 1, en donde el desarrollo en serie de funciones comprende un desarrollo en serie de Taylor.
3. El método según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 2, en donde determinar coeficientes del desarrollo en serie de funciones y usar el desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de la señal continua a través de la pluralidad de muestras discretas comprende:
 15 inicializar un número, M, de núcleos de convolución que representan la pluralidad de derivadas de la función senc;
 calcular M derivadas de la señal continua para un bloque de un número, N, de la pluralidad de muestras discretas al menos en parte al aplicar la FFT a los núcleos de convolución, en donde N es igual a un tamaño de ventana de la FFT; y
 20 calcular al menos un valor de la señal continua en al menos una ubicación dentro de unas inmediaciones definidas por una longitud de intervalo predefinida y que tiene un punto de valor entero en el bloque de N muestras discretas como un punto central.
4. El método según la reivindicación 3, que comprende adicionalmente calcular repetidamente M derivadas para un bloque posterior de N muestras discretas y calcular al menos un valor de la señal continua en al menos una ubicación dentro de unas inmediaciones definidas por la longitud de intervalo predefinida y que tiene un punto de valor entero en el bloque posterior de N muestras discretas como un punto central hasta que se ha procesado por completo la al menos una porción de la señal continua.
5. El método según cualquiera de las reivindicaciones 3 a 4, en donde M se selecciona basándose, al menos en parte, en un nivel de precisión umbral deseado y una complejidad armónica de la señal continua.
6. El método según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 5, que comprende adicionalmente variar la frecuencia de muestreo de una cuadrícula primaria de las muestras discretas con una relación arbitraria, incluyendo irracional, de frecuencias.
7. El método según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 6, en donde se usa un conjunto común de M núcleos de convolución para el remuestreo de la totalidad de la al menos una porción de la señal continua independientemente de la variación en la frecuencia de muestreo durante el remuestreo.
8. El método según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 7, en donde la señal continua porta datos de audio digital.
9. El método según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 8, en donde el cálculo de la al menos una porción de la señal continua se realiza en un dispositivo informático móvil para una señal recibida por el dispositivo informático móvil a través de una red inalámbrica.
10. Un producto de programa informático que comprende al menos un medio de almacenamiento legible por ordenador que tiene código de programa informático almacenado en el mismo, comprendiendo el código de programa informático un código de programa para realizar el método según cualquiera de las reivindicaciones 1 a 9.
11. Un aparato que comprende:
 40 medios para determinar una pluralidad de muestras discretas de una señal continua que tiene un espectro finito;
 medios para determinar coeficientes de un desarrollo en serie de funciones de la señal continua al aplicar una transformada rápida de Fourier (FFT) para realizar convoluciones de la pluralidad de muestras discretas con una pluralidad de derivadas de una función senc; y
 45 medios para usar el desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de la señal continua a través de la pluralidad de muestras discretas.
12. El aparato según la reivindicación 11, en donde los medios para determinar coeficientes de las series de funciones y los medios para usar el desarrollo en serie de funciones para calcular al menos una porción de la señal

continua a través de la pluralidad de muestras discretas comprenden de manera colectiva:

medios para inicializar un número, M , de núcleos de convolución que representan la pluralidad de derivadas de la función senc;

5 medios para calcular M derivadas de la señal continua para un bloque de un número, N , de la pluralidad de muestras discretas al menos en parte al aplicar la FFT a los núcleos de convolución, en donde N es igual a un tamaño de ventana de la FFT; y

medios para calcular al menos un valor de la señal continua en al menos una ubicación dentro de unas inmediaciones definidas por una longitud de intervalo predefinida y que tiene un punto de valor entero en el bloque de N muestras discretas como un punto central.

10 13. El aparato según la reivindicación 12, que comprende adicionalmente medios para calcular repetidamente M derivadas para un bloque posterior de N muestras discretas y calcular al menos un valor de la señal continua en al menos una ubicación dentro de unas inmediaciones definidas por la longitud de intervalo predefinida y que tiene un punto de valor entero en el bloque posterior de N muestras discretas como un punto central hasta que se ha procesado por completo la al menos una porción de la señal continua.

15 14. El aparato según cualquiera de las reivindicaciones 12 a 13, en donde M se selecciona basándose, al menos en parte, en un nivel de precisión umbral deseado y una complejidad armónica de la señal continua.

15. El aparato según cualquiera de las reivindicaciones 11 a 14, en donde uno o más de:

(i) el aparato comprende adicionalmente medios para variar la frecuencia de muestreo de una cuadrícula primaria de las muestras discretas con una relación arbitraria, incluyendo irracional, de frecuencias;

20 (ii) se usa un conjunto común de M núcleos de convolución para el remuestreo de la totalidad de la al menos una porción de la señal continua independientemente de la variación en la frecuencia de muestreo durante el remuestreo;

(iii) el desarrollo en serie de funciones comprende un desarrollo en serie de Taylor;

(iv) la señal continua porta datos de audio digital; o

25 (v) el aparato se implementa en un dispositivo informático móvil y el medio para calcular al menos un valor de la señal continua comprende medios para calcular al menos un valor de una señal recibida por el dispositivo informático móvil a través de una red inalámbrica.

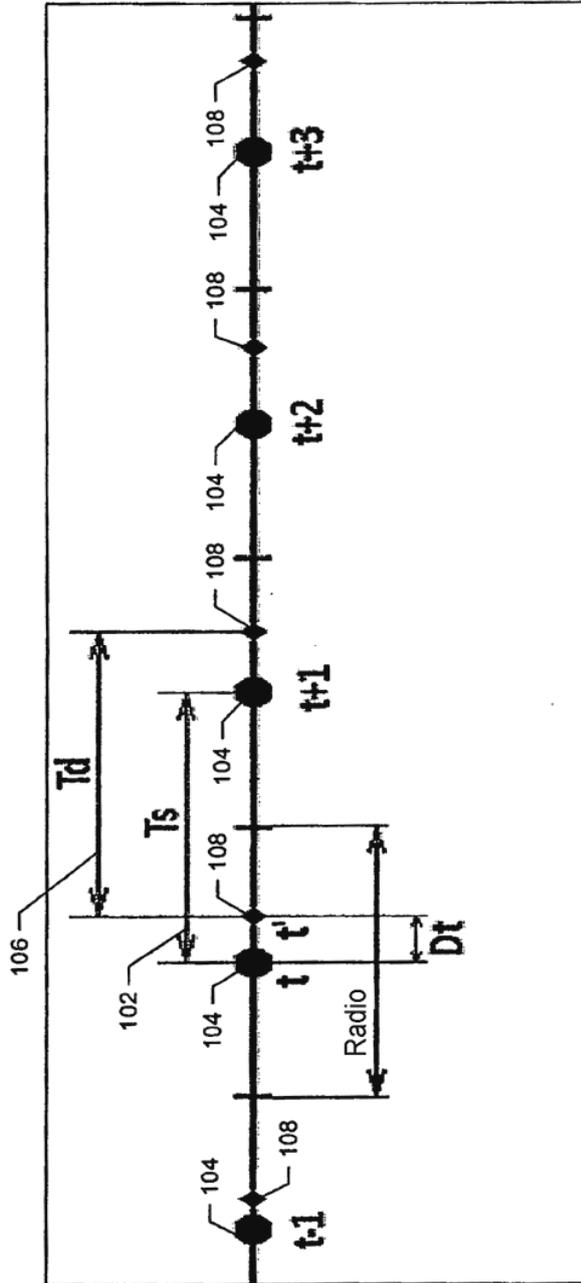


FIG.1

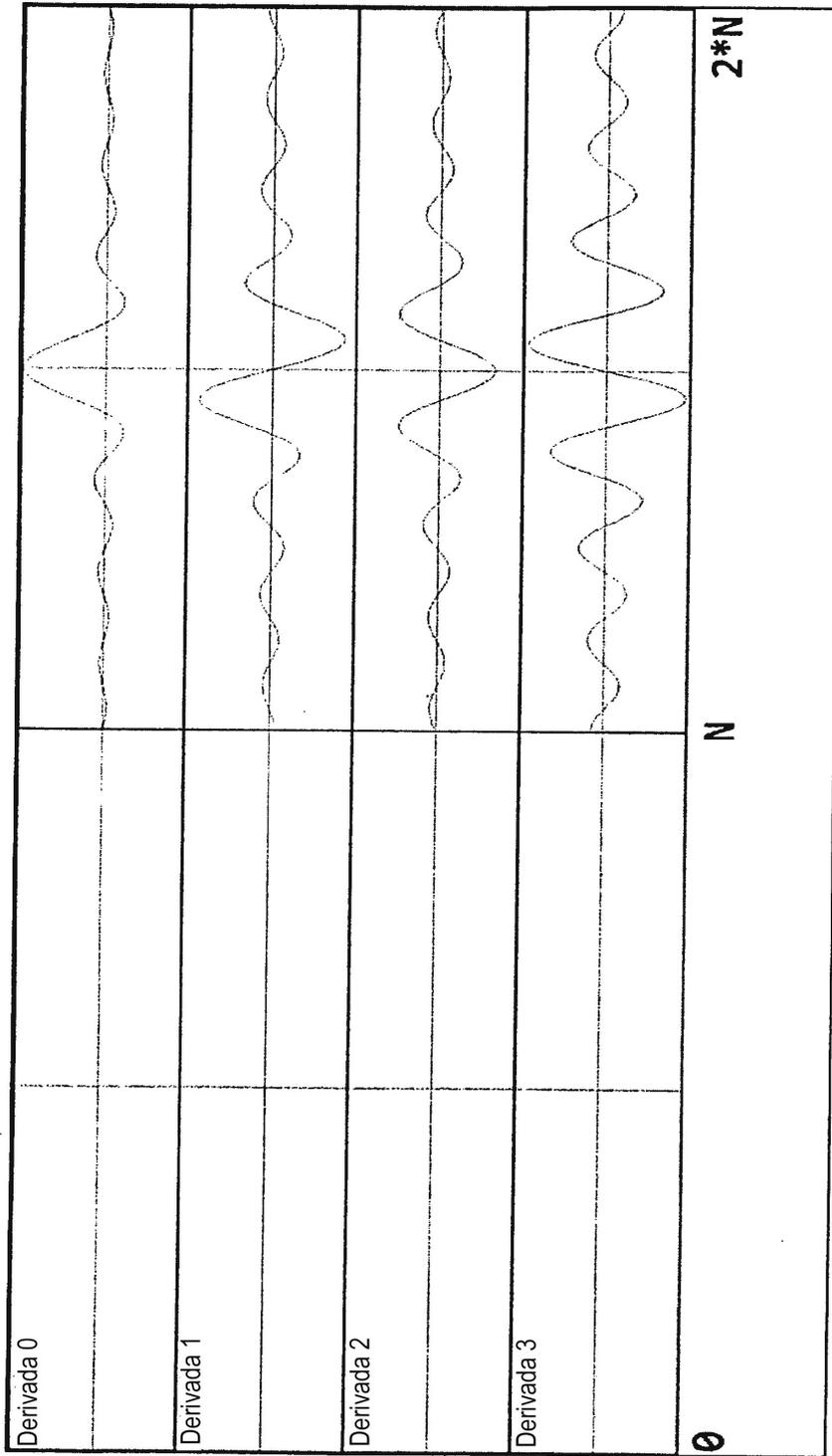


FIG. 2

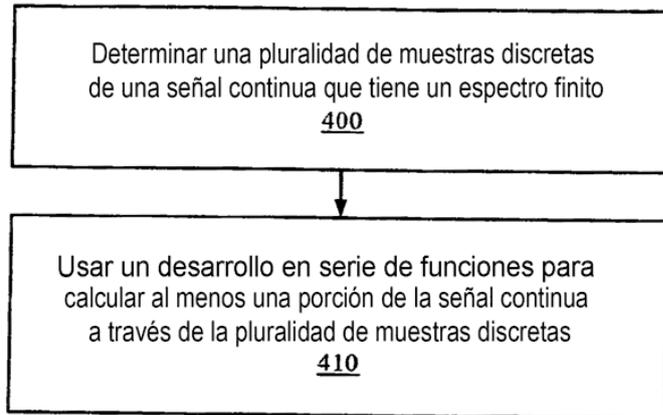


FIG. 4

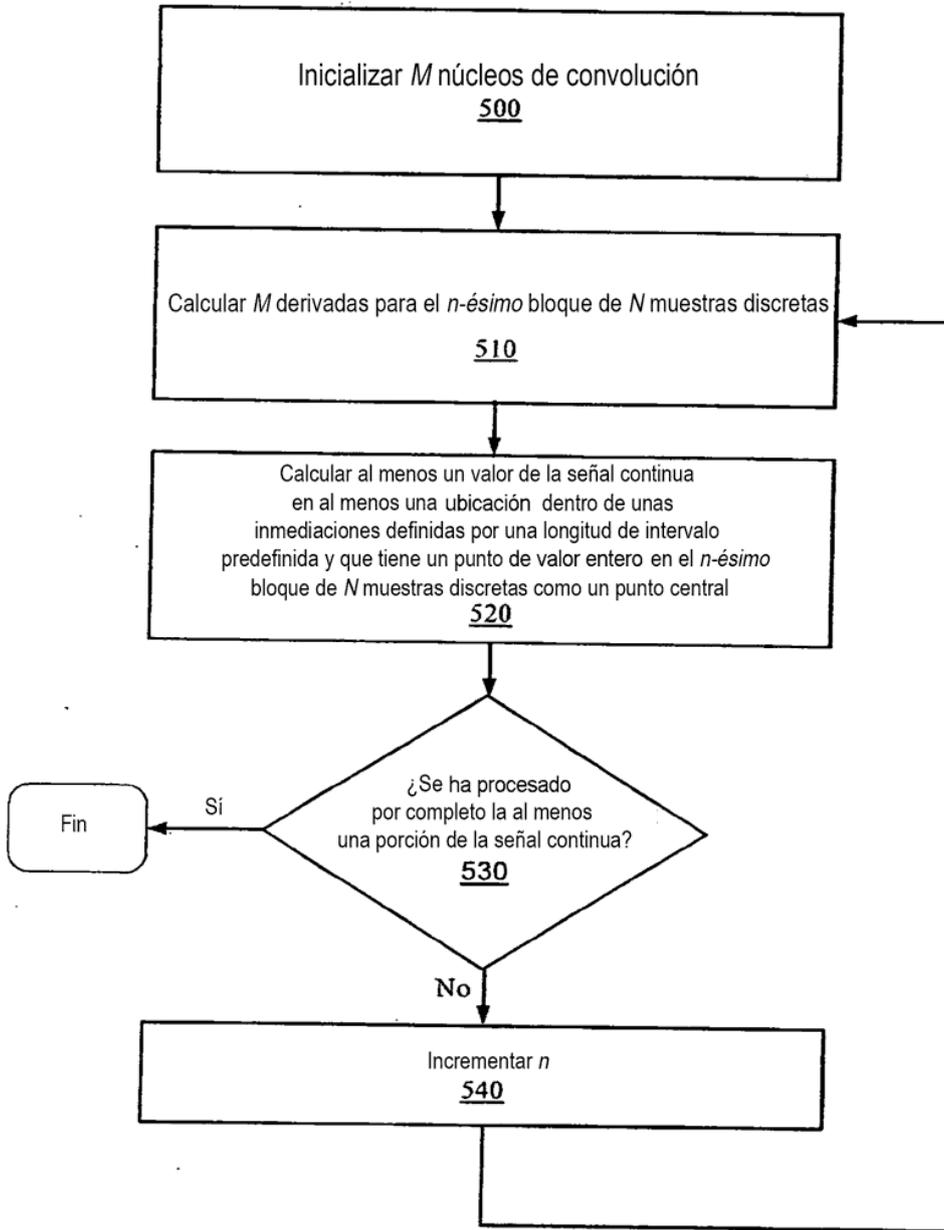


FIG. 5

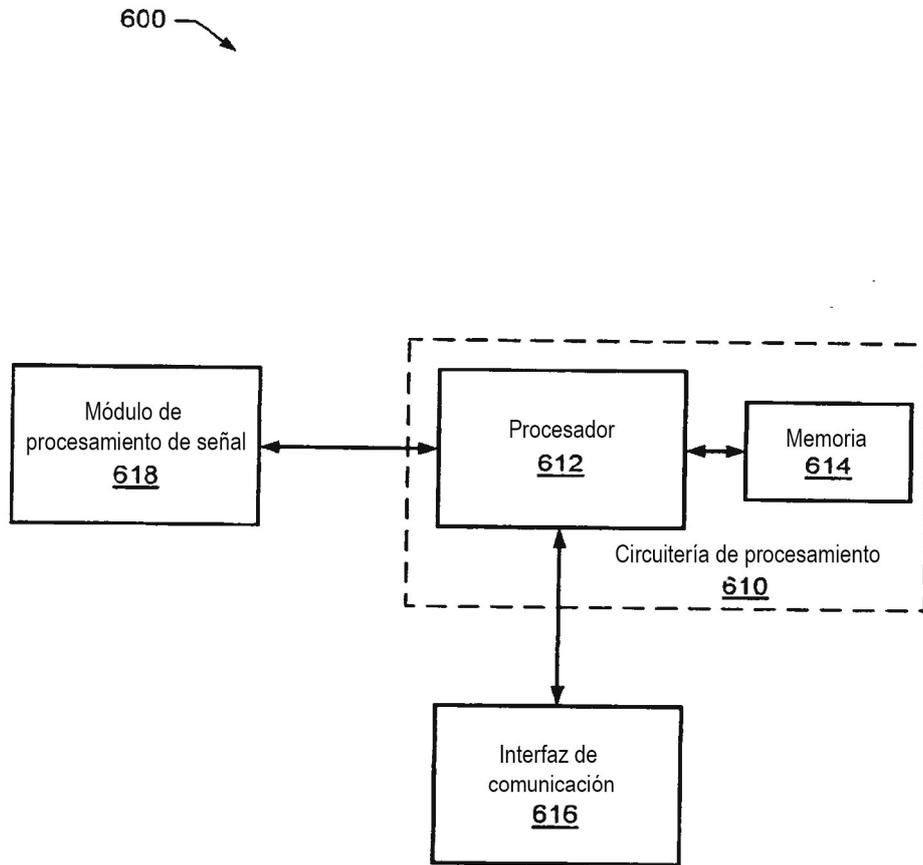


FIG. 6

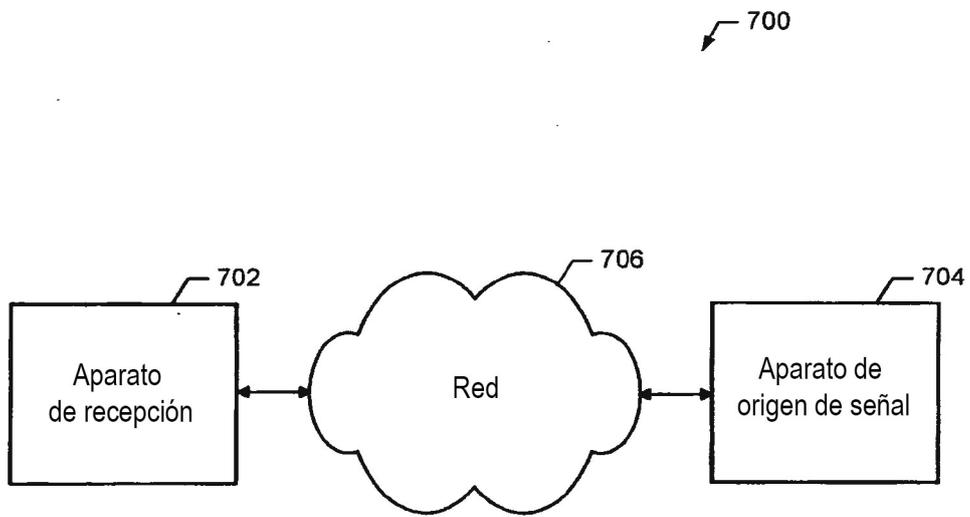


FIG. 7