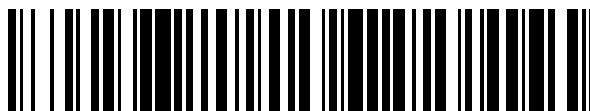


19



OFICINA ESPAÑOLA DE  
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 617 565**

51 Int. Cl.:

**G02C 7/02** (2006.01)

**G02C 7/06** (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **06.09.2011 PCT/EP2011/004485**

87 Fecha y número de publicación internacional: **07.06.2012 WO12072156**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **06.09.2011 E 11761503 (9)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **19.10.2016 EP 2646870**

54 Título: **Método para calcular una lente de gafas con zona de cerca mejorada**

30 Prioridad:

**30.11.2010 DE 102010052936**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

**19.06.2017**

73 Titular/es:

**RODENSTOCK GMBH (100.0%)**

**Elsenheimerstrasse 33**

**80687 München, DE**

72 Inventor/es:

**ESSER, GREGOR;**

**BECKEN, WOLFGANG;**

**ALTHEIMER, HELMUT;**

**WELK, ANDREA;**

**SEIDEMANN, ANNE;**

**WEHNER, EDDA;**

**MÜLLER, WERNER y**

**UTTENWEILER, DIETMAR**

74 Agente/Representante:

**AYMAT ESCALADA, Carlos Jesús**

ES 2 617 565 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

## DESCRIPCIÓN

Método para calcular una lente de gafas con zona de cerca mejorada.

La presente invención se refiere a un método para la optimización y la fabricación de un cristal para gafa para la corrección de una refracción astigmática de un ojo del usuario de la gafa. Además la invención se refiere a un programa informático y a un dispositivo para la fabricación de un cristal para gafa para corregir una refracción astigmática del ojo de un usuario de gafa.

Para la fabricación y/o la optimización de cristales para gafa, en particular de cristales individuales para gafa se fabrica cada cristal de forma que se obtenga para cada dirección de la mirada deseada o para cada punto objeto deseado una corrección óptima de un defecto de refracción del ojo correspondiente del usuario de la gafa. En general un cristal para gafa se considera plenamente corrector para una dirección dada de la mirada cuando los valores Esfera, Cilindro y Eje del Frente de Ondas al pasar el globo cenital vértice coincide con los valores para Esfera, Cilindro y Eje de la prescripción para el ojo ametrópico. En la determinación de la refracción para el ojo de un usuario se determinan valores diópticos (Esfera, Cilindro, Posición Axial) para una amplia distancia (por lo general infinita) y eventualmente (para cristales multifocales o progresivos) una adición para una distancia cercana (por ejemplo según DIN 58208). De este modo se determina la prescripción (Esfera, Cilindro, Posición Axial y eventualmente adición) que se transmiten al fabricante del cristal para gafa. En los cristales modernos para gafa se pueden indicar también distancias del objeto que difieren de la norma que se utilizaron al determinar la refracción.

Pero por lo general no es posible una corrección completa para todas las perspectivas. Por esta razón, los cristales para gafa se fabrican de forma que sobre todo en los campos de aplicación principales, en particular en los campos centrales de recorrido de la vista ofrecen una buena corrección de las ametropías del ojo y no producen más que pocas distorsiones de la imagen mientras que en las zonas periféricas se permiten mayores distorsiones.

Para poder fabricar un cristal para gafa de este tipo, se realiza primero el cálculo de las superficies del cristal para gafa o por lo menos de una de las superficies del cristal para gafa que produce de este modo la distribución deseada de las distorsiones inevitables de la imagen. Este cálculo y optimización se realiza por lo general utilizando un método de variación iterativa mediante la minimización de una función objetivo. Como función objetivo se tiene en cuenta en particular y se minimiza una función  $F$  con la siguiente relación funcional con el efecto esférico  $S$ , el valor del efecto cilíndrico  $Z$  y la posición axial del cilindro  $\alpha$  (designado también combinación "SZA"):

$$F = \sum_{i=1}^m \left[ g_{i,S\Delta} (S_{\Delta,i} - S_{\Delta,i,Soll})^2 + g_{i,Z\Delta} (Z_{\Delta,i} - Z_{\Delta,i,Soll})^2 + \dots \right].$$

En la función objetivo  $F$  en las zonas de valoración  $i$  del cristal para gafa se tienen en cuenta por lo menos los déficits reales de refracción del efecto esférico  $S_{\Delta,i}$  y del efecto cilíndrico  $Z_{\Delta,i,Soll}$ . Los déficits correspondientes de refracción en las zonas de valoración se tienen en cuenta de preferencia con factores de ponderación  $g_{i,S\Delta}$  y/o  $g_{i,Z\Delta}$ . Las especificaciones teóricas para los déficits de refracción del efecto esférico  $S_{\Delta,i,Soll}$  y/o el efecto cilíndrico  $Z_{\Delta,i,Soll}$ , en particular junto con los factores de ponderación  $g_{i,S\Delta}$  y/o  $g_{i,Z\Delta}$  constituyen el denominado diseño de cristal para gafa. Además se pueden tener también en cuenta otros residuos, en particular otras magnitudes a optimizar como por

ejemplo Coma y/o Aberración Esférica y/o Prisma y/o Aumento y/o Distorsión anamorfótica, etc., lo cual se indica en particular con la expresión "+...".

Si se considera en el cálculo del cristal para gafa el cálculo del rayo a través de un determinado punto de recorrido de la vista  $i$ , o sea una zona de valoración determinada del cristal para gafa correspondiente, entonces el frente de ondas tiene en el globo cenital vértice una determinada combinación SZA. El objetivo en una optimización del cristal para gafa es que esta combinación SZA coincida de forma óptima con la combinación SZA de la determinación de la refracción. Pero como por lo general esto no se puede conseguir de forma simultánea en todos los puntos de recorrido de la vista  $i$ , se establece una función  $F$  como función objetivo, cuya minimización da como resultado un compromiso lo más adecuado posible en todas las zonas de valoración y/o puntos de recorrido de la vista  $i$ .

Un forma de proceder preferida para la determinación del déficit de refracción se describe por ejemplo en Diepes H., Blendowske R. "Optik und Technik der Brille", Optische Fachveröffentlichung GmbH, Heidelberg (2002), en particular la página 481 y siguientes. Para ello se considera la denominada matriz de distancia focal o matriz de vergencia  $S$ , que guarda la siguiente relación con los valores para el efecto esférico  $S$ , el valor del cilindro esférico  $Z$  y de la posición axial del cilindro  $\alpha$ :

$$S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \left(S + \frac{Z}{2}\right) - \frac{Z}{2} \cos 2\alpha & -\frac{Z}{2} \sin 2\alpha \\ -\frac{Z}{2} \sin 2\alpha & \left(S + \frac{Z}{2}\right) + \frac{Z}{2} \cos 2\alpha \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{(S_{xx} - S_{yy})^2 + 4S_{xy}^2} \\ \Leftrightarrow S &= \frac{1}{2}(S_{xx} + S_{yy} - Z) \\ \tan \alpha &= \frac{S - S_{xx}}{S_{xy}} \end{aligned}$$

La matriz de vergencia  $S$  se determina de una parte para los valores SZA  $S_{SK}$ ,  $Z_{SK}$ ,  $\alpha_{SK}$  en el globo cenital vértice y de otra parte para los valores SZA  $S_{Ref}$ ,  $Z_{Ref}$ ,  $\alpha_{Ref}$  calculados a partir de la determinación de la refracción para el ojo correspondiente del usuario de la gafa. De este modo se obtiene  $S_{SK}$  y/o  $S_{Ref}$ . Y describe de forma ilustrativa  $S_{SK}$  en cierto modo el efecto local del cristal para gafa mientras que  $S_{Ref}$  describe el efecto deseado para el usuario de la gafa en el caso ideal.

Para una imagen ideal se tendría que exigir que  $S_{SK}$  y  $S_{Ref}$  coincidan, algo que no es posible de forma simultánea para todas las zonas de valoración de un cristal para gafa. De este modo queda como matriz diferencial:

$$\begin{aligned} S_{\Delta} &= S_{SK} - S_{Ref} \\ &= \begin{pmatrix} S_{SK,xx} & S_{SK,xy} \\ S_{SK,xy} & S_{SK,yy} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} S_{Ref,xx} & S_{Ref,xy} \\ S_{Ref,xy} & S_{Ref,yy} \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} S_{SK,xx} - S_{Ref,xx} & S_{SK,xy} - S_{Ref,xy} \\ S_{SK,xy} - S_{Ref,xy} & S_{SK,yy} - S_{Ref,yy} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

que por lo general no es igual a cero. De acuerdo con la definición indicada anteriormente de matriz de vergencia se asigna a la matriz diferencial  $S_{\Delta}$  valores SZA correspondientes como déficit de refracción:

$$Z_{\Delta} = \sqrt{\left( (S_{SK,xx} - S_{Ref,xx}) - (S_{SK,yy} - S_{Ref,yy}) \right)^2 + 4(S_{SK,xy} - S_{Ref,xy})^2}$$

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} \left( (S_{SK,xx} - S_{Ref,xx}) + (S_{SK,yy} - S_{Ref,yy}) - Z_{\Delta} \right)$$

$$\tan \alpha_{\Delta} = \frac{S_{\Delta} - (S_{SK,xx} - S_{Ref,xx})}{S_{SK,xy} - S_{Ref,xy}}$$

Como el grado de opacidad de la imagen, sin desaparecer  $S_{\Delta}$ , depende en particular solamente de  $S_{\Delta}$  y  $Z_{\Delta}$  (en particular pero no de  $\alpha_{\Delta}$ ), sólo se realiza de preferencia una optimización según  $S_{\Delta}$  y  $Z_{\Delta}$ . La posición axial del frente de ondas y de la refracción transformada se incorporan ambas muy bien. Hay que tener en cuenta que en el caso de que  $S_{\Delta} = 0$  y  $Z_{\Delta} = 0$ , se desprende que  $S_{SK} = S_{Ref}$ ,  $Z_{SK} = Z_{Ref}$  y  $\alpha_{SK} = \alpha_{Ref}$ . Dicho de forma explícita:

$$Z_{\Delta} = \sqrt{Z_{SK}^2 + Z_{Ref}^2 - 2Z_{SK}Z_{Ref} \cos(2(\alpha_{SK} - \alpha_{Ref}))}$$

$$S_{\Delta} = S_{SK} - S_{Ref} + \frac{1}{2} \left( (Z_{SK} - Z_{Ref}) - Z_{\Delta} \right)$$

Esto muestra cómo la posición axial entra en las magnitudes  $S_{\Delta}$  y  $Z_{\Delta}$ . Una modificación de la posición axial de un ángulo  $\delta\alpha_{SK}$  hace que se encuentre debajo de la raíz  $\cos(2(\alpha_{SK} + \delta\alpha_{SK} - \alpha_{Ref}))$  en lugar de  $\cos(2(\alpha_{SK} - \alpha_{Ref}))$ . La optimización se realiza con la función objetivos de forma que de preferencia se asigna a cada punto de recorrido de la vista  $i$  de cada una de las magnitudes  $S_{\Delta, i}$ ,  $Z_{\Delta, i}$  un valor teórico  $S_{\Delta, i, Soll}$  y/o  $Z_{\Delta, i, Soll}$  y a continuación se minimiza la función objetivos. Con el fin de comprender esta forma de proceder se remite al artículo de W. Becken, A. Seidemann, H. Altheimer, G. Esser y D. Uttenweller "Brillengläser im Sport: Optimierung der Abbildungseigenschaften unter physiologischen Aspekten", Z. Med. Phys. 17 (2007), 56-66.

Para corregir una refracción astigmática de un ojo resulta determinante el conocimiento tanto del valor de la refracción astigmática, es decir el valor del cilindro, como su posición axial. Para poder corregir una refracción astigmática del ojo se miden por lo tanto estos valores para el ojo que se quiere corregir, mientras el ojo se encuentra en una posición de medición y/o perspectiva de referencia, en particular la dirección visual cero. Se establece aquí de preferencia un sistema de coordenadas y se determina la posición axial de la refracción astigmática con relación a este sistema de coordenadas. El valor del astigmatismo se puede indicar como diferencia de las distancias focales principales. Como sistema de coordenadas se puede indicar por ejemplo un sistema de coordenadas cartesianas con los ejes  $e_x$ ,  $e_y$  y  $e_z$ , cuyo origen de coordenadas se sitúa en particular en el centro de rotación del ojo que se quiere corregir. Aquí el eje  $e_z$  es de preferencia paralelo a la perspectiva de referencia, en particular a la dirección visual cero y está orientado en el sentido del rayo principal. De preferencia el eje  $e_z$  es un eje horizontal orientado con respecto al ojo en dirección visual cero hacia detrás, o sea en

sentido del rayo luminoso. El eje  $e_x$  es por ejemplo horizontal y vertical respecto del eje  $e_z$ , en particular vertical respecto de la perspectiva de referencia o la dirección visual cero. El eje  $e_y$  es finalmente perpendicular a los dos ejes restantes y está orientado en particular verticalmente hacia arriba. De este modo los tres ejes  $e_x$ ,  $e_y$  y  $e_z$  constituyen por ejemplo un sistema de coordenadas básico en el que se puede describir también la posición axial de un astigmatismo que se va a corregir.

Al mirar a través de un cristal para gafas el par de ojos realiza constantemente movimientos visuales, con lo cual se modifican los puntos de recorrido de la vista dentro del cristal para gafa. Por consiguiente cuando se mueve la vista se producen constantemente modificaciones de las imágenes, en particular de las distorsiones de la imagen para el cristal de gafa. Además cada ojo realiza al mover la vista, según la posición y la distancia de un objeto observado, también una acomodación a la distancia, modificada, del objeto y una torsión en torno al eje momentáneo de la perspectiva. En el caso de una refracción astigmática del ojo esto suele conducir particularmente en la zona de cerca a una corrección insatisfactoria del astigmatismo.

Normalmente, los valores reales del cristal para gafa se componen de los datos de prescripción en el globo cenital vértice, ya que los datos de prescripción (datos de refracción) también se encuentran en el plano de la gafa de refracción. Pero esto resulta impreciso al mirar de cerca ya que la acomodación no se realiza en el globo cenital vértice sino primero en el lugar del cristalino del ojo. El frente de ondas y aquí en particular los componentes cilíndricos del frente de ondas se modifica al propagarse del cristal para gafa al cristalino del ojo. Por esto se modifica el valor del cilindro a corregir en el plano del cristal para gafa (globo cenital vértice) en la mirada de cerca, es decir al observar objetos de cerca. Esto es lo que ocurre incluso cuando la acomodación se realiza de forma totalmente esférica. En el libro "Methoden der Refraktionsbestimmung", de Kunibert Krause se describe este astigmatismo denominado de ajuste.

Para mejorar las propiedades ópticas, en particular para la utilización de un cristal para gafa o de un par de cristales para gafa de cerca se propone en la patente WO 2010/054817 A1, el lugar del valor medido en la determinación de la refracción para lejos, de la refracción astigmática al optimizar el cristal para gafa en la función objetivo  $F$ , utilizar una refracción astigmática transformada en la cual se produce una transformación de la posición axial de la refracción astigmática que depende de la perspectiva del otro ojo. Por consiguiente para cada punto de recorrido de la vista del cristal para gafa que se va a fabricar que se incorpora como zona de valoración  $i$  en la función objetivo para la optimización del cristal para gafa se calcula además de la perspectiva del ojo que corresponde a este punto de recorrido de la vista la perspectiva correspondiente del otro ojo, en particular para tener en cuenta las propiedades ópticas del otro cristal para gafa. En función de las perspectivas de los dos ojos se calcula una corrección correspondiente de la torsión para la posición axial del astigmatismo y se tiene en cuenta en la función objetivo. Esto tiene como consecuencia una mejora esencial de las propiedades ópticas del cristal para gafa en particular para la utilización en la zona de cerca sin aumentar considerablemente el gasto en la determinación de la refracción. El cálculo de la posición axial transformada que comprende un cálculo de los dos rayos principales correspondientes para cada zona de valoración supone una mayor duración del cálculo.

Lo que se pretende por lo tanto con la presente invención es obtener una optimización y fabricación de un cristal para gafa lo más sencilla y rápida posible y por lo tanto económica para la corrección óptima de una refracción astigmática, en particular para la utilización del cristal para gafas de cerca. Las formas de realización preferidas constituyen el objeto de las sub-reivindicaciones.

En particular la invención ofrece por lo tanto un método para la optimización y fabricación de un cristal para gafa para una determinada situación de uso para la corrección de por lo menos una refracción astigmática del ojo de un usuario de gafa que presente en una perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo un valor de cilindro (designado en lo que sigue valor de referencia del cilindro  $Z_0$ ) y una posición axial (denominada en lo que sigue eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$ ), es decir un eje de cilindro de la refracción del ojo al situar el ojo en una perspectiva de referencia del mismo. El método comprende una etapa de cálculo y/o de optimización del cristal para gafa, es decir por lo menos de una superficie o de una zona de la superficie del cristal para gafas, que comprende:

- determinación de la distancia del objeto  $a_i$  para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa para una perspectiva  $-e_z$  del ojo que difiere de la perspectiva de referencia  $-e_z$ ;
- cálculo de una refracción astigmática transformada para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa a partir del valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y del eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  en función de la distancia determinada del objeto  $a_i$ ; y
- optimización del cristal para gafa de modo que para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la refracción astigmática transformada a través del cristal para gafa en situación de uso determinada,

donde el cálculo de la refracción astigmática transformada comprende un cálculo del valor cilíndrico transformado  $Z_i$  y/o de un eje cilíndrico transformado  $\alpha_i$  en función de la distancia determinada del objeto  $a_i$ .

En particular la determinación de la refracción para el usuario de la gafa se puede realizar en la forma habitual sin esfuerzo adicional. De este modo se puede determinar de forma acreditada los valores dióptricos (Esfera, Cilindro, Posición Axial) para una amplia distancia (por lo general infinita) y eventualmente (para cristales multifocales o progresivos) una adición para una distancia cercana (por ejemplo según DIN 58208) y prepararlos para la optimización individual y la fabricación de un cristal para gafa. A diferencia del procedimiento habitual, en la optimización y fabricación de un cristal para gafa no se tienen en cuenta los datos de prescripción obtenidos en la determinación de refracción (Esfera, Cilindro, Posición Axial y eventualmente Adición) directamente para la corrección por el cristal para gafa en todos los puntos de recorrido de la vista (zonas de valoración) del cristal para gafa. Constituyen más bien los datos de prescripción a tener en cuenta para una perspectiva de referencia, en particular un punto de referencia de lejos del cristal para gafa. Para lograr una mejora de las propiedades ópticas en la zona de cerca se transforma, en la forma que se define con mayor precisión en lo que sigue, la refracción astigmática obtenida en la determinación de la refracción para el usuario de gafa, en particular para puntos de recorrido de la vista en la zona de cerca. Esta transformación se produce particularmente para cada ojo o cristal para gafa de forma independiente y en función de una distancia del objeto para el punto de recorrido de la vista correspondiente del cristal para gafa. De este modo

puede obtenerse una mejora de las propiedades ópticas del cristal para gafa, particularmente en la zona de cerca sin tener que incrementarse esencialmente por el esfuerzo en la determinación de la refracción.

De preferencia se establece un sistema de coordenadas de base de posición fija para el ojo como se ha descrito anteriormente a modo de ejemplo. En el sistema de coordenadas de base se calcula de preferencia el eje del cilindro de una refracción astigmática del ojo por parte de un óptico o un oftalmólogo para un paciente o un usuario de gafa en la perspectiva de referencia individual y se obtiene como eje de referencia del cilindro para el método de optimización y fabricación del cristal para gafa, para la corrección de las refracciones astigmáticas. En una forma de realización preferida, la perspectiva de referencia del ojo es la dirección visual cero que discurre horizontalmente hacia la lejanía o el infinito. De este modo es paralelo al tercer eje de coordenadas básico  $e_z$  del ojo; en una convención preferida se orienta en sentido contrario lo cual se indica con el signo menos. También para la respectiva  $-e_z$  tiene que aplicarse la convención de por qué esta perspectiva es paralela al rayo principal del lado del ojo y está orientada en sentido contrario. El eje de referencia del cilindro se puede expresar mediante los otros dos ejes de coordenadas.

Partiendo de la refracción astigmática del ojo a corregir en la perspectiva de referencia, que por ejemplo un óptico puede medir o calcular en la forma conocida se puede realizar una transformación que depende de la distancia al objeto fijada por la determinada situación de uso, para llegar a la refracción astigmática transformada. La refracción astigmática transformada se indica aquí de preferencia como la refracción astigmática en la perspectiva de referencia en forma de un valor de cilindro (en particular como magnitud escalar con la unidad dpt) y una posición axial (por ejemplo en forma de un ángulo transformado respecto de un eje de referencia de torsión de la primera perspectiva). Esta refracción astigmática transformada se incorpora entonces como la refracción a corregir del ojo en la perspectiva  $-e_z$  que pertenece a la zona de valoración  $i_b$ , en particular en la función objetivo tal como se describe más arriba para el cálculo y/o la optimización del cristal para gafa.

En la optimización, la función objetivo valora en particular valores locales de la refracción defectuosa del cristal para gafa en una multiplicidad de zonas de valoración del cristal para gafa, es decir para una multiplicidad de perspectivas diferentes del ojo correspondiente en la situación de uso determinada. La optimización del cristal para gafa se realiza por lo tanto en particular minimizando la función objetivo para el cristal para gafa donde, en la función objetivo para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la refracción astigmática transformada por el cristal para gafa en la situación de uso determinada. Una minimización de la función objetivo se realiza entonces de preferencia modificando por lo menos una superficie del cristal para gafa y analizando las propiedades ópticas del cristal para gafa en la situación de uso determinada hasta que el valor de la función objetivo ha descendido por debajo de un valor límite prefijado o hasta que el valor de la función objetivo entre etapas de análisis consecutivos o etapas de recursión ya no se modifica o lo hace menos que un valor límite prefijado. Un valor de límite de este tipo se puede fijar como criterio de cancelación para la etapa de cálculo y/u optimización.

De preferencia el método se realiza de forma que la perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo corresponde a la dirección visual cero del usuario de la gafa. De preferencia la optimización del cristal para gafa se realiza de modo que para por lo menos un punto

de referencia  $i_0$  del cristal para gafa, en particular un punto de referencia de lejos se tiene en cuenta una corrección de la refracción astigmática (y de preferencia también esférica) del ojo del usuario de la gafa según los valores de referencia y/o valores de prescripción  $Z_0$ ,  $\alpha_0$  y/o  $S_0$  calculados en una determinación de la refracción. La minimización de la función objetivo se realiza de preferencia sobre esta corrección. De preferencia la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa se corresponde con un punto de referencia de cerca del cristal para gafa.

Según la invención, para la refracción astigmática se transforma por lo menos el valor del cilindro o la posición axial en la forma requerida. De preferencia se transforman los dos valores. Pero ya con una transformación correspondiente de la refracción astigmática con referencia a uno de los dos valores se alcanza una mejoría de las propiedades ópticas y de este modo de la compatibilidad de la gafa. Siempre que sólo se transforme uno de los dos valores según la invención, el otro valor puede tomarse sin modificar de la determinación de la refracción. Sin que esto suponga querer dejar de lado la combinación preferida de las dos transformaciones, en lo que sigue se describen consecutivamente las transformaciones de los valores individuales ofrecidos por la invención.

De este modo en un aspecto de la invención se transforma en particular el valor del cilindro de la refracción astigmática. En el caso de que el cálculo de la refracción astigmática transformada comprenda un cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$ , éste se calcula según la invención de modo que según

$$Z_i = Z_0 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} \right) \left( -2 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} - 2S_0 - Z_0 \right) \right) Z_0$$

dependa de una distancia  $e$  entre el cristal para gafa (en particular el punto vértice del cristal para gafa) y del plano principal del ojo y de una esfera  $S_0$  calculada para la perspectiva de referencia  $-e_z$  de la refracción del ojo a corregir, donde  $Add$  designa un incremento de distancia focal desde la perspectiva de referencia  $-e_z$  hasta una perspectiva  $-e_z$  del ojo que corresponde a por lo menos una zona de valoración  $i_b$ . Aquí la esfera  $S_0$  corresponde en particular al valor de esfera calculado en la determinación de refracción para la perspectiva de referencia  $-e_z$  (de preferencia dirección visual cero).

Aquí se realiza de preferencia para cada zona de valoración del cristal para gafa la transformación correspondiente del valor del cilindro. Este valor del cilindro transformado se incorpora entonces en particular como valor corrector  $Z_{Ref}$  (véase más arriba) en la función objetivo. Según la invención se averiguó que mediante esta transformación calculable muy rápidamente que no requiere en particular ninguna medición adicional de la refracción para una multiplicidad de perspectivas adicionales, se obtiene una notable mejora de las propiedades ópticas, en particular en la zona de cerca de un cristal para gafa. En particular se comprobó que mediante esta transformación del valor del cilindro se llega a tener en cuenta de forma muy eficaz y a compensar el astigmatismo de ajuste. Además esta transformación puede implementarse con muy poco aparato de cálculo en una rutina de optimización iterativa.

Así se encontró según la invención una transformación particularmente eficiente del valor del cilindro que para una situación determinada de uso sólo depende de los datos de prescripción Esfera, Cilindro y Eje en la perspectiva de referencia, por ejemplo



Esfera  $S_F$ , Cilindro  $Z_F$  y Eje a lo lejos así como una acomodación exitosa  $\Delta A$  del ojo. Esto se puede explicar de forma claramente ilustrativa en lo que sigue.

Así por ejemplo el Cilindro cerca de  $Z_N$  se puede calcular de forma muy rápida y sencilla a partir de los valores a lo lejos con la siguiente fórmula de aproximación:

$$Z_N = Z_F + Z_E \quad (1a)$$

$$Z_E = e\Delta A(2 + e(\Delta A + 2S'_F))Z_F \quad (1b)$$

5 con

e distancia punto vértice del cristal para gafa al plano principal del ojo

$$S'_F = S_F + \frac{Z_F}{2}$$

equivalente esférico de la prescripción a lo lejos

$Z_F$  cilindro de la prescripción a lo lejos

$\Delta A$  acomodación exitosa del ojo

10 El éxito de acomodación  $\Delta A$  puede calcularse además a partir de la adición  $Add$  calculada en la determinación de la refracción y una distancia al objeto previamente dada (denominada también distancia al objeto)  $a_i$  (en una zona de valoración  $i_b = 1$ ).

$$\Delta A = -\left(\frac{1}{a_i} + Add\right)$$

15 De esta forma se obtiene para el valor del cilindro transformado (efecto cilíndrico transformado) de cerca

$$Z_N = Z_F + e\left(Add + \frac{1}{a_i}\right)\left(-2 + e\left(Add + \frac{1}{a_i} - 2S'_F - Z_F\right)\right)Z_F, \quad (2)$$

20 lo cual corresponde a la transformación propuesta anteriormente, con la particularidad de que aquí se utiliza como valores de referencia en particular los valores de refracción de la prescripción (índice "F" en lugar de la designación general con índice "0"), mientras que para la designación general de la zona de valoración  $i_b$  se utiliza aquí de preferencia un punto de referencia de cerca del cristal para gafa (índice "N").

25 De preferencia el método comprende en el caso del cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$  (en particular en el punto de referencia de cerca  $Z_N$ ) además un cálculo de una esfera transformada  $S_i$  (en particular  $S_N$ ), que según

$$S_i = S_0 + \frac{(Z_0 - Z_i)}{2} + Add + e^2\left(Add + \frac{1}{a_i}\right)Z_0^2 \quad (3)$$

depende del valor transformado del cilindro  $Z_i$  y donde la optimización del cristal para gafa se realiza de forma que para la por lo menos una zona de evaluación  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la esfera transformada  $S_i$  por el cristal para gafa en la situación de uso determinada.

30 De este modo es posible calcular de forma muy rápida y sencilla, con la ecuación siguiente, el defecto de ajuste del equivalente esférico  $S'_E$  y por consiguiente el equivalente esférico  $S'_N$  de cerca (es decir en el punto de referencia de cerca) (o en una forma de designación general  $S'_i$ ) y la esfera  $S_N$  de cerca (o en general  $S_i$ ):

$$S'_N = S'_F + Add + S'_E \quad (4a)$$

$$S'_E = -e^2 \Delta A Z_F^2 \quad (4b)$$

$$S_N = S'_N - \frac{Z_N}{2} \quad (4c)$$

La esfera de cerca  $S_N$  se modifica debido a la variación del cilindro de cerca  $Z_N$  también cuando se desprecia la modificación del equivalente esférico  $S'_N$  según la ecuación (4a) y (4b).

5 El método descrito anteriormente para la compensación por lo menos parcial del astigmatismo de ajuste y del defecto de ajuste del equivalente esférico se puede utilizar en una forma preferida de realización sólo para cerca, por ejemplo para calcular un cristal de gafa unifocal para cerca y para calcular el astigmatismo de ajuste y el defecto de ajuste del equivalente esférico en el punto de referencia de cerca de un cristal  
10 progresivo para gafas. En este caso se utiliza de preferencia para cada perspectiva en particular una distancia del objeto fijada por la situación de uso determinada. En otra forma de realización preferida, la distancia al objeto se puede interpolar entre los valores de lejos y de cerca. Alternativamente, también es posible con las ecuaciones indicadas anteriormente calcular directamente para cada punto de recorrido de la vista  
15 del cristal progresivo el valor de cilindro transformado y la esfera transformada, utilizando en las ecuaciones (2) y (3) la distancia al objeto fijada por la situación de uso determinada para cada perspectiva y para  $Add$  en lugar de la adición del incremento de distancia focal especificada en el punto de recorrido de la vista correspondiente.

En otro aspecto de la invención se transforma en particular la posición axial de la refracción astigmática. En el caso de que el cálculo de la refracción astigmática transformada comprenda el cálculo de un eje definido transformado  $\alpha_i$ , éste se calcula según la invención de forma que con una perspectiva del ojo correspondiente tanto a la perspectiva de referencia  $-e_z$  como a una perspectiva  $-e_z$  correspondiente a por lo menos una zona de evaluación  $i_b$  incluye un ángulo de torsión de corrección  $\psi_K$  que  
25 difiere de un ángulo de torsión de referencia cero entre el eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  y el eje de referencia de torsión  $e_L$  un ángulo de corrección de la torsión  $\psi_0$

$$\psi_\Delta = \frac{(\sin \vartheta) \Delta \varphi}{1 + \cos \vartheta \cos \left( \varphi + \frac{\Delta \varphi}{2} \right)}$$

que depende de un primer ángulo Helmholtz  $\vartheta$  y el segundo ángulo Helmholtz  $\varphi$  para la perspectiva  $-e_z$  del ojo correspondiente a la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  así como de un ángulo de convergencia  $\Delta \varphi$  según

$$\Delta \varphi = - \frac{PD - a_i (\Delta d_y S_{xy} + \Delta Pr_0)}{a_i - b' (1 + a_i S_{xx})}$$

en función de una distancia pupilar  $PD$  del usuario de la gafa, de una distancia al vértice del centro de rotación  $b'$  y componentes  $S_{xx}$  y  $S_{xy}$  de una matriz de la distancia focal  $S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$  del cristal para gafa donde el valor  $\Delta Pr_0$  designa un efecto prismático y el valor  $\Delta d_y$  una diferencia de inclinación vertical de la mirada entre el ojo derecho y el izquierdo.

Además los ángulos Helmholtz se tienen que entender convencionalmente de forma que la perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo mediante una combinación de una primera rotación del ojo alrededor de un primer eje de giro  $e_x$  horizontal, perpendicular a la perspectiva  $-e_z$  del ojo (en particular por el punto del giro del ojo) (primer eje básico del ojo) alrededor del primer ángulo de Helmholtz y una segunda rotación del eje alrededor de un segundo ángulo de giro  $e_{y, H}$  del ojo, igual al segundo ángulo de Helmholtz, se convierte en la perspectiva  $-e_z$  del ojo correspondiente a la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa, donde el segundo eje de giro  $e_{y, H}$  del ojo es un eje  $e_y$  girado alrededor del primer eje de giro  $e_x$  un ángulo igual al primer ángulo Helmholtz  $\theta$  respecto de una perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo y respecto del eje  $e_y$  vertical al primer eje del otro ojo. El método comprende de preferencia el cálculo de la perspectiva  $-e_z$  del ojo correspondiente a la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa, donde el cálculo de la perspectiva  $-e_z$  comprende de preferencia un cálculo del primero y segundo ángulo Helmholtz.

Con el método de la invención, a diferencia de lo que ocurre con el método convencional que en particular no tiene en cuenta en particular ninguna corrección de la torsión del ojo al mover la mirada o no tiene en cuenta la perspectiva del otro ojo, se obtiene una mejoría esencial de la adaptación óptica del cristal para gafa para el usuario, en particular para la utilización de cerca. A diferencia de lo que ocurre con el método de, la patente WO 2010/054817 A1, en el método según la invención ya no es necesario conocer el otro cristal para gafa o realizar un cálculo completo del rayo para el otro ojo, En lugar de ello, los inventores han comprobado, sorprendentemente, que se puede alcanzar ya una corrección muy buena de la refracción astigmática de cerca también con la transformación según la invención de la torsión del ojo, sin que sea necesario un cálculo detallado completo para el otro ojo. Aquí contrariamente a los demás métodos fue posible obtener una reducción notable del trabajo dedicado al cálculo, al optimizar el cristal para gafa y conseguir una optimización y una fabricación más rápida y económica del cristal para gafa.

En un aspecto se procede por lo tanto en particular a una transformación de la posición axial del astigmatismo que se va a corregir. No se incorpora por lo tanto en particular en la función objetivo para todas las zonas de valoración la misma posición axial, en particular la posición axial fijada para una perspectiva de referencia en los datos de prescripción del usuario para gafa sino que se toma como base para por lo menos una de las perspectivas que difiere de la perspectiva de referencia una posición axial corregida (es decir transformada) en torno al ángulo de corrección de torsión, al minimizar la función objetivo.

Se ha encontrado según la invención una transformación de la posición axial particularmente eficiente que para una situación de uso determinada sólo depende de los datos para el cristal de gafa a optimizar, así como de la distancia pupilar  $PD$  y eventualmente y/o en su caso también de un efecto prismático. Esto se puede ilustrar comparativamente remitiendo en particular a la comprensión de las coordenadas Helmholtz en la patente WO 2010/054817 A1.

Para perspectivas diagonales del ojo se describe por ejemplo un sistema de coordenadas de inclinación revertida fija en el que se representa un frente de ondas y que se lleva a una conexión adecuada con el sistema de coordenadas básico en perspectiva recta, al cual se refieren de preferencia los datos de la refracción.

En particular se describe adecuadamente esta transición de coordenadas mediante coordenadas Helmholtz ( $\varphi, \vartheta, \Psi$ ). En otras formas de realización preferidas se podría utilizar también otra representación como por ejemplo coordenadas Fick o ángulo de Euler. En lo que sigue se describe una aplicación preferida de las coordenadas Helmholtz a modo de ejemplo y se remite para su ilustración a la Figura 1.

Por consiguiente el cálculo de una perspectiva  $-e_z$  del ojo comprende de preferencia el cálculo de un primer ángulo Helmholtz  $\vartheta$  del ojo y de un segundo ángulo Helmholtz  $\varphi$  del ojo. Estos ángulos se calculan en particular de forma que la perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo se convierta en una perspectiva correspondiente  $-e_z$  del ojo, mediante una combinación

- de una primera rotación del ojo alrededor de un primer eje de giro  $e_x$  (primer eje de pase del ojo) una cantidad igual al primer eje Helmholtz  $\vartheta$  y
- una rotación del ojo alrededor de un segundo eje de giro  $e_{y,H}$  una cantidad igual al segundo ángulo Helmholtz  $\varphi$ .

El primer eje de giro  $e_x$  se encuentra vertical respecto de la perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo y discurre en la situación de uso determinada (en particular en la posición habitual recta del usuario de la gafa) horizontalmente por el centro de rotación del ojo. El segundo eje de giro  $e_{y,H}$  del ojo se establece aquí como un eje que resulta de un segundo eje básico  $e_y$  del ojo por la rotación alrededor del primer eje de giro  $e_x$  del ojo una cantidad igual al primer ángulo Helmholtz  $\vartheta$  del ojo, es decir que el segundo eje básico  $e_y$  girado alrededor del primer eje de giro  $e_x$  del ojo una cantidad igual al primer ángulo Helmholtz del ojo coincide con el segundo eje de giro  $e_{y,H}$ . El segundo eje de base  $e_y$  del ojo se encuentra vertical respecto de la perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo así como del primer eje de giro  $e_x$  del ojo.

Se define por lo tanto de preferencia, además del sistema de coordenadas básico fijo ( $e_x, e_y$  y  $e_z$ ) un sistema de coordenadas de ojo fijo y/o un trípode de movimiento contemporáneo ( $e_{x,H}, e_{y,H}$  y  $e_{z,H}$ ) que procede de los vectores básicos del sistema de coordenadas básico mediante la aplicación de la matriz Helmholtz H:

$$\mathbf{e}_{x,H} = \mathbf{H}(\vartheta, \varphi, \psi) \cdot \mathbf{e}_x \quad \mathbf{e}_{y,H} = \mathbf{H}(\vartheta, \varphi, \psi) \cdot \mathbf{e}_y \quad \mathbf{e}_{z,H} = \mathbf{H}(\vartheta, \varphi, \psi) \cdot \mathbf{e}_z$$

con

$$\mathbf{H}(\vartheta, \varphi, \psi) := \mathbf{H}_x(\vartheta) \mathbf{H}_y(-\varphi) \mathbf{H}_z(\psi)$$

donde

$$\mathbf{H}_x(\vartheta) := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \vartheta & -\sin \vartheta \\ 0 & \sin \vartheta & \cos \vartheta \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H}_y(\varphi) := \begin{pmatrix} \cos \varphi & 0 & \sin \varphi \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varphi & 0 & \cos \varphi \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{H}_z(\psi) := \begin{pmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Los ángulos  $\varphi$  y  $\vartheta$  definen la perspectiva mientras que el ángulo  $\Psi$  describe el ajuste de torsión del ojo. El vector  $\mathbf{HS} = -e_z$  designa en la definición del trípode con movimiento contemporáneo el vector del rayo principal del lado del ojo para dicho ojo. Como está acoplado fijamente con la perspectiva los dos ángulos de vista  $\varphi$  y  $\vartheta$  se pueden reconstruir a partir del vector  $\mathbf{HS}$ .

$$\varphi = -\arcsin \mathbf{HS}_x, \quad -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$$

$$\vartheta = -\arctan \frac{\mathbf{HS}_y}{\mathbf{HS}_z}, \quad -\frac{\pi}{2} < \vartheta < \frac{\pi}{2}$$

El tercer ángulo  $\Psi$  en cambio no se puede derivar de la perspectiva sino que se produce por un ajuste adecuado de la torsión del ojo. Existen para ello varios modelos fisiológicos. Por ejemplo el modelo en el que se exige que la posición final del ojo se defina por el hecho de que el ojo se lleve a la posición final desde la dirección visual cero mediante la torsión alrededor del eje de referencia de torsión  $e_L$  donde el eje de referencia de la torsión  $e_L$  se caracteriza por el hecho de que se sitúa totalmente en un plano vertical a la dirección visual cero, como modelo Listing o Regla Listing "L1" también denominado Regla de Listing para lejos ya que sólo ofrece un acercamiento bueno para la mirada a lo lejos. En particular el eje de referencia de torsión  $e_L$  se da en las coordenadas Helmholtz mediante

$$e_L = \frac{1}{1 + \tan \frac{\varphi}{2} \tan \frac{\vartheta}{2} \tan \frac{\Psi}{2}} \begin{pmatrix} \tan \frac{\vartheta}{2} - \tan \frac{\Psi}{2} \tan \frac{\varphi}{2} \\ -\tan \frac{\varphi}{2} - \tan \frac{\vartheta}{2} \tan \frac{\Psi}{2} \\ \tan \frac{\Psi}{2} - \tan \frac{\varphi}{2} \tan \frac{\vartheta}{2} \end{pmatrix}$$

donde la última componente del eje  $e_L$  desaparece, es decir

$$\tan \frac{\Psi}{2} - \tan \frac{\varphi}{2} \tan \frac{\vartheta}{2} = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \Psi_{Helmholtz}(\varphi, \vartheta) = 2 \arctan \left( \tan \frac{\varphi}{2} \tan \frac{\vartheta}{2} \right)$$

es decir que el ángulo de torsión  $\Psi$  se entiende según la Regla Listing L1 como función del ángulo de vista.

Así por ejemplo en la patente WO 2010/054817 A1 se describe cómo se utilizan los datos de los dos rayos principales del lado del ojo para determinar el ángulo de torsión de los dos ojos en virtud de la Regla de Listing para cerca (también denominada Regla Listing L2). Este método requiere sin embargo que para cada punto de recorrido de la vista se conozca un par de rayos principales correspondientes. El cálculo de estos pares de rayos principales requiere mucho tiempo si se compara con la presente invención y supone además el conocimiento simultáneo de los dos cristales. Se propone ahora, según la invención un procedimiento de aproximación que se contenta con los datos de un solo cristal y por consiguiente en particular sin el cálculo de un par de rayos principales.

El ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  entra del siguiente modo en la descripción de la torsión en virtud de la Regla de Listing para cerca. En la patente WO 2010/054817 A1 se indica primero que en las coordenadas Helmholtz las posiciones de los ojos se describen por medio de los dos ángulos de torsión

$$\Psi_{korrigiert}^{(l)} = \Psi_{korrigiert}^{(r)} = \frac{\Psi_{Helmholtz}(\varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}) + \Psi_{Helmholtz}(\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)})}{2} \quad (5)$$

donde la función viene dada por

$$\psi_{Helmholtz}(\varphi, \vartheta) = 2 \arctan\left(\tan \frac{\varphi}{2} \tan \frac{\vartheta}{2}\right) \quad (6)$$

La ecuación (5) se puede modificar según

$$\begin{aligned} \psi_{korrigiert}^{(l)} &= \psi_{Helmholtz}(\varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}) - \Delta \psi_{Helmholtz}(\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)}, \varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}) \\ \psi_{korrigiert}^{(r)} &= \psi_{Helmholtz}(\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)}) + \Delta \psi_{Helmholtz}(\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)}, \varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}) \end{aligned} \quad (7)$$

con el ángulo de corrección de la torsión

$$\Delta \psi_{Helmholtz}(\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)}, \varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}) := \frac{\psi_{Helmholtz}(\varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}) - \psi_{Helmholtz}(\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)})}{2} \quad (7a)$$

Si se introduce ahora un ojo de cíclope por los valores medios

$$\begin{aligned} \varphi^{(z)} = \frac{\varphi^{(l)} + \varphi^{(r)}}{2} &\Leftrightarrow \varphi^{(l)} = \varphi^{(z)} + \frac{\Delta \varphi}{2} \\ \Delta \varphi = \varphi^{(l)} - \varphi^{(r)} &\varphi^{(r)} = \varphi^{(z)} - \frac{\Delta \varphi}{2} \end{aligned} \quad (8a)$$

y

$$\begin{aligned} \vartheta^{(z)} = \frac{\vartheta^{(l)} + \vartheta^{(r)}}{2} &\Leftrightarrow \vartheta^{(l)} = \vartheta^{(z)} + \frac{\Delta \vartheta}{2} \\ \Delta \vartheta = \vartheta^{(l)} - \vartheta^{(r)} &\vartheta^{(r)} = \vartheta^{(z)} - \frac{\Delta \vartheta}{2}, \end{aligned} \quad (8b)$$

y si se introducen los ángulos  $\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)}, \varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}$  en las ecuaciones (7, 7a) se obtiene entonces los ángulos de torsión  $\psi_{Korrigiert}^{(l)}, \psi_{Korrigiert}^{(r)}$  corregidos según Listing para cerca como función de los ángulos de perspectiva  $\varphi^{(z)}, \vartheta^{(z)}$  del ojo de cíclope o del ángulo de convergencia  $\Delta \varphi$  y del ángulo de  $\Delta \vartheta$ . Si en particular los ángulos  $\Delta \varphi, \Delta \vartheta$  son suficientemente pequeños se puede desarrollar entonces en una serie la ecuación (7a) para el ángulo de corrección de la torsión según

$$\Delta \psi_{Helmholtz}(\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)}, \varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}) := \frac{(\sin \vartheta^{(z)}) \Delta \varphi + (\sin \varphi^{(z)}) \Delta \vartheta}{1 + \cos \vartheta^{(z)} \cos \varphi^{(z)}} + O(\Delta^3) \quad (9)$$

donde la expresión  $O(\Delta^3)$  comprende todos los términos  $\Delta \varphi^p \Delta \vartheta^q$  para los cuales  $p+q = 3$ , es decir  $\Delta \varphi^3, \Delta \varphi^2 \Delta \vartheta, \Delta \varphi \Delta \vartheta^2, \Delta \vartheta^3$ .

Así se produce en particular una situación en la que  $\Delta \vartheta = 0$  entonces  $\vartheta^{(z)} = \vartheta^{(l)} = \vartheta^{(r)}$  y el ángulo de corrección de torsión se puede describir según la ecuación (9) únicamente mediante el ángulo de convergencia:

$$\Delta \psi_{Helmholtz}(\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)}, \varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}) := \frac{(\sin \vartheta^{(z)}) \Delta \varphi}{1 + \cos \vartheta^{(z)} \cos \varphi^{(z)}} + O(\Delta \varphi^3) \quad (9a)$$

Si se identifican las designaciones  $\varphi^{(r)}, \vartheta^{(r)}, \varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}$  de WO 2010/054817 A1 con las designaciones correspondientes  $\varphi_l, \vartheta_l, \varphi^{(l)}, \vartheta^{(l)}$  a partir de la descripción anterior y se sustituyen los ángulos de vista del ojo de cíclope nuevamente por el presente ojo,

$$\Delta \psi_{Helmholtz}(\varphi_l, \vartheta_l) := \frac{(\sin \vartheta_l) \Delta \varphi}{1 + \cos \vartheta_l \cos(\varphi_l - \Delta \varphi / 2)} + O(\Delta \varphi^3) \quad (9b)$$

$\vartheta^{(Z)} = \vartheta_l$  y  $\varphi^{(Z)} = -\frac{\Delta\varphi}{2}$  para el ojo izquierdo y/o  $\vartheta^{(Z)} = \vartheta_r$  y  $\varphi^{(Z)} = \varphi_r + \frac{\Delta\varphi}{2}$  para el ojo derecho, entonces se obtiene para el ojo izquierdo

5 expresada solamente por magnitudes determinadas por los ángulos de vista del rayo principal izquierdo y el ángulo de convergencia, y para el ojo derecho

$$\Delta\psi_{Helmholtz}(\varphi_r, \vartheta_r) := \frac{(\sin \vartheta_r)\Delta\varphi}{1 + \cos \vartheta_r \cos(\varphi_r + \Delta\varphi/2)} + O(\Delta\varphi^3) \quad (9c)$$

10 expresada solamente en magnitudes determinadas por los ángulos de vista del rayo principal derecho y el ángulo de convergencia.

Sólo se necesita entonces determinar el ángulo de convergencia y a partir de ahí se puede calcular con las ecuaciones (9b) y (9c) anteriores el movimiento de torsión adicional del ojo respecto del modelo "Listing 1" y de este modo, de forma sencilla, la posición axial necesaria.

15 Se aprovecha aquí que el ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  se puede calcular si se conoce la distancia al objeto  $-a_1 > 0$  (en una zona de valoración  $i_b = 1$ ), la distancia pupilar  $PD$  y los efectos dióptricos y prismáticos (que se suponen idénticos) de los cristales y se calcula el efecto prismático local con la ayuda de la Regla de Prentice.

20 Una fórmula correspondiente se caracteriza por el hecho de que para el cálculo del ángulo de convergencia sólo se necesita la distancia pupilar  $PD$ , la distancia al objeto  $a_1$  y el efecto esférico  $S$ .

Para un cristal puramente esférico la Regla de Prentice ofrece con las magnitudes representadas en la Figura 3 por separado una aproximación paraxial izquierda y derecha:

$$\begin{aligned} Pr_r &:= \varphi_r - \alpha_r = S \cdot d_r \\ Pr_l &:= \varphi_l - \alpha_l = S \cdot d_l \end{aligned} \quad (10)$$

Aquí  $S$  puede corresponder al efecto de receta esférico, la distancia focal de vértice  $S'_\infty$  u otra magnitud que describe el efecto dióptrico del cristal. La substracción ofrece:

$$(\varphi_l - \varphi_r) - (\alpha_l - \alpha_r) = S \cdot (d_l - d_r) \quad (11)$$

Si se sustituye ahora paraxialmente  $\alpha_r \approx \frac{-PD/2 - d_r}{-a_1}$  y  $\alpha_l \approx \frac{-PD/2 - d_l}{-a_1}$  así como  $d_r \approx b'_{\varphi_r}$  y  $d_l \approx b'_{\varphi_l}$  se puede descomponer según  $\Delta\varphi = \varphi_l - \varphi_r$  y se obtiene:

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{PD}{b' - a_1(1 - b'S)} \\ &= -\frac{PD}{a_1 - b'(1 + a_1S)} \end{aligned} \quad (12)$$

De este modo es posible calcular de forma muy rápida y con pocos parámetros (distancia pupilar  $PD$ , el efecto esférico  $S$  y la distancia al objeto  $a_1$ ), el ángulo de convergencia.

5 En otra formulación se tiene en cuenta para el cálculo del ángulo de convergencia adicionalmente el efecto prismático prescrito  $Pr_v$ . La componente horizontal del prisma prescrito  $Pr_0$  viene dado entonces para derecha e izquierda por

$$\begin{aligned} Pr_{0,r} &= Pr_v \cos \beta_r \\ Pr_{0,l} &= Pr_v \cos \beta_l \end{aligned} \quad (13)$$

10 donde  $\beta$  representa la posición de base para izquierda y derecha. Según la Figura 3, la Regla de Prentice ofrece por separado para izquierda y derecha en aproximación paraxial:

$$\begin{aligned} Pr_r &:= \varphi_r - \alpha_r = S \cdot d_r + Pr_{0,r} \\ Pr_l &:= \varphi_l - \alpha_l = S \cdot d_l + Pr_{0,l} \end{aligned} \quad (14)$$

La sustracción ofrece:

$$15 \quad (\varphi_l - \varphi_r) - (\alpha_l - \alpha_r) = S \cdot (d_l - d_r) + \Delta Pr_0 \quad (15)$$

con  $\Delta Pr_0 := Pr_{0,l} - Pr_{0,r}$ . De forma análoga a la ecuación (12) se obtiene entonces

$$\begin{aligned} \Delta \varphi &= \frac{PD - a_1 \Delta Pr_0}{b' - a_1(1 - b'S)} \\ &= - \frac{PD - a_1 \Delta Pr_0}{a_1 - b'(1 + a_1 S)}. \end{aligned} \quad (16)$$

20

De este modo es ahora posible calcular de forma muy rápida y con pocos parámetros (distancia pupilar  $PD$ , efecto prismático  $Pr$ , distancia al objeto  $a_1$  y efecto esférico  $S$ ) el ángulo de convergencia. Teniendo en cuenta el efecto prismático el método se vuelve más exacto, particularmente en el caso de un prisma prescrito.

25 En una siguiente formulación, para el cálculo del ángulo de convergencia se tiene en cuenta además del efecto esférico también el efecto cilíndrico. En el caso esférico – cilíndrico general se modifica éste contrariamente a la formulación de la ecuación (10) según

$$\begin{aligned} Pr_r &:= \varphi_r - \alpha_r = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{r,x} \\ d_{r,y} \end{pmatrix} \\ Pr_l &:= \varphi_l - \alpha_l = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{l,x} \\ d_{l,y} \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

30

Siguiente matriz

$$35 \quad \mathbf{S} = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$$



figura opcionalmente para la forma de matriz del efecto de receta esférico, la matriz de distancia focal vértice  $S'_\infty$  u otra matriz que describe el efecto esfero – cilíndrico del cristal.

El resultado es entonces

$$\Delta\varphi = -\frac{PD - a_1(d_{l,y} - d_{r,y})S_{xy}}{a_1 - b'(1 + a_1S_{xx})} \quad (18)$$

Suponiendo inclinaciones de la mirada iguales a la izquierda y a la derecha se obtiene para ello

$$\Delta\varphi = -\frac{PD}{a_1 - b'(1 + a_1S_{xx})} \quad (19)$$

ya que entonces  $\Delta d_y = (d_{l,y} - d_{r,y}) = 0$ .

De este modo es posible calcular de forma muy rápida y con pocos parámetros (distancia pupilar  $PD$ , efecto esfero – cilíndrico  $S$  y distancia al objeto  $a_1$ ) el ángulo de convergencia.

En otra formulación se tiene en cuenta para el cálculo del ángulo de convergencia además del efecto esférico también el efecto cilíndrico y prismático. En el caso general esfero – cilíndrico con prisma de prescripción se añade a la fórmula (17) otro término

$$\begin{aligned} Pr_{0,r} &= Pr_v \cos \alpha_r \\ Pr_{0,l} &= Pr_v \cos \alpha_l \end{aligned} \quad (20)$$

con el prisma horizontal prescrito, es decir con

Se tiene entonces:

$$\begin{aligned} Pr_r &:= \varphi_r - \alpha_r = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{r,x} \\ d_{r,y} \end{pmatrix} + Pr_{0,r} \\ Pr_l &:= \varphi_l - \alpha_l = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d_{l,x} \\ d_{l,y} \end{pmatrix} + Pr_{0,l} \end{aligned} \quad (21)$$

El resultado es entonces

$$\Delta\varphi = -\frac{PD - a_1((d_{l,y} - d_{r,y})S_{xy} + \Delta Pr_{0x})}{a_1 - b'(1 + a_1S_{xx})} \quad (22)$$

De este modo es posible calcular de forma muy rápida y exacta el ángulo de convergencia.

En otra formulación no se encuentra en la ecuación (18) un supuesto expreso sobre la diferencia  $\Delta d_y = (d_{l,y} - d_{r,y})$  sino que esta diferencia se elimina de preferencia del siguiente modo. De esta forma se obtiene un resultado común para los dos ángulos  $\Delta\varphi$  y  $\Delta\vartheta$ :

$$\begin{aligned} \Delta\varphi &= \frac{-a_y PD}{a_x a_y - a_1^2 b'^2 S_{xy}^2} \\ \Delta\vartheta &= \frac{-a_1 b' S_{xy} PD}{a_x a_y - a_1^2 b'^2 S_{xy}^2} \end{aligned} \quad (18a)$$

Aquí se han introducido las siguientes abreviaturas:

$$a_x = a_1 - b'(1 + a_1 S_{xx})$$

$$a_y = a_1 - b'(1 + a_1 S_{yy})$$

En otra formulación no se encuentra como en la ecuación (22) un supuesto expreso sobre la diferencia  $\Delta d_y = (d_{l,y} - d_{r,y})$  sino que esta diferencia se elimina de preferencia del siguiente modo. Se obtiene entonces un resultado común para los dos ángulos  $\Delta\varphi$  e  $\Delta\vartheta$ :

$$\Delta\varphi = \frac{a_y(a_1\Delta Pr_0 - PD) + a_1^2 b' S_{xy} \Delta Pr_{90}}{a_x a_y - a_1^2 b'^2 S_{xy}^2}$$

$$\Delta\vartheta = \frac{a_1 b' S_{xy} (a_1 \Delta Pr_0 - PD) - a_1 a_x \Delta Pr_{90}}{a_x a_y - a_1^2 b'^2 S_{xy}^2} \quad (18a)$$

Se utilizan las abreviaturas indicadas anteriormente para  $a_x$  y  $a_y$ . De forma análoga a la ya introducida diferencia entre  $\Delta Pr_0$  de la componente horizontal del prisma prescrito a la izquierda y a la derecha,  $\Delta Pr_{90}$  representa la diferencia de los componentes verticales del prisma prescrito.

En el caso de un cristal que presente cualquier asimetría, en particular un cristal progresivo para gafa, varía la magnitud  $S$  y/o  $\mathbf{S}$  sobre el cristal para gafa y la Regla de Prentice debería utilizarse, tomado estrictamente, en forma de una integral. Se ha comprobado sin embargo según la invención que ya las ecuaciones (12, 16, 18, 19 y 22) resultan sin embargo muy adecuadas para calcular el ángulo de convergencia. Aquí se utiliza para  $S$  y/o  $\mathbf{S}$  de preferencia un valor medio entre el valor local en el punto de recorrido de la vista y el valor del punto de referencia del prisma. Otra posibilidad consiste en que en lugar de estos valores medios también se pueden elegir directamente los valores de  $S$  y/o  $\mathbf{S}$  en el punto de recorrido de la vista (punto de intersección del rayo principal) mismo o en el punto de referencia del prisma. Alternativamente se pueden utilizar también los valores de la prescripción.

El método según la invención permite por lo tanto al óptico, al optometrista o al oftalmólogo no realizar ninguna medición adicional aparte de la determinación de la refracción monocular habitual, y enviar otros datos al fabricante del cristales para gafa. De esta forma el fabricante de cristales para gafa puede calcular con la ayuda de las ecuaciones anteriores un cristal para gafa con propiedades mejoradas para cerca sin ningún Ray-Tracing adicional.

En el caso de que se calcule de preferencia un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$ , éste se calcula de forma que el valor  $\Delta Pr_0$  del efecto prismático corresponda a la diferencia de las componentes horizontales de las prescripciones prismáticas para el ojo izquierdo y el derecho.

Aquí no es imprescindible tener en cuenta de forma explícita el efecto prismático real para conseguir una mejora de la corrección astigmática. En el caso de que no se produzca ni se tenga en cuenta ningún efecto prismático, se pondrá de preferencia

$\Delta Pr_0 = 0$  y/o  $\Delta Pr_{90} = 0$ . Por lo tanto si en otra forma de realización preferida en el caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  éste se calcula de forma que el ángulo de corrección de la torsión  $\Psi_\Delta$  depende del ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  según

$$\Delta\varphi = \frac{PD}{a_1 - b'(1 + a_1S)}$$

5 en función de la distancia pupilar  $PD$  del usuario de la gafa, de la distancia vértice – centro de rotación  $b'$  y de un efecto esférico  $S$  del cristal para gafa.

En una forma de realización preferida, en caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  éste se calcula de forma que como efecto esférico  $S$  del cristal para

$$\Delta\varphi = \frac{PD - a_1\Delta Pr_0}{a_1 - b'(1 + a_1S)}$$

10 gafa del que depende un ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  se utiliza el efecto esférico  $S_0$  de la prescripción para el usuario de la gafa. Éste se encuentra directamente disponible y no requiere ninguna etapa adicional de cálculo particularmente iterativo y por consiguiente el método permite una optimización particularmente rápida.

En otra forma de realización preferida, en el caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$ , éste se calcula de forma que como efecto esférico  $S$  del cristal para

15 gafa del que depende un ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  según  $\Delta\varphi = \frac{PD - a_1\Delta Pr_0}{a_1 - b'(1 + a_1S)}$  se utiliza el efecto esférico  $S_i$  en la zona de valoración  $i_b$ . De este modo se consigue una adaptación particularmente buena a las propiedades locales del cristal para gafa, lo cual supone frente a un valor constante del efecto esférico una propiedad óptica mejorada.

20 En otra forma de realización preferida en caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$ , éste se calcula de forma que como efecto esférico  $S$  del cristal para

25 gafa del que depende un ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  según  $\Delta\varphi = \frac{PD - a_1\Delta Pr_0}{a_1 - b'(1 + a_1S)}$  se utiliza un valor medio entre el efecto esférico  $S_i$  en la zona de valoración  $i_b$  y el efecto esférico en un punto de referencia del cristal para gafa, en particular el punto de referencia prismático o de lejos. Se requiere también para cada zona de valoración un cálculo propio del efecto esférico a tener en cuenta en la determinación del ángulo de convergencia aunque ofrece una muy buena aproximación a la integración necesaria en caso de cálculo exacto, aunque muy costosa como ya se ha indicado anteriormente.

30 Además la invención ofrece un conjunto de programas informáticos que contiene partes de programa diseñados, cuando están cargados y se ejecutan en un ordenador, un método para la optimización de un cristal para gafa para una determinada situación de uso para la corrección de por lo menos la refracción astigmática del ojo de un usuario de gafa, la cual en una perspectiva de referencia

35 -  $e_z$  del ojo presenta un valor de referencia de cilindro  $Z_0$  y un eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$ , que comprende una etapa de cálculo y optimización del cristal para gafas, que comprende:

- determinación de la distancia de un objeto  $a_i$  para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa;

- cálculo de una refracción astigmática transformada para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa a partir del valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y del eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  en función de la distancia determinada al objeto  $a_i$ ; y
- 5 - optimización del cristal para gafa de modo que para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la refracción astigmática transformada por el cristal para gafa en la determinada situación del uso,

10 donde el cálculo de la refracción astigmática transformada comprende el cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$  en la forma descrita anteriormente según la invención y/o un cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  en la forma indicada más arriba según la invención en función de la distancia determinada al objeto  $a_i$ .

De preferencia el conjunto de programas informáticos comprende partes de programa diseñados, cuando están cargados y se ejecutan en un ordenador, para realizar un método según la presente invención o una forma de realización preferida del mismo.

15 Además la invención ofrece un soporte de datos con un programa informático donde el programa informático está concebido, cuando se carga y se ejecuta sobre un ordenador, para realizar un método para la optimización de un cristal para gafa para una determinada situación de uso para la corrección de por lo menos una refracción astigmática de un ojo de un usuario de gafa que presenta en una perspectiva de

20 referencia  $-e_z$  del ojo un valor de referencia de cilindro  $Z_0$  y un eje de referencia de cilindro  $\alpha_0$ , que comprende una etapa de cálculo y/o de optimización del cristal para gafa que incluye:

- determinación de la distancia de un objeto  $a_i$  para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa;
- 25 - cálculo de una refracción astigmática transformada para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa a partir del valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y del eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  en función de la distancia al objeto determinada  $a_i$ ; y
- optimización del cristal para gafa de forma que para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tenga en cuenta una corrección de la refracción astigmática transformada por el cristal para gafa en la determinada situación de uso,
- 30

35 donde el cálculo de la refracción astigmática transformada comprende el cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$  en la forma descrita anteriormente según la invención y/o el cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  en la forma descrita anteriormente según la invención en función de la distancia determinada al objeto  $a_i$ .

De preferencia comprende el código del programa de soporte de datos que está concebido cuando se carga y se ejecuta sobre un ordenador para realizar un método según la presente invención o según una forma de realización preferida.

40 Finalmente la invención presenta un dispositivo para la fabricación de por lo menos un cristal para gafa, donde el dispositivo comprende medios para la obtención de datos y/o una unidad para la obtención de datos de destino de por lo menos un cristal para gafa y medios para el cálculo y la optimización de un cristal para gafa para una situación de uso determinada para la corrección de por lo menos la refracción astigmática de un ojo de un usuario de gafa. En particular la unidad y/o los medios de obtención de datos

45 están concebidos para obtener datos de receta como por ejemplo una refracción astigmática del ojo de un usuario de gafa que presenta en una perspectiva de

referencia  $-e_z$  del ojo un valor de referencia de cilindro  $Z_0$  y un eje de referencia de cilindro  $\alpha_0$ . De preferencia los medios de obtención de datos están concebidos para y/o definir por lo menos parcialmente la situación de uso determinada.

5 Los medios de cálculo y de optimización están concebidos para calcular y optimizar por lo menos un cristal para gafa para la situación de uso determinado, para corregir por lo menos la refracción astigmática del ojo del usuario de la gafa, donde el cálculo y la optimización se realiza de modo que comprende una etapa de cálculo y/u optimización del cristal para gafa, que incluye:

- 10 - determinación de distancia del objeto  $a_i$  para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa;
- cálculo de una refracción astigmática transformada para la por lo menos una zona de evaluación  $i_b$  del cristal para gafa a partir del valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y del eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  en función de la distancia al objeto  $a_i$  determinada; y
- 15 - optimización del cristal para gafa de modo que para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la refracción astigmática transformada por el cristal para gafa en la situación de uso determinada, donde el cálculo de la refracción astigmática transformada comprende el cálculo de un valor definido transformado  $Z_i$  en la forma descrita anteriormente según la invención y/o
- 20 el cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  en la forma descrita anteriormente según la invención, en función de la distancia al objeto  $a_i$  determinada.

De preferencia el dispositivo está concebido para realizar un método según la presente invención o una forma de realización preferida de la misma.

25 En el caso de una posición de uso especificada del cristal para gafa de un usuario de gafa y es decir en el caso de una posición especificada del cristal para gafa delante del ojo correspondiente del usuario de la gafa y en el caso de una distancia especificada del objeto se tiene para muchos puntos objeto un par correspondiente de perspectivas del ojo derecho e izquierdo que, en caso de movimientos de la vista, se modifican en función de la posición del ojo. De este modo cada perspectiva individual no depende

30 sólo de la situación de uso del cristal para gafa sino en particular también de la relación de las dos perspectivas entre sí. Debido a que se tiene en cuenta la influencia de la situación de uso sobre la torsión del ojo mediante la transformación propuesta en la que se utiliza un ángulo de convergencia simulado sin conocimiento explícito ni cálculo del camino óptico para el otro ojo, se puede conseguir de este modo una corrección

35 corregida de las reacciones astigmáticas en un amplio campo de utilización del cristal para gafa, en particular también en el sector de cerca.

La situación de uso define aquí un posicionado del cristal para gafa delante del ojo del usuario de la gafa y un modelo de distancia al objeto. De este modo se obtiene como

40 situación de uso en particular datos de uso respecto de un posicionado del cristal para gafa de un usuario y respecto de una tarea visual del usuario. Estos datos de uso comprenden de preferencia datos de montura, en particular respecto de un Kastenmass de las inclinaciones de la montura y/o el ancho de puente y/o de un ángulo de inclinación de la montura y/o de una inclinación longitudinal, etc. de la gafa. En la forma de realización preferida los datos de uso comprenden, respecto de una tarea

45 visual, una especificación sobre rangos de control de ángulo de vista o distancias al objeto principalmente utilizadas.

En cada caso define la situación de uso determinada para una multiplicidad de perspectivas del ojo del usuario y la posición de un punto-objeto correspondiente de

forma tan clara que de este modo también se define de forma clara el rayo visual del ojo al considerar el punto-objeto (en función del efecto óptico del cristal para gafa). Los puntos de paso de los rayos visuales por el cristal para gafa reciben el nombre de puntos de recorrido de la vista. Cada punto de recorrido de la vista sobre la superficie  
 5 delantera y/o trasera del cristal para gafa puede representar una zona de valoración para el cristal para gafa. En virtud de la clara correspondencia de los rayos visuales y puntos-objeto respecto a los puntos de recorrido de la vista por el cristal para gafa, la zona de valoración correspondiente podía ser representada también por el rayo visual correspondiente y/o la perspectiva y/o el punto-objeto. En una forma de realización  
 10 preferida las zonas de valoración de un cristal para gafa se representan mediante dos coordenadas de un sistema de coordenadas definido con respecto al cristal para gafa. De preferencia se define un sistema de coordenadas cartesianas x-y-z cuyo origen por ejemplo se encuentra en el centro geométrico del primer o del segundo cristal para gafa o en el centro de su superficie delantera donde el eje x se extiende en sentido vertical  
 15 en la posición o situación de uso y el eje z se orienta hacia el ojo. De este modo se pueden representar las zonas de valoración particularmente mediante las coordenadas x-y de los puntos de recorrido de la vista.

Según la aplicación o el objetivo deseado, el cristal para gafa se puede fabricar y/u optimizar para una situación de uso estipulada de un usuario medio o individual.

20 Una situación de uso media (como se define en DIN 58 208 Parte 2) se puede caracterizar por lo siguiente:

- parámetro de un ojo estándar, como por ejemplo el denominado ojo Gullstrand del usuario de la gafa (centro de rotación del ojo, pupila de entrada y/o plano principal, etc.);
- 25 - parámetro de una posición de uso estándar o disposición del par de cristales para gafa delante de los ojos del usuario (ángulo de inclinación de la montura, inclinación longitudinal, distancia córnea-vértice, etc.); y/o
- parámetro de un modelo de objeto estándar o distancia estándar al objeto.

La posición de uso se puede definir por ejemplo mediante una posición de uso  
 30 estandarizada. Cuando se utiliza la montura de gafa y/o la gafa según una posición de uso estandarizada la distancia al centro de rotación es de aproximadamente 27,4 mm o 27,9 mm o 28,5 mm o también 28,8 mm, la inclinación longitudinal, es decir el ángulo pantoscópico es de aproximadamente 8°, el ángulo de inclinación de la montura es de aproximadamente 0°, la distancia pupilar es igual a 63 mm aproximadamente, la  
 35 distancia córnea-vértice es de aproximadamente 15 mm, la distancia al objeto en el punto de referencia de lejos es de aproximadamente 63 mm, la distancia córnea-vértice es de aproximadamente 15 mm, la distancia al objeto en el punto de referencia de lejos es de aproximadamente 0 dpt y la distancia al objeto en el punto de referencia de cerca es de aproximadamente -2,5 dpt.

40 En caso de utilización de la montura de gafa y/o de la gafa según una posición de uso estandarizada en particular, la distancia al centro de rotación es de aproximadamente 26,5 mm, la inclinación longitudinal, es decir el ángulo pantoscópico es de aproximadamente 9°, el ángulo de inclinación de la montura es de aproximadamente 5°, la distancia pupilar de aproximadamente 64 mm y la distancia córnea-vértice es de  
 45 aproximadamente 13 mm.

De forma alternativa, si se utiliza la montura para gafa y/o la gafa según una posición de uso estandarizada, la distancia al centro de rotación es de aproximadamente 28,5 mm, la inclinación longitudinal, es decir el ángulo pantoscópico de aproximadamente 7°, el ángulo de inclinación de la montura es de aproximadamente 0°, la distancia pupilar de aproximadamente 63 mm y la distancia córnea-vértice de aproximadamente 15 mm.

En una alternativa, si se utiliza la montura para gafa es decir la gafa según una posición de uso estandarizada, la distancia al centro de rotación es de aproximadamente 25 mm, la inclinación longitudinal, es decir el ángulo pantoscópico de aproximadamente 8°, el ángulo de inclinación de la montura de aproximadamente 5°, la distancia pupilar aproximadamente 64 mm y la distancia córnea-vértice aproximadamente 13 mm.

Si se usa, en una alternativa, la montura de la gafa y/o la gafa según una posición de uso estandarizada, la distancia al centro de rotación es de aproximadamente 27,5 mm, la inclinación longitudinal, es decir el ángulo pantoscópico aproximadamente 11°, el ángulo de inclinación de la montura de aproximadamente 0°, la distancia pupilar aproximadamente 65 mm y la distancia córnea-vértice aproximadamente 14 mm.

Los siguientes parámetros numéricos caracterizan por ejemplo una situación de uso media:

- Distancia córnea-vértice (HSA) = 15,00 mm;
- Inclinación longitudinal = 8,0 Grados;
- Ángulo de inclinación de la montura = 0,0 Grados;
- Distancia pupilar = 63,0 mm;
- Distancia al centro de rotación  $e$  = 28,5 mm;
- Modelo de distancia al objeto: distancia al objeto infinita en la zona superior del cristal para gafa ya que pasa constantemente a una distancia al objeto de -2,6 dpt con  $x = 0$  mm,  $y = -20$  mm.

Alternativamente se pueden tener en cuenta también parámetros individuales del ojo y/o de los ojos de un usuario determinado (centro de rotación del ojo, pupila de entrada, y/o plano principal, etc.), de la posición individual de uso y/o disposición delante de los ojos del usuario de la gafa (ángulo de inclinación de la montura, inclinación longitudinal, distancia córnea-vértice, etc.) y/o el modelo individual de distancia al objeto.

La invención se describe a continuación tomando como base las formas de realización preferidas, teniendo en cuenta las figuras siguientes:

- Fig. 1 muestra una representación de coordenadas Helmholtz según una forma de realización preferida de la invención;
- Fig. 2A y 2B muestran representaciones esquemáticas de un par de ojos con primera y segunda perspectiva paralela (Fig. 2A) y/o convergente (Fig. 2B);
- Fig. 3 muestra una representación esquemática de un par de ojos para ilustrar la determinación de la convergencia teniendo en cuenta la Regla de Prentice;
- Fig. 4A a 4C muestran líneas de isoastigmatismo de la refracción defectuosa de un cristal para gafa convencional con una valoración sin transformación (Fig. 4A), una valoración en la que se tiene en cuenta explícitamente la perspectiva del otro ojo, como en la patente WO 2010/054817 A1, (Fig.

4B) o una valoración con una transformación según la invención del eje del cilindro (Fig. 4C);

Fig. 5A a 7B muestran el recorrido de la refracción defectuosa con respecto al poder refringente (curva izquierda) y el astigmatismo (curva derecha) a lo largo de la línea principal para diversos cristales unifocales convencionales con diversas valoraciones (Fig. 5A a Fig. 5C, Fig. 6A a Fig. 6C y Fig. 7A) y/o cristales optimizados según la transformación del valor del cilindro (Fig. 5D, Fig. 6D y Fig. 7B); y

Fig. 8 muestra una representación esquemática de un ejemplo de dispositivo preferido para la optimización y/o fabricación de un cristal para gafa o de un par de cristales para gafa según la presente invención.

La Fig. 1 muestra una definición gráfica de coordenadas Helmholtz para la optimización de un cristal para gafa o de un par de cristales para gafas según una forma de realización preferida de la invención. Aquí se podrían introducir para cada uno de los dos ojos coordenadas Helmholtz propias. En la Fig. 1 se representa a modo de ejemplo únicamente para un ojo. El trípode... ( $\mathbf{e}_{x,H}$ ,  $\mathbf{e}_{y,H}$ ,  $\mathbf{e}_{z,H}$ ) procede del trípode estabilizado ( $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_z$ ) mediante las siguientes etapas:

1. Rotación alrededor del eje x, del ángulo  $\vartheta$  (primer ángulo Helmholtz)
2. Rotación en torno al nuevo eje y, ángulo  $\varphi$  (segundo ángulo Helmholtz)
3. Rotación alrededor del nuevo eje z, del ángulo  $\Psi$  de la torsión

De preferencia el eje -z  $\mathbf{e}_z$  describe la dirección del rayo principal del lado del ojo en la perspectiva de referencia, mientras que el eje -z girado representa la dirección del rayo principal del lado del ojo en la primera y/o la segunda perspectiva.

La Fig. 2A ilustra la Regla de Listing para mirar a lo lejos. Ambos ojos poseen el mismo ángulo de vista  $\vartheta$  y  $\varphi$ , y por consiguiente también el mismo ángulo de torsión  $\Psi_{\text{Helmholtz}}$  ( $\varphi$ ,  $\vartheta$ ) en la representación de Helmholtz según la ecuación (6). Las coordenadas Helmholtz se refieren al trípode estabilizado ( $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_z$ ), también inscrito en la Fig. 2A.

En particular para algunas perspectivas podría ocurrir que los ángulos de torsión  $\Psi^{(l)}$  y  $\Psi^{(r)}$  en la representación de Helmholtz sean diferentes para los dos ojos de forma que las imágenes individuales ya no se originen sobre zonas correspondientes de la retina sino sobre zonas de la retina incompatibles que están distorsionadas entre sí. De este modo se produce una doble imagen binocular y trastornos de fusión. Este problema aparece en particular cuando los rayos principales del lado del ojo son diferentes para el ojo izquierdo y/o para el derecho. Esto ocurre con un movimiento de convergencia o puede ser debido también a prismas en el cristal, que difieren para ambos ojos en el camino óptico.

El movimiento de torsión de los ojos difiere en este caso de las especificaciones de la Regla de Listing L1, como se representa por ejemplo en la Fig. 2B. La Fig. 2B ilustra una variación respecto de la Regla de Listing según una forma de realización preferida de la invención. Los ojos convergen y por consiguiente el ojo izquierdo posee un par de ángulos de vista ( $\varphi^{(l)}$ ,  $\vartheta^{(l)}$ ) diferente del ojo derecho que se describe por ( $\varphi^{(r)}$ ,  $\vartheta^{(r)}$ ). También son diferentes los ángulos de torsión  $\Psi_{\text{Helmholtz}}$  ( $\varphi$ ,  $\vartheta$ ) según la ecuación (6),  $\Psi^{(l)} \neq \Psi^{(r)}$ . Las coordenadas de Helmholtz se refieren al trípode estable ( $\mathbf{e}_x$ ,  $\mathbf{e}_y$ ,  $\mathbf{e}_z$ ) que está también marcado en la Fig. 2B.



En las Fig. 4 a 7 se comparan varios cristales de gafa que se optimizaron de forma diferente, por lo que el resultado de la etapa de optimización se analiza en lo que sigue de forma diferente.

5 Las Fig. 4A a 4C ilustran en particular la eficiencia de la transformación del eje de cilindro según un aspecto de la invención. Y se representan líneas de isoastigmatismo de la refracción defectuosa de un cristal para gafa optimizado sin una transformación de la refracción astigmática con una valoración sin transformación Fig. 4A), un método convencional que tiene en cuenta la perspectiva del otro ojo, como se describe en WO 2010/054817 A1, (Fig. 4B) y una valoración con una transformación según la  
10 invención del eje del cilindro (Fig. 4C). Mientras se puede reconocer una diferencia entre el método convencional sin transformación y los otros dos métodos, la transformación según la invención produce, sorprendentemente desde el punto de vista óptico, un efecto bueno comparable como el cálculo según WO 2010/054817 A1 aunque con menor sofisticación de cálculo.

15 En las Fig. 5 a 7 se ilustra la eficiencia de la transformación del valor del cilindro según formas de realización preferidas de la invención para una compensación por lo menos parcial del astigmatismo de ajuste.

Aquí muestran las Fig. 5A a 5C el recorrido de la refracción defectuosa con respecto al poder refringente (curva izquierda) y el astigmatismo (curva derecha) a lo largo de la  
20 línea principal para un cristal unifocal convencional con análisis diferentes. En particular se trata de un cristal unifocal optimizado para un efecto esférico, establecido en los datos de prescripción de +2 dpt y un efecto cilíndrico de + 3 dpt. En la Figura 5A se representa la refracción defectuosa con una valoración convencional para una distancia al objeto infinita. En la Fig. 5B se representa una valoración correspondiente para una  
25 distancia al objeto infinita de 40 cm. Sin tener en cuenta el astigmatismo de ajuste, queda corregido en el eje óptico el defecto astigmático. Únicamente el éxito reducido de la acomodación con cristal de corrección se presenta como un pequeño defecto de refracción negativo. La Fig. 5C muestra una valoración del mismo cristal con una distancia al objeto de 40 cm aunque teniendo en cuenta el astigmatismo de ajuste.  
30 Teniendo en cuenta el astigmatismo de ajuste se puede ver ahora el defecto astigmático que actúa en el eje óptico. Un cristal astigmático SV no puede ser enteramente correcto al mismo tiempo para lejos y para cerca. La Fig. 5D muestra finalmente un cristal unifocal según una forma de realización preferida de la invención con transformación del valor de cilindro para la misma prescripción con una valoración  
35 para una distancia del objeto de nuevamente 40 cm.

En las Fig. 6A a 6D se muestran representaciones análogas para un cristal que se optimizó para los mismos valores de prescripción según la serie "Impresión Mono" de Rodenstock. Nuevamente en la Fig. 6A se representa la refracción defectuosa con una valoración convencional para una distancia al objeto infinita. En la Fig. 6B se  
40 representa una valoración correspondiente para una distancia al objeto infinita de 40 cm. Sin tener en cuenta el astigmatismo de ajuste queda en el eje óptico el defecto astigmático corregido. La calidad de la imagen es también buena para objetos de cerca. La Fig. 6C muestra una valoración del mismo cristal con una distancia al objeto de 40 cm pero teniendo en cuenta el astigmatismo de ojos. Nuevamente se puede ver  
45 también el defecto astigmático que actúa en el eje óptico teniendo en cuenta el astigmatismo de ajuste. Un cristal SV astigmático no puede ser plenamente corrector al mismo tiempo para cerca y para lejos. La Fig. 6D muestra finalmente una forma de

realización preferida de la invención con la transformación del valor del cilindro del cristal unifocal optimizado para la misma prescripción con una valoración para distancia al objeto de nuevamente 40 cm.

5 Las Fig. 7A y 7B comparan un cristal convencionalmente optimizado y otro cristal optimizado según la invención de la serie "FreeSign" de Rodenstock. Los datos de la prescripción en que se basan definen un efecto esférico de -1 dpt, un efecto cilíndrico de 3 dpt y una adición de 1 dpt. La Fig. 7A muestra el recorrido de la refracción defectuosa respecto del poder refringente (curva izquierda) y el astigmatismo (curva derecha) a lo largo de la línea principal para un cristal unifocal convencional con una valoración teniendo en cuenta el astigmatismo de ajuste. En la zona de lejos el astigmatismo de ajuste no tiene ninguna repercusión debido a que falta la acomodación. En la zona de cerca se muestra un defecto astigmático de aproximadamente 1/8 dpt. Por otra parte la Fig. 7B muestra un cristal unifocal optimizado según una forma de realización preferida de la invención con la transformación del valor definido.

15 Como se muestra esquemáticamente en la Fig. 8, se presenta un programa informático (es decir un programa informático reivindicado en la categoría de reivindicación de patente de un dispositivo) 200, concebido de forma que cuando se carga y se ejecuta en un ordenador adecuado 100 y/o red puede realizar un método para la optimización y/o la fabricación de un par de cristales para gafa que se utilizarán en una gafa para una determinada situación de uso. El programa informático 200 se puede almacenar o está almacenado en una memoria física o soporte de programa 120. El producto del programa informático puede aparecer además como señal de programa.

25 Teniendo en cuenta la Fig. 8 se describe a continuación una posible arquitectura de ordenador y/o de red. El procesador 110 del ordenador 100 es por ejemplo un procesador central (CPU), un microcontrolador (MCU), o un procesador digital de señal (DSP). La memoria 120 simboliza elementos que almacenan datos y comandos con limitación en el tiempo o de forma permanente. Aunque para una mejor comprensión se muestra la memoria 120 como parte del ordenador 100, la función memoria se puede implementar en otro lugar, por ejemplo en el procesador mismo (por ejemplo Caché, Registro) y/o también la red 300, por ejemplo en los ordenadores 101/102. La memoria 120 puede ser Read Only Memory (ROM), un Random Access Memory (RAM), un programable o no programable o una memoria con otras opciones de acceso.

35 La memoria 120 se puede implementar y/o almacenar por ejemplo físicamente sobre un soporte de programa legible por ordenador:

- (a) un soporte magnético (disco duro, disquete, cinta magnética);
- (b) un soporte óptico (CD-ROM, DVD);
- (c) un soporte semiconductor (DRAM, SRAM, EPROM, EEPROM).

40 La memoria 120 se distribuye opcionalmente por los diversos medios. Las partes de la memoria 120 pueden ser fijas o intercambiables. Para leer y escribir utiliza ordenador 100 unos medios conocidos como por ejemplo unidades de disco, etc.

45 La memoria 120 almacena componentes de apoyo como por ejemplo un Bios (Basic Input Output System), un sistema operativo (OS), una biblioteca de programa, un compilador, un intérprete y/o un programa de tratamiento de texto y/o tablas. Estos componentes no se representan para mejorar la comprensión. Los componentes de apoyo se pueden encontrar en el mercado e instalarse y/o implementarse en el

ordenador 100 por un técnico.

El procesador 110, la memoria 120, el dispositivo de entrada y salida están unidos entre sí por lo menos mediante un Bus 130 y/o opcionalmente por la red 300 (por ejemplo internet) (monodireccional, bidireccional y/o multidireccional). El bus 130 así como la red 300 representan conexiones lógicas y para o físicas que transmiten comandos así como señales de datos. Las señales en el interior del ordenador 100 suelen ser señales eléctricas, mientras que en la red pueden ser señales eléctricas, magnéticas y/u ópticas o también inalámbricas.

Los entornos de red (como la Red 300) son algo habitual en oficinas, grandes empresas informáticas, intranets e internet (es decir World Wide Web). La distancia física entre los ordenadores y la red carece de importancia.

La red 300 puede ser una red inalámbrica o alámbrica. Como ejemplos posibles de implementación de la red 300 se indican aquí algunas: una red local (LAN), una red local sin cable (WLAN), una Wide Area Network (WAN), una red ISDN, una conexión por infrarrojo (IR), una conexión inalámbrica como por ejemplo el sistema de Telecomunicación Móvil Universal (UMTS) o una conexión por satélite. Los protocolos de transferencia y los formatos de datos son conocidos. Como ejemplo se pueden citar: TCP/IP (Protocolo de Control de Transmisión/Protocolo Internet), HTTP (Protocolo de Transmisión Hypertext), URL (Unique Resource Locator), HTML (Hypertext Markup Language), XML (Extensible Markup Language), WML (Wireless Application Markup Language), Wireless Application Protocol (WAP), etc.

Los dispositivos de entrada y salida pueden formar parte de un interfaz de usuario 160. El dispositivo de entrada 140 es un dispositivo que proporciona datos e instrucciones para su tratamiento por el ordenador 100. A modo de ejemplo, el dispositivo de entrada 140 es un teclado, un dispositivo indicador (ratón, rueda de desplazamiento, cursor), micrófono, Joystick, escáner. Como en los ejemplos aquí mencionados se trata en todos de dispositivos con interacción humana, de preferencia un interfaz gráfico de usuario, el dispositivo 140 puede también funcionar sin interacción humana, como por ejemplo un receptor inalámbrico (por ejemplo antena satélite o terrestre), un sensor (por ejemplo un termómetro), un contador (por ejemplo un contador de unidades en fábrica). El dispositivo de entrada 140 se puede utilizar para leer el medio de almacenamiento o soporte 170.

El dispositivo de salida 150 es un dispositivo que indica instrucciones y datos que ya han sido tratados. Como ejemplos de ello se puede mencionar un monitor u otro dispositivo indicador (válvula de rayos catódicos, pantalla plana, visualización de cristal líquido, altavoz, impresora, alarma de vibración). De forma similar a lo que ocurre con el dispositivo de entrada 140, el dispositivo de salida 150 se comunica de preferencia con el usuario, de preferencia a través de un interfaz gráfico de usuario. El dispositivo de salida puede comunicar asimismo con otros dispositivos 101, 102, etc.

El dispositivo de entrada 140 y el de salida 150 se pueden combinar en un solo dispositivo. Ambos dispositivos 140, 150 se encuentran opcionalmente a disposición.

El producto del programa informático 200 comprende instrucciones de programa y opcionalmente datos que permiten al procesador 110, entre otros, realizar las etapas del método según la invención o formas de realización preferidas del mismo. En otras palabras, el programa informático 200 define la función del ordenador 100 y su interacción con el sistema de red 300. El producto de programa informático 200 puede

5 existir por ejemplo como código fuente en cualquier lenguaje de programación que se desee y/o como código binario en forma compilada (es decir, forma legible por la máquina). Todo técnico puede utilizar el producto del programa informático 200 en combinación con cualquiera de los componentes de apoyo mencionados anteriormente (por ejemplo compilador, intérprete, sistema operativo).

A pesar de que el producto del programa informático 200 se representa almacenado en la memoria 120, el producto del programa informático 100 se puede almacenar también en cualquier otro lugar (por ejemplo en el medio de almacenamiento o soporte de programa 170).

10 El medio de almacenamiento 170 se representa dispuesto, a modo de ejemplo, fuera del ordenador 100. Para llevar el producto de programa informático 200 al ordenador 100, el medio de almacenamiento 170 puede introducirse en el dispositivo de entrada 140. El medio de almacenamiento 170 se puede implementar mediante cualquier soporte legible por ordenador, como por ejemplo como uno de los medios expuestos  
15 anteriormente (véase memoria 120). La señal del programa 180 que se transmite preferentemente a través de la red 300 al ordenador 100 puede tener también incorporado el producto del programa informático 200 o ser un elemento del mismo.

También se conocen interfaces para acoplar los diversos componentes del sistema informático 50. Para simplificar no se representan los interfaces.

20 Un interfaz puede ser por ejemplo un interfaz serial, un interfaz paralelo, un Gameport, un bus serial universal (USB), un modem interno o externo, un adaptador gráfico y/o una tarjeta de sonido.

25 En particular es posible transmitir datos de receta de los cristales para gafa, de preferencia junto con datos individuales de usuario de la gafa (inclusive los datos de la situación de uso individual) y/o datos del cristal para gafa (índice de refracción, flecha de arco de la superficie delantera y trasera (de preferencia mediante la transmisión de datos a un dispositivo según la invención) para la fabricación de un cristal para gafa. La optimización del cristal para gafa se realiza entonces de preferencia en función de los datos de receta transmitidos y los datos individuales.

30 **Leyenda**

50	Sistema informático
100, 101, 102	Ordenador
110	Procesador
120	Memoria
35 130	Bus
140	Dispositivo de entrada
150	Dispositivo de salida
160	Interfaz de usuario
170	Medio de almacenamiento
40 180	Señal del programa
200	Producto del programa informático
300	Red

**REIVINDICACIONES**

1. Dispositivo para la optimización y fabricación de un cristal para gafa para una determinada situación de uso para la corrección de por lo menos una refracción astigmática del ojo de un usuario de gafa que en una perspectiva de referencia -  $e_z$  del ojo presenta un valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y un eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$ , que comprende una etapa de cálculo y/u optimización del cristal para gafa, que comprende:

- determinación de una distancia al objeto  $a_i$  para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa;
- cálculo de una refracción astigmática transformada para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa a partir del valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y del eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  en función de la distancia al objeto determinada  $a_i$ ; y
- optimización del cristal para gafa de forma que para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la refracción astigmática transformada por el cristal para gafa en la determinada situación de uso,

donde el cálculo de la refracción astigmática transformada comprende el cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$  y/o de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  en función de la distancia al objeto determinada  $a_i$ , donde el valor del cilindro transformado  $Z_i$  según

$$Z_i = Z_0 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} \right) \left( -2 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} - 2S_0 - Z_0 \right) \right) Z_0$$

depende de una distancia  $e$  entre el cristal para gafa y el plano principal del ojo y de una esfera  $S_0$  calculada para la perspectiva de referencia -  $e_z$ , de la refracción corregida del ojo, donde  $Add$  designa un aumento de distancia focal de la perspectiva de referencia -  $e_z$  a una perspectiva -  $e_z$  del ojo correspondiente a por lo menos una zona de valoración  $i_b$ , y

donde el eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  con una perspectiva  $-e_z$  del ojo correspondiente tanto a la perspectiva de referencia  $-e_z$  como a una perspectiva  $-e_z$  correspondiente a por lo menos una zona de evaluación  $i_b$  incluye un ángulo de torsión de corrección  $\psi_K$  que difiere de un ángulo de torsión de referencia cero entre el eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  y el eje de referencia de torsión  $e_L$  un ángulo de corrección de la torsión  $\psi_0$

$$\psi_{\Delta} = \frac{(\sin \vartheta)\Delta\varphi}{1 + \cos \vartheta \cos\left(\varphi + \frac{\Delta\varphi}{2}\right)}$$

- 5 que depende de un primer ángulo Helmholtz  $\vartheta$  y el segundo ángulo Helmholtz  $\varphi$  para la perspectiva  $-e_z$  del ojo correspondiente a la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  así como de un ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  según

$$\Delta\varphi = -\frac{PD - a_i(\Delta d_y S_{xy} + \Delta Pr_0)}{a_i - b'(1 + a_i S_{xx})}$$

- 10 en función de una distancia pupilar  $PD$  del usuario de la gafa, de una distancia al vértice del centro de rotación  $b'$  y componentes  $S_{xx}$  y  $S_{xy}$  de una matriz de la distancia focal  $S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$  del cristal para gafa donde el valor  $\Delta Pr_0$  designa un efecto prismático y el valor  $\Delta d_y$  una diferencia de inclinación vertical de la mirada entre el ojo  
15 derecho y el izquierdo.

2. Método según la reivindicación 1, donde la perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo corresponde a la dirección visual cero del usuario de la gafa y la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal de la gafa corresponde a un punto de  
20 referencia de cerca del cristal para gafa.

3. Método según una de las reivindicaciones anteriores donde el método, en caso del cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$  comprende además un cálculo de una esfera transformada  $S_i$ , que según

$$S_i = S_0 + \frac{(Z_0 - Z_i)}{2} + Add + e^2 \left( Add + \frac{1}{a_i} \right) Z_0^2 \quad (3)$$

- 25 depende del valor transformado del cilindro  $Z_i$  y donde la optimización del cristal para gafa se realiza de forma que para la por lo menos una zona de evaluación  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la esfera transformada  $S_i$  por el cristal para gafa en la situación de uso determinada.

- 30 4. Método según una de las reivindicaciones anteriores donde en el caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  éste se calcula de forma que el ángulo de corrección de la torsión  $\Psi_{\Delta}$  depende del ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  según

$$\Delta\varphi = \frac{PD}{a_1 - b'(1 + a_1S)}$$

en función de la distancia pupilar  $PD$  del usuario de la gafa, de la distancia vértice– centro de rotación  $b'$  y de un efecto esférico  $S$  del cristal para gafa, donde  $\Delta Pr_0$  designa un efecto prismático.

- 5 5. Método según una de las reivindicaciones anteriores, donde en el caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  éste se calcula de modo que el valor  $\Delta Pr_0$  corresponde al efecto prismático de la diferencia entre los componentes horizontales y las prescripciones prismáticas para el ojo izquierdo y derecho.
- 10 6. Método según una de las reivindicaciones anteriores donde en el caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  éste se calcula de forma que el ángulo de corrección de la torsión  $\Psi_\Delta$  depende del ángulo de convergencia  $\Delta\phi$  según

$$\Delta\varphi = \frac{PD}{a_1 - b'(1 + a_1S)}$$

en función de la distancia pupilar  $PD$  del usuario de la gafa, de la distancia vértice – centro de rotación  $b'$  y de un efecto esférico del cristal para gafa.

- 15 7. Método según una de las reivindicaciones anteriores, donde en el caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  éste se calcula de modo que como matriz de la distancia focal  $S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$  del cristal para gafa se utiliza el efecto esfero-cilíndrico  $S_0$  de la prescripción para el usuario de la gafa.

- 20 8. Método según una de las reivindicaciones 1 a 6, donde en el caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  éste se calcula de modo que como matriz de la distancia focal  $S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$  del cristal para gafa se utiliza el efecto esfero-cilíndrico  $S_i$  en la zona de valoración  $i_b$ .

- 25 9. Método según una de las reivindicaciones 1 a 6, donde en caso de cálculo de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  éste se calcula de modo que como matriz de la distancia focal  $S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$  del cristal para gafa se utiliza un valor medio entre el efecto esfero-cilíndrico  $S_i$  en la zona de valoración  $i_b$  y el efecto esfero-cilíndrico en un punto de referencia del cristal para gafa, en particular el punto de referencia prismático o el punto de referencia de lejos.

- 30 10. Producto de programa informático que contiene elementos del programa concebidos, cuando se cargan y ejecutan en un ordenador, realizan un método para la optimización de un cristal para gafa, para una situación determinada de uso para la corrección por lo menos de una refracción astigmática del ojo del usuario de la gafa, que presenta en una perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo un valor de referencia de cilindro  $Z_0$  y un eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$ , que
- 35

comprende una etapa de cálculo y/o de optimización del cristal para gafa, que incluye:

- determinación de la distancia a un objeto  $a_i$  para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa;
- cálculo de una refracción astigmática transformada para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa a partir del valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y del eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  en función de la distancia determinada al objeto  $a_i$ ; y
- optimización del cristal para gafa de modo que para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la reacción astigmática transformada por el cristal para gafa en la situación de uso determinada,

donde el cálculo de la refracción astigmática transformada comprende el cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$  y/o de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  en función de la distancia al objeto determinada  $a_i$ , donde el valor del cilindro transformado  $Z_i$  según

$$Z_i = Z_0 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} \right) \left( -2 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} - 2S_0 - Z_0 \right) \right) Z_0$$

depende de una distancia  $e$  entre el cristal para gafa y el plano principal del ojo y de una esfera  $S_0$  calculada para la perspectiva de referencia -  $e_z$ , de la refracción corregida del ojo, donde  $Add$  designa un aumento de distancia focal de la perspectiva de referencia -  $e_z$  a una perspectiva -  $e_z$  del ojo correspondiente a por lo menos una zona de valoración  $i_b$ , y

donde el eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  con una perspectiva - $e_z$  del ojo correspondiente tanto a la perspectiva de referencia - $e_z$  como a una perspectiva - $e_z$  correspondiente a por lo menos una zona de evaluación  $i_b$  incluye un ángulo de torsión de corrección  $\psi_K$  que difiere de un ángulo de torsión de referencia cero entre el eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  y el eje de referencia de torsión  $e_L$  un ángulo de corrección de la torsión  $\psi_0$

$$\psi_\Delta = \frac{(\sin \vartheta) \Delta \varphi}{1 + \cos \vartheta \cos \left( \varphi + \frac{\Delta \varphi}{2} \right)}$$

que depende de un primer ángulo Helmholtz  $\vartheta$  y el segundo ángulo Helmholtz  $\varphi$  para

la perspectiva - $e_z$  del ojo correspondiente a la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  así como de un ángulo de convergencia  $\Delta \varphi$  según

$$\Delta \varphi = - \frac{PD - a_i (\Delta d_y S_{xy} + \Delta Pr_0)}{a_i - b' (1 + a_i S_{xx})}$$

en función de una distancia pupilar  $PD$  del usuario de la gafa, de una distancia al vértice del centro de rotación  $b'$  y componentes  $S_{xx}$  y  $S_{xy}$  de una matriz de la distancia



focal  $S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$  del cristal para gafa donde el valor  $\Delta Pr_0$  designa un efecto prismático y el valor  $\Delta d_y$  una diferencia de inclinación vertical de la mirada entre el ojo derecho y el izquierdo.

5 **11.** Medio de almacenamiento con el programa informático incorporado, donde dicho programa ha sido concebido cuando se carga y se ejecuta en un ordenador para realizar un método para la optimización de un cristal para gafa, para una determinada situación de uso para la corrección de por lo menos una refracción astigmática del ojo de un usuario para gafa, que presenta en la perspectiva de referencia -  $e_z$  del ojo un valor de referencia cilíndrico  $Z_0$  y un eje de referencia cilíndrico  $\alpha_0$  que incluye una etapa de cálculo y/o de optimización del cristal para gafa, que incluye:

- 15 - determinación de la distancia a un objeto  $a_i$  para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa;
- cálculo de una refracción astigmática transformada para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa a partir del valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y del eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  en función de la distancia determinada al objeto  $a_i$ ; y
- 20 - optimización del cristal para gafa de modo que para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la reacción astigmática transformada por el cristal para gafa en la situación de uso determinada,

25 donde el cálculo de la refracción astigmática transformada comprende el cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$  y/o de un eje de cilindro de transformado  $\alpha_i$  en función de la distancia al objeto determinada  $a_i$ , donde el valor del cilindro transformado  $Z_i$  según

$$30 \quad Z_i = Z_0 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} \right) \left( -2 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} - 2S_0 - Z_0 \right) \right) Z_0$$

depende de una distancia  $e$  entre el cristal para gafa y el plano principal del ojo y de una esfera  $S_0$  calculada para la perspectiva de referencia -  $e_z$ , de la refracción corregida del ojo, donde  $Add$  designa un aumento de distancia focal de la perspectiva de referencia -  $e_z$  a una perspectiva -  $e_z$  del ojo correspondiente a por lo menos una zona de valoración  $i_b$ , y

35 donde el eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  con una perspectiva - $e_z$  del ojo correspondiente tanto a la perspectiva de referencia - $e_z$  como a una perspectiva - $e_z$  correspondiente a por lo menos una zona de evaluación  $i_b$  incluye un ángulo de torsión de corrección  $\psi_K$  que difiere de un ángulo de torsión de referencia cero entre el eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  y el eje de referencia de torsión  $e_L$  un ángulo de corrección de la torsión  $\psi_0$

$$40 \quad \psi_\Delta = \frac{(\sin \vartheta) \Delta \varphi}{1 + \cos \vartheta \cos \left( \varphi + \frac{\Delta \varphi}{2} \right)}$$

que depende de un primer ángulo Helmholtz  $\vartheta$  y el segundo ángulo Helmholtz  $\varphi$  para

la perspectiva  $-e_z$  del ojo correspondiente a la por lo menos una zona de valoración

5  $i_b$  así como de un ángulo de convergencia  $\Delta\varphi$  según

$$\Delta\varphi = -\frac{PD - a_i(\Delta d_y S_{xy} + \Delta Pr_0)}{a_i - b'(1 + a_i S_{xx})}$$

en

función de una distancia pupilar  $PD$  del usuario de la gafa, de una distancia al vértice del centro de rotación  $b'$  y componentes  $S_{xx}$  y  $S_{xy}$  de una matriz de la distancia focal  $S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$  del cristal para gafa donde el valor  $\Delta Pr_0$  designa un efecto prismático y el valor  $\Delta d_y$  una diferencia de inclinación vertical de la mirada entre el ojo derecho y el izquierdo.

15 **12.** Dispositivo para la fabricación de por lo menos un cristal para gafa donde el dispositivo incluye:

- medios de obtención para la obtención de datos objetivo por lo menos de un cristal para gafa;
- medios de cálculo y optimización de un cristal para gafa para una determinada situación de uso para la corrección de por lo menos una refracción astigmática del ojo de un usuario de gafa que presenta en una perspectiva de referencia  $-e_z$  del ojo un valor de referencia de cilindro  $Z_0$  y un eje de referencia de cilindro  $\alpha_0$ , donde el cálculo y la optimización se realizan de modo que comprende una etapa de cálculo y/u optimización del cristal para gafa, e incluye:
  - determinación de la distancia al objeto  $a_i$  para por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa;
  - cálculo de una refracción astigmática transformada para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  del cristal para gafa a partir del valor de referencia del cilindro  $Z_0$  y el eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  en función de la distancia determinada al objeto  $a_i$ ; y
  - optimización del cristal para gafa de modo que para la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  se tiene en cuenta una corrección de la refracción astigmática transformada por el cristal para gafa en la determinada situación de uso,

donde el cálculo de la refracción astigmática transformada comprende el cálculo de un valor de cilindro transformado  $Z_i$  y/o de un eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  en función de la distancia al objeto determinada  $a_i$ , donde el valor del cilindro transformado  $Z_i$  según

$$Z_i = Z_0 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} \right) \left( -2 + e \left( Add + \frac{1}{a_i} - 2S_0 - Z_0 \right) \right) Z_0$$

5 depende de una distancia  $e$  entre el cristal para gafa y el plano principal del ojo y de una esfera  $S_0$  calculada para la perspectiva de referencia -  $e_z$ , de la refracción corregida del ojo, donde  $Add$  designa un aumento de distancia focal de la perspectiva de referencia -  $e_z$  a una perspectiva -  $e_z$  del ojo correspondiente a por lo menos una zona de valoración  $i_b$ , y

10 donde el eje de cilindro transformado  $\alpha_i$  con una perspectiva  $-e_z$  del ojo correspondiente tanto a la perspectiva de referencia  $-e_z$  como a una perspectiva  $-e_z$  correspondiente a por lo menos una zona de evaluación  $i_b$  incluye un ángulo de torsión de corrección  $\Psi_K$  que difiere de un ángulo de torsión de referencia cero entre el eje de referencia del cilindro  $\alpha_0$  y el eje de referencia de torsión  $e_L$  un ángulo de corrección de la torsión  $\Psi_0$

$$\psi_{\Delta} = \frac{(\sin \vartheta) \Delta \varphi}{1 + \cos \vartheta \cos \left( \varphi + \frac{\Delta \varphi}{2} \right)}$$

15 que depende de un primer ángulo Helmholtz  $\vartheta$  y el segundo ángulo Helmholtz  $\varphi$  para

la perspectiva  $-e_z$  del ojo correspondiente a la por lo menos una zona de valoración  $i_b$  así como de un ángulo de convergencia  $\Delta \varphi$  según

20

$$\Delta \varphi = - \frac{PD - a_i (\Delta d_y S_{xy} + \Delta Pr_0)}{a_i - b' (1 + a_i S_{xx})}$$

en función de una distancia pupilar  $PD$  del usuario de la gafa, de una distancia al vértice del centro de rotación  $b'$  y componentes  $S_{xx}$  y  $S_{xy}$  de una matriz de la distancia focal  $S = \begin{pmatrix} S_{xx} & S_{xy} \\ S_{xy} & S_{yy} \end{pmatrix}$  del cristal para gafa donde el valor  $\Delta Pr_0$  designa un efecto prismático y el valor  $\Delta d_y$  una diferencia de inclinación vertical de la mirada entre el ojo derecho y el izquierdo.

25

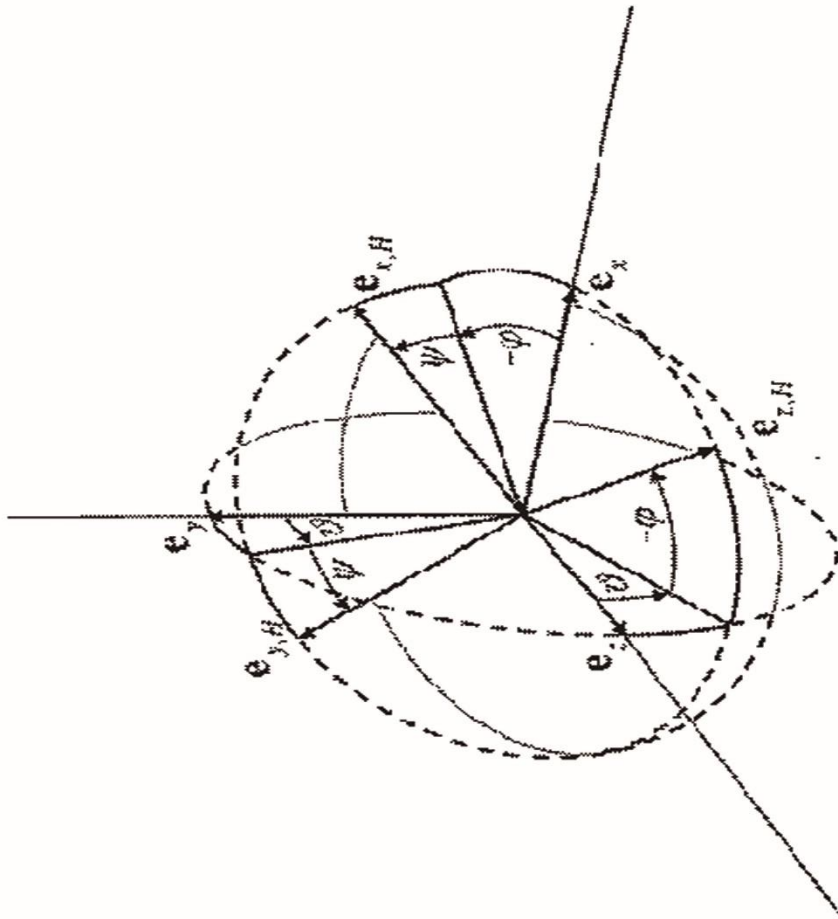
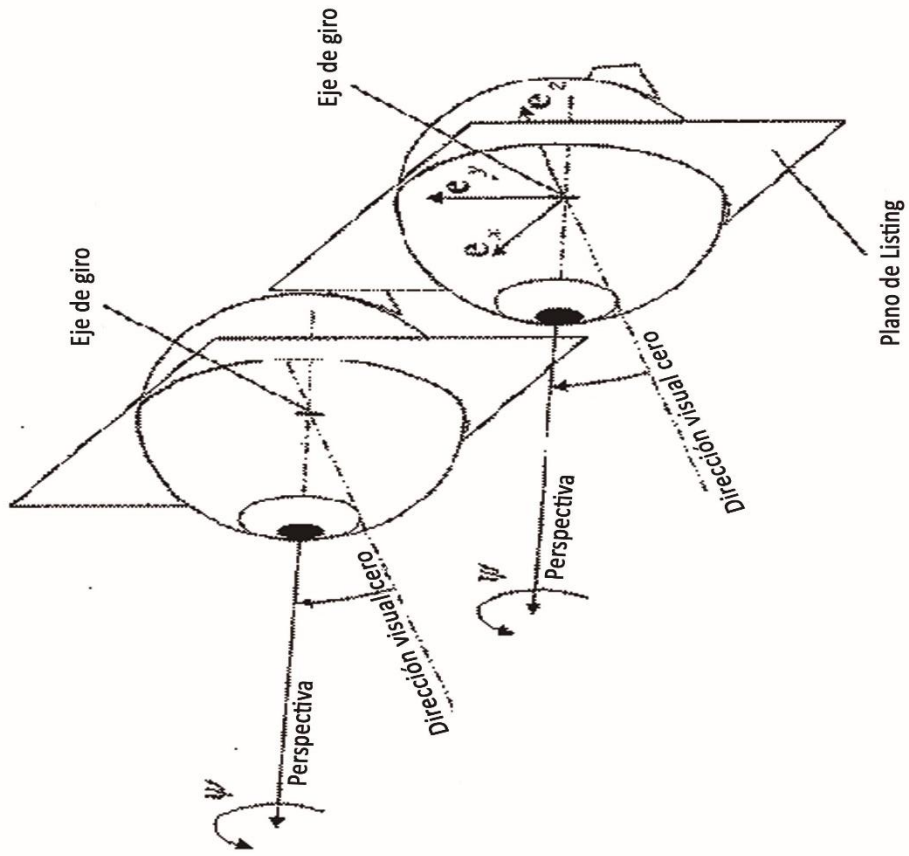


Fig. 1

Fig. 2A



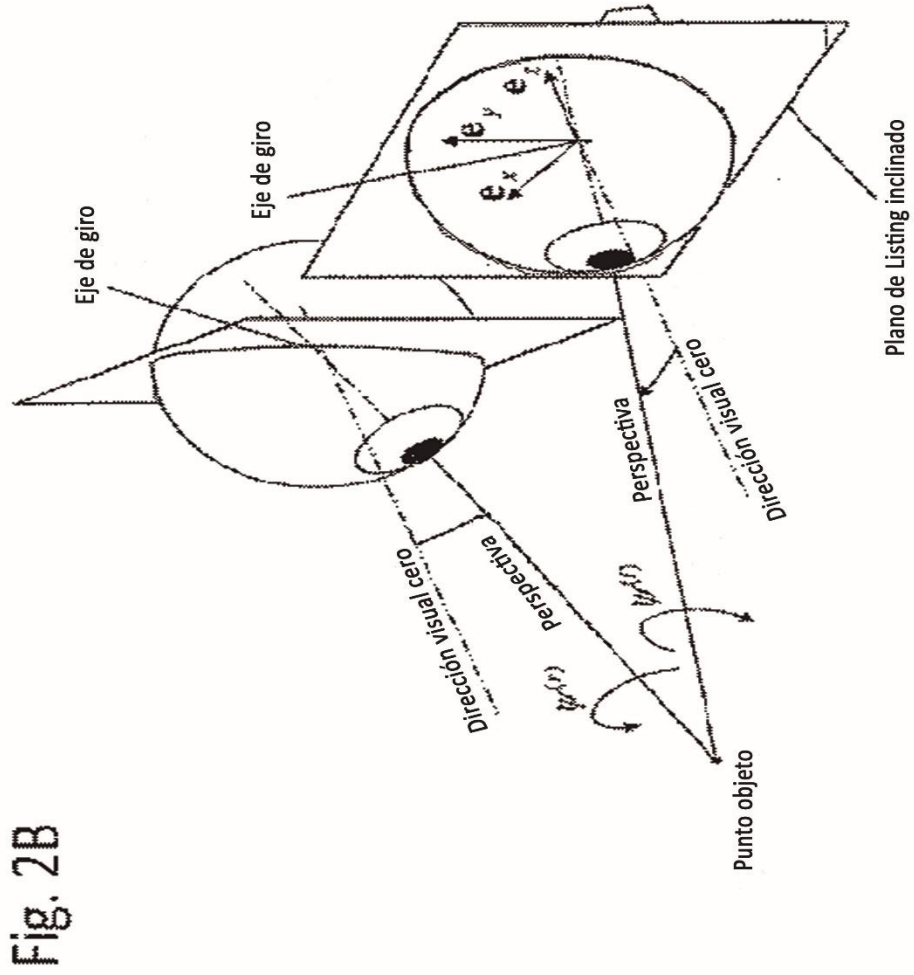


Fig. 2B



Astigmatismo (combinación cristal + ojo)

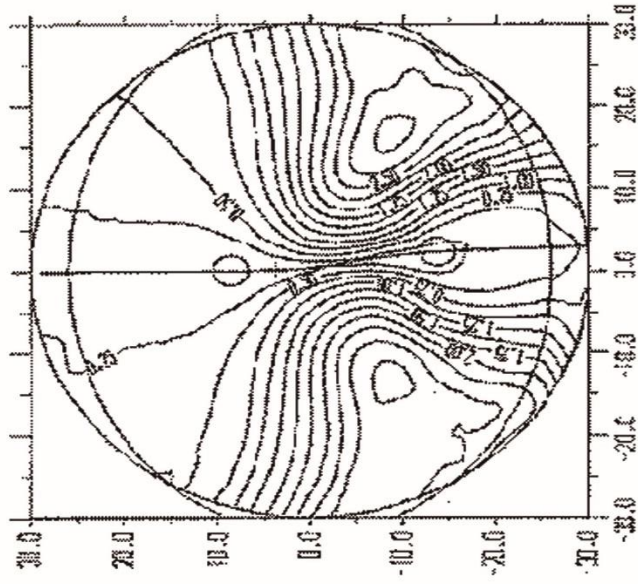


FIG.4B

Astigmatismo (combinación cristal + ojo)

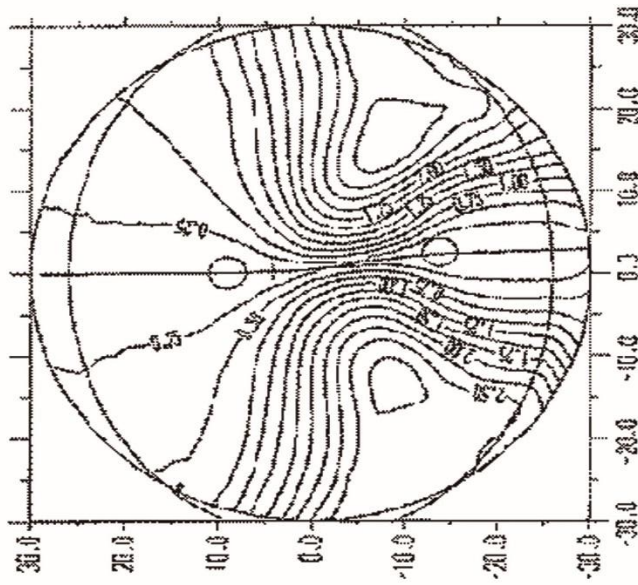


FIG.4A



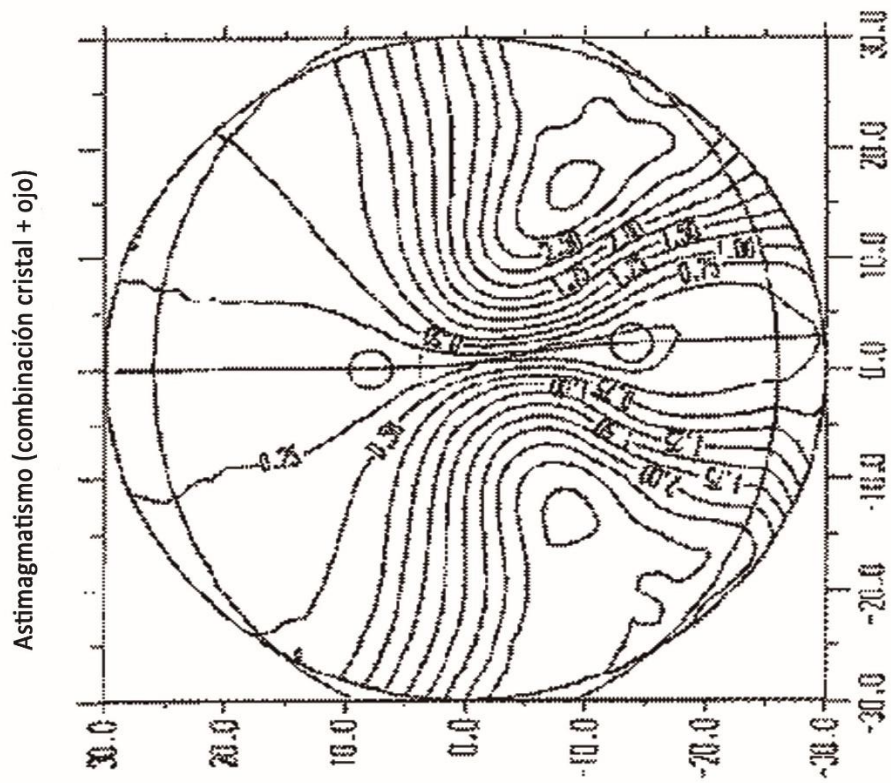
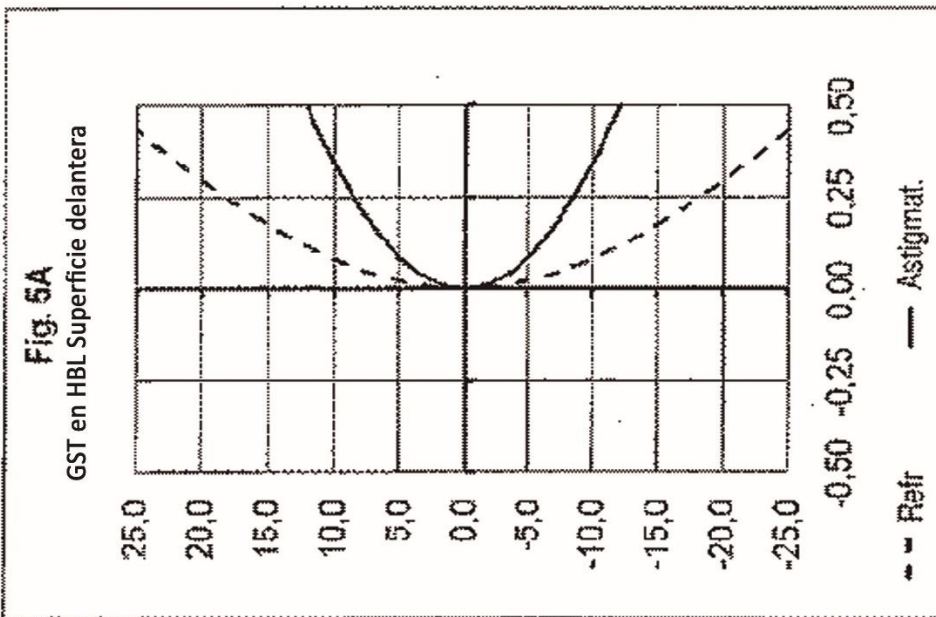
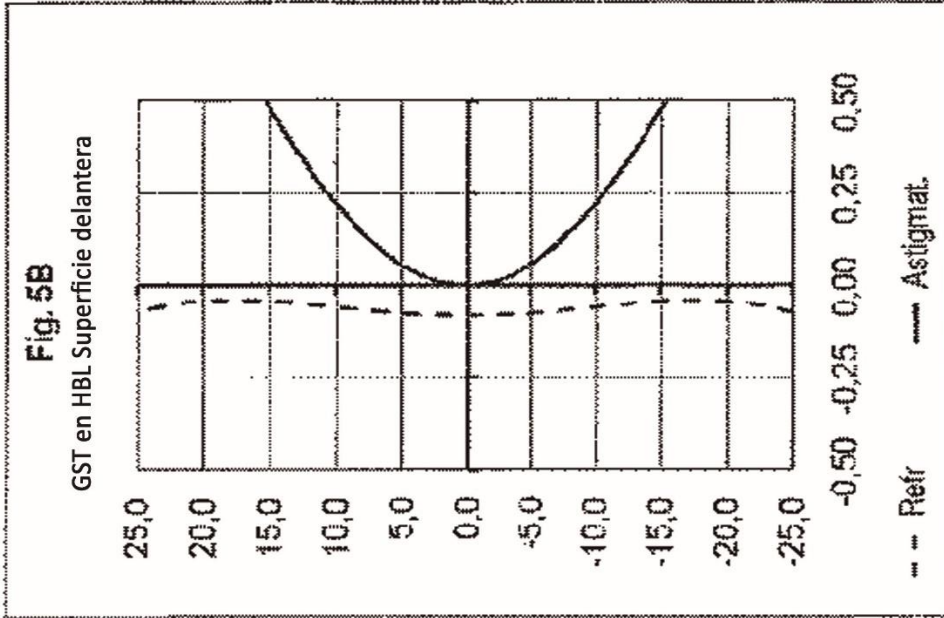
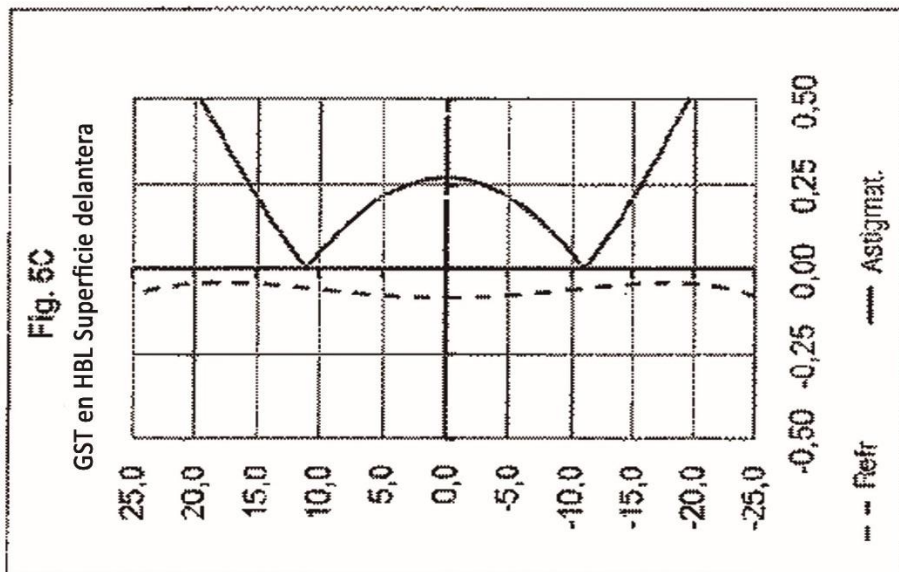
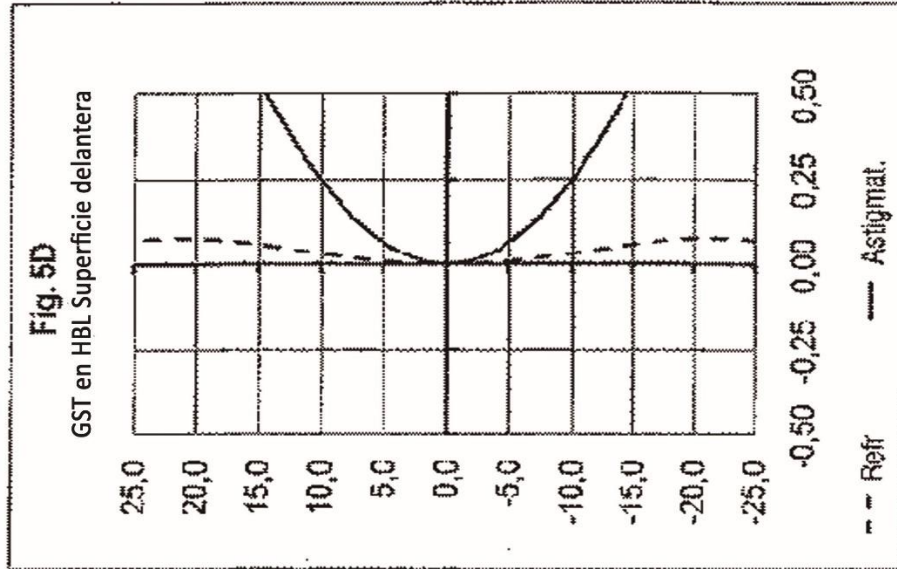
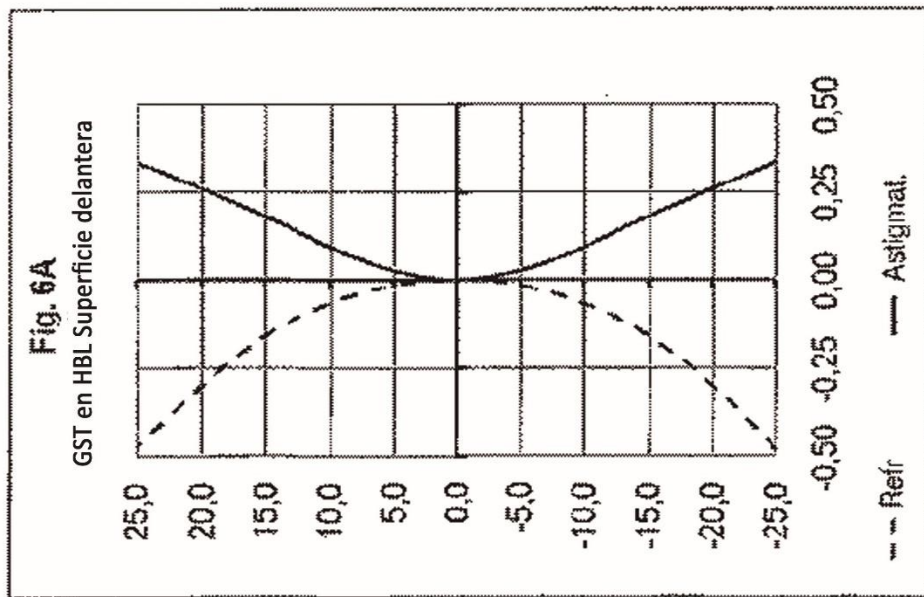
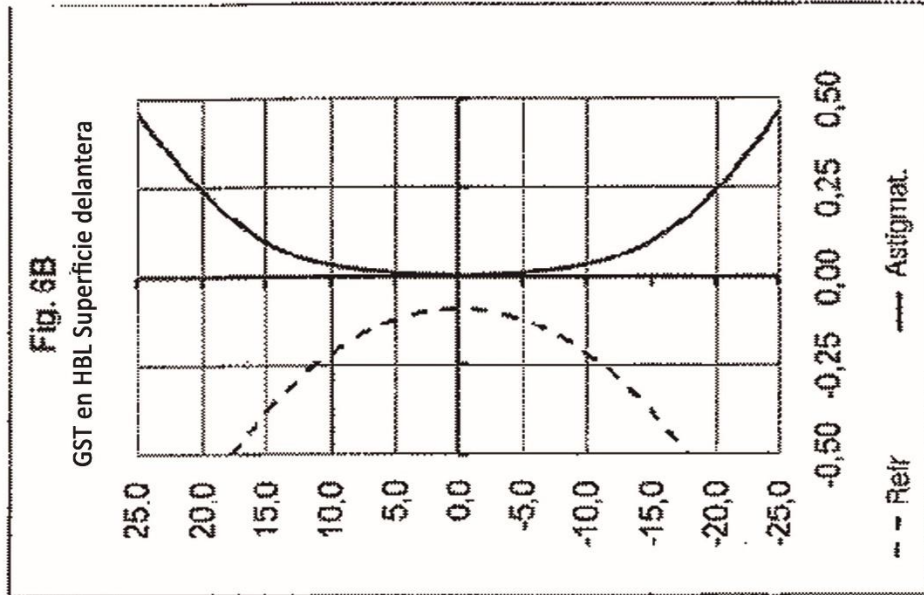
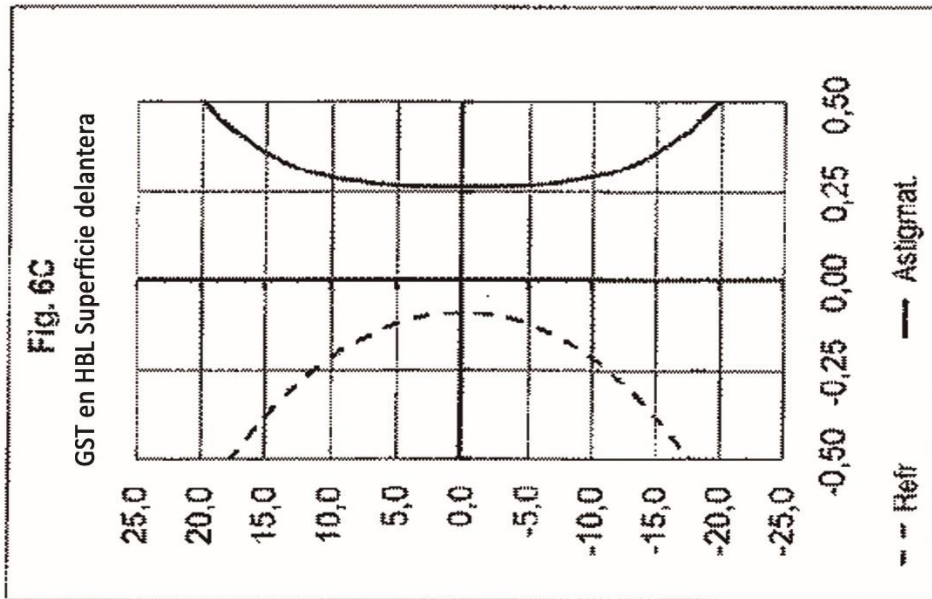
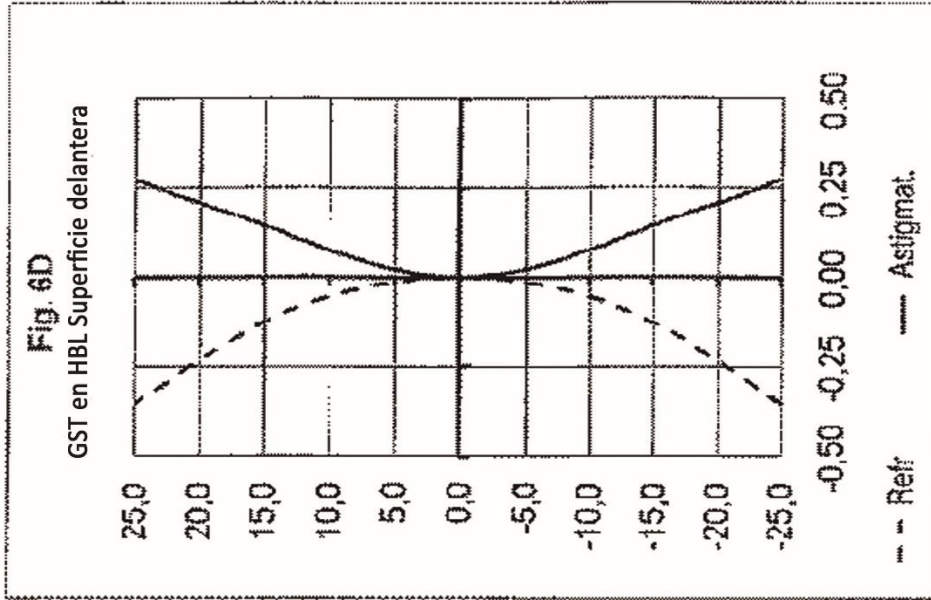


Fig.4C









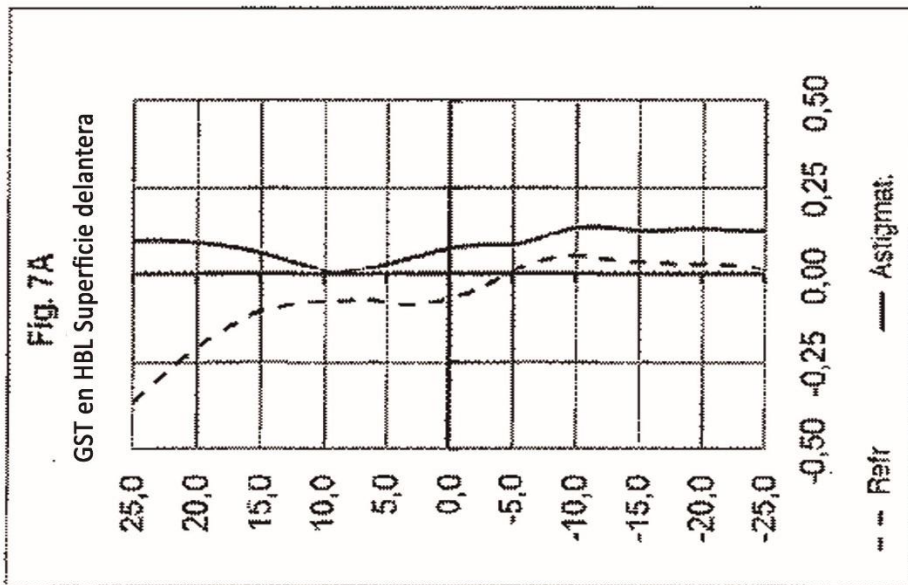
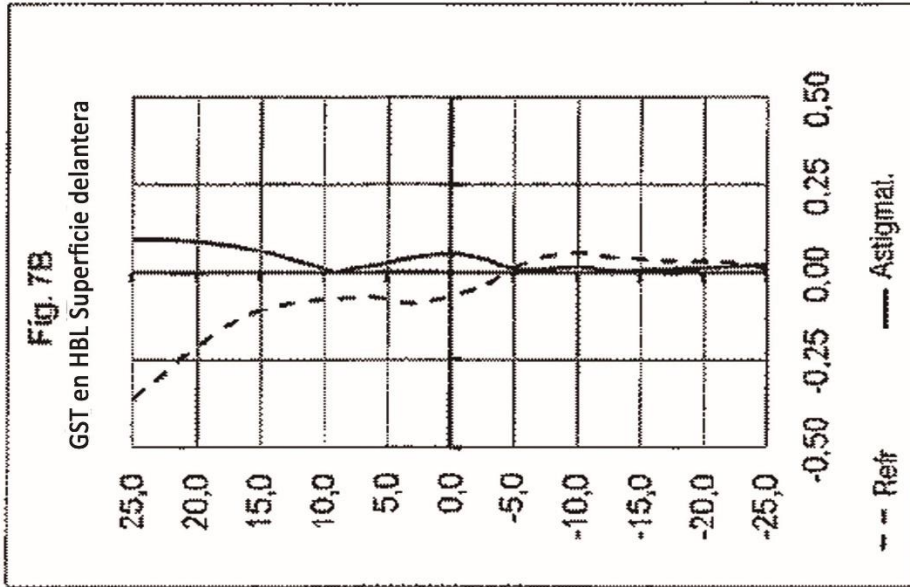


Fig. 8

