

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 632 315**

51 Int. Cl.:

G02C 7/02

(2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **16.11.2011 PCT/EP2011/005781**

87 Fecha y número de publicación internacional: **24.05.2012 WO12065737**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **16.11.2011 E 11790871 (5)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **18.01.2017 EP 2641123**

54 Título: **Método para optimizar una lente de gafa con una rejilla de difracción**

30 Prioridad:

17.11.2010 DE 102010051627

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

12.09.2017

73 Titular/es:

**RODENSTOCK GMBH (100.0%)
Elsenheimerstrasse 33
80687 München, DE**

72 Inventor/es:

**BECKEN, WOLFGANG;
ESSER, GREGOR;
ALTHEIMER, HELMUT;
MÜLLER, WERNER y
UTTENWEILER, DIETMAR**

74 Agente/Representante:

AYMAT ESCALADA, Carlos Jesús

ES 2 632 315 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Método para optimizar una lente de gafa con una rejilla de difracción.

- 5 Un cristal para gafa con una superficie delantera refractiva y una superficie trasera refractiva, compuesto por un material dispersante genera siempre en la periferia un espacio de color. Esto se cumple independiente de bajo qué criterios monocromáticos se han determinado las superficies del cristal para gafa. En particular cuando las superficies mediante una optimización individual, desde el punto de vista monocromático, constituyen la mejor solución intermedia entre diversos requisitos, como suele ocurrir con la minimización de una función objetivo, un cristal con estas superficies posee en condiciones policromáticas un espacio de color. Este espacio de color se puede compensar parcialmente por lo menos mediante la utilización de por lo menos una rejilla difractiva. Se puede elegir una rejilla difractiva que se coloca, para la corrección del espacio de color, sobre un cristal para gafa, en función del efecto dióptrico del cristal. Por el contrario la rejilla contribuye sin embargo asimismo a la acción del cristal para gafa. Mediante la rejilla difractiva se neutraliza por lo menos parcialmente el espacio de color de un cristal para gafa con superficies optimizadas sin rejilla y que generan un espacio de color. Un cristal para gafa de este tipo presenta sin embargo un defecto de refracción introducido por la rejilla difractiva.
- 10
- 15 Las patentes US 6 070 980, EP 2 108 993 A2 y D4 US 2004/0080710 A1 muestran cristales para gafa con estructuras difractivas para la corrección del espacio de color de los cristales para gafa.
- La patente EP 1 424 049 A1 muestra una lente multifocal intraocular, concebida, una vez implantada, para minimizar la aberración del ojo para por lo menos un foco.
- 20 WO 2005/098518 A1 muestra un método para el cálculo de una lente oftálmica esférica con estructuras difractivas de modo que se minimiza la aberración cromática y por lo menos una aberración monocromática del ojo.
- Uno de los objetivos de la invención es ofrecer un método para la optimización y la fabricación de un elemento óptico, por ejemplo de un cristal para gafa, que permita corregir de forma óptima tanto las características de la imagen del elemento óptico como sus defectos cromáticos.
- 25 Esto se consigue mediante un método de aplicación informática para la optimización de un elemento óptico con las características indicadas en la reivindicación 1; con un producto de programa informática con las características indicadas en la reivindicación 12, con un dispositivo para la optimización de un elemento óptico con las características indicadas en la reivindicación 13; con un método para la fabricación de un elemento óptico con las características indicadas en la reivindicación 14 y con un dispositivo para la fabricación de un elemento óptico con las características indicadas en la reivindicación 15.
- 30 Otro aspecto de la invención se refiere a un método de aplicación informática para la optimización de un elemento óptico que comprende por lo menos una rejilla difractiva que contribuye a la desviación refractiva de la luz y/o la, por lo menos, una rejilla de difracción del elemento óptico de tal forma que se minimiza el espacio de color y por lo menos una aberración de segundo orden del elemento óptico. En particular, un aspecto de la invención se refiere a un método de aplicación informática para la optimización de un elemento óptico que comprende por lo menos una rejilla difractiva, donde se optimiza por lo menos una superficie difractiva que contribuye a la desviación refractiva de la luz y/o la, por lo menos una, rejilla difractiva del elemento óptico de tal forma que se minimiza la aberración cromática longitudinal y/o los defectos transversales y por lo menos una aberración (monocromática) de segundo orden del elemento óptico. La aberración cromática longitudinal y/o el defecto transversal del elemento óptico constituyen una medida para el espacio de color del elemento óptico. De preferencia se minimiza un defecto transversal del elemento óptico.
- 35
- 40 Por elemento óptico en el sentido de la presente solicitud se entiende cualquier elemento o sistema óptico de reproducción de imagen con uno o varios componentes ópticos. El elemento óptico puede ser por ejemplo una lente o un sistema de lentes, un cristal para gafa, un prisma, etc. El elemento óptico presenta por lo menos dos superficies limitrofes (refractivas) y por lo menos una rejilla difractiva. La rejilla difractiva puede estar dispuesta por ejemplo sobre una de las superficies limitrofes refractivas. El elemento óptico puede comprender sin embargo más de dos superficies limitrofes, como por ejemplo en un sistema de lentes, en el caso de lentes laminadas o cristales para gafas, en el caso de cristales para gafas configurados como el denominado "Sistema Compuesto", que comprende por lo menos un cristal de base y un cristal de recubrimiento, etc.
- 45
- 50 Por "rejillas de difracción" en el sentido de la presente solicitud se entiende cada elemento óptico que modula y/o modifica la fase y/o la amplitud, donde son importantes los efectos de difracción. En particular, un elemento óptico

modificador de fase (POE) es un elemento que retarda o modula la fase de forma que la modificación de la longitud del camino óptico añadiendo el elemento depende del punto de paso del rayo. La rejilla de difracción puede realizarse con un elemento óptico de difracción (Diffractive Optical Element o DOE) o mediante cualquier otro tipo de modulación de fase y/o de amplitud.

- 5 La rejilla de difracción comprende por lo general una disposición periódica o casi periódica, en forma de línea de estructuras o zonas en las cuales la luz es influida de forma que son importantes los efectos de difracción. La rejilla de difracción puede ser una rejilla de difracción fina gruesa (como por ejemplo MOD = Multi-Order-DiffractiOn Gitter). La rejilla de difracción puede ser por ejemplo una rejilla de transmisión, una rejilla mecánica dividida, en particular una rejilla en dientes de sierra o Blaze, una rejilla holográfica, una rejilla que se realiza por medio de una lámina fina o una capa con índice de refracción variable (Gradient-Index-Material). Las estructuras de la rejilla de difracción
10 utilizadas pueden ser de conexión estática o en particular eléctrica. En el estado de la técnica se conocen métodos para la fabricación de rejillas de difracción estáticas o conectables.

- De preferencia se utilizan rejillas de difracción donde la diferencia de marcha entre dos líneas de rejilla contiguas suelen corresponder a un orden de difracción de $|m| = 1$ a $|m| = 4$. También es posible utilizar una rejilla MOD donde
15 la diferencia de marcha suele ser del orden de magnitud $|m| = 20$.

La rejilla de difracción se puede utilizar en el primer orden de difracción. No obstante, es posible no utilizar la rejilla de difracción en el primer orden de difracción sino en un orden superior. La rejilla de difracción puede presentar una superficie limítrofe que se calcula contra el aire. También es posible calcular una superficie limítrofe de la rejilla de difracción no contra el aire sino contra otro material.

- 20 El perfil de la rejilla de difracción puede establecerse o dimensionarse de forma adecuada. El perfil de la rejilla se establece de preferencia de forma que la eficiencia de difracción para un orden de difracción determinado es máxima. Dicho de otro modo, el perfil de la rejilla se puede establecer de forma que la intensidad de la luz difractada se concentra de preferencia en un orden de difracción. De preferencia, el perfil de la rejilla tiene forma de diente de sierra. En particular, se puede utilizar una superficie limítrofe en forma de diente de sierra (en inglés: blazed) entre
25 un material de base dispersante y aire. La escala lateral de la rejilla, es decir la constante de rejilla puede ser del orden de magnitud de la longitud de onda. Sin embargo, también es posible utilizar rejillas de difracción en las que la constante de rejilla no es del orden de la longitud de onda sino de un factor 100 por encima de ella. La rejilla de difracción se puede solapar para combinar con otra rejilla, por ejemplo con una rejilla Fresnel, que presenta un efecto dióptrico diferente de cero. El periodo de la rejilla se puede determinar de forma adecuada tal como se describe a continuación.
30

- La rejilla puede extenderse esencialmente sobre toda la zona angular del elemento óptico, por ejemplo sobre todo el rango de control de ángulo visual de un cristal para gafa. La rejilla puede disponerse de forma centrada alrededor de un punto de referencia especificado, en particular alrededor del punto de referencia prismático o alrededor del punto de centrado o de ajuste o alrededor del centro geométrico del cristal de base tubular. No obstante, también es posible disponer de forma descentrada la rejilla. Las líneas de rejilla son por lo general curvas asimétricas cerradas. En el caso de elementos de simetría de rotación las líneas de rejilla pueden ser curvas, circulares o elípticas.
35

- Una o varias de las superficies limítrofes de un elemento óptico, por ejemplo de un cristal para gafa pueden presentar rejillas de difracción. Así por ejemplo, en el caso de un cristal para gafa se puede disponer o colocar una rejilla de difracción sobre la superficie delantera y/o trasera del cristal para gafa. No obstante, es posible prever un sistema compuesto constituido por un cristal de base y un cristal de recubrimiento, donde las estructuras de rejilla se colocan sobre las caras interiores protegidas del cristal de base y/o del cristal de recubrimiento (es decir los lados opuestos al cristal de base y el de recubrimiento).
40

- De preferencia una de las aberraciones por lo menos de segundo orden del elemento óptico (de reproducción) es el defecto de refracción. El defecto de refracción constituye en particular la desviación del equivalente esférico respecto de un valor teórico dado calculado por ejemplo mediante la determinación de la refracción. Alternativamente o adicionalmente la por lo menos una aberración incluye el defecto astigmático o comprender el defecto astigmático. El defecto astigmático representa el valor de la desviación astigmática respecto de un valor teórico dado calculado por ejemplo mediante determinación de la refracción. También es posible tener en cuenta aberraciones de orden superior (por ejemplo Koma, Trefoil, aberración esférica, etc.).
45

- 50 La optimización puede comprender una modificación o una variación de por lo menos un parámetro variable de la rejilla de difracción y/o de por lo menos un parámetro variable de la superficie de refracción. De preferencia la por lo

5 menos una superficie de refracción y/o por lo menos una rejilla de difracción se describen por medio de una representación matemática flexible como por ejemplo representación Spline o una representación polinómica. De preferencia la rejilla -como se describe en lo que sigue- se describe por medio de una función de fase con por lo menos un grado de libertad o un parámetro variable. La por lo menos una superficie de refracción que contribuye a la desviación refractiva de la luz y/o la por lo menos una rejilla de difracción se modifican de preferencia u optimizan hasta que por lo menos una aberración y también el espacio de color en el sentido de la mejor solución intermedia posible se reducen de forma óptima. Dicho de otro modo, la por lo menos una superficie refractiva y/o la por lo menos una rejilla difractiva se modifica u optimiza hasta que se optimiza por lo menos una aberración así como el espacio de color. La optimización puede contener una minimización o una maximización de una función objetivo que tiene en cuenta las aberraciones en muchas zonas de valoración así como los defectos transversales y las aberraciones cromáticas longitudinales, donde la minimización/maximización de la función objetivo busca una solución intermedia adecuada entre los requisitos en muchas perspectivas.

10 En particular la optimización se puede realizar de forma que el espacio de color se encuentre en una zona dada del elemento óptico por debajo de un umbral de percepción dado. Por debajo del umbral de percepción el espacio de color no se considera molesto. El umbral de percepción puede encontrarse entre 0,04 cm/m y 0,5 cm/m. Un umbral típico de percepción es: 0,12 cm/m. La zona dada puede extenderse por todo el elemento óptico. De preferencia se calcula la por lo menos una aberración y el espacio de color en varios puntos de valoración y se analizan por medio de una función objetivo. La minimización se entiende en este caso en el sentido de encontrar de preferencia la mejor solución intermedia posible que se busca mediante una optimización en una multiplicidad de puntos de valoración o ángulos visuales.

15 Independientemente de la forma en que se obtiene la solución intermedia resulta ventajoso realizar la optimización de la por lo menos una superficie refractiva y/o la por lo menos una rejilla difractiva en posición de uso del elemento óptico, donde se tienen en cuenta de preferencia las propiedades del elemento óptico en posición de uso y con la presencia de una rejilla difractiva. Las propiedades del elemento óptico en posición de uso comprenden la por lo menos una aberración de segundo orden. El cálculo de las propiedades de un elemento óptico con por lo menos una rejilla de difracción en posición de uso se describe en lo que sigue de forma detallada.

20 Con el método según la invención se puede obtener un elemento óptico corregido de forma óptima tanto desde el punto de vista de sus propiedades de reproducción como de los defectos cromáticos. Además es posible conseguir adicionalmente una reducción del grosor del elemento óptico.

25 Si por ejemplo en el caso de un cristal para gafa delgado de un material muy quebradizo con el número de Abbe $v_d = 30$, optimizado monocromáticamente, la zona en la que se encuentra el espacio de color por debajo del umbral de percepción puede tener, según los efectos, pocos milímetros. Con el método de optimización propuesto según uno de los ejemplos de realización preferido esta zona se puede extender casi a la totalidad del cristal para gafa, lo cual corresponde a un número de Abbe teórico de $v_d = 100$ a $v_d = 200$. De este modo se puede obtener un cristal para gafa con espacio de color corregido prácticamente en toda la zona del ángulo visual. Esta mejora se puede conseguir tanto para cristales unifocales como para cristales asimétricos y en particular para cristales progresivos para gafa.

30 Para calcular un elemento óptico, por ejemplo un cristal para gafa, cuyo efecto se produce por curvatura de la superficie así como por lo menos una rejilla de difracción se optimiza y/o se varía de preferencia tanto la por lo menos una superficie de refracción como la por lo menos una rejilla de difracción del elemento óptico. Esto se puede realizar mediante la optimización y/o una variación de los parámetros de superficie y los parámetros de la rejilla difractiva.

35 De preferencia el método comprende una optimización y/o variación simultánea, de la por lo menos una superficie refractiva y la por lo menos una rejilla de difracción. La optimización se puede realizar mediante una minimización o maximización de una función objetivo que depende de la por lo menos una aberración y de la aberración cromática longitudinal y/o de los defectos transversales del elemento óptico. Esta función objetivo recibe el nombre, en lo que sigue, de función objetivo "policromática" contrariamente a la función objetivo monocromática habitual. La optimización se realiza de preferencia para una multiplicidad de zonas de valoración, por ejemplo para 1000 hasta 10000 zonas de valoración.

40 El espacio de color y/o los defectos cromáticos (aberración cromática longitudinal y/o defectos transversales) del elemento óptico pueden ser tenidos en cuenta indirectamente mediante la dependencia de la longitud de onda de las aberraciones incorporadas en la función objetivo. La aberración cromática longitudinal y/o el defecto transversal del

elemento óptico pueden introducirse directamente en la función objetivo por ejemplo mediante términos adicionales que dependen de la aberración cromática longitudinal y/o del defecto transversal. La función objetivo se analiza de preferencia en una multiplicidad de zonas de valoración.

5 De preferencia, tanto la rejilla difractiva como también las superficies refractivas que contribuyen a la desviación refractiva de la luz se hacen variar al mismo tiempo hasta que tanto la por lo menos una aberración como también el espacio de color se mantienen bajos, de forma óptima en el sentido de la mejor solución intermedia posible. Sin problemática de espacio de color el problema de calcular un elemento óptico para varios puntos de valoración, como por ejemplo un cristal para gafa para varias perspectivas, de forma correcta en cuanto a la refracción así como libre de astigmatismo es algo en lo que existe conformidad mientras los grados de libertad vengan dados únicamente por una o dos superficies variables. Un principio de solución según el estado de la técnica es en este caso la minimización/maximización de una función objetivo que tiene en cuenta las aberraciones en muchas zonas de valoración, donde la minimización/maximización de la función objetivo busca una solución intermedia adecuada entre los requisitos en muchas perspectivas. Si se tiene en cuenta el espacio de color, se tiene que resolver asimismo por lo general un problema de conformidad, incluso cuando con la rejilla se añade otro grado de libertad. 10 El problema reside nuevamente en buscar una solución intermedia adecuada. A diferencia de lo que ocurre en una optimización monocromática pura la solución intermedia según un ejemplo de realización preferido no solamente compensa los requisitos entre perspectivas diferentes sino también entre por lo menos dos longitudes de onda diferentes.

Según un ejemplo comparativo, aunque no según la invención, la función objetivo es una función F_1 de la forma:

20

$$F_1 = \sum_{\lambda} F_{\text{monochrom}}(\lambda),$$

donde $F_{\text{monochrom}}(\lambda)$ es una función objetivo monocromática para la longitud de onda λ y donde la función de onda policromática F_1 se analiza por lo menos para dos longitudes de onda diferentes.

25 Una función objetivo de este tipo se suele producir en particular debido a que una función objetivo monocromática cualquiera se toma como función de la longitud de onda y se analiza para por lo menos dos longitudes de onda diferentes y se suman por encima de por lo menos dos longitudes de onda diferentes. Como ya se ha indicado anteriormente, en este caso se tienen en cuenta las aberraciones cromáticas del elemento óptico indirectamente por la dependencia de la longitud de onda respecto de las magnitudes que entran en la función objetivo. La función objetivo monocromática puede ser por ejemplo una función objetivo monocromática conocida en el estado de la técnica. 30

$$F_1 = \sum_{i,\lambda} g_Z(i,\lambda)(Z_{\Delta}(i,\lambda) - Z_{\Delta,\text{Soll}}(i,\lambda))^2 + g_S(i,\lambda)(S_{\Delta}(i,\lambda) - S_{\Delta,\text{Soll}}(i,\lambda))^2$$

En particular la función objetivo F_1 puede ser una función objetivo de la forma:

En la fórmula anterior se tiene:

- 35 $Z_{\Delta}(i,\lambda)$ es el valor real del defecto astigmático en la i -ésima zona de valor del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
- $Z_{\Delta,\text{Soll}}(i,\lambda)$ es el valor teórico del defecto astigmático en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
- $S_{\Delta}(i,\lambda)$ es el valor real del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
- 40 $S_{\Delta,\text{Soll}}(i,\lambda)$ es el valor teórico del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
- $g_Z(i,\lambda)$ es la ponderación del valor de la desviación astigmática en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ; y
- $g_S(i,\lambda)$ es la ponderación del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ .

La función objetivo puede ser una función objetivo F_2 de la forma:

$$F_2 = F_{\text{monochrom}}(\lambda_0) + \sum_i g_{\text{FLF}}(i) \times f(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))^2$$

En la fórmula anterior se tiene:

- 5 $F_{\text{monochrom}}(\lambda)$ es una función objetivo monocromática para una longitud de onda dada λ_0 ;
 $g_{\text{FLF}}(i)$ es la ponderación de la aberración cromática longitudinal en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico;
 $\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1)$ es la matriz de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para la longitud de onda λ_1 y para la i -ésima zona de valoración;
 $\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2)$ es la matriz de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para la longitud de onda λ_2 y para la i -ésima zona de valoración; y
 10 $f(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))$ es una función de la diferencia de las matrices de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para dos longitudes de onda diferentes λ_1 y λ_2 .

- Una función objetivo del tipo anterior se produce en particular por el hecho de que se analiza una función objetivo monocromática cualquiera con una longitud de onda dada λ_0 (longitud de onda de trabajo) y se añade a esta función un término más que depende de la diferencia $(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))$ de las matrices de vergencia para por lo menos dos longitudes de onda diferentes λ_1 y λ_2 . El tipo de dependencia puede elegirse de varias formas. En particular la función f puede corresponder a la distancia dióptrica entre las matrices de vergencia o para la diferencia de los equivalentes esféricos. En el último caso la función f es una función de penalización para la aberración cromática longitudinal. La función f puede ser cualquier función para la que se cumple $f(\mathbf{0}) = 0$. De preferencia se tiene que elegir f de forma que $f(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))$ es tanto mayor cuanto aumenta la distancia dióptrica entre $\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2)$ y $\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1)$. En otra forma de realización $f(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))$ es tanto mayor cuanto más crece la distancia entre los equivalentes esféricos de $\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2)$ y $\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1)$.

Una función objetivo F_2 del tipo anterior puede ser una función objetivo de la forma:

$$F_2 = \sum_i \left(g_Z(i) (Z_{\Delta}(i, \lambda_0) - Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_S(i) (S_{\Delta}(i, \lambda_0) - S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_{\text{FLF}}(i) \times f(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))^2 \right)$$

en esta fórmula se tiene:

- 30 $Z_{\Delta}(i, \lambda)$ es el valor real del defecto astigmático en la i -ésima zona de valor del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
 $Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto astigmático en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
 $S_{\Delta}(i, \lambda)$ es el valor real del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
 $S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
 35 $g_Z(i, \lambda)$ es la ponderación del valor de la desviación astigmática en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ; y
 $g_S(i, \lambda)$ es la ponderación del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ .

- 40 Alternativamente la función objetivo puede ser una función F_3 de la forma:

$$F_3 = F_{\text{monochrom}}(\lambda_0) + \sum_i g_{\text{FQF}}(i) \times g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))^2$$

donde

$F_{\text{monochrom}}(\lambda)$ es una función objetivo monocromática para una longitud de onda dada λ_0 ;

$g_{\text{FLF}}(i)$ es la ponderación de la aberración cromática longitudinal en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico;

5 $S_{\text{SK}}(i, \lambda_1)$ es la matriz de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para la longitud de onda λ_1 y para la i -ésima zona de valoración;

$S_{\text{SK}}(i, \lambda_2)$ es la matriz de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para la longitud de onda λ_2 y para la i -ésima zona de valoración; y

10 $\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1)$ es el ángulo entre los rayos principales del lado del objeto para longitudes de onda diferentes λ_1 y λ_2 y $g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))$ es una función del ángulo entre los rayos principales del lado del objeto para diversas longitudes de onda λ_1 y λ_2 .

Una función objetivo de este tipo puede producirse debido a que se analiza una función objetivo monocromática cualquiera con una longitud de onda dada λ_0 (longitud de onda de trabajo) y se incorpora a esta función objetivo un término adicional que depende del defecto transversal. Así, la función $g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))$ representa una

15 función de penalización para el defecto transversal que viene dado por el ángulo $\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1)$ entre los rayos principales del lado del objeto para longitudes de ondas diferentes λ_1 y λ_2 . La función puede ser por ejemplo la identidad, una función trigonométrica o cualquier otra función adecuada.

[0036] Un ejemplo de función objetivo del tipo anterior es una función objetivo F_3 de la forma

$$F_3 = \sum_i \left(g_Z(i) (Z_\Delta(i, \lambda_0) - Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_S(i) (S_\Delta(i, \lambda_0) - S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_{\text{FQF}}(i) \times g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))^2 \right),$$

20 donde

$Z_\Delta(i, \lambda)$ es el valor real del defecto astigmático en la i -ésima zona de valor del elemento óptico para la longitud de onda λ ;

$Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto astigmático en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;

25 $S_\Delta(i, \lambda)$ es el valor real del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;

$S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;

30 $g_Z(i, \lambda)$ es la ponderación del valor de la desviación astigmática en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ; y

$g_S(i, \lambda)$ es la ponderación del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ .

Es también posible utilizar otra función objetivo adecuada, por ejemplo una función objetivo que sea una combinación de las funciones objetivo descritas anteriormente. En particular, la función objetivo puede contener

35 términos que dependen tanto de la aberración cromática longitudinal como del defecto transversal. Mediante la introducción de una función objetivo en el método para la optimización de un elemento óptico con por lo menos una rejilla difractiva se puede resolver el problema, en gran medida, de alcanzar de la mejor manera posible el requisito de refracción en el elemento óptico así como la reducción de defectos cromáticos. En particular, mediante la función objetivo se puede buscar una solución intermedia entre todos los requisitos para una multiplicidad de zonas de valoración y direcciones, en particular perspectivas. Para poder cumplir los diversos requisitos se propone introducir

40

grados de libertad adicionales y/o parámetros variables, es decir los grados de libertad de por lo menos una rejilla difractiva que se introduce de preferencia en la función objetivo a través de un cálculo del frente de ondas modificado.

5 Como ya se ha descrito más arriba, el método para la optimización de un elemento óptico que comprende por lo menos una rejilla difractiva puede comprender una optimización simultánea o una variación de por lo menos una superficie refractiva y la por lo menos una rejilla difractiva. En lugar de hacerlo de forma simultánea se pueden optimizar y/o variar la por lo menos una superficie refractiva y la por lo menos una rejilla difractiva del elemento óptico de forma secuencial. En particular, una optimización secuencial de la por lo menos una superficie refractiva y de la por lo menos una rejilla difractiva comprende una optimización de la por lo menos una superficie refractiva con
10 una rejilla difractiva sujeta (es decir con la parte difractiva del elemento óptico sujeta) y una optimización de por lo menos una rejilla difractiva con superficies refractivas fijas (es decir con una parte refractiva del elemento óptico fija).

Un método según el ejemplo con optimización secuencial comprende las siguientes etapas:

15 especificar un elemento óptico refractivo,
calcular una rejilla difractiva que minimice el espacio de color del elemento óptico refractivo especificado y añadir la rejilla difractiva así calculada al elemento óptico refractivo;
optimizar por lo menos una de las superficies refractivas del elemento óptico así obtenido manteniendo la rejilla difractiva sujeta de tal modo que se minimice el defecto de refracción introducido por la rejilla difractiva; y
optimización de la por lo menos una rejilla difractiva con las superficies refractivas del elemento óptico fijas de tal modo que se minimice el espacio de color introducido por la modificación superficial de la por lo menos una
20 superficie refractiva.

El elemento óptico refractivo es un elemento óptico que no presenta ninguna rejilla difractiva. El elemento óptico refractivo puede ser por ejemplo un cristal para gafa convencional o una lente o un sistema de lentes sin rejilla difractiva. El elemento óptico refractivo se ha optimizado de preferencia de forma que minimice por lo menos una aberración de segundo orden, en particular el defecto de refracción y/o el defecto astigmático. Minimizar se tiene que
25 entender en el sentido de la mejor posible solución intermedia que se busca mediante una optimización que comprende una multiplicidad de puntos de valoración o perspectivas. El elemento óptico refractivo se puede optimizar por ejemplo según un método de optimización monocromático conocido en el estado de la técnica. La optimización monocromática se puede realizar maximizando o minimizando una función objetivo monocromática en la cual se introduce como magnitud objetivo y/o término por lo menos una aberración de segundo orden.

30 La especificación de un elemento óptico refractivo comprende en particular la especificación o fijación de datos de superficie del por lo menos uno elemento óptico refractivo. Los datos de superficie pueden ser en forma de datos numéricos. De preferencia los datos de superficie se tienen en forma de una representación funcional o paramétrica con por lo menos un parámetro variable. Una representación adecuada es por ejemplo una representación Spline. Los datos de superficie se pueden guardar en una memoria adecuada.

35 El cálculo de la rejilla difractiva puede comprender una optimización de la rejilla difractiva teniendo en cuenta la posición de uso del elemento óptico con la rejilla difractiva. La optimización puede comprender por ejemplo una minimización de una de las funciones objetivo policromáticas descritas anteriormente. En algunos casos es posible sin embargo determinar o calcular únicamente de forma global la rejilla difractiva, puede realizarse por ejemplo en función del efecto total o del efecto refractivo del elemento óptico y/o del número de Abbe del elemento óptico.

40 La optimización de la por lo menos una superficie y de la por lo menos una rejilla difractiva se puede repetir de forma iterativa. Por lo general el método converge y se puede interrumpir tras una etapa elegida.

En este método para la optimización de un elemento óptico con una optimización secuencial, de preferencia iterativa, de la por lo menos una superficie refractiva y de la por lo menos una rejilla difractiva alcanzan la por lo menos una aberración y el espacio de color su mínimo imaginable, únicamente de forma aproximada, ya que el
45 método se interrumpe tras ciertas etapas limitadas. Según el número de etapas la calidad de este método puede acercarse a la calidad del método con una optimización secuencial de la por lo menos una superficie refractiva y de la por lo menos una rejilla difractiva. Una ventaja del método con una optimización secuencial, de preferencia iterativa, de la por lo menos una superficie refractiva y de la por lo menos una rejilla difractiva puede ser la utilización de una función objetivo más simple, por ejemplo una función objetivo según el estado de la técnica. No obstante es
50 posible utilizar una función objetivo policromática como la descrita anteriormente.

Cuando además no se pretende lograr una compensación completa del espacio de color sino que se permite cierto defecto residual del espacio de color, suele resultar suficiente por lo general una elección global relativa de la rejilla de modo que ésta no se tenga que determinar mediante una optimización o una función objetivo.

5 De preferencia la especificación de un elemento óptico refractivo comprende una optimización de por lo menos una de las superficies refractivas del elemento óptico refractivo, que se produce para minimizar por lo menos una aberración de segundo orden, de preferencia el defecto de refracción del elemento óptico. La optimización de la por lo menos una superficie refractiva se realiza de preferencia de forma monocromática, es decir que la optimización se realiza -como se sabe por el estado de la técnica- sin tener en cuenta la dependencia de la longitud de onda.

10 De preferencia la optimización monocromática se realiza de forma que se minimiza el defecto de refracción y/o el defecto astigmático donde en por lo menos un punto de referencia el poder refringente del elemento óptico es prácticamente igual a un valor teórico dado (S_{Rezept}). En el caso de un cristal para gafa, la optimización monocromática se realiza de forma que en por lo menos un punto de referencia del cristal para gafa el poder refringente del cristal para gafa es prácticamente igual al valor de receta S_{Rezept} dado, calculado por determinación de la refracción.

15 El punto de referencia dado puede ser el centro óptico del elemento óptico, el vértice del elemento óptico u otro punto de referencia adecuado. En el caso de un cristal para gafa, el punto de referencia puede ser por ejemplo el punto de referencia de lejos, el punto de adaptación y/o de centrado, el punto de referencia de cerca, el punto de referencia prismático, el centro óptico, el centro geométrico del cristal para gafa tubular, etc. En el caso de cristales para gafa no prismáticos el centro óptico suele coincidir con el punto de referencia prismático. En el caso de cristales para gafa prismáticos el centro óptico se encuentra por lo general en un punto, cuya situación se puede determinar numéricamente, por lo general, y que no tiene que coincidir con ningún punto de referencia particularmente designado o mencionado en el cristal para gafa. La posición del centro óptico se determina por aproximación resolviendo la ecuación para el prisma total que se obtiene según la regla de Prentice $\mathbf{Pr} := \mathbf{Pr}_0 - \mathbf{S}'_{\infty} \mathbf{r} = \mathbf{0}$ (donde \mathbf{Pr}_0 es el prisma de prescripción y \mathbf{S}'_{∞} es la matriz del poder refringente del vértice) $\mathbf{r} \text{ a } \mathbf{r} = (\mathbf{S}'_{\infty})^{-1} \mathbf{Pr}_0$.

25 Según otro ejemplo de realización el método para la optimización de un elemento óptico con por lo menos una rejilla difractiva comprende las siguientes etapas:

Especificación de un elemento óptico refractivo;
optimización de por lo menos una de las superficies refractivas del elemento óptico refractivo de tal forma que la parte refractiva $S_{ref0}(\lambda_d)$ del poder refringente en un punto de referencia dado del elemento óptico

30 refractivo y para una longitud de onda dada λ_d alcanza el valor $\frac{S_{Rezept}}{1 - \frac{1}{v_d} \cdot \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C}}$; y

cálculo de una rejilla difractiva que minimiza el espacio de color del elemento óptico refractivo, y añadir la rejilla difractiva así calculada al elemento óptico refractivo optimizado, donde:

35 S_{Rezept} designa un valor teórico dado;
 v_d el número de Abbe de los cristales de base;
 λ_F la línea F-Fraunhofer, que se incorpora en la definición del número de Abbe; y
 λ_C la C-Fraunhofer, que se incorpora en la definición del número de Abbe.

40 La optimización de la por lo menos una superficie refractiva del elemento óptico refractivo se realiza monocromáticamente, es decir sin tener en cuenta una dependencia de las longitudes de onda. En el caso de un cristal para gafa la optimización monocromática se realiza de modo que en por lo menos un punto de referencia del cristal para gafa el poder refringente refractivo del cristal para gafa es prácticamente igual al valor de receta S_{Rezept} calculado por determinación de la refracción, dividido por el factor $(1 - \frac{1}{v_d} \cdot \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C})$.

45 Debido al efecto prismático de la rejilla difractiva, el elemento difractivo presenta según la regla de Prentice asimismo un efecto dióptrico. Para una longitud de onda dada λ_d el poder refringente real $S_0(\lambda_d)$ de un elemento óptico de espacio de color corregido es su poder refringente refractivo $S_{ref,0}(\lambda_d)$:

$$S_0(\lambda_d) = S_{ref,0}(\lambda_d) \left(1 - \frac{1}{v_d} \cdot \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C} \right).$$

En lugar de optimizar en un método iterativo las superficies del elemento óptico de forma que el poder refringente del elemento óptico afecte el valor dado teórico S_{Rezept} (es decir $S_{ref,0}(\lambda_d) = S_{Rezept}$), se propone según este ejemplo predecir la modificación del poder refringente por la rejilla difractiva. Esto significa en particular que la optimización de la por lo menos una superficie refractiva se configura de antemano de modo que todo el efecto ulterior adopte el valor teórico dado S_{Rezept} (es decir $S_0(\lambda_d) = S_{Rezept}$). La optimización del elemento óptico refractivo se produce por lo tanto de forma que se cumple $S_{ref,0}(\lambda_d) = \frac{S_{Rezept}}{\left(1 - \frac{1}{V_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C}\right)}$.

En una etapa siguiente se introduce una rejilla difractiva de forma que compensa y/o minimiza el espacio de color del elemento óptico refractivo optimizado.

Como ya se ha explicado antes, el cálculo de la rejilla difractiva puede comprender una optimización de la rejilla difractiva teniendo en cuenta la posición de uso del elemento óptico con la rejilla difractiva. La optimización puede comprender por ejemplo una minimización de una de las funciones objetivo policromáticas descritas anteriormente. En algunos casos es sin embargo posible determinar y/o calcular la rejilla difractiva únicamente de forma global, por ejemplo en función del efecto total o del efecto refractivo del elemento óptico y del número de Abbe del elemento óptico.

El método presentado anteriormente a modo de ejemplo tiene la ventaja de que comparativamente, los cálculos son escasos y sin embargo se puede obtener una corrección óptima del espacio de color (en el marco de las posibilidades de la rejilla). En cambio se minimiza el defecto de refracción de forma solamente aproximada ya que después de añadir la rejilla difractiva ya no se optimizan nuevamente las superficies en posición de uso. En muchos casos sin embargo, se puede tener en cuenta lo anterior. Otra de las ventajas es la posibilidad de utilizar funciones objetivo más sencillas, por ejemplo funciones objetivo conocidas en el estado de la técnica.

Según otro ejemplo el método para optimizar un elemento óptico con por lo menos una rejilla de difracción comprende las siguientes etapas:

- especificación de un elemento óptico refractivo con un poder refringente $S_{ref,0}(\lambda_d) = \frac{S_{Rezept}}{\left(1 - \frac{1}{V_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C}\right)}$ en un punto de referencia dado y para una longitud de onda dada λ_d ,
- cálculo de una rejilla difractiva, concebida para minimizar el espacio de color del elemento óptico refractivo y añadir la rejilla difractiva así calculada al elemento óptico refractivo; y
- optimizar por lo menos una de las superficies refractivas del elemento óptico así obtenido con una rejilla difractiva fija de forma que se minimice el defecto de refracción introducido por la rejilla óptica.

En lugar de determinar después la rejilla difractiva como en el método descrito anteriormente, se puede determinar desde el principio la rejilla difractiva como rejilla que compensa el espacio de color de un elemento óptico refractivo con un poder refractivo $S_{ref,0}(\lambda_d) = \frac{S_{Rezept}}{\left(1 - \frac{1}{V_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C}\right)}$.

Como ya se ha indicado anteriormente, el cálculo de la rejilla difractiva puede comprender una optimización de la rejilla difractiva teniendo en cuenta la posición de uso del elemento óptico con la rejilla difractiva. La optimización puede comprender por ejemplo una minimización de una de las funciones objetivo policromáticas descritas anteriormente. En algunos casos es sin embargo posible determinar y/o calcular sólo de forma global la rejilla difractiva. En particular la rejilla difractiva se puede determinar y/o calcular en función de defecto total o del defecto refractivo del elemento óptico y/o del número Abbe del elemento óptico.

El método anterior tiene la ventaja de que con un aparato de cálculo comparativamente reducido se puede obtener una corrección óptima del defecto de refracción en una corrección aproximada del espacio de color. En particular se puede minimizar el defecto de refracción de la mejor forma posible en posición de uso del elemento óptico (por ejemplo del cristal para gafa). En cambio sólo se minimiza aproximadamente el espacio de color ya que la optimización de superficies (de preferencia en posición de uso y por medio del cálculo del frente de ondas) es la última etapa realizada en la cual se conocen ya todas las demás magnitudes (como por ejemplo la por lo menos una rejilla difractiva). En muchos casos se puede tener en cuenta la minimización aproximativa del defecto de espacio de

color. Otra ventaja es la posibilidad de utilizar funciones objetivo más sencillas, por ejemplo funciones objetivo conocidas en el estado de la técnica.

De preferencia la por lo menos una aberración del elemento óptico con la por lo menos una rejilla difractiva se calcula mediante el cálculo del frente de ondas teniendo en cuenta la rejilla difractiva.

- 5 El cálculo del frente de ondas se realiza de preferencia en una posición de uso dada del elemento óptico, que se caracteriza por unos parámetros medios o individuales. Cuando el elemento óptico es un cristal para gafa, los parámetros de la posición de uso comprenden el ángulo de inclinación de la montura, la inclinación longitudinal, la distancia córnea-vértice, la distancia pupilar y eventualmente otros parámetros. El cálculo del frente de ondas, teniendo en cuenta la rejilla difractiva, se describe a continuación de forma detallada.
- 10 El método para la optimización de un elemento óptico que comprende por lo menos una rejilla difractiva puede comprender además la obtención de datos relativos a un efecto a alcanzar del elemento óptico y/o datos relativos a una posición de uso individual o media del elemento óptico (por ejemplo del cristal para gafa). El efecto a conseguir puede comprender un efecto esférico y/o astigmático y/o prismático. En el caso de un cristal para gafa los datos relativos a un efecto a alcanzar del elemento óptico pueden ser datos de receta de un usuario de gafa o, expresado de otro modo, datos de receta para el cristal para gafa que se tiene que optimizar. Los datos relativos a una posición de uso individual o media del cristal para gafa pueden comprender el ángulo de inclinación de la montura y/o la distancia córnea-vértice y/o la inclinación longitudinal y/o la distancia pupilar y/u otros datos que caracterizan la posición de uso del cristal para gafa.

De preferencia el elemento óptico es un cristal para gafa.

- 20 Otro aspecto de la invención se refiere a un producto de programa informático, es decir a un programa informático reivindicado en la categoría de dispositivo, así como un soporte de datos que contiene un programa informático, donde dicho programa informático está concebido de forma que una vez cargado y ejecutado en un ordenador ejecute un método preferido, a modo de ejemplo, para la optimización de un elemento óptico con por lo menos una rejilla difractiva.
- 25 Además se propone un dispositivo para la optimización de un elemento óptico con por lo menos una rejilla difractiva, donde el dispositivo comprende unos medios de optimización, concebidos para realizar una optimización del elemento óptico según un método preferido, a modo de ejemplo, para la optimización de un elemento óptico. Los medios de optimización pueden implementarse mediante ordenadores programados o configurados adecuadamente, hardware y/o redes informáticas o sistemas informáticos, etc.
- 30 El dispositivo puede comprender además los medios concebidos para obtener datos relativos a un efecto que se desea alcanzar del elemento óptico y/o datos relativos a una posición de uso media o individual del elemento óptico (por ejemplo del cristal para gafa).

Otro aspecto de la invención se refiere a un método para la fabricación de un elemento óptico, en particular un cristal para gafa con por lo menos una rejilla difractiva, donde el método comprende la optimización del elemento óptico según un método de la invención, a modo de ejemplo, para la optimización de un elemento óptico.

- 35 El método para la fabricación de un elemento óptico puede contener además:
 facilitar datos de elaboración del elemento óptico optimizado; y
 fabricar el elemento óptico según los datos de elaboración facilitados.

- 40 Los datos de elaboración pueden comprender datos de la superficie de los componentes ópticos que constituyen el elemento óptico, así como datos de la por lo menos una rejilla difractiva. Los datos superficiales pueden ser por ejemplo datos de las superficies limítrofes, un cristal para gafa o un sistema de lentes. Los datos de la por lo menos una rejilla difractiva pueden ser por ejemplo el periodo de rejilla, el perfil de rejilla, la topología de rejilla, etc. Además, los datos de elaboración relativos al índice de refracción de los componentes ópticos que constituyen el elemento óptico pueden estar en forma numérica o funcional.
- 45 En el estado de la técnica se conocen métodos para la fabricación de un elemento técnico con por lo menos una rejilla difractiva en virtud de datos especificados. En particular la fabricación puede comprender una selección de lentes en bruto con dos superficies limítrofes refractivas. Una de las superficies de la lente en bruto puede terminarse de elaborar en función de los datos de elaboración facilitados. Por el estado de la técnica se conocen métodos para la fabricación de superficies con la topografía deseada (superficie de forma libre) y para formar una

rejilla difractiva.

Otro aspecto de la invención se refiere a un dispositivo para la fabricación de un elemento óptico, en particular un cristal para gafa con por lo menos una rejilla difractiva, que comprende medios de optimización, concebidos para realizar una optimización del elemento óptico según un método de la invención, a modo de ejemplo, para la optimización de un elemento óptico. Los medios de optimización se describieron ya en detalle en relación con el dispositivo para la optimización de un elemento óptico con por lo menos una rejilla difractiva.

El dispositivo para la fabricación de un elemento óptico, en particular un cristal para gafa, con por lo menos una rejilla difractiva, puede comprender además unos medios de tratamiento (por ejemplo máquinas de control numérico), concebidos para fabricar elementos ópticos optimizados. Además el dispositivo puede comprender soportes de datos concebidos para almacenar datos (por ejemplo datos de elaboración) del elemento óptico optimizado.

A continuación se describen, con referencia a las figuras y a modo de ejemplo, formas de realización preferidas de la invención.

- 15 La Fig. 1A, B Muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 1A) y el defecto transversal (Fig. 1B) de un cristal según un primer ejemplo comparativo que ha sido optimizado según una función objetivo monocromática;
- La Fig. 2A, B Muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 2A) y el defecto transversal (Fig. 2B) de cristales que han sido optimizados según una función objetivo policromática de primer tipo (primer ejemplo) y una segunda de tipo 2 (segundo ejemplo);
- 20 La Fig. 3A, B Muestra el efecto de receta, el efecto refractivo, el efecto difractivo y el efecto total en el centro del cristal como función de la longitud de onda según el primer ejemplo comparativo (Fig. 3A) y los cristales según el primero y el segundo ejemplo (Fig. 3B);
- La Fig. 4A, B Muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 4A) y el defecto transversal (Fig. 4B) de un cristal según un segundo ejemplo comparativo que ha sido optimizado según una función objetivo monocromática;
- 25 La Fig. 5A, B Muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 5A) y el defecto transversal (Fig. 5B) de un cristal según un tercer ejemplo, que ha sido optimizado según una función objetivo policromática de primer tipo;
- La Fig. 6A, B Muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 6A) y el defecto transversal (Fig. 6B) de un cristal según un cuarto ejemplo que ha sido optimizado según una función objetivo policromática de segundo tipo;
- 30 La Fig. 7A - C Muestra el efecto de receta, el efecto refractivo, el efecto difractivo y el efecto total en el centro de cristal como función de la longitud de onda del cristal según el segundo ejemplo comparativo (Fig. 7A) del cristal según el tercer ejemplo (Fig. 7B) y del cristal según el cuarto ejemplo (Fig. 7C);
- 35 La Fig. 8A - C Muestra la aberración cromática longitudinal con la longitud de onda λ_c , el defecto de refracción con la longitud de onda λ_f y la aberración cromática longitudinal con el cristal según el segundo ejemplo comparativo (Fig. 8A), en el cristal según el tercer ejemplo (Fig. 8B) y en el cristal según el cuarto ejemplo (Fig. 8C);
- 40 La Fig. 9A - C Muestra el espacio de color de un cristal para gafa para diversos ángulos visuales a) 0°, b) 10°, c) 20°, d) 30°, donde la Fig. 9A muestra una imagen no corregida por un cristal para gafa optimizado monocromático, la Fig. 9B una imagen por un cristal para gafa con espacio de color corregido, sin optimización ulterior esférica de las superficies refractivas y la Fig. 9C muestra una imagen por un cristal para gafa que ha sido optimizado posteriormente de forma esférica y mediante una optimización simultánea del espacio de color;
- 45 La Fig. 10A - C Muestra una corrección del espacio de color, a modo de ejemplo, de un cristal unifocal no corregido, donde la Fig. 10A muestra el espacio de color de un cristal unifocal no corregido con número de Abbe 58,5; la Fig. 10B muestra el espacio de color de un cristal unifocal con un número de Abbe de 40,5 y la Fig. 10C muestra el espacio de color de un cristal unifocal con espacio de color corregido, con un número de Abbe efectivo de aproximadamente 130;
- 50 La Fig. 11A - D Muestra una corrección del espacio de color, a modo de ejemplo, de un cristal para gafa progresivo, donde la Fig. 11A muestra el astigmatismo en posición de uso del cristal para gafa, la Fig. 11B la fase difractiva y/o la forma de las líneas de la rejilla difractiva, la Fig. 11C el espacio de color del cristal para gafa no corregido y la Fig. 11D el espacio de color del cristal para gafa corregido;

- La Fig. 12 Muestra la difracción de un frente de ondas plano al incidir sobre una superficie limítrofe con una estructura periódica;
- La Fig. 13 Muestra la distribución angular de la intensidad en una rejilla en diente de sierra colocada sobre una de las superficies de un prisma;
- 5 La Fig. 14 Muestra la eficiencia de difracción como función de la longitud de onda;
- La Fig. 15 Muestra el principio de corrección del espacio de color por una rejilla difractiva;
- La Fig. 16 Muestra un esquema del recorrido del rayo para un cálculo del mismo y del frente de ondas en un sistema óptico;
- 10 Fig. 17 Muestra un esquema del recorrido del rayo para el cálculo del mismo y del frente de ondas en un cristal para gafa;
- La Fig. 18 Muestra el recorrido del rayo en el caso de una superficie limítrofe plana con una rejilla difractiva;
- La Fig. 18A Muestra una posición recíproca del sistema de coordenadas x, y, z del frente de ondas incidente respecto del sistema de coordenadas de la superficie de base;
- 15 La Fig. 19 Muestra las líneas de una rejilla difractiva, periódica simple sobre una superficie limítrofe plana;
- La Fig. 20 Muestra las líneas de una rejilla difractiva sobre una superficie limítrofe plana;
- La Fig. 21 Muestra las líneas de una rejilla difractiva sobre una superficie limítrofe curvada
- La Fig. 22 Muestra un esquema que ilustra la transición entre el campo vectorial $\mathbf{d}(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ y la función de fase $\psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$.

20 En los ejemplos siguientes el elemento óptico es un ejemplo de cristal para gafa. El elemento óptico puede ser sin embargo un sistema óptico de reproducción cualquiera como por ejemplo una lente, un sistema de lentes, etc. Los efectos con una función objetivo del tipo 1, F1 no entran dentro del ámbito de protección de la reivindicación 1.

Para la realización de un método de optimización preferido según la invención existen diversas modalidades.

Método iterativo

25 En este método se optimiza o modifica sucesivamente por lo menos una de las superficies refractivas del cristal para gafa que contribuye a la refracción y la por lo menos una rejilla difractiva.

30 En una primera etapa se realiza una optimización monocromática por lo menos de una de las superficies que contribuye a la refracción (denominada en lo que sigue superficie del cristal) de un cristal para gafa que no presenta ninguna rejilla difractiva. En particular se modifica y/u optimiza por lo menos una de las superficies de cristal hasta que se minimiza el defecto de refracción y/o el defecto astigmático. La optimización monocromática se realiza de modo que el poder refringente refractivo en por lo menos un punto de referencia del cristal para gafa adopta por ejemplo el valor de receta $S_{\text{Rezept}}(S_{\text{ref. o}}(\lambda_d)) = S_{\text{rezept}}$. El valor de receta es el valor calculado para un usuario de gafa por ejemplo por determinación de la refracción, necesario para corregir una ametropía del usuario de la gafa. El punto de referencia puede ser por ejemplo el punto de referencia de lejos, el punto de adaptación y/o el punto de centrado, el centro óptico o geométrico del cristal para gafa o bien otro punto adecuado sobre el cristal para gafa. La optimización monocromática se puede realizar para una longitud de onda adecuada cualquiera, de preferencia la optimización monocromática se realiza para la longitud de onda λ_d que entra también en la definición del número de Abbe. De preferencia el cristal para gafa se optimiza en posición de uso. Se conocen en el estado de la técnica (por ejemplo WO 2008/089999 A1) métodos para la optimización monocromática de cristales para gafas.

40 En una tercera fase se añade una rejilla difractiva manteniendo fijas las superficies de cristal. La rejilla difractiva se determina o calcula para corregir de forma óptima el espacio de color optimizado en la etapa anterior. Mediante la adición de la rejilla difractiva se añade sin embargo un defecto de refracción.

45 En una cuarta etapa puede optimizarse interiormente una de las superficies de cristal que contribuye a la refracción hasta que se vuelve a compensar el defecto de refracción adicional introducido por la rejilla. En una próxima etapa se adapta entonces la rejilla para volver a compensar el espacio de color originado por la modificación de las superficies en la cuarta etapa.

50 Como para números de Abbe convencionales el poder refringente de una rejilla que tiene que compensar el espacio de color de un cristal para gafa es del orden del 5% al 10% del poder refringente refractivo del cristal para gafa, las modificaciones en el método iterativo se van haciendo cada vez más pequeñas de modo que el método converge en general y se puede interrumpir después de una etapa que se considere adecuada.

En este método, tanto el espacio de color como el defecto de refracción alcanzan su mínimo imaginable sólo de forma aproximada ya que el método se interrumpe después de un número limitado de etapas.

Puesta a disposición de poder refringente refractivo

5 Como ya se ha indicado anteriormente, una rejilla difractiva presenta también un poder refringente refractivo. El poder refringente real de un cristal para gafa que presenta una rejilla difractiva se puede representar como la suma del poder refringente del cristal para gafa que se obtiene mediante superficies refractivas puras y el poder refringente refractivo de la rejilla difractiva. En particular el poder refringente real $S_{ref,0}(\lambda_d)$ de un cristal de espacio de color compensado con un poder refringente refractivo $S_{ref,0}(\lambda_d)$ viene dado por

$$S_0(\lambda_d) = S_{ref,0}(\lambda_d) \left(1 - \frac{1}{v_d} \cdot \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C} \right), \tag{1}$$

10 donde $v_d = (n_d - 1)(n_F - n_C)$ es el número de Abbe (alternativo) del material óptico del cristal para gafa y n_d, n_F y n_C son los índices refringentes del material óptico con las longitudes de onda λ_d, λ_F y λ_C . De preferencia $\lambda_d = 587,562$ nm, $\lambda_F = 486,134$ nm y $\lambda_C = 656,281$ nm.

En lugar de optimizar en un método iterativo por lo menos una de las superficies de cristal de forma que el poder refringente refractivo del cristal para gafa adopte en por lo menos un punto de referencia el valor de receta S_{Rezept} ($S_{ref,0}(\lambda_d) = S_{Rezept}$) la modificación del poder refringente se puede conseguir mediante una rejilla especificada. Esto significa que la optimización de por lo menos una de las superficies de cristal en una primera etapa se ha configurado de antemano de modo que el poder refringente total ulterior del cristal para gafa con la rejilla en por lo menos un punto de referencia adopta el valor de receta, por lo que se cumple $S_0(\lambda_d) = S_{Rezept}$. La optimización monocromática refractiva de las superficies de cristal se produce por lo tanto de forma que para el poder refringente del cristal para gafa en el punto de referencia especificado se cumple la condición

$$20 \quad S_{ref,0}(\lambda_d) = \frac{S_{Rezept}}{\left(1 - \frac{1}{v_d} \cdot \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C} \right)} \tag{2}$$

25 En una segunda etapa se calcula e introduce entonces una rejilla difractiva de forma que compense el espacio de color del cristal para gafa de la primera etapa. El defecto de refracción añadido del cristal para gafa es entonces tan grande que todo el poder refringente del cristal es igual a $S_0(\lambda_d) = S_{Rezept}$

30 El método presenta la ventaja de que el cristal de color se compensa siempre de forma óptima (en el marco de las posibilidades de la rejilla). En cambio el defecto de refracción sólo se corrige aproximadamente ya que después de introducir la rejilla las superficies de cristal del cristal para gafa no se pueden volver a optimizar otra vez en posición de uso.

Puesta a disposición de poder refringente difractivo

35 En lugar de determinar posteriormente en el método descrito anteriormente con disposición del poder refringente refractivo la rejilla necesaria, se puede determinar la rejilla de antemano, es decir en la primera etapa, como la rejilla que compensa el espacio de color de un cristal con poder refractivo $S_{ref,0}(\lambda_d)$ (véase ecuación (2)). En una segunda etapa se optimiza entonces el defecto de refracción del cristal para gafa donde manteniendo la rejilla fija se realiza una optimización de por lo menos una de las superficies refractivas del cristal. De preferencia se realiza la optimización de por lo menos una de las superficies refractivas de cristal teniendo en cuenta el cálculo del frente de ondas en presencia de una rejilla difractiva.

40 El método según el tercer ejemplo presenta la ventaja de que el defecto de refracción se minimiza de la mejor forma posible en posición de uso, ya que la optimización del frente de ondas en posición de uso es la última etapa realizada. En esta etapa se conocen ya todas las demás magnitudes, como por ejemplo la rejilla. Una

desventaja podría ser que el espacio de color no quedase compensado de la mejor forma posible debido a que la rejilla se determinó antes de forma global y no en función de las superficies actuales.

Optimización simultánea de superficies y rejilla

5 Para la optimización simultánea de las partes refractivas y de las difractivas de un cristal se propone, según un ejemplo de realización preferida, minimizar las aberraciones refractivas así como las aberraciones cromáticas y/o el espacio de color por media de la minimización de una función objetivo.

Por la patente WO 2008/089999 A1 se sabe cómo realizar una optimización monocromática de un cristal para gafa minimizando la siguiente función objetivo monocromática:

$$10 \quad F_{\text{monochrom}} = \sum_i g_Z(i)(Z_{\Delta}(i) - Z_{\Delta,\text{Soll}}(i))^2 + g_S(i)(S_{\Delta}(i) - S_{\Delta,\text{Soll}}(i))^2, \quad (3)$$

donde S_{Δ} y Z_{Δ} es el defecto de refracción del equivalente esférico y/o el valor de la desviación astigmática $S_{\Delta,\text{Soll}}$, $Z_{\Delta,\text{Soll}}$ los valores teóricos correspondiente y $g_Z(i)$ y $g_S(i)$ las ponderaciones correspondientes.

15 Todas las propiedades de reproducción/imágenes se analizan entonces para una longitud de onda establecida. La suma sobre el índice i se realiza sobre diversas zonas de valoración del cristal para gafa. El grado de libertad en la minimización de la función objetivo en la ecuación (3) es por lo general una altura de flecha por lo menos de una superficie refractiva que se describe mediante una función $z(x, y)$. El grado de libertad en la optimización puede ser por ejemplo la altura de flecha $z_1(x, y)$ de la superficie delantera o la altura de flecha $z_2(x, y)$ de la superficie trasera de un cristal para gafa. También es posible que tanto la altura de flecha de la superficie delantera como la de la trasera sean grados de libertad en la optimización como puede ocurrir por ejemplo en el cristal para gafa doblemente
20 progresivo. La función objetivo monocromática puede ser una función monocular o binocular. Una función objetivo binocular monocromática se describe por ejemplo en WO 2008/089999 A1 o en el artículo de W. Becken, et al. "Brillengläser im Sport: Optimierung der Abbildungseigenschaften unter physiologischen Aspekten", Z. Med, Phys., 17 (2007), páginas 56 – 66. Se remite a estos escritos en relación con la terminología técnica utilizada y en particular los símbolos utilizados en la ecuación (3), así como en lo que concierne a la relación de la esfera, cilindro, eje (valores SZA) con propiedades de frente de onda. Las realizaciones correspondientes constituyen
25 un componente integral de la publicación de la presente solicitud.

Según un ejemplo de realización de la invención se propone ampliar la función objetivo monocromática y tener en cuenta la relación de dependencia de las longitudes de onda del cristal con una rejilla. En particular se proponen tres tipos de funciones objetivo:

Tipo 1) $F_1 = \sum_{\lambda} F_{\text{monochrom}}(\lambda) \quad (4)$

Tipo 2) $F_2 = F_{\text{monochrom}}(\lambda_0) + \sum_i g_{\text{FLF}}(i) \times f(S_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - S_{\text{SK}}(i, \lambda_1))^2 \quad (5)$

Tipo 3) $F_3 = F_{\text{monochrom}}(\lambda_0) + \sum_i g_{\text{FQF}}(i) \times g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))^2 \quad (6)$

30

Un ejemplo de función objetivo del tipo 1 es la función objetivo

$$F_1 = \sum_{i,\lambda} g_Z(i, \lambda)(Z_{\Delta}(i, \lambda) - Z_{\Delta,\text{Soll}}(i, \lambda))^2 + g_S(i, \lambda)(S_{\Delta}(i, \lambda) - S_{\Delta,\text{Soll}}(i, \lambda))^2. \quad (4a)$$

Un ejemplo de función objetivo del tipo 2 es la función

$$F_2 = \sum_i \left(g_Z(i)(Z_{\Delta}(i, \lambda_0) - Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_S(i)(S_{\Delta}(i, \lambda_0) - S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_{\text{FLF}}(i) \times f(S_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - S_{\text{SK}}(i, \lambda_1))^2 \right) \quad (5a)$$

Un ejemplo de función objetivo del tipo 3 es la función

$$F_3 = \sum_i \left(g_Z(i)(Z_{\Delta}(i, \lambda_0) - Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_S(i)(S_{\Delta}(i, \lambda_0) - S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_{\text{FQF}}(i) \times g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))^2 \right) \quad (6a)$$

En las ecuaciones anteriores (4a) a (6a) se tiene:

- 5 $Z_{\Delta}(i, \lambda)$ es el valor real del defecto astigmático y/o del valor de la desviación astigmática en la i -ésima zona de valoración del cristal para gafa para la longitud de onda λ ;
- $Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto astigmático y/o del valor de la desviación astigmática en la i -ésima zona de valoración del cristal para gafa para la longitud de onda λ ;
- 10 $S_{\Delta}(i, \lambda)$ es el valor real del defecto de refracción y/o de la desviación del equivalente esférico en la i -ésima zona de valoración del cristal para gafa para la longitud de onda λ ;
- $S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto de refracción y/o de la desviación del equivalente esférico en la i -ésima zona de valoración del cristal para gafa para la longitud de onda λ ;
- 15 $g_Z(i, \lambda)$ es la ponderación del defecto astigmático/del valor de la desviación astigmática en la i -ésima zona de valoración del cristal para gafa para las longitudes de onda λ ;
- $g_S(i, \lambda)$ es la ponderación del defecto de refracción y/o de la desviación del equivalente esférico en la i -ésima zona de valoración del cristal para gafa para la longitud de onda λ ;
- $g_{\text{FLF}}(i)$ es la ponderación de la aberración cromática longitudinal en la i -ésima zona de valoración del cristal para gafa;
- 20 $g_{\text{FQF}}(i)$ es la ponderación de la aberración cromática longitudinal en la i -ésima zona de valoración del cristal para gafa;
- $S_{\text{SK}}(i, \lambda_1)$ es la matriz de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para la longitud de onda λ_1 y para la i -ésima zona de valoración;
- $S_{\text{SK}}(i, \lambda_2)$ es la matriz de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para la longitud de onda λ_2 y para la i -ésima zona de valoración; y
- 25 $\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1)$ es el ángulo formado entre los rayos principales del lado del objeto para dos longitudes de onda diferentes λ_1 y λ_2 .

En la función objetivo del tipo 1, la función objetivo monocromática convencional se toma como función de la longitud de onda, es decir $F_{\text{monochrom}} = F_{\text{monochrom}}(\lambda)$. Esta función objetivo se analiza repetidas veces para varias longitudes de onda y se suma a un conjunto dado de longitudes de onda. El conjunto de longitudes de onda comprende por lo menos dos longitudes de onda, por ejemplo $\lambda_1 = \lambda_F = 486,134 \text{ nm}$ y $\lambda_2 = \lambda_C = 656,281 \text{ nm}$. La suma además de por el índice i pasa también por la longitud de ondas λ .

- La función objetivo del tipo 2 se verifica en particular cuando se analiza una función objetiva monocromática convencional con una longitud de onda de trabajo λ_0 y se añade a esta función objetivo otro término que depende de la diferencia $S_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - S_{\text{SK}}(i, \lambda_1)$ de las matrices de vergencia S_{SK} para dos longitudes de onda diferentes λ_1, λ_2 . El tipo $S_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - S_{\text{SK}}(i, \lambda_1)$ de dependencia se puede elegir de forma diferente. En particular $f(S_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - S_{\text{SK}}(i, \lambda_1))$ puede corresponder a la distancia dióptrica entre las matrices de vergencia o a la diferencia de los

equivalentes esféricos. En el último caso el término $f(S_{Sk}(i, \lambda_2) - S_{Sk}(i, \lambda_1))$ es una función de penalización para la aberración cromática longitudinal.

La función objetivo de tipo 3 se verifica de forma análoga a la función objetivo de tipo 2, con la diferencia de que el término adicional $g(\Delta\varphi_{Sk}(i, \lambda_2, \lambda_1))$ es una función de penalización para el defecto transversal que viene dado por el ángulo $(\Delta\varphi_{Sk}(i, \lambda_2, \lambda_1))$ entre los rayos principales del lado del objeto en la i -ésima zona de valoración. Aquí g es una función adecuada, por ejemplo la identidad, una función trigonométrica u otra función.

Independientemente del tipo de función objetivo (función objetivo del tipo 1, 2 o 3) una función que describe la rejilla difractiva es un grado de libertad de la optimización. Además la altura de flecha $z(x, y)$ es por lo menos una de las superficies del cristal para gafa, un grado de libertad de la optimización. La altura de flecha se puede describir paraméricamente. Una representación adecuada de la altura de flecha es por ejemplo una representación polinomial o una representación por medio de Splines.

De preferencia, la función que describe la rejilla difractiva es una función de fase $\Psi(x, y)$. La función de fase $\Psi(x, y)$ representa la diferencia de longitud del camino óptico (Optical Path Difference u OPD) que se introduce por medio de la rejilla difractiva como función de las coordenadas x, y de un sistema de coordenadas elegido adecuadamente. De preferencia la función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$ se indica en un sistema de coordenadas local $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ donde \bar{x}, \bar{y} son las coordenadas tangenciales a la superficie refringente. La descripción de una rejilla difractiva por una función de fase se ofrece con detalle en lo que sigue.

La función de fase puede describirse de preferencia paraméricamente, donde el número de los parámetros es igual al número de grados de libertad de la función de fase. Una descripción de este tipo resulta particularmente adecuada para el caso en el que la función de fase debe presentar determinadas simetrías. En el caso general, la función de fase se puede describir como una superficie de forma libre mediante Splines, donde en la optimización se dispone eventualmente para la variación hasta varios millares de coeficientes Spline.

El cálculo de las propiedades de uso en las ecuaciones (4) a (6) se realiza en presencia de la rejilla difractiva descrita por la función de fase actual $\Psi(x, y)$. El índice de refracción relevante en los cálculos viene dado por su valor $n(\lambda)$ en la longitud de onda correspondiente λ . La rejilla calculada puede ser generalmente simétrica ya que la función $\Psi(x, y)$ se optimiza libremente y no debe contener a priori ninguna simetría.

En lugar de solamente una o dos superficies refractivas en las ecuaciones (4) a (6) se puede tener en cuenta asimismo un número mayor de superficies refractivas. En los sistemas compuestos por ejemplo puede haber varias superficies refractivas. En las ecuaciones (4) a (6) se puede tener en cuenta también un número mayor (dos o más) de rejillas. Las múltiples rejillas se pueden disponer por ejemplo sobre las superficies limítrofes de un sistema compuesto.

La función objetivo puede comprender también términos que dependen de las aberraciones de orden superior como por ejemplo Koma, Trefoil, aberración esférica. Además en lugar de la función objetivo monocular como en la ecuación (3) se puede introducir también una función objetivo binocular. Una función objetivo monocromática se describe por ejemplo en WO 2008/089999 A1 o en la publicación de W. Becken, et al. "Brillengläser im Sport: Optimierung der Abbildungseigenschaften unter physiologischen Aspekten", Z. Med. Phys., 17 (2007), páginas 56 – 66.

Mediante la introducción de una función objetivo en el método para la optimización de un cristal para gafa con por lo menos una rejilla difractiva se puede resolver en gran parte el problema, y lograr en la medida de lo posible los requisitos de refracción de un cristal para gafa, así como la reducción de defectos cromáticos. En particular, mediante la función objetivo se puede buscar una solución intermedia entre todos los requisitos para una multiplicidad de perspectivas. La función objetivo se puede basar en funciones objetivo monocromáticas convencionales según el estado de la técnica; recomendándose aquí un ejemplo preferido para introducir términos adicionales que contienen directamente los defectos transversales (tipo 3) y/o directamente las aberraciones cromáticas longitudinales (tipo 2). Como alternativa se pueden corregir indirectamente las aberraciones cromáticas analizando una función objetivo monocromática para varias longitudes de onda diferentes y sumando para todas las longitudes de onda (tipo 1). Para poder cumplir los múltiples requisitos se propone introducir y variar grados de libertad adicionales (parámetros), es decir los grados de libertad de por lo menos una rejilla difractiva que se introduce en la función objetivo de preferencia mediante un cálculo modificado del frente de ondas.

En qué medida la calidad del método iterativo descrito anteriormente, del método con puesta a disposición de poder refringente refractivo y el método con puesta a disposición de poder refringente difractivo se puede aproximar a la calidad del método con optimización simultánea de las superficies de cristal y de la rejilla mediante una función objetivo, depende de que se realicen las etapas de optimización. Si en el método iterativo por ejemplo se utiliza también una función objetivo del tipo 1 entonces la calidad del método iterativo con una optimización secuencial de las superficies de cristal y de la rejilla puede aproximarse, según la longitud de la iteración a la calidad del método con una optimización simultánea de las superficies de cristal y de la rejilla mediante una función objetivo. Una ventaja del método iterativo con una optimización secuencial de las superficies de cristal y de la rejilla puede consistir sin embargo en que se pueden utilizar también funciones objetivo más sencillas según el estado de la técnica, siempre y cuando como última etapa se realice la optimización en posición de uso de la superficie. Cuando además no se pretenda la compensación completa del espacio de color sino que se permite un defecto residual del espacio de color, bastará por lo general con una selección relativamente global de la rejilla de forma que ésta no se tenga que determinar por optimización o mediante una función objetivo. Lo mismo se aplica también al método con puesta a disposición con poder refringente difractivo ya que aquí también la última etapa es la optimización en posición de uso de la superficie.

Contrariamente a lo anterior, el método con puesta a disposición de poder refringente refractivo principalmente para la optimización de cristales unifocales con rejillas, resulta adecuado ya que debido a la rejilla añadida posteriormente el paso de rayo se modifica de forma que el cristal en posición de uso ya no cumple por lo general totalmente los requisitos de la visión. En el caso de cristales unifocales las simetrías existentes se pueden aprovechar de forma que la puesta a disposición del poder refringente correcto en el centro óptico también permite esperar en la periferia suficiente calidad.

Ejemplos de realización

Los siguientes ejemplos de realización se refieren a cristales unifocales de simetría de rotación con una rejilla difractiva donde para mayor sencillez se prescinde del astigmatismo y únicamente se tienen en cuenta problemas unidimensionales. Los cristales unifocales tienen un efecto de receta de $S_{Rezept} = +6,0 \text{ dpt}$ y son a base de un material óptico con índice de refracción $n_d = 1,597$ con un número de Abbe de $v_d = 42,0$. Todos los cristales de gafa según los efectos de la invención se optimizan según el método para la optimización simultánea de superficies de cristales y rejillas con una función objetivo. Los métodos de optimización utilizados concretamente en el ejemplo de realización 1 y en el ejemplo 2 se diferencian sin embargo en algunas especificaciones de optimización.

El ejemplo de realización 1, a diferencia de la mayoría de los problemas de optimización no es un problema predeterminado y por consiguiente solucionable extra. Conduce a un cristal completamente corregido en el marco de supuestos de modelo. El ejemplo de realización 2 se elige de forma que también en el marco de un tratamiento unidimensional sin astigmatismo se tiene que buscar una solución intermedia, en varias perspectivas, que dependa del tipo de función objetivo. Esta situación corresponde al caso general de un cristal para gafa con rejilla difractiva. Así por ejemplo el Teorema de Minkwitz en cristales progresivos hace que, ya sin tener en cuenta defectos cromáticos, el problema de la optimización esté sobre determinado y se tenga que buscar una solución intermedia.

En ambos ejemplos de realización se muestra que la rejilla introducida mejora mucho el defecto cromático del cristal y al mismo tiempo puede optimizar los efectos de refracción del cristal. Como es natural, el método no se limita a problemas unidimensionales sino que se puede aplicar también al cálculo de un cristal para gafa en posición de uso. En este caso general se tiene en cuenta, en el cálculo del frente de ondas, una incidencia oblicua del rayo.

A continuación se explica la optimización de un cristal para gafa con simetría de rotación mediante una función objetivo. Como ya se ha indicado más arriba, el astigmatismo del cristal para gafa se ha dejado de lado para mayor sencillez.

Una función objetivo ejemplar del tipo 1 es en este caso una función objetivo de la forma:

$$F_1 = \sum_{i,\lambda} g_S(i,\lambda)(S_\Delta(i,\lambda) - S_{\Delta,Soll}(i,\lambda))^2 \tag{4b}$$

Una función objetivo ejemplar del tipo 2 es la función objetivo de la forma:

$$F_2 = \sum_i g_S(i)(S_\Delta(i, \lambda_0) - S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_{FLF}(i) \times f(S_{SK}(i, \lambda_2) - S_{SK}(i, \lambda_1))^2 \dots \quad (5b)$$

Una función objetivo ejemplar del tipo 3 es la función objetivo de la forma:

$$F_3 = \sum_i g_S(i)(S_\Delta(i, \lambda_0) - S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_{FQF}(i) \times g(\Delta\varphi_{SK}(i, \lambda_2, \lambda_1))^2. \quad (6b)$$

El cálculo de los valores que entran en las ecuaciones (4b) a (6b) puede realizarse por medio del cálculo del frente de ondas. A diferencia del cálculo del frente de ondas en el artículo mencionado más arriba de W. Becken, et al. "Brillengläser im Sport: Optimierung der Abbildungseigenschaften unter physiologischen Aspekten", Z. Med. Phys., 17 (2007), páginas 56 – 66, la ecuación de Coddington descrita en el artículo y generalizada para el puro caso refractivo se amplía mediante un término adicional para la fase difractiva Ψ . La ampliación de la ecuación de Coddington para un elemento óptico con por lo menos una rejilla se describe detalladamente en lo que sigue.

En el caso de una incidencia vertical de la luz en la superficie limítrofe i ($i = 1, 2$) para el problema bidimensional se tiene para el cálculo del frente de onda

$$n'_i W'_{\text{Out},i}{}^{(2)}(0) - n_i W_{\text{In},i}{}^{(2)}(0) = (n'_i - n_i) \bar{S}_i{}^{(2)}(0) - \Psi_i{}^{(2)}(0). \quad (7)$$

En la ecuación (7) se tiene:

- n'_i es el índice de refracción del material después de la i -ésima superficie;
- n_i es el índice de refracción del material antes de la i -ésima superficie;
- \bar{S}_i es el poder refringente de la i -ésima superficie;
- $W'_{\text{Out},i}{}^{(2)}(0)$ es la curvatura del frente de onda emergente en la i -ésima superficie;
- $W_{\text{In},i}{}^{(2)}(0)$ es la curvatura del frente de ondas incidente en la i -ésima superficie;
- $\Psi_i{}^{(2)}(0)$ es la fase de la i -ésima rejilla difractiva.

Como se puede ver en la ecuación (7), la parte refractiva del poder refringente viene dada por $(n'_i - n_i) \bar{S}_i{}^{(2)}(0)$ y la parte difractiva del poder refringente por $-\Psi_i{}^{(2)}(0)$. En el presente ejemplo se consideran dos superficies refractivas \bar{S}_1 y \bar{S}_2 y dos rejillas difractivas Ψ_1 y Ψ_2 que limitan en aire un cristal para gafa con índice de refracción n . En este caso $n_1 = 1$, $n'_1 = n$, $n_2 = n$, $n'_2 = 1$.

La modificación del frente de ondas en la propagación a través del cristal para gafa y del cristal para gafa al globo cenital vértice puede despreciarse. Cuando el frente de ondas incidente es plano (es decir $W_{\text{In},1}{}^{(2)}(0) = 0$) la curvatura $W'_{\text{Out},2}{}^{(2)}(0)$ del frente de ondas emergente se puede equiparar directamente con el poder refringente del cristal. Para la contribución difractiva al poder refringente se tiene:

$$S(\bar{x}, \lambda) = S_{\text{ref}}(\bar{x}, \lambda) + S_{\text{diff}}(\bar{x}, \lambda), \quad (8)$$

donde

$$\begin{aligned} S_{\text{ref}}(\bar{x}, \lambda) &= (n(\lambda) - 1) \bar{S}^{(2)}(\bar{x}) \\ &= (n(\lambda) - 1) (\bar{S}_1^{(2)}(\bar{x}) + \bar{S}_2^{(2)}(\bar{x})) \\ S_{\text{diff}}(\bar{x}, \lambda) &= -\Psi^{(2)}(\bar{x}, \lambda) \\ &= -(\Psi_1^{(2)}(\bar{x}, \lambda) + \Psi_2^{(2)}(\bar{x}, \lambda)) \end{aligned} \quad (9)$$

Si se supone que $n(\lambda)$ depende linealmente de la longitud de ondas, se tiene

$$\begin{aligned}
 n(\lambda) - 1 &= (n_0 - 1) + \frac{\partial n}{\partial \lambda} (\lambda - \lambda_0) \\
 &= (n_0 - 1) + \frac{n_C - n_F}{\lambda_C - \lambda_F} (\lambda - \lambda_0) \\
 &= (n_0 - 1) \left(1 + \frac{n_C - n_F}{n_0 - 1} \left(\frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_C - \lambda_F} \right) \right)
 \end{aligned} \tag{10}$$

En la ecuación anterior $\lambda_F = 486,1 \text{ nm}$ y $\lambda_C = 656,3 \text{ nm}$. La longitud de ondas λ_0 en la expresión $n_0 = n(\lambda_0)$ es una longitud de ondas adecuadamente elegida.

De preferencia $\lambda_0 = \lambda_d = 587,1 \text{ nm}$ es aquella longitud de ondas en la que el número de Abbe

$$n(\lambda) - 1 = (n_d - 1) \left(1 - \frac{1}{v_d} \left(\frac{\lambda - \lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right) \right) \tag{10a}$$

$$v_d = - \frac{n_d - 1}{n_C - n_F} \text{ de modo que}$$

La fase Ψ es proporcional a la longitud de ondas y es la dimensión espacial:

$$\Psi(\bar{x}; \lambda, m) = m\lambda \cdot \psi(\bar{x}). \tag{11}$$

El poder refringente total puede expresarse por las funciones buscadas $S^{(2)}(\bar{x})$ de la curvatura superficial $\bar{\Psi}^{(2)}(\bar{x})$ de la curvatura de fase:

$$S(\bar{x}, \lambda) = (n_d - 1) \left(1 - \frac{1}{v_d} \left(\frac{\lambda - \lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right) \right) \bar{S}^{(2)}(\bar{x}) - m\lambda \cdot \psi^{(2)}(\bar{x}). \tag{12}$$

En los siguientes ejemplos se analiza la función objetivo del tipo 1 para 2 longitudes de onda. Para las funciones de ponderación se tiene $g_S(i, \lambda) = 1$, $g_{FLF}(i) = 1$ y $g_{FQF}(i) = 1$. Las especificaciones teóricas para el defecto de refracción se fijan $S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda) = 0$. La magnitud $S_{\Delta}(i, \lambda)$ es aquí la diferencia entre el poder refringente existente $S(i, \lambda)$ y el efecto de receta requerido del cristal S_{Rezept} .

En estas condiciones las funciones objetivo de tipos diferentes presentan las siguientes formas:

$$\begin{aligned}
 \text{Tipo 1)} \quad F_1 &= \sum_i \left(S(\bar{x}_i, \lambda_1) - S_{\text{Rezept}} \right)^2 + \sum_i \left(S(\bar{x}_i, \lambda_2) - S_{\text{Rezept}} \right)^2 \\
 \text{Tipo 2)} \quad F_2 &= \sum_i \left(S(\bar{x}_i, \lambda_0) - S_{\text{Rezept}} \right)^2 + f \left(S_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - S_{\text{SK}}(i, \lambda_1) \right)^2 \\
 \text{Tipo 3)} \quad F_3 &= \sum_i \left(S(\bar{x}_i, \lambda_0) - S_{\text{Rezept}} \right)^2 + g \left(\Delta \varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1) \right)^2.
 \end{aligned} \tag{13}$$

Ejemplo de realización 1

5 El cristal para gafa según el primer ejemplo comparativo se ha optimizado siguiendo un método convencional por medio de minimización de una función objetivo monocromática. Los cristales unifocales según el ejemplo 1 o el ejemplo 2 se optimizan según uno de los métodos representados anteriormente mediante funciones objetivo de tipo 1 (ejemplo 1) o de tipo 2 (ejemplo 2). Las longitudes de onda decisivas para la optimización policromática son $\lambda_1 = \lambda_F = 486,1 \text{ nm}$ y $\lambda_2 = \lambda_C = 656,3 \text{ nm}$. La siguiente tabla recoge las especificaciones para los métodos de optimización.

Tabla 1:

	Función objetivo	Grados de libertad	Zonas de valoración
10 Ejemplo comparativo 1	Monocromático	1 (refractivo)	1 ($\bar{x}_1 = 0$)
Ejemplo 1	Tipo 1	1 (refractivo) + 1 (difractivo) = 2	1 ($\bar{x}_1 = 0$)
Ejemplo 2	Tipo 2	1 (refractivo) + 1 (difractivo) = 2	1 ($\bar{x}_1 = 0$)

15 Las superficies de cristal a optimizar y las rejillas utilizadas pueden describirse mediante una representación paramétrica o mediante Splines u otra forma adecuada. En el caso de los cristales para gafa del ejemplo comparativo 1 así como del primero y del segundo ejemplos, la superficie refringente a optimizar mediante un grado de libertad de la curvatura k se describe de la siguiente forma:

$$\bar{S}(\bar{x}) = \frac{k}{2} \bar{x}^2. \tag{14a}$$

La fase de rejilla se describe mediante la función

$$\psi(\bar{x}) = \frac{\alpha_2}{2} \bar{x}^2 \tag{14b}$$

20 donde α_2 es un parámetro variable.

Ejemplo comparativo 1

La función objetivo monocromática de la ecuación (3) es, con los supuestos del presente ejemplo,

$$F_{\text{monochrom}} = (a_d u + c)^2, \tag{15}$$

25 donde $a_d = (n_d - 1)$ y $c = S_{\text{Rezept}}$. Aquí $u = \bar{S}^{(2)}(0) = k$ juega el papel del único grado de libertad ya que no aparece la rejilla en la optimización monocromática.

30 Una optimización del cristal para gafa según el ejemplo comparativo 1 en virtud de la función objetivo monocromática de la ecuación (3) en virtud del cálculo del frente de onda sin término adicional difractivo, ofrece resultado $u = c/a_d$, como por ejemplo se puede ver por la diferenciación de la ecuación (15) según u y puesta a cero posterior.

Esto tiene el mismo significado que

$$\bar{S}^{(2)}(0) = \frac{S_{\text{Rezept}}}{n_d - 1} \approx 10,05 \text{dpt}. \tag{16}$$

El poder refringente de un cristal de este tipo es después de aplicar la ecuación (16) en las ecuaciones (10), (11), (12):

$$S(\bar{x}, \lambda) = (n(\lambda) - 1) \bar{S}^{(2)}(\bar{x}) = \left(1 - \frac{1}{v_d} \left(\frac{\lambda - \lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right) \right) S_{\text{Rezept}} \quad (17)$$

En este caso $S(x, \lambda)$ del cristal para gafa es igual a S_{Rezept} sólo para $\lambda = \lambda_d$. Para otras longitudes de onda el cristal para gafa presenta, según el ejemplo comparativo 1, un defecto de refracción.

La aberración cromática longitudinal (FLF) de un cristal para gafa según el ejemplo comparativo 1 definida por

$$FLF(\bar{x}) := S(\bar{x}, \lambda_1) - S(\bar{x}, \lambda_2) \quad (18)$$

5 no desaparece sino que viene dada por

$$FLF(\bar{x}) = \frac{S_{\text{Rezept}}}{v_d} = 0,14dpt \quad (18a)$$

El defecto transversal (FQF) de un cristal para gafa se puede calcular, con los supuestos del presente ejemplo en particular, despreciando las correcciones para la incidencia oblicua del rayo a partir de la aberración cromática longitudinal (FLF) por integración de la regla de Prentice. En la forma diferencial la regla de Prentice dice:

$$S(r) = \frac{\partial Pr}{\partial r} \Rightarrow Pr(r) = Pr(0) + \int_0^r S(r') dr', \quad (19)$$

donde Pr es el efecto prismático. Ya que $Pr(0) = 0$ se cumple para el defecto transversal:

$$10 \quad FQF(\bar{x}) := |Pr(\bar{x}, \lambda_1) - Pr(\bar{x}, \lambda_2)| = \left| \int_0^r FLF(r') dr' \right| \quad (20)$$

En el presente caso se cumple

$$15 \quad FQF(\bar{x}) = \left| \int_0^r \frac{S_{\text{Rezept}}}{v_d} dr' \right| = 0,14dpt \times |r|. \quad (20a)$$

Primer ejemplo

En el primer ejemplo se optimiza el cristal para gafa de forma policromática minimizando una función objetivo de tipo 1. Una función objetivo ejemplar es una función de la forma

$$20 \quad F_1 = (a_1 u + b_1 v + c)^2 + (a_2 u + b_2 v + c)^2, \quad (21)$$

donde

$$25 \quad \begin{aligned} a_i &= (n_d - 1) \left(1 - \frac{1}{v_d} \left(\frac{\lambda_i - \lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right) \right), \quad i = 1, 2; \\ b_i &= -m \lambda_i, \quad i = 1, 2; \\ c &= -S_{\text{Rezept}}; \\ u &= \bar{S}^{(2)}(0) = k; \\ v &= \psi^{(2)}(0) = \alpha_2; \end{aligned} \quad (22)$$

La derivación directa de F hacia u y v y puesta a cero conduce a las soluciones

$$5 \quad u = \frac{(b_2 - b_1)c}{a_2b_1 - a_1b_2} \quad v = \frac{(a_2 - a_1)c}{a_1b_2 - a_2b_1} \quad (23)$$

Esto tiene el mismo significado que

$$10 \quad \begin{aligned} \bar{S}^{(2)}(0) &= \frac{S_{\text{Rezept}}}{n_d - 1} \times \left(1 + \frac{1}{v_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right)^{-1} \\ \psi^{(2)}(0) &= \frac{1}{m} \times \frac{S_{\text{Rezept}}}{-v_d(\lambda_C - \lambda_F)} \times \left(1 + \frac{1}{v_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right)^{-1} \end{aligned} \quad (24)$$

Para el primer ejemplo se obtienen los siguientes valores numéricos

$$\begin{aligned} \bar{S}^{(2)}(0) &\approx 9,29 \text{dpt} \\ \psi^{(2)}(0) &= 7,76 \times 10^5 \text{m}^{-2} \end{aligned} \quad (24a)$$

15 El poder refringente de un cristal de este tipo está después de introducir la ecuación (22) en las ecuaciones (10), (11), (12):

$$20 \quad \begin{aligned} S(\bar{x}, \lambda) &= S_{\text{ref}}(\bar{x}, \lambda) + S_{\text{diff}}(\bar{x}, \lambda) \\ &= (n(\lambda) - 1)\bar{S}^{(2)}(\bar{x}) - \Psi^{(2)}(\bar{x}, \lambda) \\ &= (n_d - 1) \left(1 - \frac{1}{v_d} \left(\frac{\lambda - \lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right) \right) \frac{S_{\text{Rezept}}}{n_d - 1} \times \left(1 + \frac{1}{v_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right)^{-1} \\ &\quad - m\lambda \frac{1}{m} \times \frac{S_{\text{Rezept}}}{-v_d(\lambda_C - \lambda_F)} \times \left(1 + \frac{1}{v_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right)^{-1} \\ &= S_{\text{Rezept}} \end{aligned} \quad (25)$$

La aberración cromática longitudinal (FLF) de este tipo de cristal es

$$FLF(\bar{x}) = S_{\text{Rezept}} - S_{\text{Rezept}} = 0. \quad (26)$$

Para el defecto transversal se aplica

$$FLF(\bar{x}) = 0. \quad (27)$$

25 La minimización de la función objetivo de tipo 1 ofrece por lo tanto un cristal que cumple exactamente la especificación y la receta y corregido completamente con respecto a la aberración cromática longitudinal y al defecto transversal.

Segundo ejemplo

En el segundo ejemplo se optimiza policromáticamente el cristal para gafa minimizando una función objetivo de tipo

2

(véa

se

ecua

ción

(5b)).

Una función objetivo ejemplar es una función de la forma

$$F = (a_d u + b_d v + c)^2 + (a_2 u + b_2 v - a_1 u - b_1 v)^2, \quad (28)$$

donde

$$a_d = (n_d - 1);$$

$$a_i = (n_d - 1) \left(1 - \frac{1}{v_d} \left(\frac{\lambda_i - \lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right) \right), \quad i = 1, 2;$$

$$b_i = -m \lambda_i, \quad i = 0, 1, 2;$$

$$c = -S_{\text{Rezept}};$$

$$u = \bar{S}^{(2)}(0);$$

$$v = \psi^{(2)}(0).$$

Derivación directa F según u y v y puesta a cero. Conduce a las soluciones

$$u = \frac{(b_2 - b_1)c}{(a_2 - a_1)b_0 - (b_2 - b_1)a_0} \quad v = \frac{(a_2 - a_1)c}{(b_2 - b_1)a_0 - (a_2 - a_1)b_0}, \quad (30)$$

lo cual significa lo mismo que

$$\bar{S}^{(2)}(0) = \frac{S_{\text{Rezept}}}{n_d - 1} \times \left(1 + \frac{1}{v_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right)^{-1}$$

$$\psi^{(2)}(0) = \frac{1}{m} \times \frac{S_{\text{Rezept}}}{-v_d(\lambda_C - \lambda_F)} \times \left(1 + \frac{1}{v_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_C - \lambda_F} \right)^{-1} \quad (31)$$

De este modo la solución según la ecuación (31) es idéntica a la solución según la ecuación (23) que se obtiene después de la minimización de la función objetivo de tipo 1.

La **Fig. 1** muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 1A) y el defecto transversal (Fig. 1B) del cristal del ejemplo según el ejemplo comparativo 1. Como se puede ver en la Fig. 1 se produce una aberración cromática longitudinal (FLF) manifiesta de 0,14 dpt de modo que el defecto transversal (FQF) fuera de un radio de $r \approx 8$ mm por encima del umbral de percepción habitual en fisiología para el espacio de color de 0,12 cm/m.

La **Fig. 2** muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 2A) y el defecto transversal (Fig. 2A) del cristal del ejemplo que se ha optimizado según una función objetivo de tipo 1 (ejemplo 1) o de tipo 2 (ejemplo 2). Contrariamente a lo que ocurre en el ejemplo comparativo 1, mediante una optimización según una función objetivo de tipo 1 o de tipo 2 es posible virar a cero la aberración cromática longitudinal (FLF) y el defecto transversal (FQF) sobre todo el cristal.

La **Fig. 3A** muestra el efecto de receta, el efecto refractivo, el efecto difractivo y el efecto total en el centro de cristal como función de la longitud de ondas para el cristal para gafa según el ejemplo comparativo 1 que se ha optimizado según la función objetivo monocromática. La **Fig. 3B** muestra el efecto de receta, el efecto refractivo, el efecto difractivo y el efecto total en el centro del cristal como función de la longitud de ondas para el cristal para gafa que se

ha optimizado según una función objetivo de tipo 1 (ejemplo 1) o de tipo 2 (ejemplo 2).

El defecto de refracción del cristal según el ejemplo comparativo 1 se muestra en la Fig. 3A mediante la curva ligeramente en pendiente para todo el efecto. Viene dado exclusivamente para la parte refractiva (en línea discontinua) que desciende en virtud de la dispersión para longitudes de onda grandes. Contrariamente a ello, en el ejemplo 1 y en el ejemplo 2 sólo le corresponde un poco más del 90% del efecto total sobre la parte refractiva (Fig. 3B). Se añade a ello una parte difractiva (línea discontinua larga) que sube ligeramente al aumentar la longitud de ondas y compensa de este modo el comportamiento en declive de la parte refractiva. El resultado es un cristal de refracción correcta para todas las longitudes de onda.

Ejemplo de realización 2

Un segundo ejemplo comparativo se refiere a un cristal para gafa que se ha optimizado según un método del estado de la técnica, minimizando una función objetivo monocromática. Los cristales unifocales según el ejemplo 3 o el ejemplo 4 se optimizan siempre según uno de los métodos descritos anteriormente mediante funciones objetivo del tipo 1 (ejemplo 3) o de tipo 2 (ejemplo 4). Como en el ejemplo de realización 1, también en el ejemplo de realización 2 las longitudes de onda decisivas para la optimización policromática son $\lambda_1 = \lambda_F = 486,134 \text{ nm}$ y $\lambda_2 = \lambda_C = 656,281 \text{ nm}$. La siguiente **Tabla 2** recoge la especificaciones para la optimización.

Tabla 2

	Función objetivo	Grados de libertad	Zonas de valoración
Ejemplo comparativo 2	Monocromático	1 (refractivo)	11
Ejemplo 3	Tipo 1	1 (refractivo) + 3 (difractivo) = 4	11
Ejemplo 4	Tipo 2	1 (refractivo) + 3 (difractivo) = 4	11

La superficie de cristal refringente que se va a optimizar viene dada en este ejemplo de realización por una esfera exacta que se describe mediante el grado de libertad de la curvatura k :

$$\bar{S}(\bar{x}) = \frac{1}{k} - \sqrt{\frac{1}{k^2} - \bar{x}^2} \tag{32}$$

La fase de rejilla se especifica mediante la función

$$\psi(\bar{x}) = \frac{\alpha_2}{2} \bar{x}^2 + \frac{\alpha_3}{3!} \bar{x}^3 + \frac{\alpha_4}{4!} \bar{x}^4 \tag{33}$$

con los tres parámetros $\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ como grados de libertad.

Para las zonas de valoración se tiene

$$\bar{x}_i = -30 \text{ mm} + (i - 1) \times 6 \text{ mm}, \quad i = 1, 2, \dots, x \tag{34}$$

Las 11 zonas de valoración son por consiguiente la zona de valoración $\bar{x}_1 = 30 \text{ mm}, \bar{x}_2 = 24 \text{ mm}, \dots, \bar{x}_{11} = +30 \text{ mm}$.

Segundo ejemplo comparativo

Para la optimización según el segundo ejemplo comparativo se utiliza una función objetivo monocromática según la ecuación (3). Con los supuestos del ejemplo de realización 3, la función objetivo presenta la forma

$$F_{\text{monochrom}} = \sum_{i=1}^{11} (a_d u_i + c)^2 \tag{35}$$

donde $u_i = S^{(2)}(x_i)$.

Una búsqueda de mínimo de la ecuación (35) según el grado de libertad k , puede hacerse por ejemplo mediante diferenciación y puesta a cero o mediante un método numérico para la busca de mínimo. Un método numérico

adecuado para la búsqueda de mínimo es por ejemplo el método de los gradientes conjugados, el método de determinación de eje principal, el método según Levenberg-Marquardt, un método de Newton o un método de casi-Newton.

$$k \approx 9,49 \text{dpt} \tag{36}$$

Como resultado de esta determinación de mínimo, se calcula para el parámetro k el valor

- 5 Este valor es algo inferior al valor que se obtuvo en una optimización monocromática con solamente una sola zona de valoración según el ejemplo comparativo 1 (véase ecuación (16)).

Tercer ejemplo

Contrariamente a lo que ocurre en el segundo ejemplo comparativo la función objetivo utilizada en el tercer ejemplo es de tipo 1 de la forma

$$10 \quad F_1 = \sum_{i=1}^{11} (a_1 u_i + b_1 v_i + c)^2 + (a_2 u_i + b_2 v_i + c)^2, \tag{37}$$

donde $u_i = S^{(2)}(x_i)$, $v_i = \psi^{(2)}(x_i)$.

Una busca de mínimo de la ecuación (37) según los grados de libertad k , α_2 , α_3 , α_4 da los siguientes resultados:

$$15 \quad \begin{aligned} k &\approx 8,846 \text{dpt}; \\ \alpha_2 &\approx 1,24 \times 10^6 \text{m}^{-2}; \\ \alpha_3 &\approx 4,04 \times 10^{-9} \text{m}^{-3}; \\ \alpha_4 &\approx -2,33 \times 10^9 \text{m}^{-4}. \end{aligned} \tag{38}$$

Se obtiene en particular

$$\begin{aligned} \bar{S}^{(2)}(0) &\approx 8,846 \text{dpt} \\ \psi^{(2)}(0) &= 1,24 \times 10^6 \text{m}^{-2} \end{aligned} \tag{38a}$$

20 y

$$\begin{aligned} \bar{S}^{(2)}(30 \text{mm}) &\approx 9,86 \text{dpt} \\ \psi^{(2)}(30 \text{mm}) &= 1,91 \times 10^5 \text{m}^{-2}. \end{aligned} \tag{38b}$$

- 25 En una comparación de la ecuación (24a) con las ecuaciones (38a) y (38b) se puede comprobar que la ecuación (24a) que se basa en una optimización con solamente una zona de valoración, suministra esencialmente valores medios de ecuaciones (38a) y (38b) que se basan en una optimización con 11 zonas de valoración.

Ejemplo cuarto

La función objetivo utilizada en la optimización del cristal para gafa según el cuarto ejemplo es de la forma

$$30 \quad F_1 = \sum_{i=1}^{11} (a_d u_i + b_d v_i + c)^2 + (a_2 u_i + b_2 v_i - a_1 u_i - b_1 v_i)^2. \tag{39}$$

Una busca de mínimo de ecuación (39) según los grados de libertad k , α_2 , α_3 , α_4 da los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} k &\approx 8,847 \text{dpt}; \\ \alpha_2 &\approx 1,19 \times 10^6 \text{m}^{-2}; \\ \alpha_3 &\approx 2,34 \times 10^{-9} \text{m}^{-3}; \\ \alpha_4 &\approx -2,12 \times 10^9 \text{m}^{-4}. \end{aligned} \tag{40}$$

Esto ofrece en particular:

$$\bar{S}^{(2)}(0) \approx 8,846 \text{ dpt} \quad (40a)$$

$$\psi^{(2)}(0) = 1,19 \times 10^6 \text{ m}^{-2}$$

y

$$\bar{S}^{(2)}(30\text{mm}) \approx 9,87 \text{ dpt} \quad (40b)$$

$$\psi^{(2)}(30\text{mm}) = 2,42 \times 10^5 \text{ m}^{-2}.$$

5 Los valores numéricos anteriores son comparables aunque ligeramente divergentes de los valores numéricos correspondientes que se obtienen mediante una búsqueda de mínimo de la función objetivo de tipo 1.

Los resultados de la optimización del cristal para gafa según la función objetivo de tipo 1 (ejemplo tercero) y de tipo 2 (ejemplo cuarto) se representan en comparación con la optimización según la función objetivo monocromática (segundo ejemplo comparativo) en las Figuras 4 a 8.

10 En la **Fig. 4** se representan la aberración cromática longitudinal (Fig. 4A) y el defecto transversal (Fig. 4B) del cristal para gafa según el segundo ejemplo, como función de las coordenadas radiales. De la misma forma que en el primer ejemplo comparativo (véase Fig. 1A y Fig. 1B) con sólo una zona de valoración la aberración cromática longitudinal es también aquí superior a todo el cristal, más de 0,12 dpt. Comparado con el primer ejemplo comparativo aumenta sin embargo ligeramente en el exterior. El defecto transversal presenta prácticamente un recorrido similar al de la

15 La **Fig. 5** muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 5A) y el defecto transversal (Fig. 5B) de un cristal dado a modo de ejemplo, que ha sido optimizado según el tercer ejemplo según una función objetivo de tipo 1. La optimización de una función objetivo de tipo 1 conduce a un cristal para gafa cuya aberración cromática longitudinal está por encima de 0,1 dpt (Fig. 5A). El defecto transversal correspondiente se sitúa en todas partes en el cristal por debajo del umbral de percepción de 0,12 cm/m (Fig. 5B).

20 La **Fig. 6** muestra la aberración cromática longitudinal (Fig. 6A) y el defecto transversal (Fig. 6B) de un cristal dado a modo de ejemplo que ha sido optimizado según el cuarto ejemplo según una función objetivo de tipo 2. Si, como en el cuarto ejemplo, se optimiza una función objetivo de tipo 2 los resultados son numéricamente ligeramente diferentes de los obtenidos con una función objetivo de tipo 1. Cualitativamente sin embargo la mejora respecto del estado de la técnica (véase ejemplo comparativo 2) es muy similar.

25 En la **Fig. 7A-C** de forma análoga a la Fig. 3A-B se representan las dependencias de las longitudes de onda de magnitudes diferentes (el efecto de recta, el efecto refractivo, el efecto difractivo y el efecto total en el centro del cristal). La **Fig. 7A** muestra los recorridos para la optimización monocromática según el segundo ejemplo comparativo, la **Fig. 7B** los resultados para una optimización según el tercer ejemplo utilizando una función objetivo de tipo 1 y la **Fig. 7C** los resultados para una optimización según el cuarto ejemplo utilizando una función objetivo de tipo 2. Como se puede ver en las Figuras 7A-C, no se aprecian respecto del ejemplo de realización 1 ninguna modificación notable debido a la incorporación de zonas de valoración. Asimismo existen entre las optimizaciones según el tipo 1 y el tipo 2 únicamente diferencias marginales.

30 Contrariamente a lo anterior en la **Fig. 8A-C** se representan los defectos de refracción en longitudes de onda diferentes y la aberración cromática longitudinal sobre una escala más fina en las coordenadas radiales. En particular, la **Fig. 8A** muestra el defecto de refracción con la longitud de onda λ_C , el defecto de refracción con la longitud de onda λ_F , y la aberración cromática longitudinal de un cristal según un ejemplo comparativo 2 que ha sido optimizado según la función objetivo monocromática descrita anteriormente. La **Fig. 8B** muestra el defecto de refracción con la longitud de onda λ_C , el defecto de refracción con la longitud de onda λ_F , y la aberración cromática longitudinal de un cristal según el tercer ejemplo que ha sido optimizado según una función objetivo policromática de tipo 1. La **Fig. 8C** muestra el defecto de refracción con la longitud de onda λ_C , el defecto de refracción con la longitud de onda λ_F , y la aberración cromática longitudinal de un cristal según el

cuarto ejemplo que ha sido optimizado según una función de onda policromática de tipo 2.

Como se puede ver en la Fig. 8A, el cristal para gafa optimizado presenta, tras una optimización monocromática, primero un Hub (recorrido) de los defectos de refracción en ambas longitudes de onda. Éste es esencialmente una característica de la asignación de espacio elegida y se puede evitar eligiendo una asignación de espacio más flexible. En cambio la aberración cromática longitudinal constantemente elevada en la Fig. 8A es una característica inevitable del método de optimización monocromático según el estado de la técnica en el cual no se corrige el espacio de color. Mediante la incorporación de una rejilla difractiva y la utilización de un método ejemplar según la invención se puede mejorar mucho la aberración cromática longitudinal (Fig. 8B). La optimización mediante una función objetivo de tipo 1 conduce a una notable reducción de la aberración cromática longitudinal unida a una reducción simultánea patente de los defectos de refracción. Una optimización mediante una función objetivo de tipo 2 conduce a mejoras igual de eficaces aunque con una distribución diferente de los defectos como función de las coordenadas (Fig. 8C).

Las Fig. 9A a 9C ilustran el espacio de color de un cristal para gafa para diversas perspectivas a) 0°, b) 10°, c) 20°, d) 30°, donde la Fig. 9A es una imagen no corregida a través de un cristal para gafa optimizado monocromáticamente. La Fig. 9B es una imagen por un cristal para gafa de espacio de color corregido sin una optimización esférica posterior de las superficies refractivas y la Fig. 9C una imagen por un cristal para gafa que se optimiza mediante una optimización simultánea del espacio de color y una optimización esférica posterior. Como se puede ver en la Fig. 9B una corrección del espacio de color sin tener en cuenta los defectos de refracción del cristal para gafa con la rejilla conduce a una imagen no nítida: únicamente el tener en cuenta tanto el espacio de color como el efecto de refracción, por ejemplo mediante una optimización simultánea de la rejilla difractiva y por lo menos una de las superficies refractivas del cristal para gafa conduce a una imagen nítida de espacio de color corregido.

Con la forma de proceder propuesta según un ejemplo de realización preferido de la invención se puede calcular tanto para los cristales unifocales y los multifocales como para cristales progresivos una combinación óptima de superficies refractivas y rejillas difractivas que optimiza por lo menos las propiedades de refracción/imágenes de segundo orden y minimiza también el espacio de color. En este sentido resulta particularmente adecuado el método según el cuarto ejemplo de la invención. No obstante también se puede lograr con el método según el primero hasta el tercer ejemplo de realización una buena aproximación a una combinación óptima.

Las Fig. 10A-10C muestran los resultados de una corrección del espacio de color ejemplar en un cristal unifocal de simetría de rotación con efecto esférico (Sph) de -4,0 dpt, donde las propiedades del cristal se indican en mm como función de las coordenadas del cristal para gafa. La Fig. 10A muestra el espacio de color de un cristal unifocal convencional no corregido a base del material óptico Perlita 1,5 con un índice de refracción de 1,5 y un número de Abbe de 58,5. La Fig. 10B muestra el espacio de color de un cristal unifocal convencional a base del material óptico Perlita 1,6 con un índice de refracción 1,6 y un número de Abbe de 40,5. La Fig. 10C muestra el espacio de color de un cristal de espacio de color corregido a base del material óptico de alta refracción Perlita 1,74 con un índice de refracción de 1,74. El cristal unifocal con espacio de color corregido presenta un número de Abbe efectivo de aproximadamente 130.

Las Fig. 11A-11D muestran una corrección ejemplar del espacio de color de un cristal progresivo para gafa por medio de una rejilla difractiva, donde la Fig. 11A muestra el astigmatismo en posición de uso del cristal para gafa, la Fig. 11B la fase difractiva y/o la forma de las líneas de la rejilla difractiva, la Fig. 11C el espacio de color del cristal para gafa no corregido y la Fig. 11D el espacio de color del cristal para gafa corregido. El cristal para gafa progresivo presenta un efecto esférico en el punto de referencia de lejos (Sph) de -4,0 dpt y una adición de 2,5 dpt. El índice de refracción del material óptico del cristal para gafas es $n = 1,668$ y el número de Abbe $v_d = 31,81$. Como se puede ver comparando las Fig. 11C y 11D, es posible también conseguir una buena corrección del espacio de color en superficies de asimetría relativamente alta y/o elementos ópticos.

A continuación se describe de forma detallada la corrección del espacio de color por medio de una rejilla difractiva.

La Fig. 12 muestra esquemáticamente la difracción de la luz al incidir un frente de ondas plano 10 sobre una superficie limítrofe 12 con una estructura periódica 14 (rejilla difractiva). Debido a la interferencia se produce una distribución, que depende del ángulo, de la intensidad del frente de ondas emergente 16 que presenta varios máximos de difracción. La condición de interferencia es $d(n' \sin \varphi) - d(n \sin \varphi) = m \lambda$. Aquí λ es la longitud de onda, φ , φ' el ángulo de incidencia y emergente, n , n' los dos índices de refracción (delante y detrás de la superficie limítrofe con la rejilla) y d la constante de rejilla. La distribución angular de la intensidad se puede describir como producto de dos factores, es decir del factor de difracción y del factor de forma. Las posiciones

de los máximos del factor difracción depende solamente de la constante de rejilla d y del número de líneas de rejilla; la posición de máximo del factor de forma en cambio sólo de la estructura elemental de la rejilla (por ejemplo en forma de dientes de sierra del ángulo Blazing β).

5 Una característica principal de una rejilla difractiva es aquí el factor de difracción que describe que la distribución de intensidad contiene varios máximos que se pueden calcular según los órdenes de difracción. Estos siguen una ley de difracción modificada $n' \text{sen } \varphi' - n \text{sen } \varphi = m \lambda / d$. Únicamente el máximo del 0-ésimo orden de difracción ($m = 0$) cumple la ley de difracción clásica. Todas las demás direcciones no aparecen refractivamente. En la imagen de rayos esto significa que un rayo se divide en varios rayos parciales. El factor de forma determina el modo en que se distribuye la intensidad sobre los órdenes de difracción individuales. La **Fig. 13** muestra esquemáticamente la distribución angular de la intensidad en una rejilla en diente de sierra 14 colocada sobre una de las superficies de un prisma 20. La línea F corresponde al factor de forma y la línea B al factor de difracción.

Al trasladar estos comportamientos básicos a elementos ópticos (por ejemplo prismas, lentes, cristales para gafas, etc.) hay que tener en cuenta que un elemento óptico posee por lo menos dos superficies limitrofes. Aquí lo habitual es

- 15 1) despreciar los efectos de polarización, es decir seguir con la teoría de difracción escalar,
- 2) considerar la integral de difracción de Rayleigh-Sommerfeld con difracción de Fraunhofer o como máximo Fresnel,
- 3) considerar solamente las interferencias del campo lejano y
- 4) despreciar los efectos de dispersión.

20 El tercer supuesto es el que se suele adoptar sin indicarlo. No obstante esto sólo tiene validez mientras las dos superficies del cristal están más separadas entre sí que la longitud de coherencia de la luz del día o de la luz de lámpara incandescente de $3 \mu\text{m}$. Esto suele ocurrir por lo general en los cristales para gafa.

25 El espacio de color de elementos ópticos se basa en general en que presentan por lo menos dos superficies limitrofes refractivas, donde las dos superficies limitrofes refractivas combinadas de un elemento óptico poseen un efecto prismático que depende de la longitud de onda Pr_{ref} . La utilización de la óptica difractiva para la corrección del espacio de color se basa en que sobre por lo menos una de las superficies limitrofes refractivas del elemento óptico se coloca una rejilla difractiva para la cual debido a la ley de difracción modificada se introduce para $m \neq 0$ un efecto prismático adicional Pr_{diff} .

30 Con una interpretación o dimensionado adecuado de de la rejilla de difracción (en particular del periodo d de la rejilla difractiva) se tiene entonces un orden $m = m_0$, para el cual la dependencia de la longitud de ondas respecto de Pr_{diff} de la dispersión habitual del prisma refractivo Pr_{ref} es contraria y tiene una magnitud tal que el prisma total $\text{Pr} = \text{Pr}_{\text{ref}} + \text{Pr}_{\text{diff}}$ es casi independiente de la longitud de onda. Para lograr exactamente para este orden m_0 la mayor intensidad posible, es decir para maximizar la eficiencia de difracción se puede configurar adecuadamente la forma de la rejilla. Con una rejilla en forma de dientes de sierra esto sólo se logra eligiendo adecuadamente el ángulo de Blazing.

A continuación se describe el cálculo de una rejilla de base óptima para un cristal de base determinado con un efecto de base dado mediante una optimización:

El cálculo de una rejilla de difracción que sirve para la corrección del espacio de color de un cristal para gafa dado puede realizarse por ejemplo en las siguientes etapas:

- 40 1) formación de modelo en imagen de óptica ondulatoria;
- 2) entre la distribución de intensidad de óptica ondulatoria se selecciona un orden determinado. La constante de rejilla se elige de modo que el "Peak" de este orden sea independiente de la longitud de onda. De este modo se permite la corrección del espacio de color. La forma de la rejilla (por ejemplo el ángulo Blazing en el caso de una rejilla en diente de sierra) se ajusta de modo que la eficiencia de difracción para este orden es máxima. Finalmente la dirección de emergencia para este Peak se describe mediante un rayo (imagen de rayo geométrica, ray-tracing)
- 45 3) optimización simultánea de la rejilla y de la superficie de refracción, donde se tiene en cuenta las propiedades de reproducción de segundo orden y de orden superior del cristal para gafa con la rejilla. Según un aspecto de la invención se propone una transición al frente de ondas geométrico y wave-tracing para calcular las propiedades de reproducción del cristal para gafa (de preferencia en posición de uso) y eventualmente optimizarlas.
- 50

Formación de modelo en la imagen de óptica ondulatoria

Una magnitud central de la óptica ondulatoria es la distribución de amplitud y fase. Calculando la integral de difracción se puede reproducir la división en factor de difracción y de forma. Independientemente de cómo se puede utilizar los órdenes de difracción ulteriormente para la corrección del espacio de color, resulta ventajoso que la intensidad únicamente se acumule a ser posible en un solo orden. Así por ejemplo, con la ayuda de una rejilla en dientes de sierra con la ayuda de un ángulo Blazing se puede conseguir que por lo menos en una longitud de onda definida y/o de diseño especificada se pueda conseguir prácticamente una eficiencia de difracción de aproximadamente 100% para el orden de difracción elegido. La Fig. 14 muestra la eficiencia de difracción como función de la longitud de onda. Como se puede apreciar en la Fig. 14, se puede conseguir también que en el borde de la zona de longitudes de onda visibles la eficiencia de difracción siga adoptando valores típicamente entre el 70% y el 90%.

El factor de forma es una función de campana relativamente ancha que se centra exactamente a lo largo de la dirección en virtud de la inclinación de las zonas superficiales en la rejilla sería la dirección de emergencia según la ley de refracción clásica. Según el perfil de la rejilla (por ejemplo según el ángulo Blazing) esta dirección se puede desplazar sobre un máximo de difracción de un orden de difracción deseado (véase la Fig. 13). Todos los demás máximos de difracción quedan suprimidos al mismo tiempo. La dependencia del factor de forma de esta dirección se aplica independientemente de las constantes de rejilla y significa que durante el paso completo que se realiza de DOE, pasando por MOD, a las rejillas Fresnel siempre emerge luz cerca de la ley de refracción clásica.

Corrección del espacio de color

Cuando no hay ninguna rejilla de distracción, la distribución de la intensidad viene dada por una curva cuyo máximo hubiera sido dado por la curva "F" del factor de forma en la Fig. 13. El Peak sin embargo sería mucho más estrecho y determinado por la anchura de la división simple que representa en la lente completa. La dependencia de la longitud de onda de la posición de máximo vendría dada entonces por la dispersión habitual.

En presencia de una rejilla de difracción en diente de sierra no cambia aquí nada, salvo que la anchura del factor de onda Peak aumenta ahora en órdenes de magnitud y queda determinada por la división simple que se da ahora mediante un periodo de rejilla (véase curva "F" en la Fig. 13). El comportamiento de dispersión de este Peak es el mismo que sin rejilla pero el Peak ya no determina sólo la distribución de intensidad ya que ésta queda además limitada por los Peaks nítidos del factor de distancia. El Peak que con una longitud de onda de trabajo se encuentra central sobre el factor de forma, contiene toda la intensidad y determina de facto la dirección de emergencia de la luz. La eficiencia de difracción es entonces de aproximadamente 100%. El objetivo es hacer que la posición de este Peak sea independiente de la longitud de onda de modo que se logre una corrección del espacio de color.

Si varía la longitud de onda, el factor de forma se desplaza lentamente sobre este Peak de contacto únicamente con pequeñas pérdidas de eficiencia de difracción (véase la Fig. 14).

Imagen geométrica del rayo y corrección del espacio de color

Como ya se ha indicado más arriba, mediante una elección adecuada del perfil de la rejilla de difracción se puede prescindir de todos los máximos de difracción a favor de uno solo. La dirección de emergencia del máximo de refracción restante puede ser descrita en la imagen del rayo geométrica por la ley de refracción modificada $n' \sin \varphi' - n \sin \varphi = m\lambda/d$.

Para una corrección del espacio de color de un prisma (local) se exige que la desviación prismática del rayo que cae por las dos superficies limítrofes del prisma y es desviado por el prisma no dependa de la longitud de onda para una longitud de onda dada (longitud de onda de diseño). La independencia respecto de la longitud de onda se tiene que entender en el sentido de una desviación desaparecida según/después de la longitud de onda.

Sobre la base de esta condición se puede calcular entonces la constante de rejilla d que es proporcional al número de Abbe y al orden de difracción directamente proporcional al prisma. Se ha comprobado, sorprendentemente, que el valor así calculado de la constante de rejilla no se encuentra, como se esperaba, en el orden de magnitud de la longitud de onda sino para un prisma de 4 cm/m y un número de Abbe $v_d \approx 40$ se sitúa por un valor superior a $d \approx 100 \mu m$. Esto se puede explicar por el hecho de que no se tiene que alcanzar un poder refringente sino solamente el efecto más reducido de corrección del espacio de color.

Como ya se ha mostrado anteriormente, el orden de difracción para el cual se produce la corrección del espacio de color está orientado siempre de modo que se produce un refuerzo del prisma inicial. El prisma total $Pr = Pr_{ref} + Pr_{diff}$

tiene un valor un 5% a un 10% superior del valor $|Pr_{ref}|$ de la parte de refracción.

La **Fig. 15** muestra el principio de la corrección del espacio de color mediante una rejilla difractiva en un prisma refractivo. La **Fig. 15A** muestra el espacio de color de un prisma 20 con un ángulo prismático α condicionado por el efecto prismático que depende de la longitud de onda, Pr_{ref} del prisma 20. La **Fig. 15B** muestra la difracción que depende de la longitud de onda a través de la rejilla difractiva 14. La **Fig. 15C** muestra el efecto combinado del prisma 20 y de la rejilla difractiva 14. Para la constante de rejilla dada d se produce una corrección del espacio de color del orden de $m = -1$. El efecto prismático que depende de la longitud de onda, del prisma 20 es $Pr_{ref} = - (n(\lambda) - 1) \alpha$. La rejilla difractiva 14 con la constante de rejilla d tiene un efecto prismático $Pr_{diff} = \frac{m\lambda}{d}$. El efecto combinado del prisma 20 con la rejilla 14 es $Pr = Pr_{ref} + Pr_{diff}$. Para una corrección del espacio de color se pide que $\left. \frac{\partial Pr}{\partial \lambda} \right|_{\lambda=\lambda_D} = 0$ para una longitud de onda de diseño dada λ_D . Para la constante de rejilla se tiene entonces $d \approx \frac{m}{\alpha \cdot \partial n / \partial \lambda}$.

Si en lugar de un prisma se tiene que corregir el espacio de color en una lente (por ejemplo en un cristal para gafa), los resultados de la corrección del espacio de color se transmiten por medio de un prisma a la corrección del espacio de color en la lente, ajustando el valor de d local de forma que corrige el prisma local. En general la rejilla así calculada ya no es sin embargo equidistante (es decir no presenta líneas de rejilla equidistantes). Para las lentes (por ejemplo cristales para gafa) la función $d(r)$ varía sin embargo de forma tan lenta que la representación del modelo de periodicidad que se utilizó para obtener las ecuaciones ópticas ondulares, sigue siendo casi válido.

Como el prisma local según la regla de Prentice es proporcional a r , el periodo $d(r)$ de una rejilla que tiene que corregir el espacio de color de un cristal para gafa se elige inversamente proporcional a r , es decir $d(r) = A/r$. La constante A es aquí proporcional al número de Abbe y al orden de difracción e inversamente proporcional al poder refringente del vértice. De forma análoga al prisma, debido a la regla de Prentice también se incrementa el valor del poder refringente del vértice por la parte de difracción un 5 a un 10%.

Según la consideración anterior no se tiene en cuenta sin embargo la posición de uso real de la lente. En particular no se tiene en cuenta que el prisma, en la posición de uso de la lente, puede diferir del prisma calculado según la regla de Prentice. El periodo $d(r)$ puede representarse por lo tanto en forma de fórmula de serie potencial con términos proporcionales a $r^2, r, 1/r, 1/r^2, \dots$. De preferencia los coeficientes de los términos individuales se calculan mediante la optimización simultánea de rejilla y superficie de refracción. Se ha comprobado sin embargo que en muchos casos, incluso en el caso de un cálculo completo, el término $1/r$ domina los demás términos de tal forma se prescinde prácticamente de estos términos.

Las regularidades valen tanto para los cristales Plus como Minus.

30 **Frentes de onda geométricos y wave-tracing**

Con el fin de llegar a leyes de segundo orden mediante wave-tracing se introduce en la imagen geométrica del rayo antes mencionada una imagen con frentes de onda geométricos. Estos frentes de onda no corresponden a los frentes de onda que describen la imagen óptica ondular las superficies de fase igual sino que se llevan a cabo una vez que se ha seleccionado un orden difracción y se han introducido como superficies respecto de los cuales los rayos de esta orden de difracción se encuentran verticales.

En esta imagen la rejilla de difracción (llamada también elemento óptico de difracción o DOE) desempeña el papel de una rejilla de fase que en función de r y en función en general de las coordenadas x, y introduce una función de fase $\Psi(x, y)$ que se añade a la longitud de paso óptico de los rayos que atraviesa. La función $\Psi(x, y)$ se introduce de modo que los rayos verticales a las superficies de longitud de paso óptico constante cumplen automáticamente la ley de refracción difractora modificada $n' \sin \varphi' - n \sin \varphi = m\lambda/d$ o su ampliación vectorial. Como se ha comprobado, el gradiente de $\Psi(x, y)$ debe cumplir la condición $|\nabla \Psi| = m\lambda/d$.

Asimismo se ha visto sorprendentemente que existe una generalización difractora de las ecuaciones de Coddington según la cual el vector de potencia del poder refringente de superficie (salvo el factor previo) se amplía de forma aditiva un vector formado por tres segundas derivadas $\Psi_{xx}, \Psi_{xy}, \Psi_{yy}$.

45 El paso de la luz a través de un elemento óptico cualquiera que puede comprender también varios componentes ópticos o que mediante un sistema óptico cualquiera 100 se puede describir en virtud del cálculo de los rayos y del cálculo del frente de ondas, como se muestra esquemáticamente en las **Fig. 16** y **Fig. 17**. Aquí un cálculo radial tiene como objetivo, en un sistema/elemento óptico dado 100 a partir de un rayo incidente 102 dado hasta la

5 superficie de entrada 104 del elemento/sistema óptico evaluar el rayo emergente 108 que en la superficie de salida 106 emerge del elemento/sistema. Un cálculo de frente de ondas tiene como objetivo, en un elemento/sistema óptico dado 100 calcular a partir de un frente de ondas incidentes 110 dado en la superficie de entrada 104 del elemento/sistema óptico 100, el frente de ondas emergente 112 en la superficie de salida 106 a partir del elemento/sistema. Un cálculo local del frente de ondas tiene como objetivo en un elemento/sistema óptico dado 100 calcular a partir de las propiedades locales de un frente de ondas incidente 112 que se dan en la superficie de entrada 104 del elemento óptico 100, las propiedades locales del frente de ondas emergente 112 en la superficie de salida 112 del elemento/sistema 100.

10 Un elemento óptico o un sistema óptico puede estar constituido por una sucesión cualquiera de superficies limítrofes finas, materiales homogéneos o no homogéneos. En particular un elemento óptico (por ejemplo un cristal para gafa como se muestra en la Fig. 17) puede estar constituido por una sucesión de una superficie limítrofe de refracción curvada 104 de aire en un material homogéneo más denso 114, el paso 116 por el material y una segunda superficie limítrofe de refracción curvada 106 nuevamente en aire. La **Fig. 17** muestra esquemáticamente el cálculo del rayo y del frente de ondas a través de un elemento óptico de este tipo.

15 Para mejorar elementos o sistemas ópticos, en particular cristales para gafa puede resultar ventajoso llevar adicionalmente componentes ópticos en el camino óptico basados en otros efectos físicos diferentes de la pura refracción en una superficie limítrofe curvada. Por esta razón se propone utilizar elementos ópticos de difracción para los cuales los efectos de difracción son importantes. En particular un elemento de este tipo puede retardar modular fases de modo que la modificación de la longitud del camino óptico mediante la adición del elemento depende del punto de paso del rayo.

20 No obstante, hasta la fecha no se conoce ningún método que permita realizar un cálculo exacto de las propiedades (en particular las propiedades de reproducción) de elementos ópticos que comprenden asimismo componentes ópticos de difracción, en particular teniendo en cuenta una posición de uso dada del elemento óptico.

25 A continuación se describen en detalle otro cálculo del frente de ondas ampliado para el caso de elementos ópticos complejos que presentan por lo menos una rejilla de difracción. El método se puede considerar también como una ampliación del cálculo de frente de ondas conocido por la patente WO 2008/089999 A1 mediante superficies limítrofes puramente de refracción en el caso de sistemas ópticos complejos con por lo menos una rejilla de difracción.

30 La descripción más elemental del cálculo de un frente de ondas de segundo orden por una superficie limítrofe de refracción conocida en el estado de la técnica (véase por ejemplo el manual "Optik und Technik der Brille" de H. Diepes y R. Blendowske, 2002 Optische Fachveröffentlichung GmbH, Heidelberg, página 485 y siguientes) como ecuación BAD o cualquier otra ecuación de vergencia. En el caso de una superficie de refracción con simetría de rotación y bajo una incidencia vertical del rayo la ecuación BAD (la ecuación de vergencia) es

$$B = A + D. \tag{101}$$

35 Aquí, la vergencia es A (es decir una medida para la curvatura local del frente de ondas) del frente de ondas incidente, B la vergencia del frente de ondas emergentes y D el poder refringente de la superficie refringente.

Cuando no se cumplen las condiciones de simetría de rotación entonces para superficies puramente de refracción según el estado de la técnica (véase por ejemplo el manual antes citado "Optik und Technik der Brille") la ecuación BAD se escribe vectorialmente

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{D}. \tag{102}$$

40 Aquí \mathbf{A} es la forma del vector de potencia de la matriz de vergencia del frente de ondas incidente, \mathbf{B} la forma del vector de potencia de la matriz de vergencia del frente de ondas emergente, \mathbf{D} la forma del vector de potencia de la matriz en la superficie refringente. En lugar de un vector de potencia se pueden utilizar también combinaciones lineales de componentes de vectores de potencia que se unen formando un nuevo vector. En particular se pueden utilizar las curvaturas normales y la torsión así como las segundas derivadas según las coordenadas transversales y la derivada mixta.

45 En lugar de los símbolos A o \mathbf{A} , B o \mathbf{B} y D o \mathbf{D} se utilizan frecuentemente los símbolos siguientes:

$$A \text{ o } \mathbf{A} \rightarrow S \text{ o } \mathbf{S}$$

$$\begin{aligned} B \text{ o } \mathbf{B} &\rightarrow S' \text{ o } \mathbf{S}' \\ D \text{ o } \mathbf{D} &\rightarrow F \text{ o } \mathbf{F} \end{aligned}$$

Las ecuaciones (101) y (102) son entonces $S' = S + F$ y $\mathbf{S}' = \mathbf{S} + \mathbf{F}$.

5 En el caso de que la incidencia del rayo no sea vertical se introducen según el estado de la técnica para superficies limítrofes puramente de refracción otras modificaciones de la ecuación BAD con las cuales se puede describir exactamente otra vez el paso del frente de ondas (véase por ejemplo G. Esser, W. Becken, W. Müller, P. Baumbach, J. Arasa y D. Uttenweiler, "Derivation of the refraction equations for higher-order aberrations of local wavefronts at oblique incidence", JOS A, A., volumen 27, nº 2, Febrero 2010, páginas 218 – 237). Estas modificaciones representan la ecuación de Coddington y la ecuación de Coddington generalizada para aberraciones de segundo orden y de orden superior. En particular en la publicación de G. Esser y colaboradores se describe la forma del vector de potencia de la ecuación de Coddington generalizada para aberraciones de segundo orden y orden superior.

15 Las ecuaciones conocidas en el estado de la técnica (en forma de vector de potencia) para el cálculo del frente de ondas de segundo orden y de orden superior en el paso por una superficie limítrofe puramente de refracción se recogen en la **Tabla 1**:

Tabla 1

	Incidencia vertical + simetría de rotación	Incidencia vertical sin simetría de rotación	Ninguna simetría
2. Orden	$S^{(2)} = S^{(2)} + F^{(2)}$ Forma de escritura alternativa: $S' = S + F$ $B = A + D$	$\mathbf{S}^{(2)} = \mathbf{S}^{(2)} + \mathbf{F}^{(2)}$ Escritura alternativa: $\mathbf{S}' = \mathbf{S} + \mathbf{F}$ $\mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{D}$	$T'_2 \mathbf{S}'^{(2)} = T_2 \mathbf{S}^{(2)} + \nu \mathbf{F}^{(2)}$
3. Orden	$S^{(3)} = \mathbf{S}^{(3)} + \mathbf{F}^{(3)} + R_3(S^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$	$\mathbf{S}^{(3)} = \mathbf{S}^{(3)} + \mathbf{F}^{(3)} + \mathbf{R}_3(\mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$	$T'_3 \mathbf{S}'^{(3)} = T_3 \mathbf{S}^{(3)} + \nu \mathbf{F}^{(3)} + Q_3(\mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$
4. Orden	$S^{(4)} = S^{(4)} + F^{(4)} + R_4(S^{(3)}, F^{(3)}, S^{(2)}, F^{(2)})$	$\mathbf{S}^{(4)} = \mathbf{S}^{(4)} + \mathbf{F}^{(4)} + \mathbf{R}_4(\mathbf{S}^{(3)}, \mathbf{F}^{(3)}, \mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$	$T'_4 \mathbf{S}'^{(4)} = T_4 \mathbf{S}^{(4)} + \nu \mathbf{F}^{(4)} + Q_4(\mathbf{S}^{(3)}, \mathbf{F}^{(3)}, \mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$
etc.			

20 Las tablas 1A a 1C contienen explicaciones a las ecuaciones para el segundo orden contenidas en la **Tabla 1** (Tabla 1 A), para el orden tres (Tabla 1B) y para el orden 4 (Tabla 1C).

Tabla 1 A

$S^{(2)} = n W_{in}^{(2)}(0)$	Vergencia del frente de ondas incidente: Índice de refracción sobre la cara de incidencia multiplicado por la segunda derivada de la altura del arco del frente de ondas incidente
$S'^{(2)} = n' W_{out}^{(2)}(0)$	Vergencia del frente de ondas emergente: Índice de refracción sobre la cara emergente multiplicado por la segunda derivada de la altura del arco del frente de ondas emergente
$F^{(2)} = (n' - n) S^{(2)}(0)$	Poder de la superficie emergente: diferencia de índice de refracción multiplicado por la segunda derivada de la altura del arco de la superficie de refracción.
S o A	Vergencia del frente de ondas incidente
S' o B	Vergencia del frente de ondas emergente

F o D	Poder refringente de la superficie refringente
$\mathbf{S}^{(2)} = n \begin{pmatrix} W_{In}^{(2,0)}(0,0) \\ W_{In}^{(1,1)}(0,0) \\ W_{In}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix}$	Índice de refracción sobre la cara de incidencia multiplicado por el vector de potencia de la segunda derivada de la altura del arco
$\mathbf{S}'^{(2)} = n \begin{pmatrix} W_{Out}^{(2,0)}(0,0) \\ W_{Out}^{(1,1)}(0,0) \\ W_{Out}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix}$	Índice de refracción sobre la cara emergente multiplicado por el vector de potencia de la segunda derivada de la altura del arco, emergencia frente de ondas
$\mathbf{F}^{(2)} = (n'-n) \begin{pmatrix} \bar{S}^{(2,0)}(0,0) \\ \bar{S}^{(1,1)}(0,0) \\ \bar{S}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix}$	Diferencia del índice de refracción multiplicado por el vector de potencia de la segunda derivada de la altura del arco de la superficie refringente
S o A	Vector de potencia de la vergencia del frente de ondas incidente
S' o B	Vector de potencia de la vergencia del frente de ondas emergente
F o D	Vector de potencia del poder refringente de la superficie refringente
T₂	Matriz dependiente del ángulo de incidencia para la corrección de la incidencia oblicua
T'₂	Matriz dependiente del ángulo de vergencia para la corrección de la incidencia oblicua
$\mathbf{v} = n' \cos \varphi' - n \cos \varphi$	Factor de corrección de la incidencia oblicua

Tabla 1B:

$S^{(3)} = n W_{In}^{(3)}(0,0)$	Índice de refracción en la cara de incidencia multiplicado por la tercera derivada del frente de ondas que incide en la altura del arco
$S'^{(3)} = n' W_{Out}^{(3)}(0,0)$	Índice de refracción en la cara de emergencia multiplicado por la tercera derivada de la altura del arco del frente de ondas emergente
$F^{(3)} = (n'-n)S^{(3)}(0)$	Diferencias de índice de refracción multiplicado por la tercera deriva de la altura del arco de la superficie refringente
$\mathbf{S}^{(3)} = n \begin{pmatrix} W_{In}^{(3,0)}(0,0) \\ W_{In}^{(2,1)}(0,0) \\ W_{In}^{(1,2)}(0,0) \\ W_{In}^{(0,3)}(0,0) \end{pmatrix}$	Índice de refracción sobre la cara de influencia multiplicado por el vector de potencia de la tercera derivada de la altura del arco del frente de ondas incidente

$\mathbf{S}^{(3)} = n \begin{pmatrix} W_{\text{Out}}^{(3,0)}(0,0) \\ W_{\text{Out}}^{(2,1)}(0,0) \\ W_{\text{Out}}^{(1,2)}(0,0) \\ W_{\text{Out}}^{(0,3)}(0,0) \end{pmatrix}$	Índice de refracción en la cara de emergencia multiplicado por el vector de potencia de la tercera derivada de la altura del arco del frente de ondas emergente
$\mathbf{F}^{(3)} = (n' - n) \begin{pmatrix} \bar{S}^{(3,0)}(0,0) \\ \bar{S}^{(2,1)}(0,0) \\ \bar{S}^{(1,2)}(0,0) \\ \bar{S}^{(0,3)}(0,0) \end{pmatrix}$	Diferencia del índice de refracción multiplicado por el vector de potencia de la tercera derivada de la altura del arco de la superficie refringente
\mathbf{T}_3	Matriz dependiente del ángulo de incidencia para la corrección de la incidencia oblicua
\mathbf{T}'_3	Matriz dependiente del ángulo de vergencia para la corrección de la incidencia oblicua
$\mathbf{v} = n' \cos \varphi' - n \cos \varphi$	Factor para la corrección de la incidencia oblicua
$R_3(S^{(2)}, F^{(2)})$	Término adicional que sólo depende de las magnitudes de orden inferior (aquí segundo orden)
$R_3(\mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$	Término adicional vectorial que sólo depende de las magnitudes de orden inferior (aquí segundo orden)
$\mathbf{Q}_3(\mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$	Término adicional vectorial que tiene en cuenta la incidencia oblicua que depende únicamente de las magnitudes de orden inferior (aquí segundo orden)

Tabla 1C

$R_4(S^{(3)}, F^{(3)}, S^{(2)}, F^{(2)})$	Término adicional que sólo depende de las magnitudes de orden inferior (aquí segundo y tercer orden)
$R_4(\mathbf{S}^{(3)}, \mathbf{F}^{(3)}, \mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$	Término adicional vectorial que sólo depende de las magnitudes de orden inferior (aquí segundo y tercer orden)
$\mathbf{Q}_4(\mathbf{S}^{(3)}, \mathbf{F}^{(3)}, \mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$	Término adicional vectorial que tiene en cuenta la incidencia oblicua y que sólo depende de las magnitudes de orden inferior (aquí segundo y tercer orden)

5 La forma de los términos originales $R_3(S^{(2)}, F^{(2)})$, $\mathbf{R}_3(\mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$, $\mathbf{Q}_3(\mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)})$ se describe además en la publicación [G. Esser, W. Becken, W. Müller, P. Baumbach, J. Arasa y D. Uttenweiler "Derivation of the refraction equations for higher order aberrations of local wavefronts at oblique incidence", JOSA, A., volumen 27, nº 2, Febrero 2010, páginas 218-237]. Estos términos desaparecen en cuanto desaparecen o se hacen igual a cero los términos de orden inferior $S^{(2)}$, $F^{(2)}$ o $\mathbf{S}^{(2)}$, $\mathbf{F}^{(2)}$.

Las explicaciones siguientes para el orden cuarto, etc., son análogas a las explicaciones para los órdenes 2 y 3.

10 Se ha comprobado sorprendentemente que las ecuaciones que describen el cálculo del frente de ondas de segundo orden y superiores por medio de superficies limítrofes de refracción habituales se modifican comparativamente con formas más sencillas de forma que se pueden incorporar también elementos ópticos de difracción o rejillas de difracción. Aquí se puede describir el paso de la luz a través de una rejilla de difracción aislada o el paso a través de una combinación sucesiva directa de una rejilla de difracción y una superficie limítrofe de refracción.

15 Se ha comprobado además que a cada rejilla de difracción cualquiera, aunque no sea de simetría de rotación se le

puede asignar incluso condiciones cualesquiera e incidencia de los rayos formando ángulo agudo, una magnitud vectorial en general $\mathbf{PK}^{(k)}$, $k = 2, 3, 4, \dots$, denominada también en lo sucesivo curvatura de fase (para $k = 2$) o derivadas de fase (para $k > 2$) de forma que la ecuación BAD correspondiente y las ecuaciones de orden superior para superficies de refracción se tienen que ampliar sólo aditivamente un término adicional $\mathbf{PK}^{(k)}$, $k = 2, 3, 4, \dots$ para describir correctamente las vergencias en el paso del frente de ondas en presencia de una rejilla de difracción que no sea de simetría de rotación.

Con otras palabras, en cualquier situación asimétrica para la cual se puede describir exactamente el cálculo del frente de ondas para superficies puramente de refracción será suficiente ampliar la ecuación correspondiente prácticamente solo mediante un término aditivo adicional \mathbf{PK} para describir también correctamente la rejilla de difracción.

Además se reconoce que la vergencia del frente de ondas emergente es independiente de la sucesión en la que se sigue la superficie refringente y la rejilla de difracción.

En el caso de un cálculo del frente de ondas de segundo orden (es decir para $k = 2$) para una rejilla de difracción con simetría de rotación y bajo la incidencia vertical del rayo, la ecuación (101) aditiva se amplía en el término adicional $\mathbf{PK}^{(2)}$ para describir las vergencias en el paso del frente de ondas incluso en presencia de una rejilla de difracción:

$$B = A + D + \mathbf{PK}^{(2)}. \quad (103)$$

La ecuación (101) sólo es válida exactamente para el caso en que el rayo incide verticalmente sobre la superficie refringente y el frente de ondas incidente y la superficie refringente son de simetría de rotación. Pero también para vergencias respecto de estos requisitos la ecuación (101) es una buena aproximación. Asimismo, la ecuación (103) es una buena aproximación en ausencia de una rejilla de difracción. En el caso de un cálculo de frente de ondas de segundo orden (es decir para $k = 2$) para una rejilla de difracción que no sea de simetría de rotación y en el caso de una incidencia vertical del rayo se puede asignar a la rejilla de difracción una magnitud vectorial $\mathbf{PK}^{(2)}$ para describir las vergencias en el paso del frente de ondas en presencia de una rejilla de difracción que no sea de simetría de rotación. En este caso se tiene

$$\mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{D} + \mathbf{PK}^{(2)}. \quad (104)$$

Como se expone en detalle en lo que sigue, a cada rejilla de difracción aunque no sea de simetría de rotación también en condiciones de incidencia oblicua del rayo se puede asignar también en general una magnitud vectorial $\mathbf{PK}^{(k)}$ de modo que la ecuación general BAD correspondiente y las ecuaciones de orden superior para el cálculo del frente de ondas se tienen que ampliar mediante superficies de refracción esencialmente sólo aditivas un término adicional $\mathbf{PK}^{(k)}$ ($\mathbf{PK}^{(2)}$, $\mathbf{PK}^{(3)}$, $\mathbf{PK}^{(4)}$, ...) para describir correctamente las vergencias en el paso del frente de ondas en presencia de una rejilla de difracción que no sea de simetría de rotación.

Se ha comprobado además que los componentes del término adicional aditivo $\mathbf{PK}^{(k)}$ se pueden describir mediante el vector de las derivadas de segundo orden y de orden superior de una función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$ según las coordenadas \bar{x}, \bar{y} tangencialmente a la superficie refringente (superficie de base). Para el término adicional aditivo de segundo orden se tiene por ejemplo

$$\mathbf{PK}^{(2)} = - \begin{pmatrix} \Psi^{(2,0)}(0,0) \\ \Psi^{(1,1)}(0,0) \\ \Psi^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \partial^2 \Psi(\bar{x}, \bar{y}) / \partial \bar{x}^2 \\ \partial^2 \Psi(\bar{x}, \bar{y}) / \partial \bar{x} \partial \bar{y} \\ \partial^2 \Psi(\bar{x}, \bar{y}) / \partial \bar{y}^2 \end{pmatrix} \Big|_{(\bar{x}, \bar{y})=(0,0)} \quad (105)$$

Por este motivo el término aditivo de segundo orden $\mathbf{PK}^{(2)}$ también recibe el nombre de "curvatura de fase".

La función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$ representa la diferencia óptica y longitud de camino (Optical Path Difference u OPD) introducida por la rejilla de difracción, como función de las coordenadas \bar{x}, \bar{y} tangencialmente a la superficie refringente. La descripción de una rejilla de difracción por la función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$ permite determinar de forma

constructiva el término adicional aditivo $\mathbf{PK}^{(k)}$ ($\mathbf{PK}^{(2)}, \mathbf{PK}^{(3)}, \mathbf{PK}^{(4)}, \dots$). Dicho de otro modo, se propone utilizar para la descripción de una rejilla de difracción cualquiera una función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$ donde el término adicional aditivo $\mathbf{PK}^{(k)}$ ($\mathbf{PK}^{(2)}, \mathbf{PK}^{(3)}, \mathbf{PK}^{(4)}, \dots$) viene dado por el vector de las derivadas de segundo orden o de orden superior de la función de fase según las coordenadas \bar{x}, \bar{y} tangencialmente a la superficie refringente (véase la ecuación (105) para $k = 2$).

5 La Tabla 2 reúne las ecuaciones y/o las ecuaciones del frente de ondas (en forma de vector de potencia) para el cálculo del frente de ondas en el paso por una superficie limítrofe de refracción (superficie de base), sobre la cual se coloca adicionalmente un elemento óptico que modifica la fase. Las Tablas 2A y 2B contienen aclaraciones a las ecuaciones contenidas en la Tabla 2 para el segundo orden (Tabla 2A) y para el tercer orden (Tabla 2B).

10

Tabla 2

	Incidencia vertical + simetría de rotación	Incidencia vertical sin pie de rotación	Ninguna simetría
2.Orden	$S^{(2)} = S^{(2)} + F^{(2)} - \Psi^{(2)}$ Estructura Alternativa:	$S^{(2)} = S^{(2)} + F^{(2)} - \Psi^{(2)}$ Estructura alternativa:	$T_2 S^{(2)} = T_2 S^{(2)} + vF^{(2)} - \Psi^{(2)}$ Estructura alternativa:
	$S' = S + F + PK^{(2)}$ $B = A + D + PK^{(2)}$	$S' = S + F + PK^{(2)}$ $B = A + D + PK^{(2)}$	$T_2 S^{(2)} = T_2 S^{(2)} + vF^{(2)} + PK^{(2)}$
3.Orden	$S^{(3)} = S^{(3)} + F^{(3)} - \Psi^{(3)} + R_3(S^{(2)}, F^{(2)})$ Estructura alternativa: $PK^{(3)} = -\Psi^{(3)}$	$S^{(3)} = S^{(3)} + F^{(3)} - \Psi^{(3)} + R_3(S^{(2)}, F^{(2)})$ Estructura alternativa: $PK^{(3)} = -\Psi^{(3)}$	$T_3 S^{(3)} = T_3 S^{(3)} + vF^{(3)} - \Psi^{(3)} + Q_3(S^{(2)}, F^{(2)})$ Estructura alternativa: $PK^{(3)} = -\Psi^{(3)}$
4.Orden	$S^{(4)} = S^{(4)} + F^{(4)} - \Psi^{(4)} + R^4(S^{(3)}, F^{(3)}, S^{(2)}, F^{(2)})$ Estructura alternativa: $PK^{(4)} = -\Psi^{(4)}$	$S^{(4)} = S^{(4)} + F^{(4)} - \Psi^{(3)} + R_4(S^{(3)}, F^{(3)}, S^{(2)}, F^{(2)})$ Estructura alternativa: $PK^{(4)} = -\Psi^{(4)}$	$T_4 S^{(4)} = T_4 S^{(4)} + vF^{(4)} - \Psi^{(4)} + Q_4(S^{(3)}, F^{(3)}, S^{(2)}, F^{(2)})$ Estructura alternativa: $PK^{(4)} = -\Psi^{(4)}$
etc.			

Tabla 2A

$\Psi^{(2)} = \Psi^{(2)}(0)$	Segunda derivada de la función de fase
$PK^{(2)} = -\Psi^{(2)}(0)$	Curvatura de fase, es decir segunda derivada negativa de la función de fase
$\Psi^{(2)} = \begin{pmatrix} \Psi^{(2,0)}(0,0) \\ \Psi^{(1,1)}(0,0) \\ \Psi^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix}$	Vector de vergencia de las segundas derivadas de la función de fase
$PK^{(2)} = -\Psi^{(2)}(0,0)$	Vector de potencia de la curvatura de fase, es decir de las segundas derivadas negativas de la función de fase

Tabla 2B

$\Psi^{(3)} = \Psi^{(3)}(0)$	Tercera derivada de la función de fase
$\rho K^{(3)} = -\Psi^{(3)}(0)$	Término adicional en el sentido de la invención, dado por la tercera derivada negativa de la función de fase
$\Psi^{(3)} = \begin{pmatrix} \Psi^{(3,0)}(0,0) \\ \Psi^{(2,1)}(0,0) \\ \Psi^{(1,2)}(0,0) \\ \Psi^{(0,3)}(0,0) \end{pmatrix}$	Vector de potencia de las terceras derivadas de la función de fase
$\mathbf{PK}^{(3)} = -\Psi^{(3)}(0,0)$	Término adicional vectorial en el sentido de la invención, dado por el vector de potencia de las terceras derivadas negativas de la función de fase

Las ecuaciones para el cuarto orden y para todos los órdenes superiores tienen una configuración análoga.

5 El sistema de coordenadas $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ es un Sistema de coordenadas local que sirve para describir el paso de un rayo por la superficie límite, donde en el punto de intersección del rayo principal con la superficie límite ($\bar{x}, \bar{y}, \bar{z} = (0, 0, 0)$) y donde el eje \bar{z} está vertical a la superficie de base. Una elección especial posible de un sistema local de este tipo consiste en exigir que el rayo incidente se encuentre por ejemplo en el plano $\bar{x} - \bar{z}$ o en el plano $\bar{y} - \bar{z}$. Por lo general no es necesario sin embargo que se cumpla esta condición. La utilización de sistemas de coordenadas locales se conoce por ejemplo por la patente WO 2008/089999 A1 y se utiliza por ejemplo en el cálculo del frente de ondas de segundo orden a través de superficies sin rejilla de difracción. Por lo general se utilizan tantos sistemas locales como rayos principales se tienen que calcular. Además se puede utilizar un sistema de coordenadas locales.

10 Se sabe además que se puede establecer una relación entre las líneas de rejilla del elemento óptico de difracción o de la rejilla de difracción que la función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$ que se basa en que las líneas de rejilla se encuentran sobre curvas con $\Psi(\bar{x}, \bar{y}) = \text{const}$. La determinación de la función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$ sobre la base de parámetros de la rejilla de difracción se describe de forma detallada en lo que sigue.

15 Se ha visto además que a diferencia de lo que ocurre con la refracción en una superficie límite puramente de refracción (como por ejemplo se describe en WO 2008/089999 A1), el rayo principal incidente, el rayo principal emergente y el vector normal de la superficie refringente ya no tienen que encontrarse en el mismo plano en general en caso de existencia de una rejilla de difracción.

20 En el caso más sencillo de una superficie límite homogénea de refracción entre dos medios con los índices de refracción n y n' sin elementos ópticos de difracción o rejillas de difracción, la desviación del rayo se describe mediante la ley de refracción $n' \sin \varphi' - n \sin \varphi = 0$, donde φ es el ángulo de incidencia y φ' es el ángulo de emergencia.

25 La Fig. 18 ilustra esquemáticamente el camino óptico con difracción con una superficie límite 120 con una rejilla de difracción 122 en un caso simple especial en el cual es posible describir la desviación del rayo por una ley cerrada. Esta ley se puede interpretar como una modificación de esta ley de refracción. Este caso se caracteriza por el hecho de que la superficie refringente 120 es un plano y la rejilla de difracción 122 una irregularidad de esta superficie 120, que verticalmente al plano de incidencia 124 es de traslación invariante y en el sentido del plano de refracción (el plano de la superficie refringente 120) es equidistante con el periodo d (véase la Fig. 18). La irregularidad puede ser por ejemplo una rejilla en diente de sierra, una rejilla rectangular, un cambio de zonas que dejan pasar o no dejan pasar la luz o cualquier otra desviación periódica de la superficie refringente, que deja pasar la luz, plana y homogénea. En este caso sencillo se divide un rayo monocromático incidente 102 que pertenece a la luz con longitud de onda λ , mediante la difracción en muchos rayos individuales 108-m que pertenecen a los diversos órdenes de difracción m , $m = -2, -1, 0, 1, 2, \dots$. El orden de difracción m se puede elegir de forma discrecional pero fija y a continuación puede aislarse la situación para el rayo describirse independientemente de los posibles órdenes de difracción diferentes. Para un rayo de orden de difracción m se cumple entonces la ley de refracción modificada $n' \sin \varphi' - n \sin \varphi = m\lambda/d$, donde m y m' designan índices de refracción del material antes y

después de la superficie limítrofe 120 y φ es el ángulo de incidencia y φ' el ángulo de vergencia.

Para cada caso más general, por ejemplo en el caso de rayos que inciden oblicuamente en las líneas de la rejilla, para una rejilla no equidistante y/o para una rejilla con líneas curvadas y/o para una superficie curvada no se conocen hasta ahora leyes amplias que abarquen la desviación de rayos y el cálculo del frente de ondas. Para poder calcular u optimizar un elemento óptico con superficies cualesquiera, en particular esféricas, y por lo menos una rejilla de difracción en posición de uso teniendo en cuenta la aberración de segundo orden (por ejemplo poder refringente y astigmatismo) y eventualmente aberraciones de orden superior (coma o aberración esférica) resulta ventajoso poder realizar un cálculo exacto del frente de ondas también para el caso general.

A continuación se describen con mayor detalle los principios del cálculo de los rayos y del frente de ondas en el caso general de un elemento óptico o un sistema óptico (por ejemplo un cristal para gafa) con una rejilla de difracción.

Sistemas de coordenadas

Primero se introducen magnitudes que pueden describir de forma lo más general posible una superficie limítrofe inclusive por lo menos una rejilla de difracción. Para ello se utiliza -de forma análoga al caso de superficies puramente de refracción- principalmente dos tipos de coordenadas y/o sistemas de coordenadas.

Uno de los tipos corresponde a coordenadas globales $\bar{x}^0, \bar{y}^0, \bar{z}^0$ que sirven para describir la superficie básica (es decir la superficie puramente de refracción sin la rejilla de difracción por su altura de arco $\bar{z}^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$). Aquí la altura de arco eventualmente existente de la rejilla de difracción no se añade a la altura de arco de la superficie de base. En lugar de ello se describe la rejilla de difracción misma por medio de una propiedad separada $h(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$. Aquí $h(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ puede desempeñar un papel de una altura de arco adicional de forma que la verdadera altura de arco física (microscópica) de la superficie limítrofe viene dada por $\bar{z}_m^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = \bar{z}^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) + h(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$. Sin embargo es posible que $h(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ juegue el papel de una propiedad de transmisión o de cualquier otra propiedad del POE.

En otro tipo de coordenadas corresponde a -como se ha descrito anteriormente- coordenadas locales $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ que sirven para describir el paso de un rayo por la superficie limítrofe de forma que en el punto de intersección se tiene $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 0)$ y ahí el eje \bar{z} está vertical a la superficie de base. Una elección especialmente posible de un sistema local de este tipo reside en exigir que el rayo incidente se encuentre por ejemplo en el plano $\bar{x} - \bar{z}$ o el plano $\bar{y} - \bar{z}$. Sin embargo, en general, no se tiene que cumplir necesariamente esta condición. La utilización de sistemas locales se conoce por WO 2008/089999 A1 y se utiliza por ejemplo en el cálculo del frente d ondas de segundo orden por superficies sin rejilla de difracción. Por lo general se utiliza solamente un sistema de coordenadas globales aunque se tienen que contar tantos sistemas locales como rayos.

La Fig. 18A representa la posición del sistema de coordenadas x, y, z del frente de ondas incidente respecto del sistema de coordenadas $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ de la superficie refringente (superficie de base) expresada por los ángulos $\varphi_x, \varphi_y, \varphi$ y X .

En la Fig. 18A se muestran para mayor sencillez únicamente el sistema de coordenadas del frente de ondas incidente y el sistema de coordenadas de la superficie refringente. El sistema de coordenadas x', y', z' del frente de ondas emergente puede especificarse de forma análoga al sistema de coordenadas del frente de ondas incidente. Por lo demás se remite a la Fig. 1 en la publicación [G. Esser, W. Becken, W. Müller, P. Baumbach, J. Arasa y D. Uttenweiler "Derivation of the refraction equations for higher order aberrations of local wavefronts at oblique incidence", JOS A, A., volumen 27, nº 2, Febrero 2010, páginas 218-237] que muestra una representación bidimensional de la posición recíproca correspondiente para los tres sistemas de coordenadas.

Descripción de la rejilla de difracción por medio de la función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$

La función de fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y})$ se puede determinar con la ayuda de las líneas de rejilla. Por el contrario es posible con una función de fase dada determinar las líneas de la rejilla de difracción correspondiente.

En el caso más sencillo de una rejilla de difracción equidistante constante 122 sobre una superficie plana 120 (véase por ejemplo la Fig. 18 y la Fig. 19), que se describe en coordenadas globales por $\bar{z}^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = a_x \bar{x}^0 + a_y \bar{y}^0 + t$ se puede distinguir entre una rejilla doblemente periódica y una periódica simple.

Con una rejilla periódica simple existe un vector d periodo \mathbf{d}_1 , de modo que para todos los puntos $\bar{r}^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ 1 se tiene

$$h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \mathbf{d}_1) = h(\bar{\mathbf{r}}^0) \tag{106a}$$

Además existe una dirección con invariancia de traslación, es decir un vector \mathbf{v} con

$$h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \alpha\mathbf{v}) = h(\bar{\mathbf{r}}^0) \quad (106b)$$

para todos los α .

5 En un caso como éste, las líneas de rejilla 112a apuntan en la dirección de \mathbf{v} , en cambio \mathbf{d}_1 no tiene que describir necesariamente la distancia entre las líneas de rejilla 122a, ya que \mathbf{d}_1 no tiene que estar necesariamente en posición vertical sobre \mathbf{v} . En un caso de este tipo el vector \mathbf{d}_1 puede sustituirse por el vector con los componentes $\mathbf{d} = \begin{pmatrix} d_x \\ d_y \end{pmatrix}$, que se define mediante

$$\mathbf{d} = \mathbf{d}_1 - (\mathbf{d}_1 \cdot \mathbf{v})\mathbf{v} \quad (107)$$

Este vector \mathbf{d} se encuentra vertical sobre \mathbf{v} y se tiene además

$$\begin{aligned} 10 \quad h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \mathbf{d}) &= h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \mathbf{d}_1 - (\mathbf{d}_1 \cdot \mathbf{v})\mathbf{v}) \\ &= h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \mathbf{d}_1 - \alpha\mathbf{v}) \\ &= h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \mathbf{d}_1) \\ 15 \quad &= h(\bar{\mathbf{r}}^0) \end{aligned} \quad (108)$$

de tal forma que el vector \mathbf{d} es también un vector de periodo. El vector \mathbf{d} proporciona sin embargo, contrariamente a \mathbf{d}_1 , la distancia también entre dos líneas de rejilla (véase la Fig. 19). El periodo de rejilla viene dado entonces por el valor $d = |\mathbf{d}|$.

20 En una rejilla simplemente periódica 122 como por ejemplo se muestra en la Fig. 19 existen además otros dos vectores de periodo de importancia práctica. Éstos dependen del sistema de coordenadas y vienen dados por los

$$\boldsymbol{\delta}_x = \begin{pmatrix} \delta_x \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \boldsymbol{\delta}_y = \begin{pmatrix} 0 \\ \delta_y \end{pmatrix}, \quad (109)$$

vectores

que apuntan en dirección a los ejes de coordenadas (véase la Fig. 19). La relación entre \mathbf{d} y los vectores δ_x, δ_y viene dada por:

$$25 \quad \delta_x = \frac{|\mathbf{d}|^2}{d_x}, \quad \delta_y = \frac{|\mathbf{d}|^2}{d_y}, \quad (110a)$$

30 así como

$$d_x = \frac{\delta_x \delta_y^2}{\delta_x^2 + \delta_y^2}, \quad d_y = \frac{\delta_y \delta_x^2}{\delta_x^2 + \delta_y^2} \quad (110b)$$

En el caso de una rejilla 122 doblemente periódica existen dos vectores de periodo $\mathbf{d}_1, \mathbf{d}_2$ con

$$\begin{aligned} h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \mathbf{d}_1) &= h(\bar{\mathbf{r}}_S) \\ h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \mathbf{d}_2) &= h(\bar{\mathbf{r}}_S) \end{aligned} \tag{111}$$

Doblemente periódico en este sentido significa que no hay ninguna invariancia de traslación en ningún sentido, es decir que no hay ningún valor \mathbf{v} con $h(\bar{\mathbf{r}}^0 + \alpha\mathbf{v}) = h(\bar{\mathbf{r}}_S)$ para todos los α .

- 5 De las observaciones de la política ondulatoria se deduce que una onda monocromática plana de longitud λ que cae oblicuamente sobre una rejilla doblemente periódica o simple, conduce en la cara emergente por interferencia una distribución de intensidad que depende de la dirección. Esta distribución se puede representar como producto de dos factores dependientes de la dirección, donde uno de los factores (el factor forma) sólo queda determinado por la forma de la rejilla de difracción dentro de un periodo de rejilla y el segundo factor (el factor de rejilla y/o de difracción)
- 10 únicamente queda determinado por la periodicidad de la rejilla. El segundo factor recibe un máximo en cada una de estas direcciones en la que la diferencia de marcha entre dos zonas del campo ondulatorio sobre la superficie límite que se encuentra desplazada alrededor de un periodo de rejilla es igual a un múltiplo de la longitud de onda de la luz sobre la cara emergente.

Si en la imagen de la óptica ondulatoria geométrica se asigna al campo ondulatorio incidente el vector de dirección

$$\mathbf{N} = \begin{pmatrix} \text{sen } \varphi_x \\ \text{sen } \varphi_y \\ \sqrt{1 - \text{sen}^2 \varphi_x - \text{sen}^2 \varphi_y} \end{pmatrix} \tag{112a}$$

- 20 y en la cara emergente de cada dirección en la que hay un máximo de factor de rejilla, un vector de dirección de la forma

$$\mathbf{N}' = \begin{pmatrix} \text{sen } \varphi'_x \\ \text{sen } \varphi'_y \\ \sqrt{1 - \text{sen}^2 \varphi'_x - \text{sen}^2 \varphi'_y} \end{pmatrix} \tag{112b}$$

entonces los rayos se describen por las leyes

$$\begin{aligned} n' \text{sen } \varphi'_x - n \text{sen } \varphi_x &= \frac{m_x \lambda}{\delta_x} \\ n' \text{sen } \varphi'_y - n \text{sen } \varphi_y &= \frac{m_y \lambda}{\delta_y} \end{aligned} \tag{113}'$$

donde $m_x = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ y $m_y = \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots$ son números enteros. Las leyes (113) pueden considerarse como las leyes de refracción ampliadas en presencia de una rejilla de difracción.

En particular el caso $m_x = 0, m_y = 0$, es decir la orden cero de difracción, la situación sin elementos de

difracción.

En un elemento de difracción doblemente periódico todos los números enteros m_x , m_y figuran independientes entre sí. En una rejilla de periodicidad simple sólo se dan órdenes de difracción de aportación igual $m_x = \sigma m_y$, donde $\sigma = +1$ se cumple para el caso en que las líneas de la rejilla caen para valores crecientes de \bar{x}^0 (como en la Fig. 19 $\partial\bar{y}^0/\partial\bar{x}^0 < 0$, y $\sigma = -1$ se cumple en el caso de líneas de rejilla crecientes ($\partial\bar{y}^0/\partial\bar{x}^0 > 0$).

A continuación se consideran rejillas de difracción de periodicidad simple $m = m_x = \sigma m_y$. Todos los cálculos pueden modificarse sin embargo también en el caso de rejillas de difracción doblemente periódicas.

La ecuación (113) con $m = m_x = \sigma m_y$) sobre el lado derecho se interpreta de modo que dos rayos refractados en dos líneas de rejilla contiguas poseen una diferencia de marcha que no desaparece, es decir una diferencia de fase proporcional a m y a λ . Por consiguiente existen dos posibilidades de caracterizar la trayectoria de las líneas de rejilla, es decir por una parte por las particularidades de la rejilla basadas en el vector \mathbf{d} que se pueden medir (por ejemplo con un microscopio) y por otra parte mediante la propiedad abstracta de introducir en el camino óptico una diferencia de marcha adicional dependiente del lugar. En el segundo caso la trayectoria de las líneas de rejilla se determinan por la diferencia entre los valores de una función de fase $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0; \lambda, m)$, que además de las coordenadas \bar{x}^0 y \bar{y}^0 también depende de la longitud de onda λ que del orden de difracción m . Como esta función de fase en cada caso es proporcional a λ y a m , estos factores se pueden escindir. En lugar de la función de fase $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0; \lambda, m)$ se puede utilizar la función $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ donde

$$\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0; \lambda, m) = m\lambda \cdot \psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0). \quad (114)$$

La Fig. 20 muestra líneas de una rejilla de difracción 122 sobre una superficie límite plana 120 y la Fig. 21 muestra líneas de una rejilla de difracción 122 sobre una superficie límite curvada 122.

Salvo en el caso más sencillo de una rejilla equidistante, constante sobre una superficie plana por las líneas de rejilla discurren por lo general en cada lugar de un elemento óptico en otra dirección, como por ejemplo muestran las Fig. 20 y la Fig. 21. Además por lo general su distancia en cada punto es diferente (véase por ejemplo la Fig. 20). Una periodicidad estricta ya no existe por lo tanto. El vector del periodo \mathbf{d} ya no se puede por lo tanto definir. Se propone por consiguiente sustituir el vector periódico \mathbf{d} por una función que depende de las coordenadas $\mathbf{d}(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ o dicho de otro modo sustituirlo por un campo vectorial $\mathbf{d}(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ definido como el campo vectorial tangencial a las trayectorias 12 situadas ortogonalmente sobre las líneas de rejilla 122a.

Además hay que tener en cuenta, en el caso general de una superficie de base curvada 120, como se muestra en la Fig. 21, que la rejilla 122 viene por una parte especificada en coordenadas globales \bar{x}^0 , \bar{y}^0 y que por otro lado sin embargo para la repercusión en el paso de rayos son propiedades locales relevantes como por ejemplo la distancia de rejilla local que presenta la rejilla 122 a lo largo de los ejes ladeados de un sistema de coordenadas local \bar{x}^0 , \bar{y}^0 .

En lugar de $\mathbf{d}(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ la repercusión de la rejilla 122 se puede describir también en este caso general mediante la función de fase $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$.

La función de fase de una rejilla de difracción $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ resulta más adecuada para el cálculo del frente de onda que el campo vectorial $\mathbf{d}(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$, aunque no se puede medir directamente. Para realizar un cálculo del frente de onda basado en la función de fase $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ se propone por lo tanto un método para la determinación del paso entre las funciones $\mathbf{d}(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ y $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ en las dos direcciones (es decir $\mathbf{d}(\bar{x}^0, \bar{y}^0) \leftrightarrow \Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$). El esquema de operaciones que se muestra en la Fig. 22 ilustra el paso entre el campo vectorial $\mathbf{d}(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ y la función de fase $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$.

En particular en el caso de una rejilla especificada que puede ser conocida por ejemplo por una medición (véase el bloque 130 en la Fig. 22) de la foto microscópica de una proyección de rejilla o por una proyección de otra propiedad mensurable de la rejilla (por ejemplo una propiedad de transmisión), la función de fase $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$ se puede obtener

en coordenadas globales (véase el bloque 132 en la Fig. 22) contando las líneas de rejilla e interpretándolas como curvas $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = const.$ Para las curvas se toman sucesivamente los valores $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = 0, \Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = 1, \Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = 2, etc.$ (véase la Fig. 22). Para todos los puntos (\bar{x}^0, \bar{y}^0) que no se encuentran sobre las líneas de rejilla sino entre las mismas, los valores de la función de fase se pueden calcular mediante interpolación adecuada.

5 Por el contrario si se conoce la función de fase $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0)$, se pueden obtener las líneas de rejilla calculando las curvas $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = const.$ con $\Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = 0, \Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = 1, \Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = 2, etc.$

La función de fase que sea relevante para el cálculo del rayo local es después de definir un sistema de coordenadas locales $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ la función

$$\psi(\bar{x}, \bar{y}) = \Psi^0(\bar{x}^0(\bar{x}, \bar{y}), \bar{y}^0(\bar{x}, \bar{y})), \quad (115)$$

10 (véase el bloque 134 en la Fig. 22), donde las relaciones $\bar{x}^0(\bar{x}, \bar{y}), \bar{y}^0(\bar{x}, \bar{y})$ se obtienen de la transformación del sistema de coordenadas globales en el sistema de coordenadas locales para el punto de intersección correspondiente definiendo de forma análoga (véase el bloque 136 en la Fig. 22)

$$\Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m) = m\lambda \cdot \psi(\bar{x}, \bar{y}) \quad (116)$$

a la ecuación (114) se puede obtener finalmente la función de fase incorporando el orden de difracción y la longitud de onda.

15 **Cálculo del frente de onda en el caso de un elemento/sistema óptico que comprende por lo menos una rejilla de difracción**

Propiedades de primer orden (desviación del rayo)

20 Un cálculo del frente de onda da para el cálculo de rayos descritos en el sistema local por los vectores N, N' (véase ecuaciones (112a) y (112b)) las leyes para la desviación del rayo

$$\begin{aligned} n' \text{sen } \varphi'_x - n \text{sen } \varphi_x &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m) \\ n' \text{sen } \varphi'_y - n \text{sen } \varphi_y &= \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m). \end{aligned} \quad (117)$$

25 Ejemplo 1:

En el caso más sencillo de una rejilla equidistante constante sobre una superficie plana que corresponde por ejemplo a la Fig. 19 la función de fase viene dada en el sistema global por

$$30 \quad \Psi^0(\bar{x}^0, \bar{y}^0) = \frac{\bar{x}^0}{\delta_x} + \frac{\bar{y}^0}{\delta_y} + \psi_0 \quad (118)$$

donde ψ_0 es una constante. Debido a que la superficie de base es plana, se puede elegir un sistema local idéntico al sistema global de tal forma que $\Psi(\bar{x}, \bar{y}) = \Psi(\bar{x}, \bar{y})$. Como en este caso se tiene

$$35 \quad \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m) &= \frac{m\lambda}{\delta_x} \\ \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m) &= \frac{m\lambda}{\delta_y} \end{aligned} \quad (119)$$

la ecuación (117) conduce exactamente al caso especial de la ecuación (113).

Ejemplo 2:

Si en una rejilla cualquiera se elige el sistema local $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$ en el punto de intersección de forma que el rayo incidente está en el plano $\bar{y} - \bar{z}$, entonces $\varphi_x = 0$. Cuando la función de fase viene dada en este sistema local por $\Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m)$ entonces las leyes para la desviación de rayos según la ecuación (117) son

$$\begin{aligned} n' \text{sen } \varphi'_x &= \frac{\partial}{\partial \bar{x}} \Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m) \\ n' \text{sen } \varphi'_y - n \text{sen } \varphi_y &= \frac{\partial}{\partial \bar{y}} \Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m). \end{aligned} \tag{120}$$

Cuando $\partial \Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m) / \partial \bar{x} = 0$, se tiene también $\varphi'_x \neq 0$. Esto significa que -en el caso de que las líneas de rejilla no estén verticalmente sobre la superficie de incidencia- se produce una desviación lateral del rayo y que el plano de emergencia ya no coincide con el plano de incidencia (distinto a lo que ocurre en el caso de pura refracción). Por el contrario si $\partial \Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m) / \partial \bar{x} = 0$, entonces $\varphi'_x = 0$ y la desviación del rayo se produce exclusivamente en el plano $\bar{y} - \bar{z}$.

Propiedades de segundo orden (propiedades de curvatura del frente de onda)

Para describir propiedades de frente de onda se propone realizar primero el cálculo ("ray tracing") de un rayo principal que discurre con una zona de valoración del elemento óptico. El rayo principal se diferencia por lo tanto de los posibles rayos contiguos que discurren lejos de la zona de variación. Un rayo principal es en el caso d un cristal para gafa particularmente un rayo luminoso que partiendo del punto objeto discurre por el centro de la pupila de entrada. La pupila de entrada coincide en los movimientos de la mirada con el centro de rotación y no necesariamente con la pupila física del ojo. Los ángulos $\varphi_x, \varphi_y, \varphi'_x, \varphi'_y$ y por lo tanto los vectores \mathbf{N}, \mathbf{N}' en las ecuaciones (112a) y (112b) son conocidos por este paso.

Adicionalmente se propone introducir otros sistemas de coordenadas además de un sistema de coordenadas local que sirve para la descripción de la superficie de base y en el cual se describe también el rayo incidente y el emergente.

El sistema de coordenadas $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ sirve para describir el frente de onda incidente y está orientado de modo que el eje z está dirigido en el sentido de la luz a lo largo de la dirección del rayo incidente \mathbf{N} y el origen $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 0)$ coincide con el punto $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 0)$.

El sistema de coordenadas (x', y', z') sirve para describir el frente de onda emergente y está orientado de modo que el eje z' está dirigido en el sentido de la luz a lo largo de la dirección del rayo emergente \mathbf{N}' y el origen $(x', y', z') = (0, 0, 0)$ coincide también con el punto $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}) = (0, 0, 0)$.

Las coordenadas de un vector espacial pueden describirse mediante la magnitud $\mathbf{v} = (v_x, v_y, v_z)$ en el sistema de coordenadas (x, y, z) mediante la magnitud $\mathbf{v}' = (v'_x, v'_y, v'_z)$ en el sistema de coordenadas (x', y', z') o por la magnitud $\bar{\mathbf{v}} = (\bar{v}_x, \bar{v}_y, \bar{v}_z)$ en el Sistema de coordenadas $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$. La posición mutua de los sistemas de coordenadas depende de los rayos y se establece sólo hasta los grados de libertad que corresponden a una rotación del sistema (x, y, z) alrededor del rayo incidente y una segunda rotación independiente del sistema (x', y', z') alrededor del rayo emergente.

De preferencia la posición mutua de los sistemas de coordenadas se establece mediante

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{R} \cdot \bar{\mathbf{v}} & \mathbf{v}' &= \mathbf{R}' \cdot \bar{\mathbf{v}} \\ \mathbf{R} &= \mathbf{R}_z(\chi) \mathbf{R}_x(\varphi) \mathbf{R}_z(-\chi) & \mathbf{R}' &= \mathbf{R}_z(\chi') \mathbf{R}_x(\varphi') \mathbf{R}_z(-\chi') \end{aligned} \tag{121}$$

donde

5

$$\mathbf{R}_x(\varepsilon) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon \\ 0 & \sin \varepsilon & \cos \varepsilon \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{R}_y(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon & 0 & \sin \varepsilon \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \varepsilon & 0 & \cos \varepsilon \end{pmatrix},$$

(122)

10

$$\mathbf{R}_z(\varepsilon) = \begin{pmatrix} \cos \varepsilon & -\sin \varepsilon & 0 \\ \sin \varepsilon & \cos \varepsilon & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

15

Los ángulos auxiliares $\varphi, \varphi', \chi, \chi'$ en la ecuación (121) deben expresarse por medio de las magnitudes $\varphi_x, \varphi_y, \varphi'_x, \varphi'_y$ que son conocidas antes del cálculo del frente de onda. Las matrices \mathbf{R}, \mathbf{R}' que están construidas de modo que φ, φ' son los ángulos de incidencia y de emergencia del ángulo normal de superficie y se tiene

$$\begin{aligned} \cos \varphi &= \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_x - \sin^2 \varphi_y}, & \cos \varphi' &= \sqrt{1 - \sin^2 \varphi'_x - \sin^2 \varphi'_y}, \\ \sin \varphi &= \sqrt{\sin^2 \varphi_x + \sin^2 \varphi_y}, & \sin \varphi' &= \sqrt{\sin^2 \varphi'_x + \sin^2 \varphi'_y} \end{aligned}, \quad (123)$$

así como

20

$$\begin{aligned} \sin \chi &= \frac{-\sin \varphi_x}{\sqrt{\sin^2 \varphi_x + \sin^2 \varphi_y}}, & \sin \chi' &= \frac{-\sin \varphi'_x}{\sqrt{\sin^2 \varphi'_x + \sin^2 \varphi'_y}}, \\ \cos \chi &= \frac{\sin \varphi_y}{\sqrt{\sin^2 \varphi_x + \sin^2 \varphi_y}}, & \cos \chi' &= \frac{\sin \varphi'_y}{\sqrt{\sin^2 \varphi'_x + \sin^2 \varphi'_y}} \end{aligned}. \quad (124)$$

25

De las ecuaciones anteriores (123) y (124) se desprende que:

$$\tan \chi = -\frac{\sin \varphi_x}{\sin \varphi_y}, \quad \tan \chi' = -\frac{\sin \varphi'_x}{\sin \varphi'_y}. \quad (126)$$

30

Si el frente de onda incidente en el sistema de coordenadas local (x, y, z) viene dado por $W_{in}(x, y)$, la superficie de base refringente en el sistema $(\bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ por $S(\bar{x}, \bar{y})$ así como el frente de onda emergente buscado en el sistema (x', y', z') por $W'_{out}(x', y')$, entonces las siguientes fórmulas (127) y (128) describen la dependencia de las derivadas locales segundas de los frentes de onda (es decir el frente de onda incidente y el emergente), de la superficie de

base así como de la fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m)$.

$$\begin{aligned}
 & n' \mathbf{R}_2(\chi') \mathbf{C}'_2 \mathbf{R}_2(-\chi') \begin{pmatrix} W_{\text{Out}}^{(2,0)}(0,0) \\ W_{\text{Out}}^{(1,1)}(0,0) \\ W_{\text{Out}}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix} - n \mathbf{R}_2(\chi) \mathbf{C}_2 \mathbf{R}_2(-\chi) \begin{pmatrix} W_{\text{In}}^{(2,0)}(0,0) \\ W_{\text{In}}^{(1,1)}(0,0) \\ W_{\text{In}}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix} = \\
 & = v \begin{pmatrix} \bar{S}^{(2,0)}(0,0) \\ \bar{S}^{(1,1)}(0,0) \\ \bar{S}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Psi^{(2,0)}(0,0) \\ \Psi^{(1,1)}(0,0) \\ \Psi^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix},
 \end{aligned}
 \tag{127}$$

donde se cumple

$$\begin{aligned}
 v &= n' \cos \varphi' - n \cos \varphi \\
 &= n' \sqrt{1 - \sin^2 \varphi'_x - \sin^2 \varphi'_y} - n \sqrt{1 - \sin^2 \varphi_x - \sin^2 \varphi_y}
 \end{aligned}
 \tag{128}$$

la fase $\Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m)$ es aquí la fase definida en la ecuación (116).

Los términos individuales de la ecuación (127) corresponden aquí a los términos de la ecuación BAD $\mathbf{B} - \mathbf{A} = \mathbf{D} + \mathbf{PK}^{(2)}$.

En la ecuación (127) los símbolos superiores corresponden a derivadas. Para cualquier función $h(x, y)$ se tiene:

$$h^{(k-m,m)}(0,0) := \partial^k / \partial x^{k-m} \partial y^m h(x, y) \Big|_{x=0, y=0}.
 \tag{129}$$

La función $h(x, y)$ en la fórmula (129) juega aquí opcionalmente el papel de las funciones $W_{\text{in}}(x, y)$, $W'_{\text{out}}(x', y')$, $\bar{S}(\bar{x}, \bar{y})$ y $\Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m)$, donde en caso de $\Psi(\bar{x}, \bar{y}; \lambda, m)$ las derivadas se refieren a \bar{x}, \bar{y} . Las matrices \mathbf{C}_2 y \mathbf{C}'_2 se definen como en el caso de una refracción (véase por ejemplo G. Esser, W. Becken, W. Müller, P. Baumbach, J. Arasa y D. Uttenweiler "Derivation of the refraction equations for higher order aberrations of local wavefronts at oblique incidence", J. Opt. Soc. Am. A., volumen 27, nº 2, Febrero 2010):

$$\mathbf{C}_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2 \varphi \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C}'_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi' & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2 \varphi' \end{pmatrix}.
 \tag{130}$$

Además se introduce en la ecuación (127) la matriz $\mathbf{R}_2(\chi)$ que describe la distorsión del frente de onda. Si un frente de onda viene dado en general por la función $w(x, y)$, entonces se describe ésta en coordenadas giradas

$$\begin{pmatrix} \tilde{x} \\ \tilde{y} \end{pmatrix} = \mathbf{Rot}(\alpha) \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \quad \text{mit} \quad \mathbf{Rot}(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix}
 \tag{132}$$

mediante la función transformada

$$\tilde{w}(\tilde{x}, \tilde{y}) = w(x(\tilde{x}, \tilde{y}), y(\tilde{x}, \tilde{y}))
 \tag{133}$$

La derivada de orden k , $\frac{\partial^k}{\partial \tilde{x}^m \partial \tilde{y}^{k-m}} \tilde{w}(\tilde{x}, \tilde{y})$ respecto de la coordenada girada puede expresarse como combinación lineal de las derivadas $\frac{\partial^k}{\partial x^l \partial y^{k-l}} w(x, y)$ según las coordenadas iniciales. $(k + 1) \times (k + 1)$ matriz $\mathbf{R}_k(\chi)$ describe la transición entre la derivada de orden k en el sistema de coordenadas (x, y) y la derivada de orden k en el sistema de coordenadas (\tilde{x}, \tilde{y}) .

$$\frac{\partial^k}{\partial \tilde{x}^m \partial \tilde{y}^{k-m}} \tilde{w}(\tilde{x}, \tilde{y}) = \sum_{l=0}^k (\mathbf{R}_k(\chi))_{(m+1),(l+1)} \frac{\partial^k}{\partial x^l \partial y^{k-l}} w(x, y), \quad m = 0, \dots, k, \quad l = 0, \dots, k \quad (134)$$

Se tiene explícitamente para los tres primeros órdenes

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_1(\alpha) &= \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} = \mathbf{Rot}(\alpha) \\ \mathbf{R}_2(\alpha) &= \begin{pmatrix} \cos^2 \alpha & -2 \cos \alpha \sin \alpha & \sin^2 \alpha \\ \cos \alpha \sin \alpha & \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha & -\cos \alpha \sin \alpha \\ \sin^2 \alpha & 2 \cos \alpha \sin \alpha & \cos^2 \alpha \end{pmatrix} \\ \mathbf{R}_3(\alpha) &= \begin{pmatrix} \cos^3 \alpha & -3 \cos^2 \alpha \sin \alpha & 3 \cos \alpha \sin^2 \alpha & -\sin^3 \alpha \\ \cos^2 \alpha \sin \alpha & \cos^3 \alpha - 2 \cos \alpha \sin^2 \alpha & \sin^3 \alpha - 2 \cos^2 \alpha \sin \alpha & \cos \alpha \sin^2 \alpha \\ \cos \alpha \sin^2 \alpha & -(\sin^3 \alpha - 2 \cos^2 \alpha \sin \alpha) & \cos^3 \alpha - 2 \cos \alpha \sin^2 \alpha & -\cos^2 \alpha \sin \alpha \\ \sin^3 \alpha & 3 \cos \alpha \sin^2 \alpha & 3 \cos^2 \alpha \sin \alpha & \cos^3 \alpha \end{pmatrix} \\ \mathbf{R}_4(\alpha) &= \dots \end{aligned} \quad (135)$$

A continuación se consideran algunos casos especiales de sistemas ópticos, en particular de cristales para gafa con POE. De este modo se tiene con una incidencia de luz vertical

$$\begin{aligned} \nu &= n' - n; \\ \mathbf{R}_2 &= \mathbf{1}; \end{aligned}$$

$$\mathbf{C}_2 = \mathbf{1};$$

$$\text{Par: } n' \begin{pmatrix} W_{\text{Out}}^{(2,0)}(0,0) \\ W_{\text{Out}}^{(1,1)}(0,0) \\ W_{\text{Out}}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix} - n \begin{pmatrix} W_{\text{In}}^{(2,0)}(0,0) \\ W_{\text{In}}^{(1,1)}(0,0) \\ W_{\text{In}}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix} = (n' - n) \begin{pmatrix} \bar{S}^{(2,0)}(0,0) \\ \bar{S}^{(1,1)}(0,0) \\ \bar{S}^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Psi^{(2,0)}(0,0) \\ \Psi^{(1,1)}(0,0) \\ \Psi^{(0,2)}(0,0) \end{pmatrix} \quad (127a)$$

En el caso de un problema unidimensional (plano meridional) se producen en lugar de derivadas mixtas según \bar{x}, \bar{y} únicamente derivadas según una coordenada (por ejemplo según \bar{y}). Además se tiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_2 &= R_2 = 1; \\ \mathbf{C}_2 &= C_2 = \cos^2 \varphi; \\ \mathbf{C}'_2 &= C'_2 = \cos^2 \varphi'. \end{aligned}$$

5 Por consiguiente la ecuación (127) se puede escribir como

$$n' \cos^2 \varphi' W'_{\text{Out}}{}^{(2)}(0) - n \cos^2 \varphi W_{\text{In}}{}^{(2)}(0) = \nu \bar{S}^{(2)}(0) - \Psi^{(2)}(0) \quad (127b)$$

Con una incidencia luminosa vertical y un problema unidimensional se producen, en lugar de derivadas mixtas según \bar{x}, \bar{y} únicamente derivadas según una coordenada (por ejemplo según \bar{y}). Se tiene además

$$\nu = n' - n$$

$$\mathbf{C}_2 = C_2 = 1$$

$$\mathbf{R}_2 = R_2 = 1$$

$$\mathbf{C}'_2 = C'_2 = 1$$

10

Por consiguiente la ecuación (127) se puede describir como:

$$n' W'_{\text{Out}}{}^{(2)}(0) - n W_{\text{In}}{}^{(2)}(0) = (n' - n) \bar{S}^{(2)}(0) - \Psi^{(2)}(0) \quad (127c)$$

Propiedades de orden superior del frente de onda (propiedades tercer orden, cuarto orden...)

[0290] De forma análoga a la ecuación (127) se tiene para las derivadas de tercer orden

15

$$n' \mathbf{R}_3(\chi') \mathbf{C}'_3 \mathbf{R}_3(-\chi') \begin{pmatrix} W'_{\text{Out}}{}^{(3,0)}(0,0) \\ W'_{\text{Out}}{}^{(2,1)}(0,0) \\ W'_{\text{Out}}{}^{(1,2)}(0,0) \\ W'_{\text{Out}}{}^{(0,3)}(0,0) \end{pmatrix} - n \mathbf{R}_3(\chi) \mathbf{C}_3 \mathbf{R}_3(-\chi) \begin{pmatrix} W_{\text{In}}{}^{(3,0)}(0,0) \\ W_{\text{In}}{}^{(2,1)}(0,0) \\ W_{\text{In}}{}^{(1,2)}(0,0) \\ W_{\text{In}}{}^{(0,3)}(0,0) \end{pmatrix} =$$

20

$$= \nu \begin{pmatrix} \bar{S}^{(3,0)}(0,0) \\ \bar{S}^{(2,1)}(0,0) \\ \bar{S}^{(1,2)}(0,0) \\ \bar{S}^{(0,3)}(0,0) \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \Psi^{(3,0)}(0,0) \\ \Psi^{(2,1)}(0,0) \\ \Psi^{(1,2)}(0,0) \\ \Psi^{(0,3)}(0,0) \end{pmatrix} + \mathbf{Q}_3(\mathbf{S}^{(2)}, \mathbf{F}^{(2)}) \quad (136)$$

25

donde, de forma análoga a la ecuación (130) se tiene:

$$C_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2 \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos^3 \varphi \end{pmatrix}, C'_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \varphi' & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos^2 \varphi' & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos^3 \varphi' \end{pmatrix}. \quad (137)$$

Se pueden formar de modo análogo ecuaciones para órdenes superiores $k = 4, 5, \dots$

Con el procedimiento descrito anteriormente es posible describir un sistema óptico (por ejemplo un cristal para gafa) con por lo menos una rejilla de difracción. En particular es posible determinar exactamente las propiedades de segundo orden y de orden superior del frente de onda emergente del sistema óptico. Con la ayuda de las propiedades del frente de onda de segundo orden o de orden superior pueden calcularse las aberraciones del elemento óptico (por ejemplo el cristal para gafa) de forma conocida. En este sentido, se remite en particular a la publicación WO 2008/089999 A1 en el artículo de W. Becken y colaboradores "Brillengläser im Sport: Optimierung der Abbildungseigenschaften unter physiologischen Aspekten", Z. Med. Phys., 17 (2007), páginas 56 – 66 o en el artículo de G. Esser "Derivation of the refraction equations for higher order aberrations of local wavefronts at oblique incidence", JOSA, A., volumen 27, n° 2, Febrero 2010, páginas 218-237. Se remite expresamente a estas publicaciones para la terminología técnica utilizada y en particular los símbolos empleados en las ecuaciones (121) a (137), así como la relación de la esfera, el cilindro, eje (valores SZA) con propiedades del frente de onda. Las explicaciones correspondientes constituyen parte integrante de la presente solicitud.

Leyenda

- 10 frente de onda incidente
- 12 superficie limítrofe
- 14 estructura periódica (rejilla de difracción)
- 16 frente de onda emergente
- 20 prisma
- 30 zonas de corrección
- 32 línea de separación de la zona de corrección
- 100 elemento/sistema óptico (por ejemplo cristal para gafa)
- 102 rayo incidente
- 104, 106 superficie limítrofe de refracción
- 108 rayo emergente
- 108-m rayo emergente con orden m de difracción
- 110 frente de onda incidente
- 112 frente de onda emergente
- 122 rejilla de difracción
- 114 material óptico
- 116 paso por el material óptico
- 122a líneas de rejilla
- 112b líneas de rejilla proyectadas
- 124 plano de incidencia
- 126 trayectorias ortogonales
- 130-134 etapas de la transición entre una función periódica y una función de fase

REIVINDICACIONES

1. Método implementado por ordenador para optimizar un elemento óptico (100) que comprende por lo menos una rejilla difractiva (14; 122), donde por lo menos una superficie refractiva que contribuye a la desviación refractiva de la luz y por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) del elemento óptico (100) se optimizan para minimizar el espacio de color y por lo menos una aberración de segundo orden del elemento óptico (100), donde el método comprende una optimización de la por lo menos una superficie refractiva y/o de la por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) mediante la minimización o maximización de una función objetivo F_2 o F_3 que depende de por lo menos una aberración y de la aberración cromática longitudinal o defecto transversal del elemento óptico (100), donde la optimización se realiza para una multiplicidad de zonas de valoración, donde

$$F_2 = F_{\text{monochrom}}(\lambda_0) + \sum_i g_{\text{FLF}}(i) \times f(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))^2$$

$$F_3 = F_{\text{monochrom}}(\lambda_0) + \sum_i g_{\text{FQF}}(i) \times g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))^2$$

y donde

- $F_{\text{monochrom}}(\lambda)$ es una función objetivo monocromática para la longitud de onda dada λ ;
 $g_{\text{FLF}}(i)$ es la ponderación de la aberración cromática longitudinal en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100);
 $g_{\text{FQF}}(i)$ es la ponderación de la aberración cromática longitudinal en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100)
 $\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1)$ es la matriz de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para la longitud de onda λ_1 y para la i -ésima zona de valoración;
 $\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2)$ es la matriz de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para la longitud de onda λ_2 y para la i -ésima zona de valoración; y
 $f(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))$ es una función de la diferencia de las matrices de vergencia del frente de onda en el globo cenital vértice para las longitudes de onda diferentes λ_1 y λ_2 .
 $\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1)$ es el ángulo formado por los rayos principales del lado del objeto para las diferentes longitudes de onda λ_1 y λ_2 ; y
 $g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))$ es una función del ángulo formado entre los rayos principales del lado del objeto para diversas longitudes de onda λ_1 y λ_2 .

2. Método según la reivindicación 1, donde se optimiza tanto la por lo menos una superficie refractiva como la por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) del elemento óptico (100).
 3. Método según la reivindicación 1 o 2, donde la función objetivo F_2 es una función objetivo:

$$F_2 = \sum_i \left(g_Z(i) (Z_\Delta(i, \lambda_0) - Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_S(i) (S_\Delta(i, \lambda_0) - S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_{\text{FLF}}(i) \times f(\mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_2) - \mathbf{S}_{\text{SK}}(i, \lambda_1))^2 \right)$$

donde

- $Z_\Delta(i, \lambda)$ es el valor real del defecto astigmático en la i -ésima zona de valor del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
 $Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto astigmático en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
 $S_\Delta(i, \lambda)$ es el valor real del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico para la longitud de onda λ ;
 $S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento

óptico para la longitud de onda λ ;

$g_z(i, \lambda)$ es la ponderación del valor de la desviación astigmática en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100) para la longitud de onda λ ; y $g_s(i, \lambda)$ es la ponderación del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100) para la longitud de onda λ .

- 5 4. Método según la reivindicación 1 o 2, donde la función objetivo F_3 es una función objetivo

$$F_3 = \sum_i \left(g_z(i) (Z_\Delta(i, \lambda_0) - Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_s(i) (S_\Delta(i, \lambda_0) - S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda_0))^2 + g_{\text{FQF}}(i) \times g(\Delta\varphi_{\text{SK}}(i, \lambda_2, \lambda_1))^2 \right)$$

donde

10 $Z_\Delta(i, \lambda)$ es el valor real del defecto astigmático en la i -ésima zona de valor del elemento óptico (100) para la longitud de onda λ ; $Z_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto astigmático en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100) para la longitud de onda λ ;

$S_\Delta(i, \lambda)$ es el valor real del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100) para la longitud de onda λ ;

15 $S_{\Delta, \text{Soll}}(i, \lambda)$ es el valor teórico del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100) para la longitud de onda λ ;

$g_z(i, \lambda)$ es la ponderación del valor de la desviación astigmática en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100) para la longitud de onda λ ; y $g_s(i, \lambda)$ es la ponderación del defecto de refracción en la i -ésima zona de valoración del elemento óptico (100) para la longitud de onda λ .

5. Método según una de las reivindicaciones anteriores, donde la por lo menos una superficie refractiva y la por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) del elemento óptico (100) se optimiza simultánea o secuencialmente.

- 20 6. Método según una de las reivindicaciones anteriores que comprende además las etapas

Especificación de un elemento óptico refractivo,

Cálculo de una rejilla difractiva (14; 122) que minimiza el espacio de color del elemento óptico refractivo dado y adición de la rejilla difractiva así calculada (14; 122) al elemento óptico refractivo;

25 Optimización de por lo menos una de las superficies refractivas del elemento óptico así obtenido manteniendo fija la rejilla difractiva (14; 122) de modo que se minimiza el defecto de refracción introducido por la rejilla difractiva (14; 122); y

Optimización de la por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) manteniendo fijas las superficies refractivas del elemento óptico de forma que se minimice el espacio de color introducido por la modificación de la por lo menos una superficie refractiva.

- 30 7. Método según la reivindicación 6, donde la especificación de un elemento óptico refractivo comprende una optimización de por lo menos una de las superficies refractivas del elemento óptico refractivo, que se realiza de modo que se minimiza por lo menos una aberración de segundo orden, de preferencia el defecto de refracción del elemento óptico.

8. Método según una de las reivindicaciones 1 a 5, que comprende además las etapas

35 Especificación de un elemento óptico refractivo;

Optimización de por lo menos una de las superficies refractivas del elemento óptico refractivo de tal forma que la parte refractiva $S_{\text{ref0}}(\lambda_d)$ del poder refringente en un punto de referencia dado del elemento óptico refractivo y para una longitud de onda dada λ_d alcanza el valor $\frac{S_{\text{Rezept}}}{1 - \frac{1}{v_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C}}$; y

40 Cálculo de una rejilla difractiva (14; 122) que minimiza el espacio de color del elemento óptico refractivo, y añadir la rejilla difractiva así calculada (14; 122) al elemento óptico refractivo optimizado, donde:

S_{Rezept} designa un valor teórico dado;

v_d el número de Abbe de los cristales de base;

λ_F la línea F-Fraunhofer, que se incorpora en la definición del número de Abbe; y

λ_C la línea C-Fraunhofer, que se incorpora en la definición del número de Abbe.

9. Método según una de las reivindicaciones 1 a 5, que comprende las etapas

5 Especificación de un elemento óptico refractivo con un poder refringente $S_{ref,0}(\lambda_d) = \frac{S_{Rezept}}{\left(1 - \frac{1}{v_d} \frac{\lambda_d}{\lambda_F - \lambda_C}\right)}$ en un punto

de referencia dado y para una longitud de onda dada λ_d ,

Cálculo de una rejilla difractiva (14; 122), concebida para minimizar el espacio de color del elemento óptico refractivo y añadir la rejilla difractiva (14; 122) así calculada al elemento óptico refractivo; y

10 Optimizar por lo menos una de las superficies refractivas del elemento óptico así obtenido con una rejilla difractiva (14; 122) fija de forma que se minimice el defecto de refracción introducido por la rejilla óptica. donde

S_{Rezept} designa un valor teórico dado;

v_d es el número de Abbe de los cristales de base;

λ_F es la línea F-Fraunhofer, que se incorpora en la definición del número de Abbe; y

15 λ_C es la línea C-Fraunhofer, que se incorpora en la definición del número de Abbe.

10. Método según una de las reivindicaciones anteriores, donde la por lo menos una aberración del elemento óptico (100) con la por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) se calcula mediante el cálculo del frente de ondas teniendo en cuenta la rejilla difractiva (14; 122).

20 **11.** Método según una de las reivindicaciones anteriores, donde el elemento óptico (100) es un cristal para gafa.

12. Programa informático concebido, cuando está cargado y se ejecuta en un ordenador, para realizar un método para la optimización de un elemento óptico (100) con por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) según una de las reivindicaciones 1 a 11.

25 **13.** Dispositivo para la optimización de un elemento óptico (100) con por lo menos una rejilla difractiva (14; 122), que comprende unos medios de optimización concebidos para realizar una optimización del elemento óptico (100) según el método para la optimización de un elemento óptico (100) y según una de las reivindicaciones 1 a 11.

14. Método para la fabricación de un elemento óptico (100) en particular un cristal para gafa con por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) que comprende las etapas:

30 Optimización del elemento óptico (100) según el método para la optimización de un elemento óptico según una de las reivindicaciones 1 a 11;

Facilitar datos de elaboración del elemento óptico optimizado (100); y

Fabricar el elemento óptico (100) según los datos de elaboración facilitados.

35 **15.** Dispositivo para la fabricación de un elemento óptico (100) en particular un cristal para gafa con por lo menos una rejilla difractiva (14; 122) que comprende

- Medios de optimización concebidos para realizar una optimización del elemento óptico (100) según el método para la optimización de un elemento óptico (100) según una de las reivindicaciones 1 a 11; y
- Medios de elaboración concebidos para fabricar el elemento óptico optimizado (100).

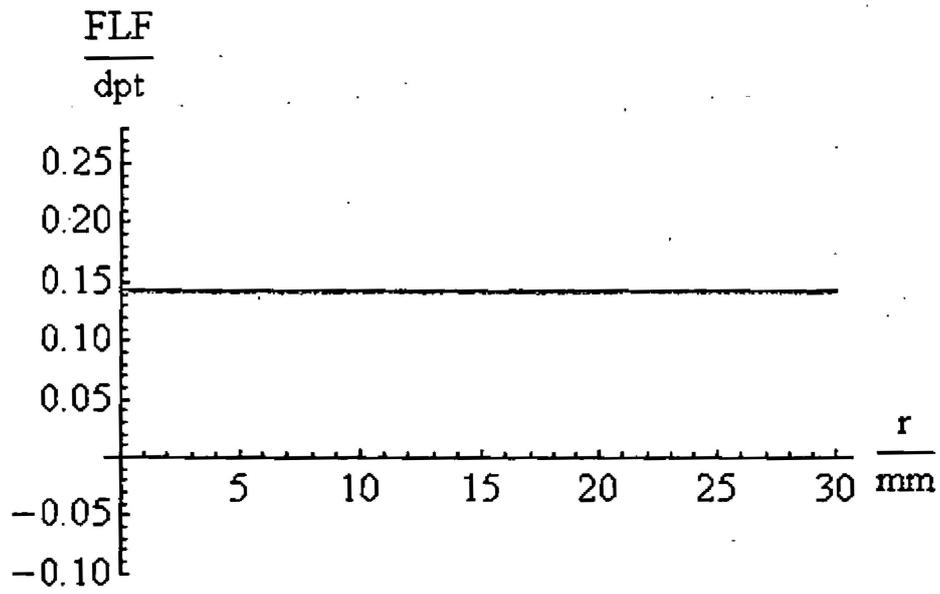


Fig. 1A

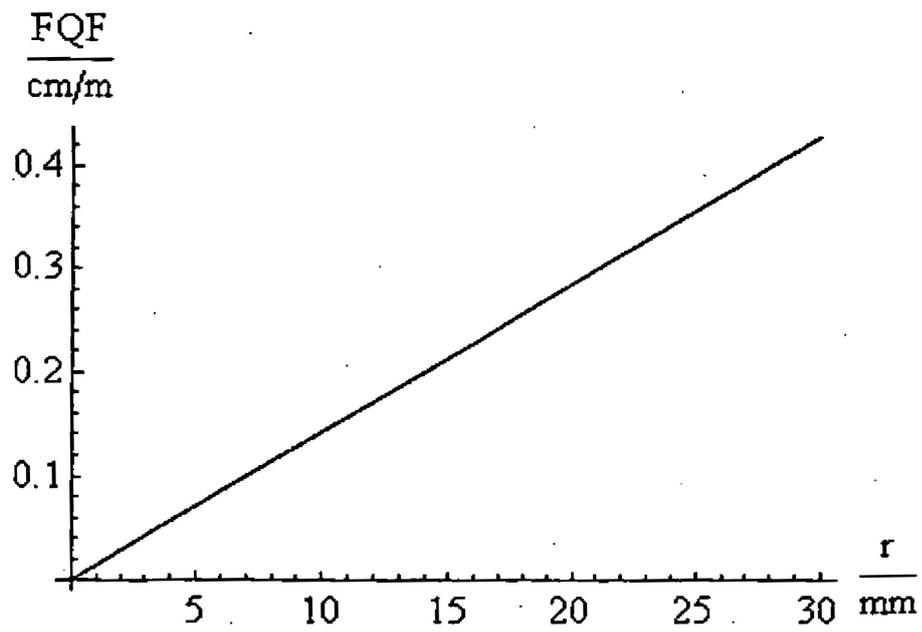


Fig. 1B

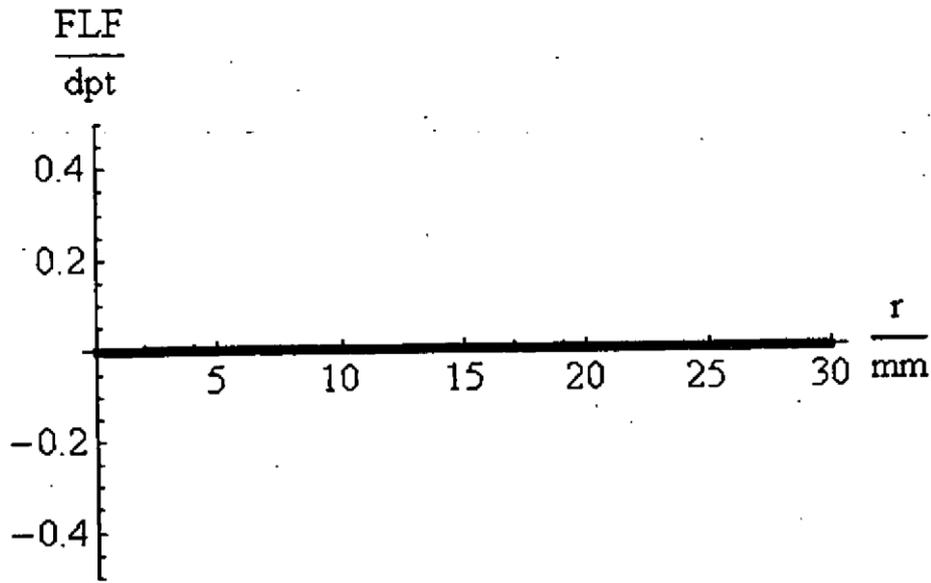


Fig. 2A

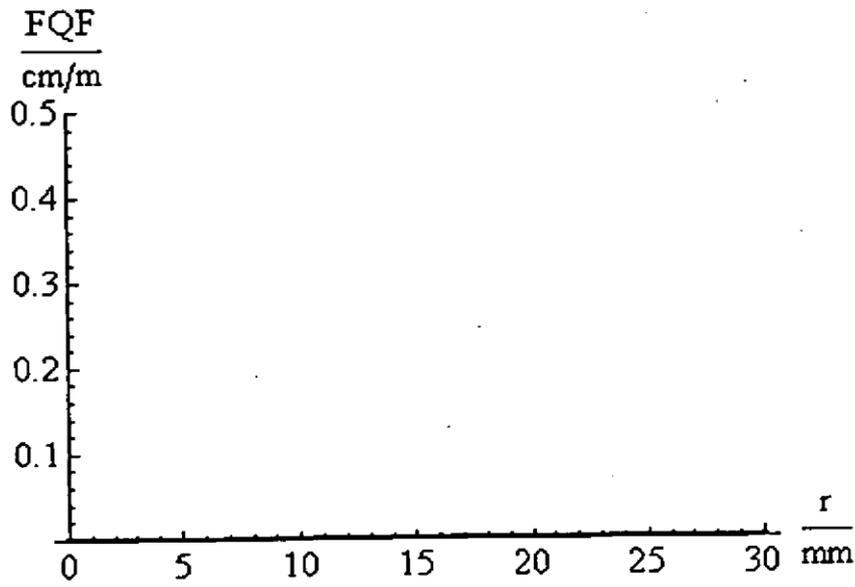


Fig. 2B

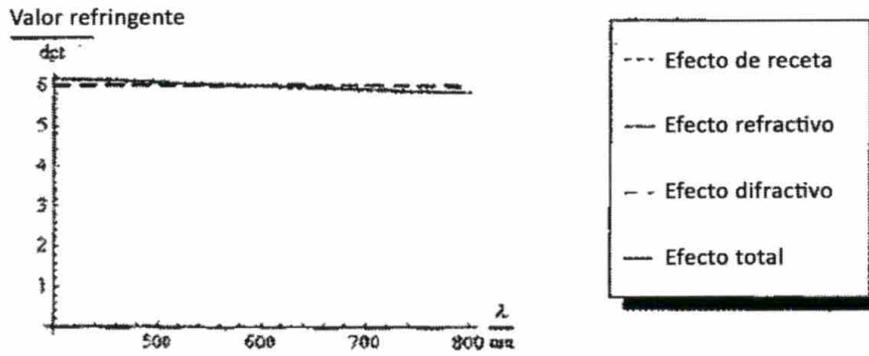


Fig. 3A

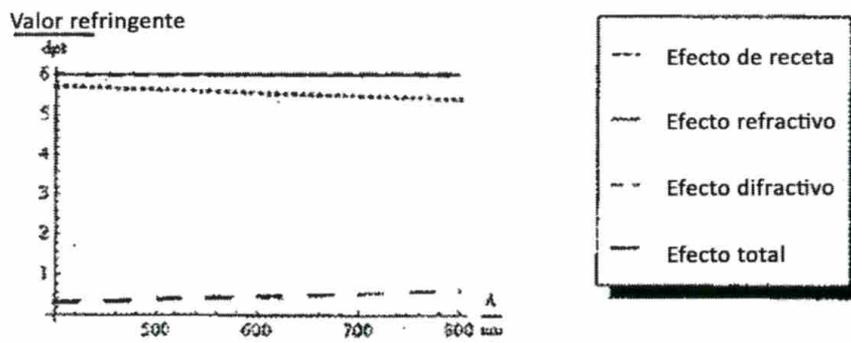


Fig. 3B

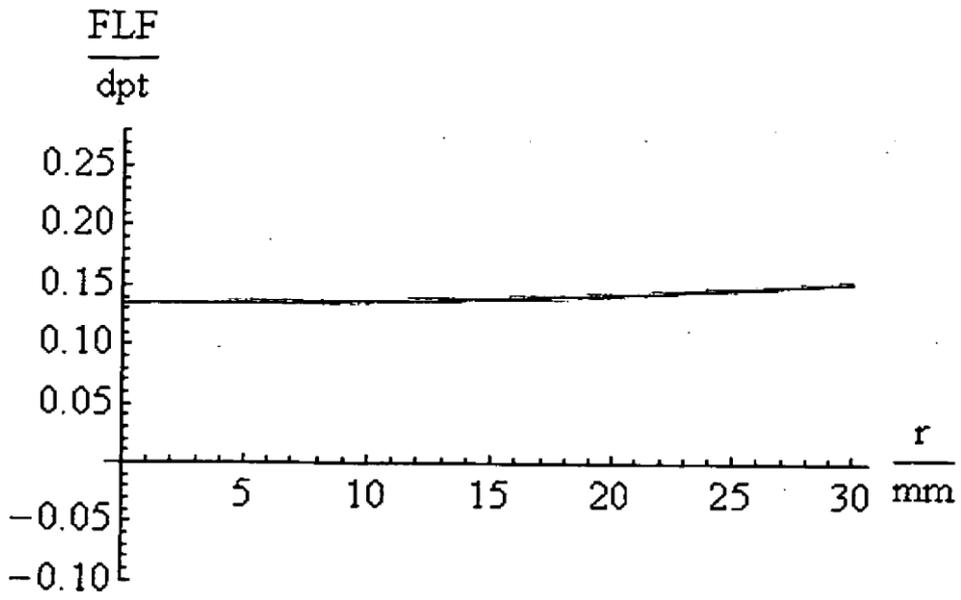


Fig. 4A

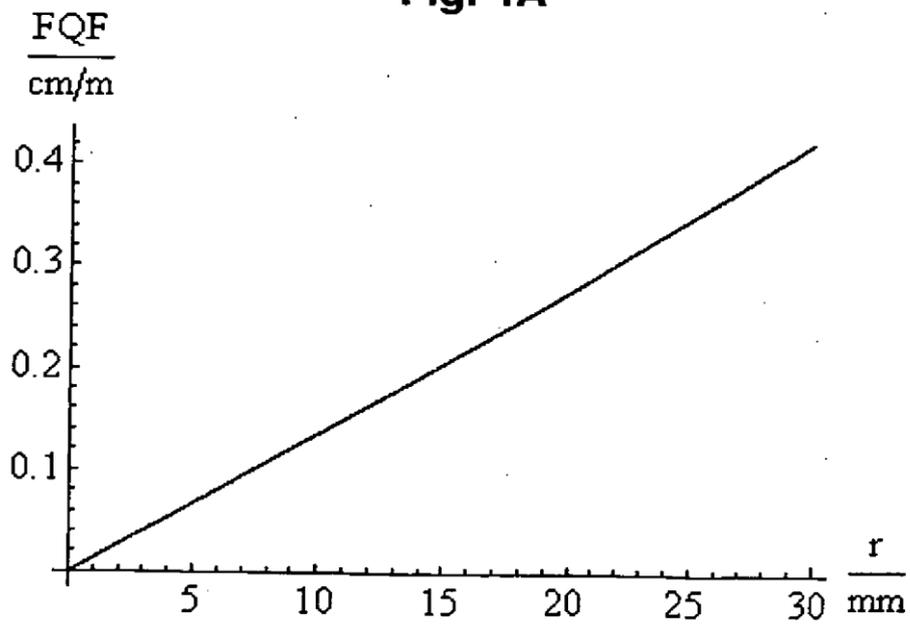


Fig. 4B

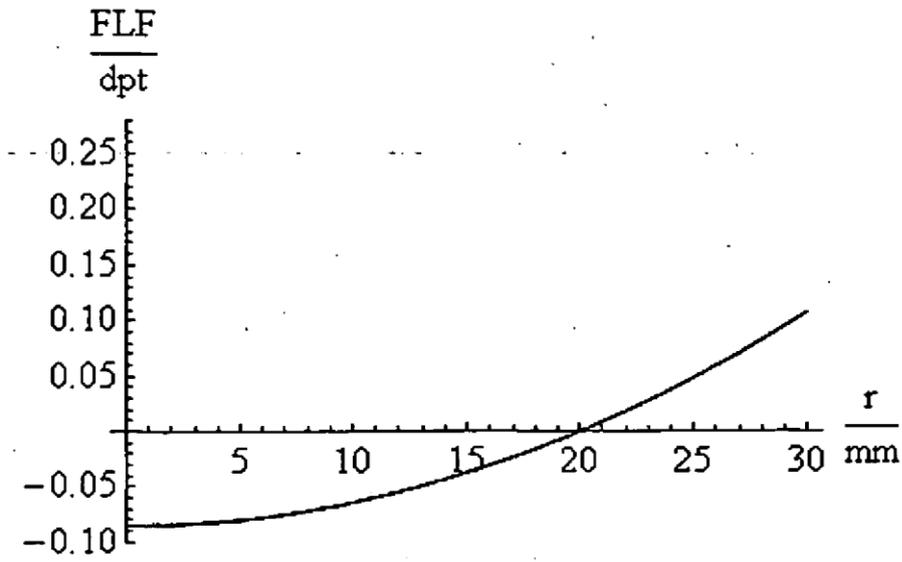


Fig. 5A

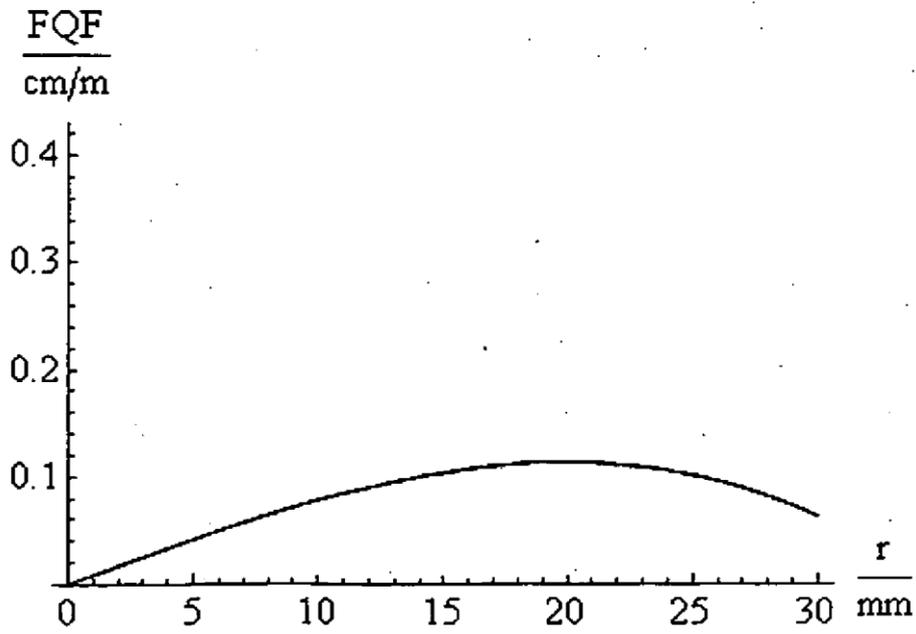


Fig. 5B

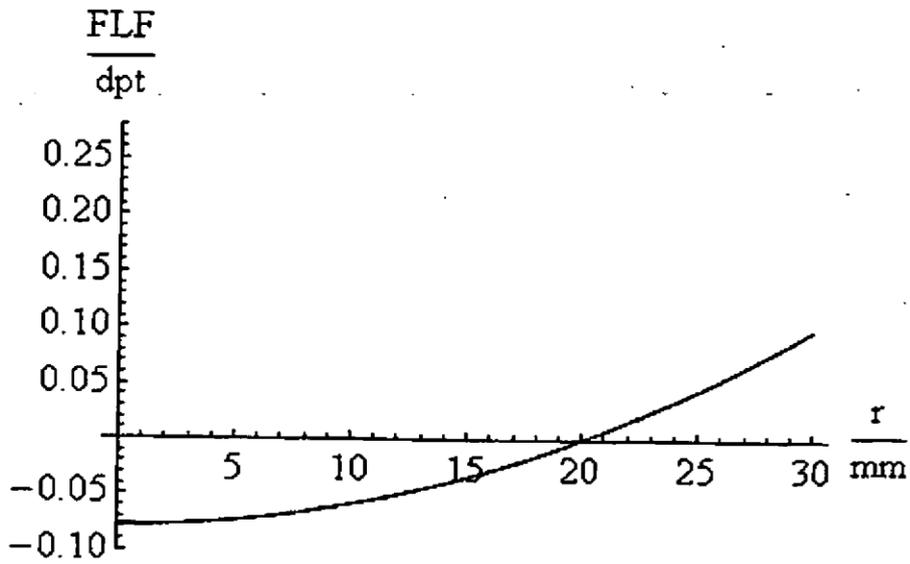


Fig. 6A

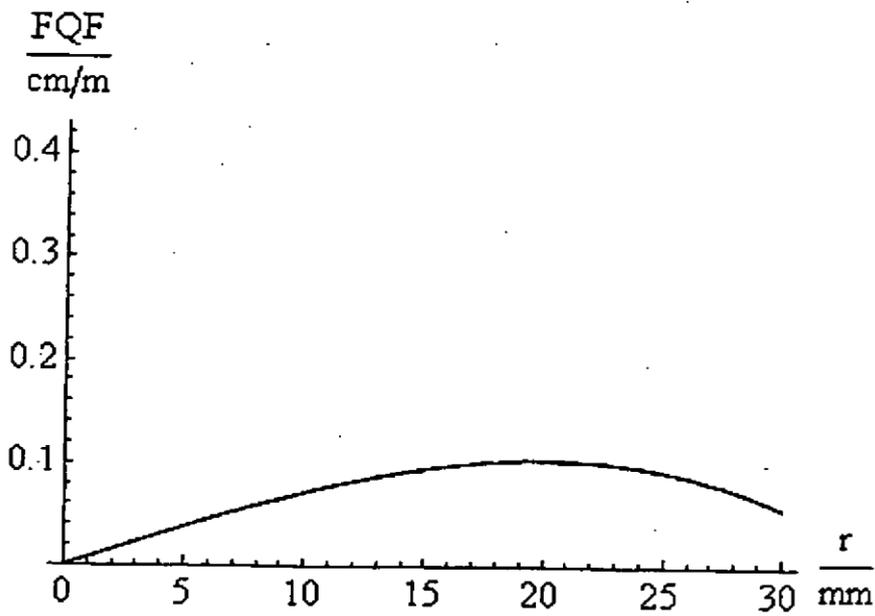


Fig. 6B

Valor refringente

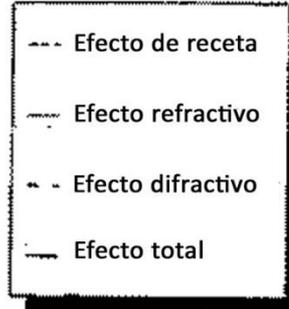
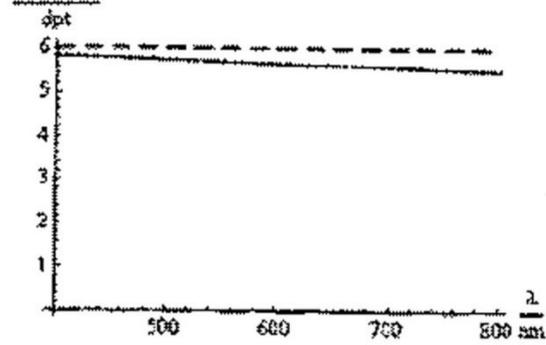


Fig. 7A

Valor refringente

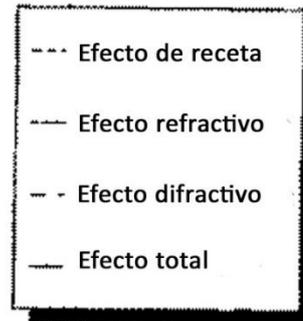
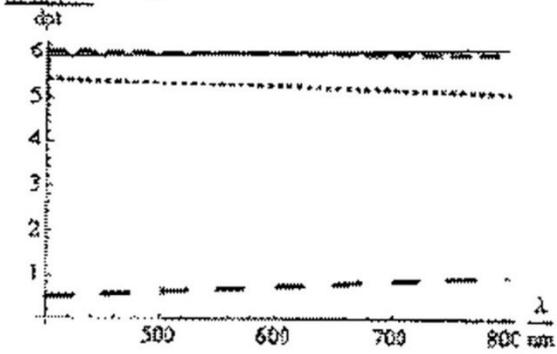


Fig. 7B

Valor refringente

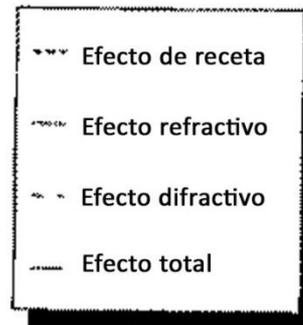
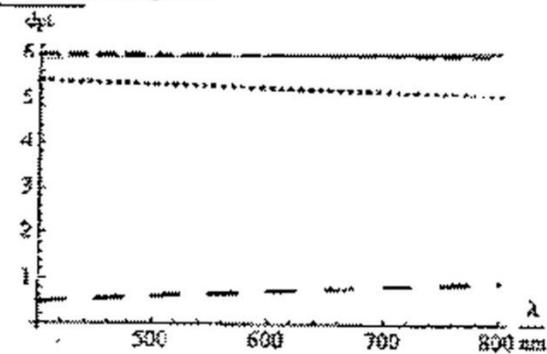


Fig. 7C

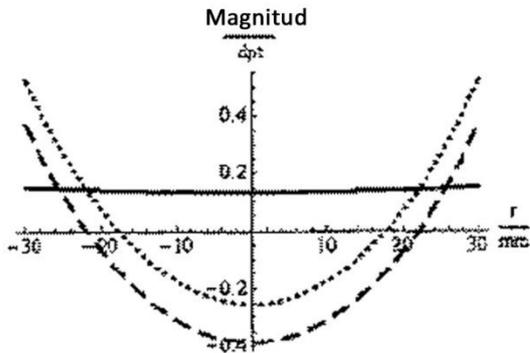


Fig. 8A

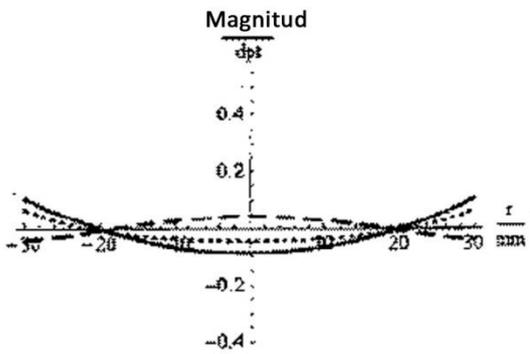
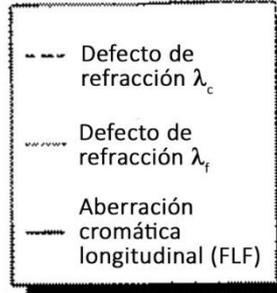


Fig. 8B

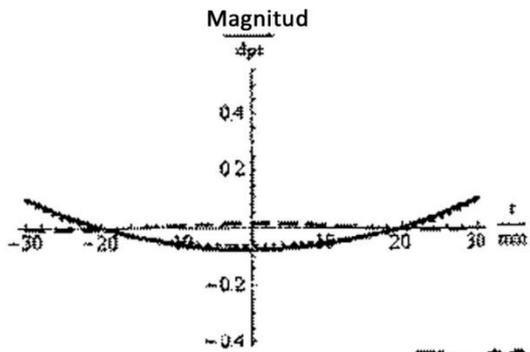
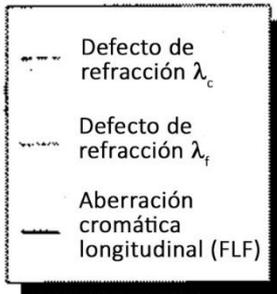
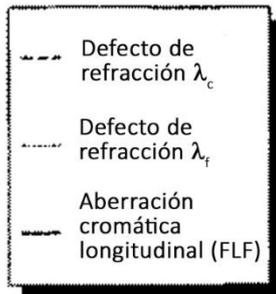


Fig. 8C



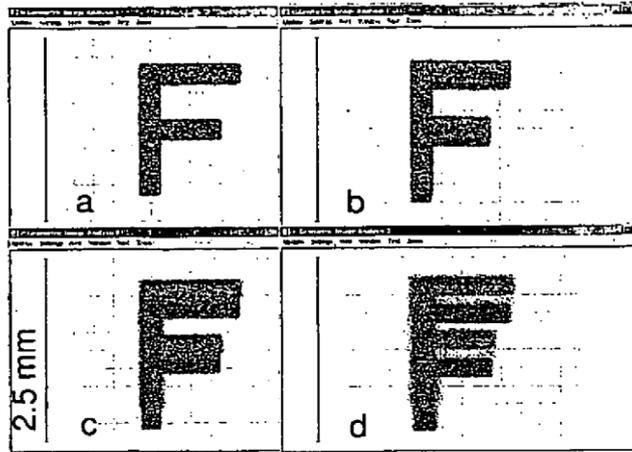


Fig. 9A

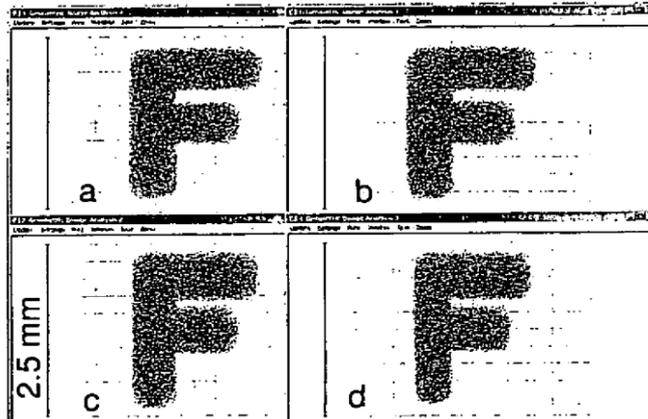


Fig. 9B

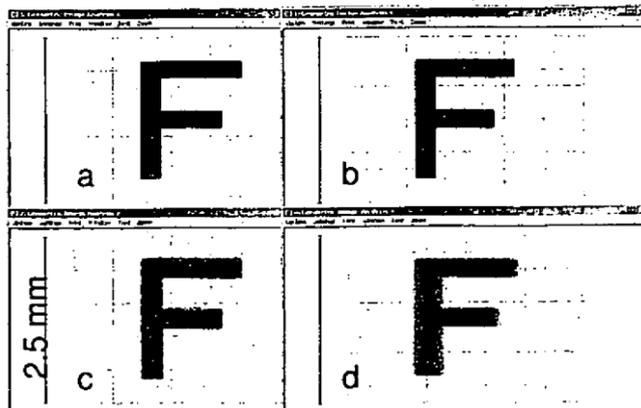


Fig. 9C

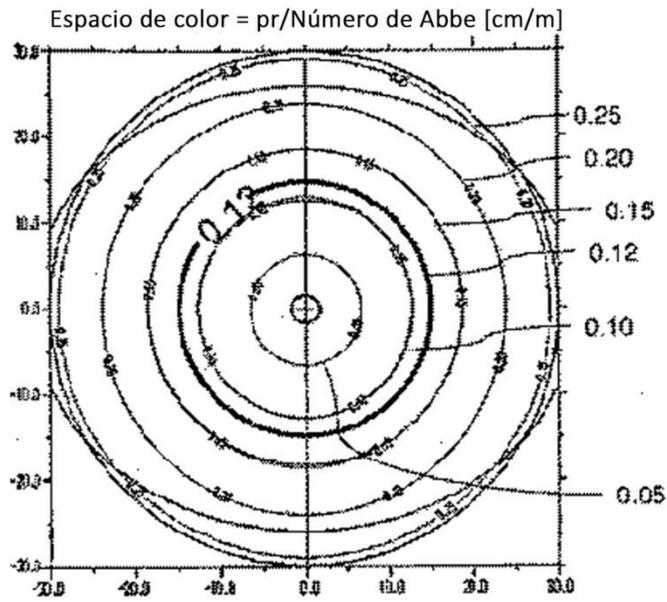


Fig. 10A

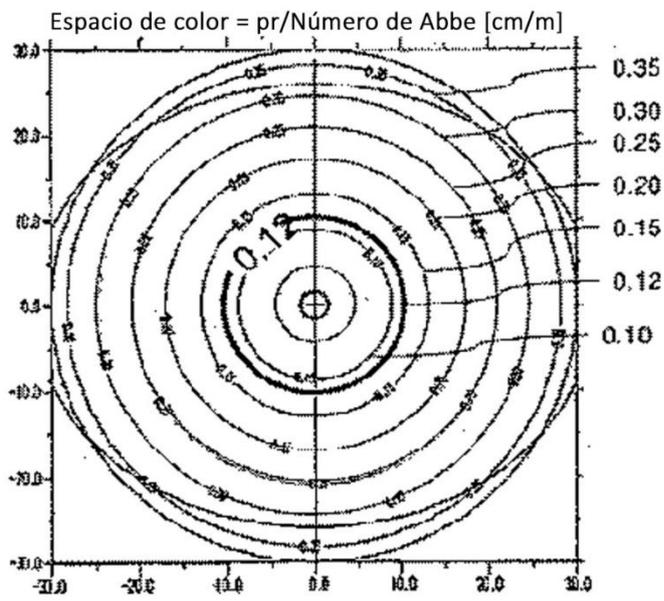


Fig. 10B

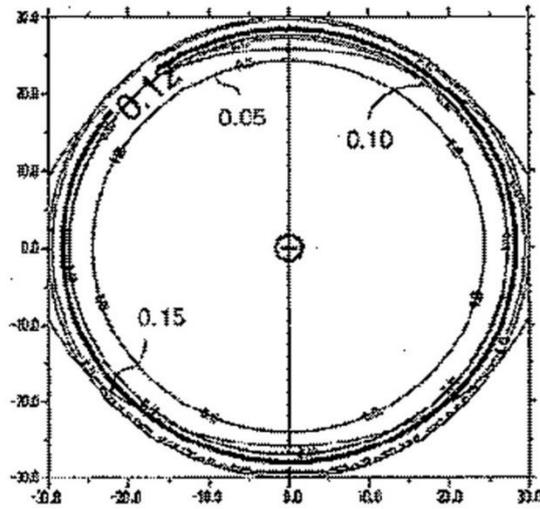


Fig. 10C

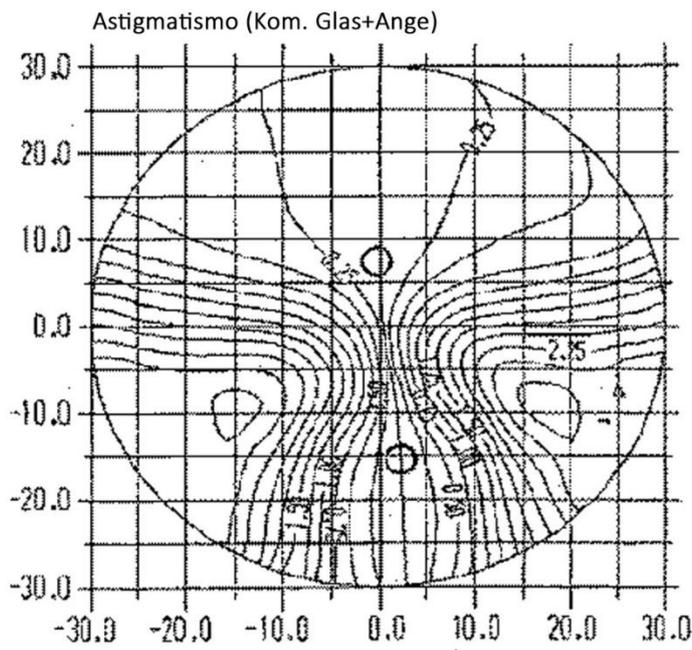


Fig. 11A

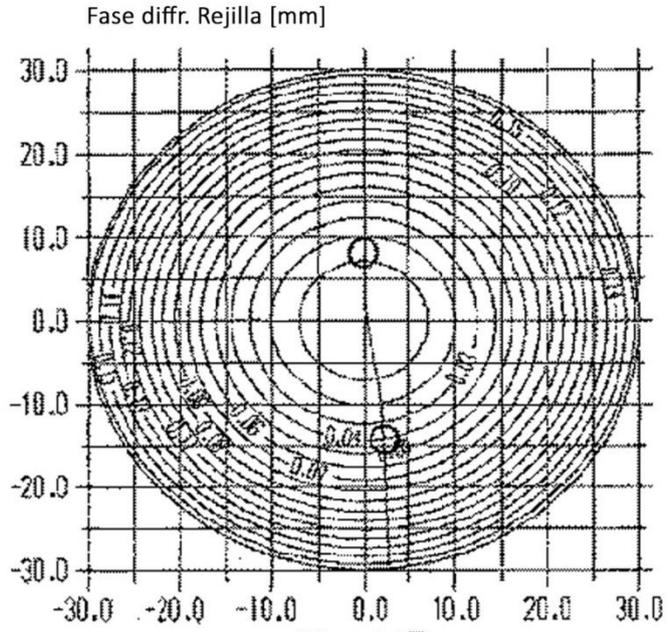


Fig. 11B

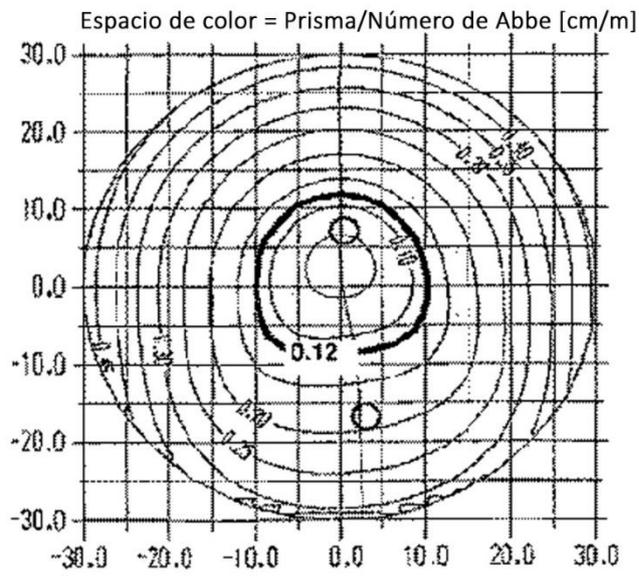


Fig. 11C

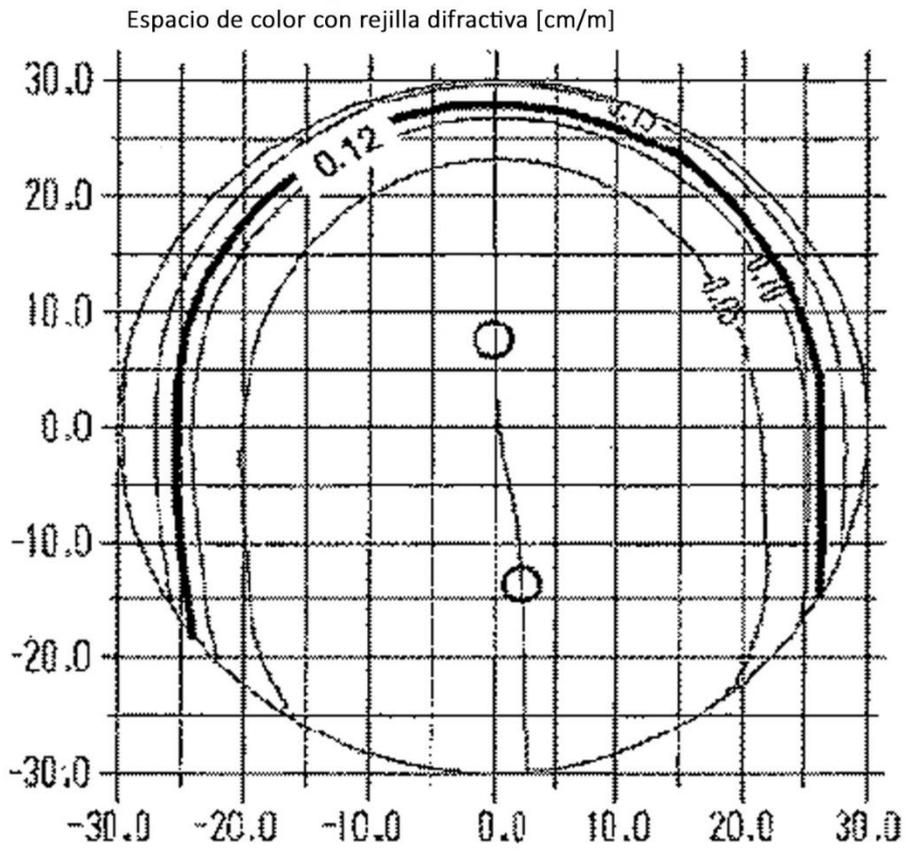


Fig. 11D

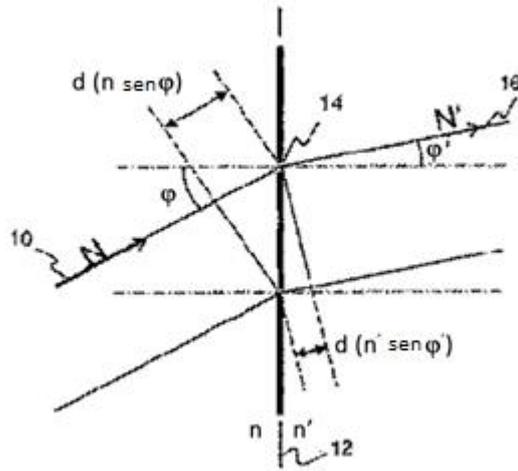


Fig. 12

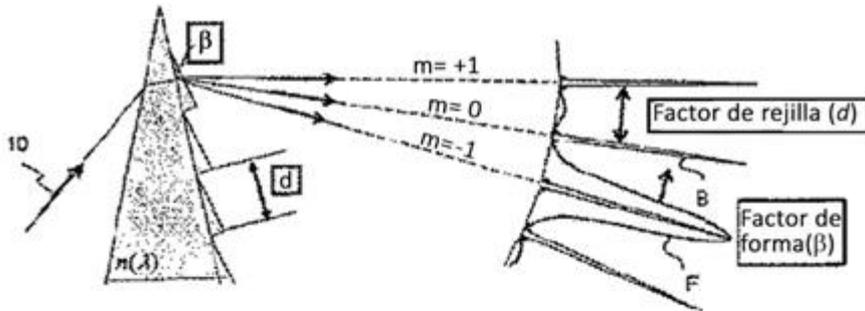


Fig. 13

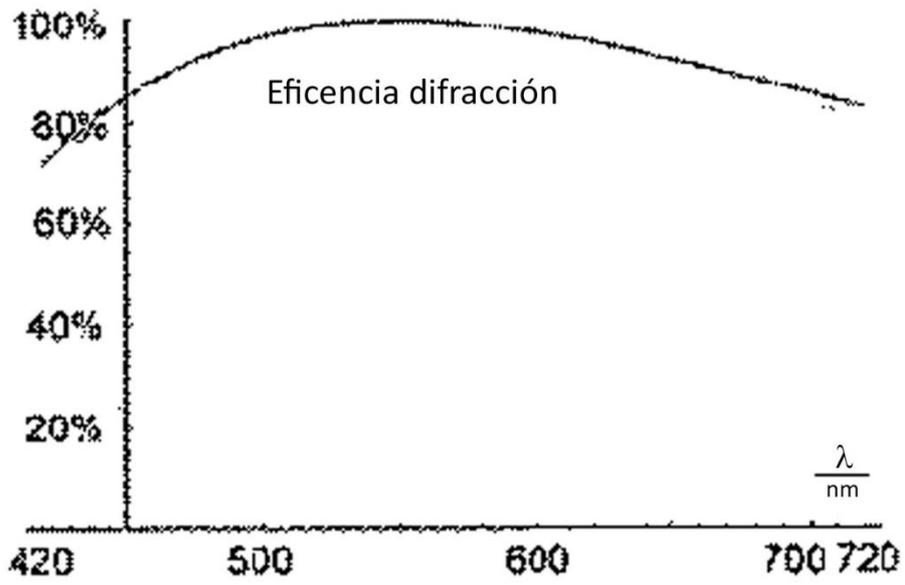


Fig. 14

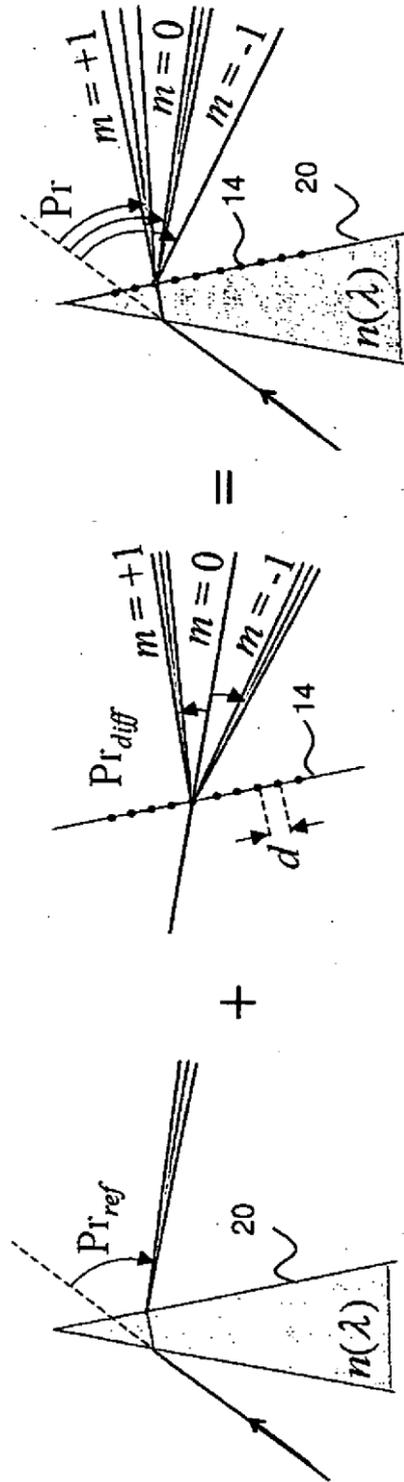


Fig. 15C

Fig. 15B

Fig. 15A

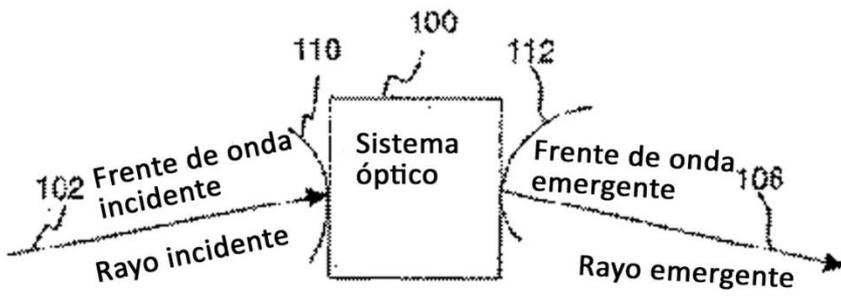


Fig. 16

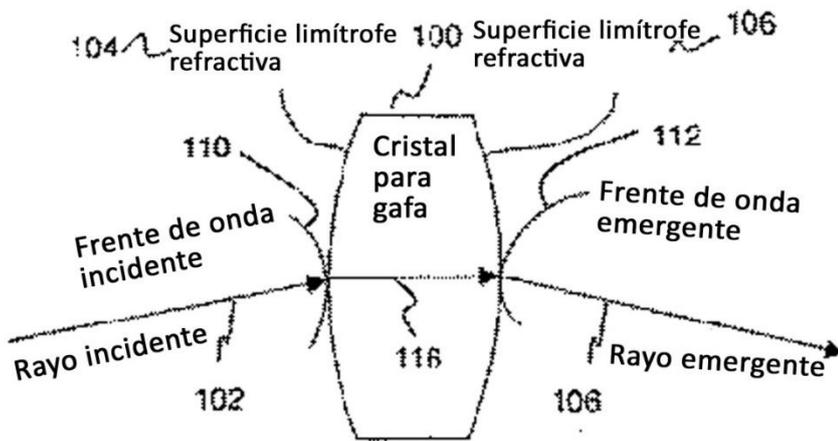


Fig. 17

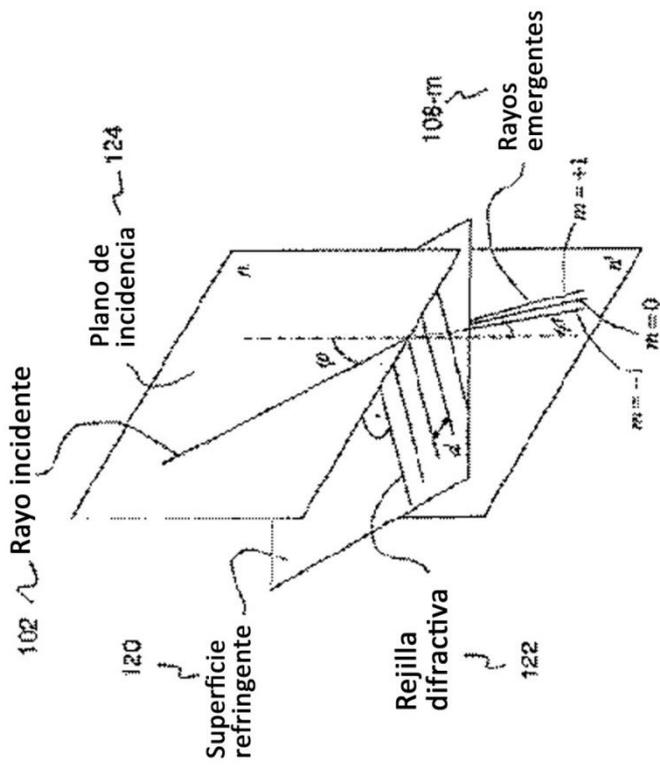


Fig. 16

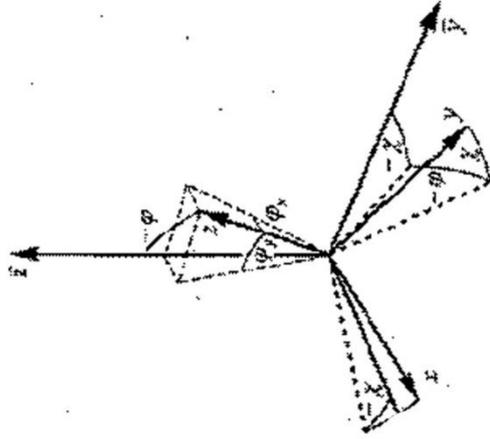


Fig. 18A

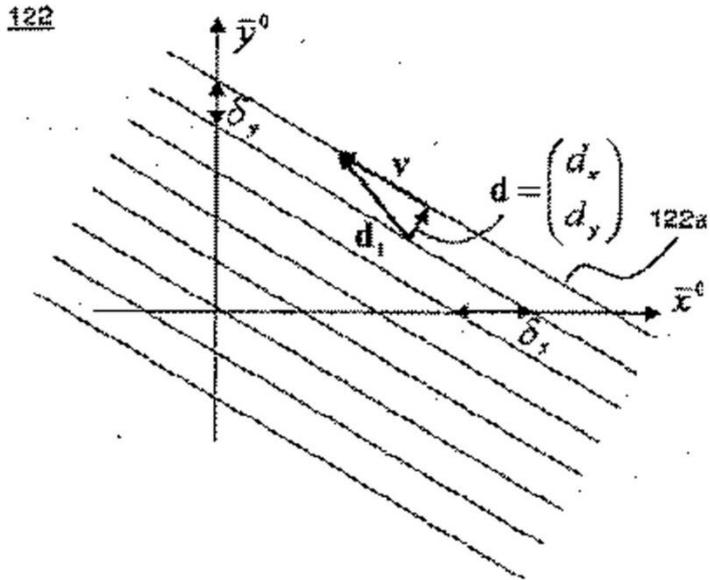


Fig. 19

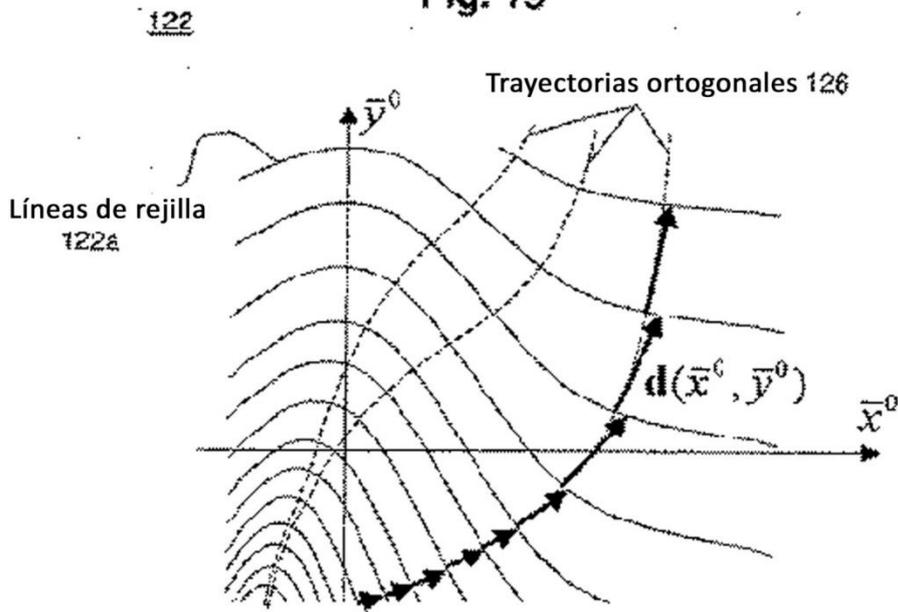


Fig. 20

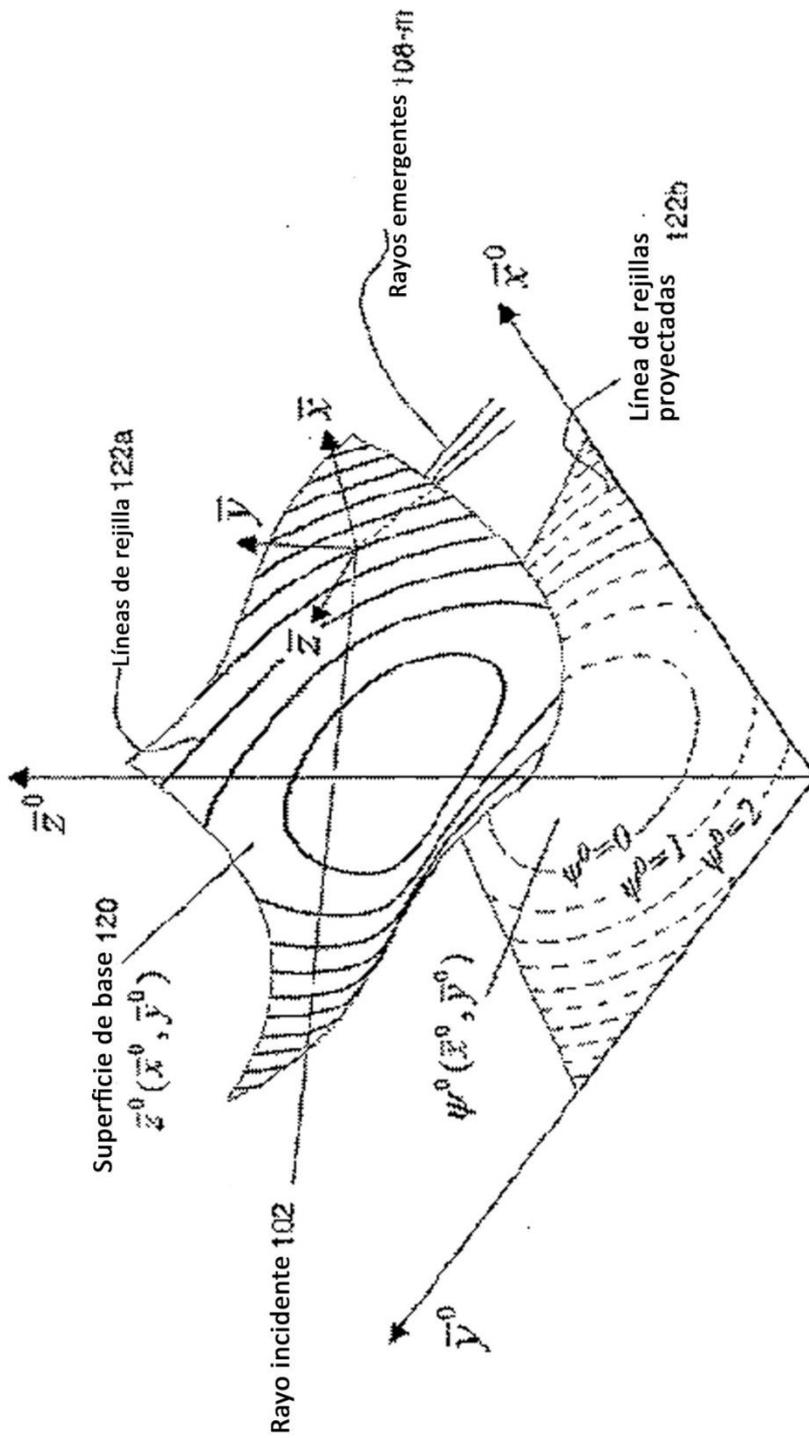


Fig. 21

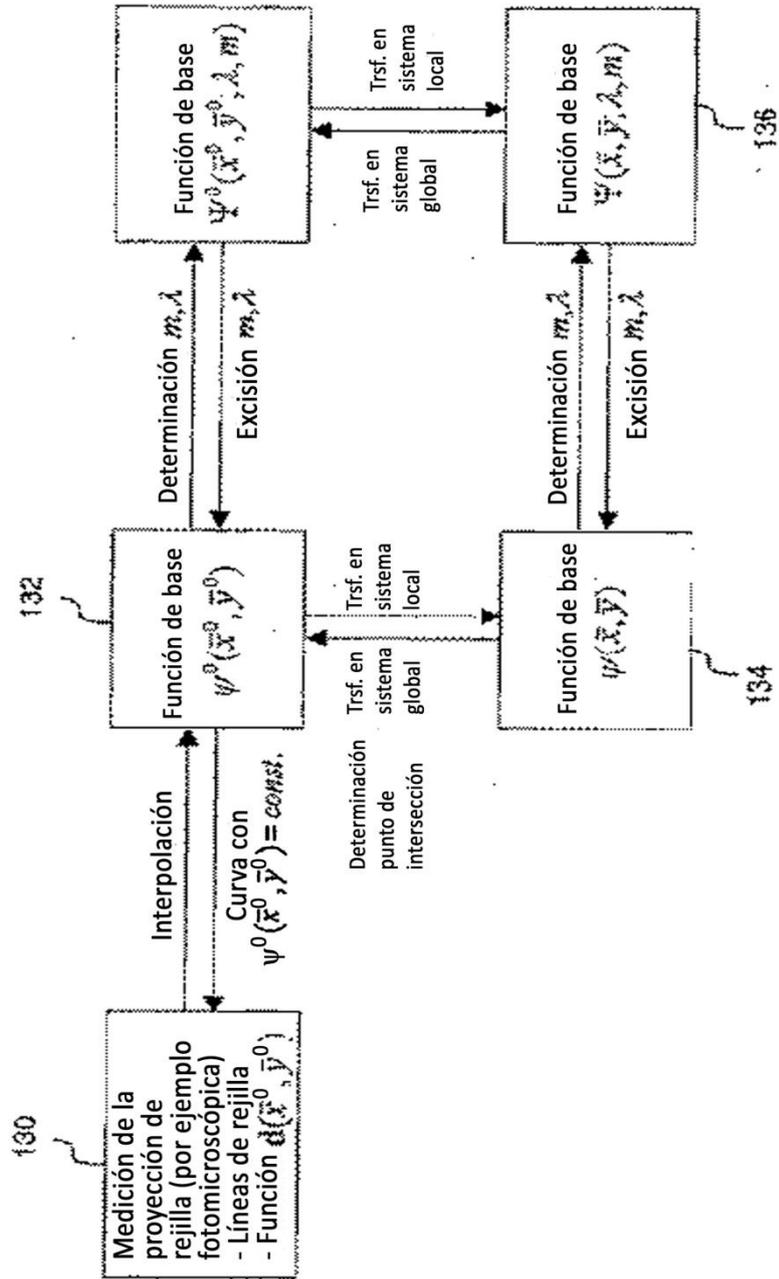


Fig. 22