

19



OFICINA ESPAÑOLA DE  
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 640 824**

51 Int. Cl.:

**G01V 1/28** (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **26.06.2012 PCT/US2012/044239**

87 Fecha y número de publicación internacional: **07.03.2013 WO13032573**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **26.06.2012 E 12827196 (2)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **02.08.2017 EP 2751710**

54 Título: **Utilización de la proyección sobre conjuntos convexos para limitar la inversión del campo de onda completa**

30 Prioridad:

**02.09.2011 US 201161530603 P**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

**06.11.2017**

73 Titular/es:

**EXXONMOBIL UPSTREAM RESEARCH  
COMPANY (100.0%)  
22777 Springwoods Village Parkway  
Spring TX 77389, US**

72 Inventor/es:

**BAUMSTEIN, ANATOLY**

74 Agente/Representante:

**LEHMANN NOVO, María Isabel**

**ES 2 640 824 T3**

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

**DESCRIPCIÓN**

Utilización de la proyección sobre conjuntos convexos para limitar la inversión del campo de onda completa.

**Campo de la invención**

Esta invención se refiere al campo de la prospección geofísica y, más particularmente, al procesamiento de datos sísmicos. Específicamente, la invención es un método para asegurar la estabilidad de las simulaciones en la inversión del campo de onda completa.

**Antecedentes de la invención**

Durante el examen sísmico de una región subterránea, los datos sísmicos se adquieren normalmente mediante la colocación de una fuente sísmica en una ubicación objetivo elegida y la medición de las reflexiones sísmicas generadas por la fuente utilizando receptores colocados en las ubicaciones seleccionadas. Las reflexiones medidas se denominan como un único "registro objetivo". Se miden muchos registros objetivo durante un examen moviendo la fuente y los receptores a diferentes ubicaciones y repitiendo el proceso antes mencionado. El examen se puede utilizar a continuación para realizar la inversión del campo de onda completa, que utiliza la información contenida en los registros objetivo para determinar las propiedades físicas de la región subterránea (por ejemplo, la velocidad del sonido en el medio, la distribución de densidades, etc...). La inversión del campo de onda completa es un proceso iterativo, comprendiendo cada iteración los pasos del modelado de avance para crear los datos del modelo y el cálculo de función objetivo para medir la similitud entre el modelo y datos de campo. Las propiedades físicas del subsuelo se ajustan en cada iteración para asegurar un mejor acuerdo de forma progresiva entre el modelo y los datos de campo. La modificación de las propiedades del subsuelo debe llevarse a cabo de tal manera que no se violen las relaciones conocidas entre diversas propiedades. El proceso de actualización normalmente genera varios modelos de prueba, que pueden volverse inestables, lo que lleva a un "fenómeno de explosión" (crecimiento ilimitado de la solución, hasta que los números se vuelvan tan grandes que ya no puedan ser representados en una computadora) de las simulaciones numéricas. Matemáticamente, un modelo estable corresponde a una matriz semi-definitiva positiva de constantes elásticas (una matriz es semi-definida positiva cuando todos sus valores propios son no negativos), que entran como coeficientes en la ecuación de onda. La ecuación de onda se puede escribir de muchas formas diferentes, dependiendo del nivel de física que deba incluirse en una simulación. Por ejemplo, la propagación elástica (un caso bastante general) se describe por:

$$\rho(\mathbf{x})\partial_t^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) - \nabla \cdot \mathbf{T}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{g}(\mathbf{x}, t)$$

$$\mathbf{T}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{C}(\mathbf{x}) : \nabla \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) \equiv c_{ijkl}(\mathbf{x}) \partial_k u_l(\mathbf{x}, t)$$

donde T es el tensor de esfuerzos, x es un vector que representa las tres coordenadas espaciales, t es el tiempo, g es una función de fuente, y  $c_{ijkl}$  es un tensor de cuarto orden de constantes elásticas.

Por conveniencia,  $c_{ijkl}$  a menudo se aplica en una matriz de 6x6 utilizando la notación de Voight (Tsvankin (2005), véase pg. 8.):

$$C_{IJ} = c_{ijkl}$$

dónde

$$I = i\delta_{ij} + (1 - \delta_{ij})(9 - i - j);$$

$$J = k\delta_{kl} + (1 - \delta_{kl})(9 - k - l);$$

La matriz  $C_{IJ}$  (o una matriz equivalente que representa el tensor  $c_{ijkl}$  de cuarto orden) debe ser definida positiva (Helbig (1994), capítulo 5).

**Tecnología actual**

En una determinada iteración n de inversión, una actualización del modelo por lo general implica calcular una dirección de búsqueda  $s^n$  (esto se logra por lo general mediante el cálculo del gradiente de una función objetivo f; a menudo se utiliza  $s^n = -\nabla f$ ) y la realización de una "búsqueda lineal", es decir, la evaluación de funciones objetivo para diversos modelos de prueba que se crean a través de una combinación lineal de un modelo actual y la dirección de búsqueda:

$$m^{n+1} = m^n + \alpha s^n$$

La dirección de búsqueda se escala por un "tamaño de paso"  $\alpha$  y se añade al modelo actual  $m^n$ . El valor de los escalares  $\alpha$  que produce el mejor valor de la función objetivo se selecciona y se forma un nuevo modelo actualizado

utilizando este valor. A veces (por lo general, si se elige el tamaño de paso  $\alpha$  para ser demasiado grande)  $m^{n+1}$  puede llegar a ser físicamente inviable y conducir a un fenómeno de explosión en simulaciones numéricas. El fenómeno de explosión puede ocurrir incluso si el modelo es inestable en sólo unas pocas ubicaciones espaciales. Si esto sucede, uno se ve obligado a elegir un tamaño de paso diferente (por lo general más pequeño), ralentizando de este modo el proceso de inversión.

Además de las limitaciones de viabilidad (estabilidad) descritas anteriormente, puede ser apropiado imponer otras limitaciones, por ejemplo, requerir que todos los parámetros del modelo se encuentren dentro de un intervalo predeterminado determinado ("limitaciones caja"). Tales limitaciones se incorporan normalmente en el proceso de inversión utilizando funciones de penalización, multiplicadores de Lagrange o proyección sobre conjuntos convexos (POCS). Los dos primeros métodos son apropiados cuando las limitaciones son "suaves", es decir, pueden ser violadas en pasos intermedios y deben ser satisfechas solamente en la convergencia. El último método, POCS, es apropiado tanto para las limitaciones suaves como para las limitaciones "fuertes" (es decir, limitaciones que no pueden ser violadas y que deben satisfacerse para todos los modelos intermedios). Una forma convencional de aplicar POCS para imponer limitaciones suaves es realizar una proyección al final de la búsqueda lineal:

$$m^{n+1} = P \left[ m^n + \alpha s^n \right],$$

donde P es un operador de proyección. Las limitaciones duras se pueden imponer de una manera similar:

$$m^{n+1} = m^n + \beta \left( P \left[ m^n + \alpha s^n \right] - m^n \right).$$

La fijación de  $\alpha$ , aplicando el operador de proyección P antes de que comience la búsqueda lineal, y realizar a continuación una búsqueda lineal con  $0 < \beta < 1$  garantiza que todos los modelos intermedios satisfarán la limitación deseada. J. Korkealaakso describe un método de inversión e interpolación para predecir y manejar sistemáticamente la geoinformación en "Aplicación del método de inversión de POCS a la caracterización hidrogeológica", informe de trabajo del Centro de Investigación Técnica de las Comunidades e Infraestructuras de Finlandia publicado el 1 de mayo de 1997. A. Baumstein et al. describe una "Reconstrucción exacta de datos mediante la aplicación simultánea de limitaciones estadísticas y de base física a múltiples conjuntos de datos geofísicos" en Geofísica, vol. 75, n.º 6.1 de noviembre de 2010, páginas WB165-WB172.

### Resumen de la invención

Los problemas antes mencionados se resuelven de acuerdo con las características de la reivindicación 1. En una forma de realización, la invención es un método implementado por ordenador para asegurar la estabilidad de la inversión iterativa de los datos sísmicos para inferir un modelo de al menos una propiedad física de una región del subsuelo, en donde se calcula una actualización del modelo, utilizando un ordenador programado, para una siguiente iteración mediante la optimización de un desajuste de medición de la función objetivo entre los datos sísmicos y los datos sísmicos simulados por el modelo, comprendiendo dicho método:

determinar cuándo una actualización del modelo provocará una simulación inestable y, en respuesta a una determinación de este tipo, utilizar una proyección sobre conjuntos convexos para encontrar un modelo estable más próximo.

### Breve descripción de los dibujos

La presente invención y sus ventajas se comprenderán mejor haciendo referencia a la siguiente descripción detallada y los dibujos adjuntos en los que:

La Fig. 1 es un diagrama de flujo que muestra los pasos básicos en una forma de realización de la presente invención; y

La Fig. 2 muestra los resultados de un ejemplo de prueba del presente método inventivo.

La invención se describirá en conexión con formas de realización de ejemplo. Sin embargo, en la medida en que la siguiente descripción detallada es específica de una forma de realización particular o de un uso particular de la invención, se pretende que sea sólo ilustrativa y no debe interpretarse como limitativa del alcance de la invención. Por el contrario, se pretende cubrir todas las alternativas, modificaciones y equivalentes que se puedan incluir dentro del alcance de la invención, según se define en las reivindicaciones adjuntas.

### Descripción detallada de formas de realización de ejemplo

Un concepto central de esta invención es el reconocimiento de que es posible para asegurar la estabilidad de las simulaciones de avance mientras se realiza una búsqueda lineal en inversión de campo de onda completa iterativa mediante la conversión de un modelo físico de rocas inestables en un uno estable a través de la aplicación de la proyección sobre conjuntos convexos ("POCS"). Dado que las matrices semi-definidas positivas que corresponden a modelos físicos de rocas estables forman un conjunto convexo, es posible definir un operador de proyección que

convertirá cualquier matriz en la matriz semi-definitiva positiva más próxima. Sin embargo, este paso puede ser insuficiente, ya que la matriz puede necesitar satisfacer limitaciones adicionales que corresponden a relaciones físicas de rocas conocidas entre constantes elásticas, y que llegarán a violarse cuando la matriz se convierta en una semi-definitiva positiva. Para satisfacer estas limitaciones, se realiza una proyección adicional sobre el conjunto de tales limitaciones. Alternativamente, estas limitaciones podrían ser impuestas por una función de penalización o un multiplicador de Lagrange. El proceso itera a continuación entre hacer la matriz positiva semi-definida y satisfacer las relaciones entre las constantes elásticas hasta que se encuentre una solución factible. Si los operadores de proyección se derivan correctamente y existe un modelo factible que satisface todas las limitaciones, se garantiza que el método converja. El modelo resultante se puede utilizar para realizar simulaciones estables. La ventaja clave sobre las metodologías convencionales es que, si las limitaciones de estabilidad se violan en sólo unas pocas ubicaciones espaciales, la aplicación del método propuesto resolverá el problema en esas ubicaciones sin afectar la longitud total del paso (como sería el caso con la tecnología actual descrita anteriormente), mejorando de este modo la velocidad de convergencia.

Una aplicación práctica del presente método inventivo puede proceder por primero comenzar con un conjunto disponible de constantes elásticas. Se forma a continuación una matriz de constantes elásticas correspondiente al nivel de física elegido:

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{12} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{14} & C_{24} & C_{34} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{15} & C_{25} & C_{35} & C_{45} & C_{55} & C_{56} \\ C_{16} & C_{26} & C_{36} & C_{46} & C_{56} & C_{66} \end{pmatrix},$$

dónde

1. Si el medio es isotrópico:

$$\begin{aligned} C_{11} &= C_{22} = C_{33} = (C_{13} + 2C_{55}); \\ C_{44} &= C_{55} = C_{66}; \\ C_{12} &= C_{13} = C_{23}. \end{aligned}$$

2. Si el medio es transversalmente isotrópico verticalmente (VTI):

$$\begin{aligned} C_{22} &= C_{11}; C_{44} = C_{55}; C_{23} = C_{13}; \\ C_{12} &= C_{11} - 2C_{66}; \end{aligned}$$

Un operador de proyección sobre el conjunto de matrices semi-definidas positivas se da a continuación en la sección "Ejemplo". Para demostrar cómo los operadores de proyección para las condiciones 1 y 2 anteriores se pueden derivar (este es un método bien conocido de derivar operadores de proyección, véase, por ejemplo, Simard y Malloux (2000)), que recogen la primera de las limitaciones anteriores:  $C_{11} = C_{22}$ . Supongamos que en una matriz  $C$  esta limitación no está satisfecha y buscamos la matriz  $\tilde{C}$  "más próxima" cuyas entradas la satisfarían. Definimos "más próxima" para significar una matriz con elementos que minimizan la siguiente función objetivo (medida de distancia):

$$J = (\tilde{C}_{11} - C_{11})^2 + (\tilde{C}_{22} - C_{22})^2$$

La limitación entonces se puede agregar utilizando un método bien conocido de multiplicadores de Lagrange:

$$J = (\tilde{C}_{11} - C_{11})^2 + (\tilde{C}_{22} - C_{22})^2 + \lambda(\tilde{C}_{11} - \tilde{C}_{22}).$$

Diferenciando esta función objetivo con respecto a  $\tilde{C}_{11}$ ,  $\tilde{C}_{22}$  y  $\lambda$ , obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2(\tilde{C}_{11} - C_{11}) + \lambda &= 0 \\ 2(\tilde{C}_{22} - C_{22}) - \lambda &= 0 \\ \tilde{C}_{11} - \tilde{C}_{22} &= 0 \end{aligned}$$

Resolviendo para  $\lambda$ , obtenemos

$$\lambda = C_{11} - C_{22}$$

y

$$\tilde{C}_{11} = C_{11} - \lambda/2 = (C_{11} + C_{22})/2$$

$$\tilde{C}_{22} = C_{22} + \lambda/2 = (C_{11} + C_{22})/2$$

5 que define el operador de proyección correcto.

La Figura 1 es un diagrama de flujo que muestra los pasos básicos en una forma de realización del presente método inventivo. En el paso 11, el diagrama de flujo recoge el proceso al principio de una iteración, donde el modelo se ha actualizado en la iteración anterior. En el paso 12, se calcula una dirección para la búsqueda lineal. Esto implica utilizar el modelo para simular datos sísmicos, calculando a continuación una función objetivo que mida la diferencia entre los datos simulados y los datos medidos. A continuación, se calcula el gradiente de la función objetivo con respecto a cada parámetro del modelo y se determina una dirección para la búsqueda lineal a partir del gradiente.

En el paso 13, el modelo se actualiza en la dirección de la búsqueda utilizando uno de un conjunto de tamaños de paso seleccionados para una búsqueda lineal. Normalmente, se prueba primero el tamaño de paso más grande. Desde el punto de vista de las fórmulas de actualización del modelo de búsqueda lineal dadas al final de la sección "Antecedentes", esto significa seleccionar un valor inicial de  $\alpha$  y  $\beta$ , o simplemente  $\alpha$  si se debe utilizar una limitación suave. Para una limitación suave, se prueban diversos valores de  $\alpha$ , comenzando por el más grande. Para la limitación fuerte, se selecciona un valor de  $\alpha$  razonablemente grande, y a continuación se varía  $\beta$  entre uno y cero, comenzando con el mayor valor de  $\beta$  seleccionado, normalmente  $\beta = 1$ . En el paso 14, se comprueba la estabilidad del modelo de acuerdo con si su correspondiente matriz de constantes elásticas es semi-definida positiva o no. También se comprueba el modelo para determinar si satisface las limitaciones físicas fuertes, si se está imponiendo alguna. Si el modelo falla cualquiera de las comprobaciones, el método pasa al paso 15. Aquí, el modelo estable más próximo que satisface todas las limitaciones duras se puede encontrar haciendo un bucle mediante la aplicación secuencial del operador de proyección de estabilidad POCS y un operador de proyección para las limitaciones duras. Alternativamente, las limitaciones duras se pueden imponer mediante la función de penalización o el multiplicador de Lagrange. Esto se hace por lo general añadiéndolos a la función objetivo, de modo que se impongan indirectamente, al afectar el valor de la función objetivo. No habría bucle según se mencionó anteriormente en este caso.

En el paso 16, utilizando el modelo estable, se realiza una simulación de avance para generar datos sintéticos y se calcula la función objetivo. Esto se hace para cada uno de los valores seleccionados del tamaño del paso. Esto implica un bucle interno, no mostrado en la Fig. 1, que vuelve desde el paso 16 al paso 13. El tamaño del paso que produce el valor más óptimo de la función objetivo se selecciona y utiliza para actualizar el modelo, y el proceso vuelve a el paso 11 para iniciar el siguiente ciclo en el bucle exterior de la inversión iterativa. La invención no requiere necesariamente una búsqueda lineal. Por ejemplo, se podría calcular el Hessiano, que permite obtener una estimación del tamaño de paso  $\alpha$ , seguido del paso de proyección. La búsqueda lineal de  $\beta$  podría entonces ser omitida.

Ejemplo

Considere un medio elástico isótropo 2D. En este caso, la siguiente matriz debe ser definida positiva en cada ubicación espacial:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} C_{33} & 0 & 0 & \lambda \\ 0 & C_{55} & C_{55} & 0 \\ 0 & C_{55} & C_{55} & 0 \\ \lambda & 0 & 0 & C_{33} \end{pmatrix},$$

40 donde  $C_{33} = \lambda + 2\mu$  y  $C_{55} = \mu$  son constantes elásticas;  $\lambda$  y  $\mu$  son parámetros de Lamé. Tenga en cuenta que en realidad hay varias limitaciones no triviales que los elementos de la matriz  $\mathbf{M}$  deben satisfacer:

1.  $\mathbf{M}$  debe ser semi-definida positiva;
2.  $M_{14} = M_{41} = M_{11} - 2M_{22}$  (esto se desprende de  $C_{33} = \lambda + 2\mu$  y  $C_{55} = \mu$ ).

También elegimos imponer dos limitaciones más (como una ilustración de cómo incorporar de registros de perforación y otra información a priori):

3.  $M_{14} \geq \lambda_{min}$  Arbitrariamente elegimos  $\lambda_{min} = 10^6$ , y
4.  $C_{33}^{min} \leq C_{33} \leq C_{33}^{max}$  con  $C_{33}^{min} = 1500^2$  y  $C_{33}^{max} = 1900^2$ .

Supongamos que empezamos con los siguientes valores de las constantes elásticas:  $C_{33} = 2.050.000$  y  $C_{55} = 2.750.000$ , que violan varias de las condiciones anteriores. Una manera matemáticamente rigurosa de convertir la matriz resultante en una estable es aplicar la siguiente secuencia de operadores de proyección:

1. 
$$\mathbf{M} = \mathbf{P}^{-1} \max(\mathbf{\Lambda}, 0) \mathbf{P},$$

5 donde  $\mathbf{\Lambda}$  es una matriz diagonal de los valores propios de  $\mathbf{M}$ ; y  $\mathbf{P}$  es una matriz que comprende sus vectores propios. ( $\max(\mathbf{\Lambda}, 0)$  establece todas las entradas negativas de la matriz diagonal  $\mathbf{\Lambda}$  a cero y deja todos los valores positivos sin cambios.) Esto es conocido por ser un operador de proyección sobre un conjunto de matrices semi-definidas positivas.

2. 
$$\begin{aligned} M_{11}^{updated} &= M_{11}^{current} + f/4; \\ M_{22}^{updated} &= M_{22}^{current} - f/4; \\ M_{14}^{updated} &= M_{14}^{current} - f/2; \\ f &= \frac{4}{5} (M_{14}^{current} - M_{11}^{current} + 2M_{22}^{current}) \end{aligned}$$

10 Se puede mostrar que este es un operador de proyección correspondiente a la segunda de las condiciones enumeradas anteriormente.

3. 
$$\hat{\lambda} = \max(\lambda, \lambda_{\min})$$

Este es un operador de proyección correspondiente a la tercera de las condiciones anteriores.

4. 
$$C_{33} = \min(\max(C_{33}, C_{33}^{\min}), C_{33}^{\max})$$

15 Este es un operador de proyección correspondiente a la cuarta limitación.

Estos operadores de proyección se aplican en un bucle hasta que se alcanza la convergencia. La Figura 2 muestra la evolución de los  $V_p$  y  $V_s$  correspondientes. El modelo físico de rocas resultante es estable y satisface todas las limitaciones.

20 La solicitud de patente anterior está dirigida a formas de realización particulares de la presente invención para el propósito de ilustrar la misma. Será evidente, sin embargo, para un experto en la técnica, que son posibles muchas modificaciones y variaciones a las formas de realización descritas en la presente memoria. Todas dichas modificaciones y variaciones están destinadas a estar dentro del alcance de la presente invención, según se define en las reivindicaciones adjuntas.

Referencias

25 Helbig, K., Fundamentos de anisotropía para exploración sísmica, capítulo 5, Pergamon, New York, 185-194 (1994).  
 Korkealaakso, J., "Aplicación del método de inversión POCS a la caracterización hidrogeológica", Informe de trabajo POSIVA-97-05e (mayo, 1997).  
 Tsvankin, I., Marcas y análisis sísmicos de datos de reflexión en medios anisotrópicos, Elsevier Science, 8 (2001).  
 30 Simard, PY, y GE Mailloux, "Restauración del campo de vectores por el método de las proyecciones convexas", Procesamiento de imágenes y gráficos de visión por computadora 52, 360-385 (1990).

**REIVINDICACIONES**

1. Un método implementado por ordenador para asegurar la estabilidad de la inversión iterativa de los datos sísmicos para inferir un modelo de al menos una propiedad física de una región del subsuelo, en donde se calcula una actualización del modelo, utilizando un ordenador programado, para una siguiente iteración mediante la optimización de un desajuste de medición de la función objetivo entre los datos sísmicos y los datos sísmicos simulados por el modelo, en donde dicho método comprende:
- 5 determinar cuándo una actualización del modelo provocará una simulación inestable, y en respuesta a una determinación de este tipo, utilizar una proyección sobre conjuntos convexos para encontrar un modelo estable más próximo, en donde dicho método se caracteriza por que comprende, además:
- 10 determinar una matriz de constantes elásticas de la región del subsuelo, correspondiendo dicha matriz a dicho modelo de la al menos una propiedad física de la región del subsuelo;
- determinar si un modelo actualizado provocará una simulación inestable en base a si la matriz de constantes elásticas correspondiente al modelo actualizado es o no es una matriz semi-definitiva positiva;
- 15 en respuesta a una determinación de inestabilidad, definir un operador de proyección de estabilidad que convertirá la matriz correspondiente al modelo actualizado en una matriz semi-definitiva positiva, siendo dicho operador de proyección de estabilidad un operador de proyección sobre conjuntos convexos;
- aplicar el operador de proyección de estabilidad a la matriz correspondiente al modelo actualizado, generar una matriz proyectada y ajustar el modelo actualizado para que corresponda a la matriz proyectada; y
- utilizar el modelo ajustado para simular datos sísmicos sintéticos para una próxima iteración.
- 20 2. El método de la reivindicación 1, que comprende además la determinación de una o más limitaciones físicas que las constantes elásticas en la matriz deben satisfacer, y para cada una de las una o más limitaciones físicas, ya sea:
- (a) definir un operador de proyección de limitaciones que convertirá la matriz en una que satisfará la limitación física, aplicando a continuación cada operador de proyección de limitaciones secuencialmente con la aplicación del operador de proyección de estabilidad a la matriz y haciendo un bucle a través de las aplicaciones secuenciales hasta que se satisfaga un criterio de convergencia preseleccionado u otra condición de parada; o
- 25 (b) aplicar la limitación física mediante una función de penalización o un término multiplicador de Lagrange añadido a la función objetivo.
3. El método de la reivindicación 2, en donde la una o más limitaciones físicas son condiciones de simetría derivadas de supuestos isótropos o anisótropos sobre la región del subsuelo.
- 30 4. El método de la reivindicación 2, en donde cada operador de proyección de limitación proyecta la matriz en una matriz más próxima en un conjunto de matrices que satisfacen todas la limitación física y el operador de proyección de estabilidad proyecta la matriz en una matriz más próxima en un conjunto de matrices semi-definidas, positivas.
5. El método de la reivindicación 2, en donde el operador de proyección de limitación es un operador de proyección sobre conjuntos convexos.
- 35 6. El método de la reivindicación 1, en donde el operador de proyección de estabilidad implica los valores propios y los vectores propios de la matriz.
7. El método de la reivindicación 1, en donde los parámetros del modelo se relacionan con las constantes elásticas mediante una o más relaciones físicas de rocas.
- 40 8. El método de la reivindicación 1, en donde la al menos una propiedad física se selecciona de un grupo que consiste en velocidad de la onda P, la velocidad de onda S, la densidad y la impedancia acústica; y las constantes elásticas comprenden combinaciones lineales de los parámetros de Lamé.
9. El método de la reivindicación 1, en donde la optimización de la función objetivo comprende realizar una búsqueda lineal en el espacio modelo en una dirección indicada por un gradiente de la función objetivo.
- 45 10. El método de la reivindicación 9, en donde el operador de proyección de estabilidad  $P$  se aplica antes de comenzar la búsqueda lineal o después de que la búsqueda lineal haya terminado.
11. El método de la reivindicación 10, en donde el operador de proyección de estabilidad se aplica antes de comenzar la búsqueda lineal, determinando la búsqueda línea una actualización para cada parámetro del modelo  $m$  de la  $i$ -ésima iteración hasta la iteración  $i+1$  utilizando una relación que puede ser expresado como

$$m^{n+1} = m^n + \beta \left( P \left[ m^n + \alpha s^n \right] - m^n \right)$$

con la búsqueda siendo en  $\beta$ ,  $0 < \beta < 1$ , con  $\alpha$  fijo.

- 5 12. El método de la reivindicación 10, en donde el operador de proyección de estabilidad  $P$  se aplica después de que la búsqueda lineal haya terminado, determinando la búsqueda línea una actualización para cada parámetro del modelo  $m$  de la  $i$ -ésima iteración hasta la iteración  $i+1$  mediante la búsqueda en  $\alpha$  utilizando una relación que se puede expresar como

$$m^{n-1} = P[m^n + \alpha s^n].$$

13. El método de la reivindicación 1, en donde la inversión iterativa de los datos sísmicos es inversión del campo de onda completa.



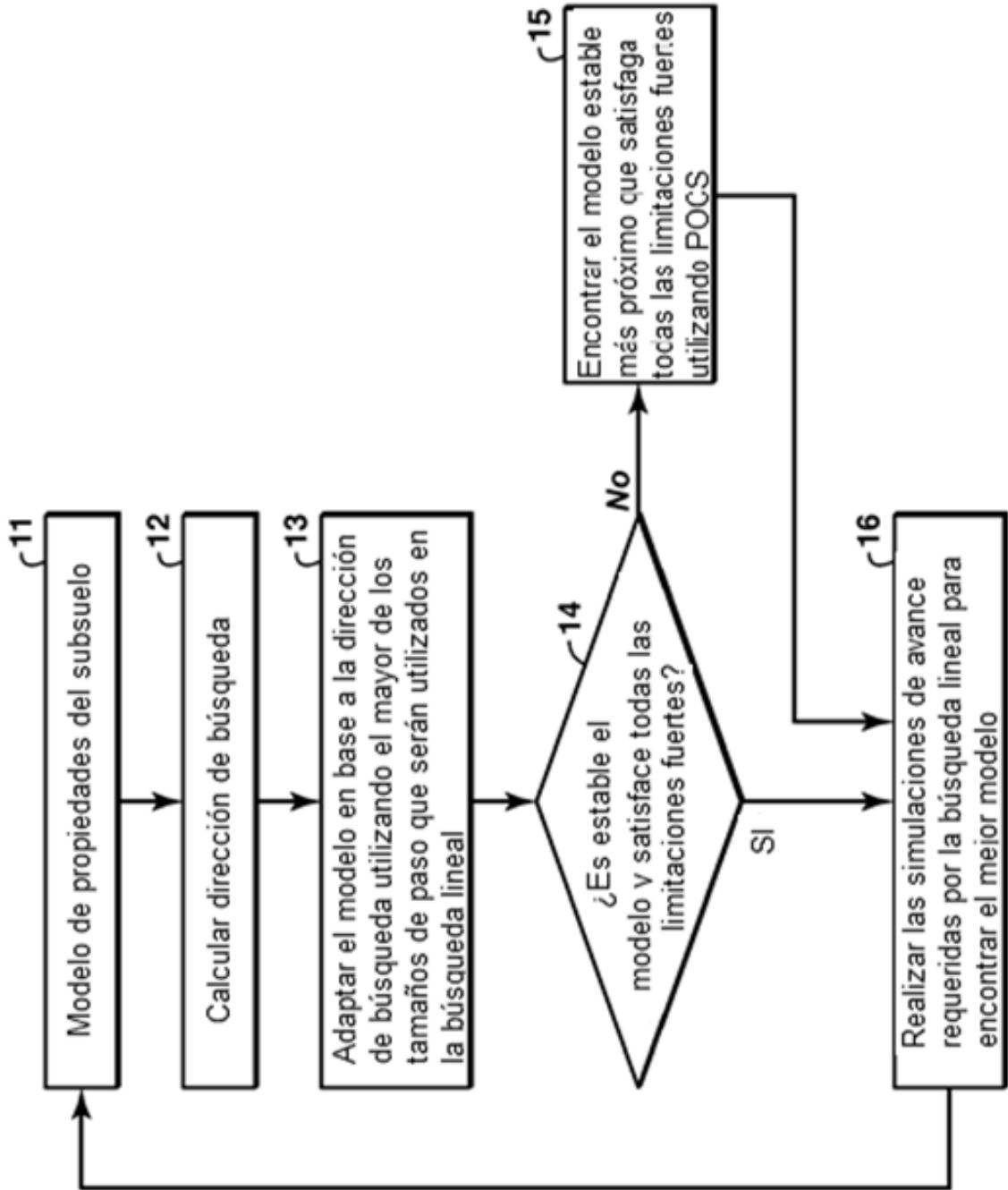
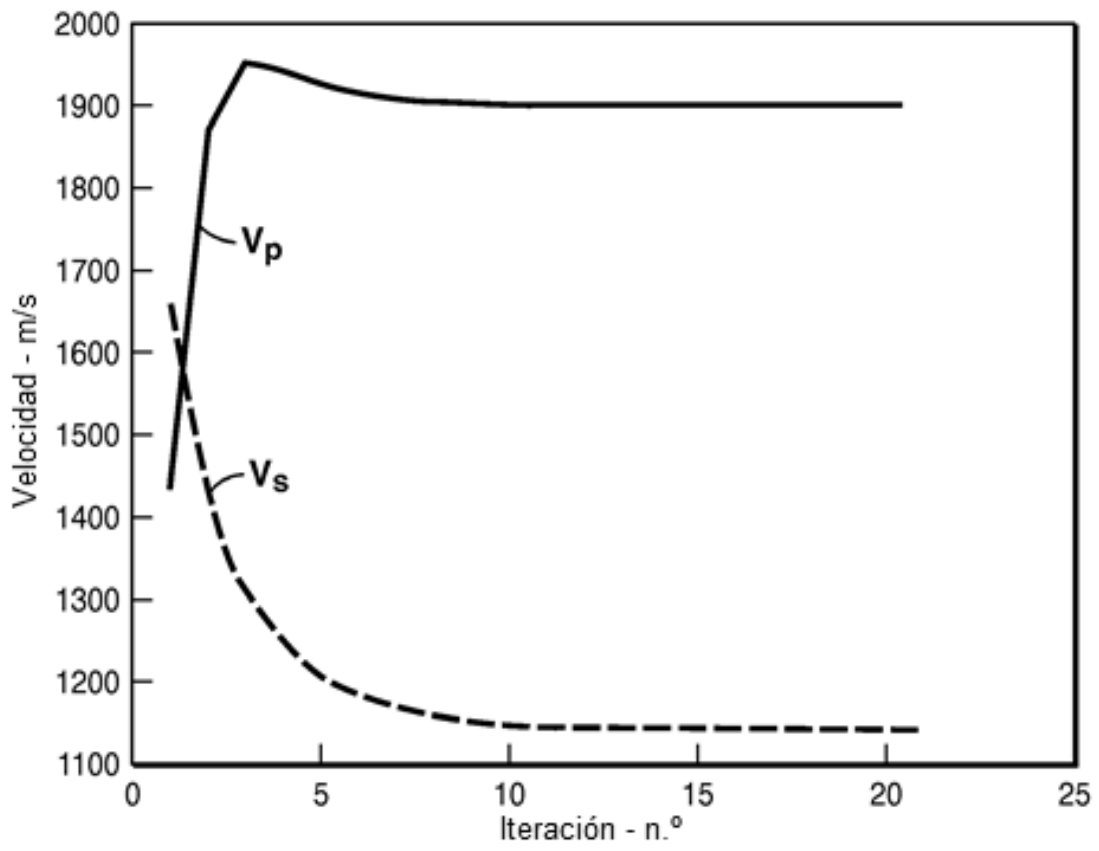


FIG. 1



**FIG. 2**