

19



OFICINA ESPAÑOLA DE  
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 642 571**

51 Int. Cl.:

**G06F 19/00** (2011.01)

**G01M 17/007** (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **05.06.2007 PCT/US2007/013215**

87 Fecha y número de publicación internacional: **21.12.2007 WO07145931**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **05.06.2007 E 07809319 (2)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **19.07.2017 EP 2030139**

54 Título: **Procedimiento y aparato para obtener datos fotogramétricos para estimar la gravedad de un impacto**

30 Prioridad:

**08.06.2006 US 811964 P**  
**12.09.2006 US 519560**

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:  
**16.11.2017**

73 Titular/es:

**CCC INFORMATION SERVICES INC. (100.0%)**  
**222 Merchandise Mart Plaza, Suite 900**  
**Chicago, Illinois 60654-1005, US**

72 Inventor/es:

**KIDD, SCOTT, D. y**  
**SMITH, DARRIN, A.**

74 Agente/Representante:

**SUGRAÑES MOLINÉ, Pedro**

ES 2 642 571 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

## DESCRIPCIÓN

Procedimiento y aparato para obtener datos fotogramétricos para estimar la gravedad de un impacto

5 **Antecedentes**

Las realizaciones de la presente invención se refieren al análisis de accidentes vehiculares y específicamente a la recopilación y análisis de información para usar los principios de la fotogrametría para estimar el daño al vehículo y la gravedad del impacto.

10 Organizaciones tales como compañías de seguros y otras se encargan de investigar accidentes para resolver las reclamaciones por daños a bienes y físicos. Parte de la investigación es determinar la gravedad y la dirección del impacto. Generalmente se hace una revisión de las estimaciones de la reparación y de fotografías para desarrollar una evaluación cualitativa de la gravedad del impacto. Si hay daños más allá del parachoques del o de los vehículos (es decir, si hay daño por aplastamiento al vehículo), a menudo el vehículo recibe la evaluación cualitativa de impacto significativo basado en una revisión subjetiva de la información sobre daños. Hasta un 40 % de los accidentes de baja gravedad son subjetivamente analizados como impacto de alta gravedad, principalmente debido a los daños al o a los vehículos.

20 Una solución para determinar daño por aplastamiento es medir el aplastamiento cuando se examina el vehículo al evaluar los daños y utilizar esa información para determinar la gravedad del impacto. La medición del aplastamiento requiere una cierta formación para entender los conceptos y asegurar la consonancia, y también requiere mucho tiempo. Con una alta rotación en la industria de los seguros y el deseo de mejorar la eficiencia operativa, esto crea un esfuerzo continuo y potencialmente costoso.

25 Como alternativa, las organizaciones pueden contratar a expertos forenses, tales como ingenieros y reconstructores de accidentes para evaluar la información sobre accidentes, reconstruir el escenario del accidente y las características incluida la determinación de la magnitud y la dirección del impacto. Esta es una solución costosa y no oportuna para ser utilizada a gran escala.

30 La solución actual para determinar los componentes y las operaciones necesarias para reparar un vehículo dañado es inspeccionar visualmente el vehículo. Se crea una lista de componentes y se identifica cuál debe ser reparado o reemplazado. Este procedimiento de inspección visual requiere frecuentemente una segunda inspección, o más, para corregir errores en la primera inspección. Es un procedimiento laborioso e ineficiente. El procedimiento actual no aprovecha la información de impactos similares a vehículos similares.

35 La dirección principal de la fuerza (PDOF, por sus siglas en inglés) es el eje principal a lo largo del cual actúa la fuerza del impacto sobre el vehículo. La PDOF es un factor tanto en la determinación del potencial de daño del accidente como para determinar qué componentes del vehículo están dañados. El procedimiento actual para determinar la PDOF es examinar fotografías, descripciones del accidente y posiblemente información de la escena para determinar las ubicaciones de parada final de los vehículos. En los impactos de gravedad de baja a moderada, las ubicaciones de parada final de los vehículos no son particularmente relevantes o no están disponibles. La evaluación actual de la PDOF se realiza por expertos forenses, por lo que es un procedimiento costoso y que requiere mucho tiempo.

45 Por el documento WO 2005/041071 A1 se conoce un procedimiento para identificar un vehículo. Para la identificación de un vehículo se compara una métrica del vehículo que ha de identificarse con una métrica almacenada.

50 Por el documento EP 1 338 883 A1 se conoce un procedimiento de análisis de simulaciones de prueba de choque (de coches) con varias secuencias de choque. Se analiza una distribución de una ubicación de interés para diferentes secuencias de choque.

**Sumario**

55 De acuerdo con un primer aspecto, la invención proporciona un procedimiento implementado por ordenador de acuerdo con la reivindicación independiente 1. De acuerdo con un segundo aspecto, la invención proporciona un sistema de acuerdo con la reivindicación independiente 11.

60 Otros aspectos de la invención se exponen en las reivindicaciones dependientes, en los dibujos adjuntos y en la siguiente descripción.

65 En un aspecto, la presente invención incluye un procedimiento implementado por ordenador para recopilar información para determinar el daño al vehículo por fotogrametría. Se utiliza un sistema informático para enviar imágenes y ajustes de cámara de un ordenador a otro para determinar daño por aplastamiento del vehículo a través de técnicas fotogramétricas. Las cámaras utilizadas para tomar imágenes para su uso en el programa pueden ser

identificadas y sus características almacenadas en una ubicación central para su uso cuando las fotografías tomadas por la cámara se envían a la ubicación central. La cámara y las imágenes pueden seleccionarse para transferirse de un ordenador a otro mediante una red informática, una transmisión inalámbrica y similares.

5 En otro aspecto, una selección generada por ordenador de posiciones de vehículos se presenta a través del ordenador. La selección de la posición determina el ángulo en el que se tomó la fotografía y establece el marco de referencia. La posición también puede determinarse colocando marcadores ópticos en el vehículo en el momento de tomar las fotografías. Los marcadores ópticos pueden ayudar a detectar puntos en el vehículo, tales como los neumáticos, y por lo tanto pueden ayudar a determinar la posición automáticamente a través del análisis informático de las fotografías.

10 En todavía otro aspecto, una selección generada por ordenador de puntos de control se presenta a través del ordenador. Unos puntos estándar en el vehículo que no fueron dañados en el accidente en cuestión son marcados en cada una de las fotografías del vehículo en cuestión. Estos puntos estándar pueden permitir la comparación entre diferentes posiciones del vehículo para permitir la triangulación de los puntos entre las diferentes fotografías. Los puntos de control también pueden determinarse colocando marcadores ópticos en el vehículo en el momento de tomar las fotografías. Los marcadores ópticos pueden ayudar a detectar puntos en el vehículo, tales como el parabrisas, y refinar la posición automáticamente a través de análisis por ordenador de las fotografías.

15 En otro aspecto, una rejilla generada por ordenador de puntos de daño al vehículo se presenta y selecciona para el vehículo en cuestión. Los puntos de daño permiten la comparación entre diferentes posiciones del vehículo para permitir la triangulación de los puntos entre las diferentes fotografías. Los puntos de daño también pueden determinarse colocando marcadores ópticos en el vehículo en el momento de tomar las fotografías. Los marcadores ópticos pueden ayudar a detectar puntos en el vehículo, tales como los faros delanteros o traseros, y por lo tanto pueden ayudar a determinar el daño automáticamente a través del análisis por ordenador de las fotografías.

20 En otro aspecto, puede calcularse un perfil de daño por aplastamiento generado por ordenador para el vehículo en cuestión utilizando técnicas fotogramétricas y comparando los puntos del vehículo dañado generados por fotogrametría con un vehículo no dañado. Los resultados pueden mostrarse en una vista generada por ordenador del vehículo en cuestión con un perfil de daño por aplastamiento y usarse para estimar la gravedad del impacto.

25 En otro aspecto, puede proporcionarse un procedimiento implementado en ordenador para determinar la dirección de desplazamiento de los componentes del vehículo. Esta información puede combinarse con información sobre acciones previas al accidente y cuestiones relativas a la velocidad del vehículo antes del accidente a través del ordenador para estimar la dirección principal de la fuerza (PDOF) para los vehículos implicados en la colisión.

30 En otro aspecto, la profundidad del daño y la dirección de impacto al vehículo pueden compararse con vehículos similares de profundidad de daño y dirección de impacto similares con respecto a los componentes necesarios para reparar el vehículo. La comparación puede utilizarse para generar una lista de componentes que pueden necesitar ser reparados o reemplazados para reparar el vehículo. La comparación puede utilizarse alternativamente para auditar estimaciones de reparación desarrolladas independientemente, en algunas implementaciones.

### Breve descripción de los dibujos

35 La Figura 1 es un diagrama de flujo de un procedimiento para capturar y almacenar características de calibración de cámara en una ubicación central de acuerdo con una realización de la presente invención.

La Figura 2 es un diagrama de flujo de un procedimiento de envío de información de imagen y de la cámara a una ubicación central para llevar a cabo un análisis fotogramétrico de daños al vehículo de acuerdo con una realización de la presente invención.

40 La Figura 3 es un diagrama que define marcos de referencia de objeto, cámara e imagen.

La Figura 4 es un diagrama que define la relación entre el marco de referencia de cámara y el plano de imagen.

La Figura 5 muestra el desfase del punto principal.

La Figura 6 muestra un ejemplo de un patrón de calibración planar.

Las Figuras 7 A-C muestran ejemplos de una imagen no distorsionada y de imágenes distorsionadas por lente.

45 La Figura 8 es un diagrama conceptual de la transformación del espacio de objeto al espacio de cámara.

La Figura 9 es un diagrama que define el error en el espacio de imagen y el espacio de objeto.

La Figura 10 es un diagrama de flujo de un procedimiento de evaluación de fotografías usando técnicas de fotogrametría de acuerdo con una realización de la presente invención.

La Figura 11 es un diagrama que muestra la triangulación desde dos vistas.

50 La Figura 12 es un diagrama conceptual que representa los rayos que se retroproyectan desde puntos de imagen imperfectamente medidos.

La Figura 13 es un diagrama que muestra el concepto de ajuste de haces.

La Figura 14 es un diagrama que muestra el concepto de comparar un vehículo dañado con un vehículo de ejemplo.

55 La Figura 15 es un diagrama de flujo de un procedimiento para crear un perfil de daño por aplastamiento usando técnicas de fotogrametría de acuerdo con una realización de la presente invención.

La Figura 16 es un diagrama de flujo de un procedimiento para determinar la PDOF a partir de un perfil de daño por aplastamiento generado mediante fotogrametría de acuerdo con una realización de la presente invención.

La Figura 17 es un diagrama de flujo de un procedimiento para estimar daños a componentes para reparar un vehículo a partir de un perfil de daño por aplastamiento generado mediante fotogrametría de acuerdo con una realización de la presente invención.

La Figura 18 es un diagrama de bloques de un sistema de acuerdo con una realización de la presente invención.

### Descripción detallada

Pueden tomarse fotografías de vehículos dañados en una colisión para determinar la magnitud del daño. Estas fotografías pueden ser usadas entonces para estimar la cantidad de deformación del vehículo y determinar la gravedad del impacto para el vehículo. La gravedad del impacto puede usarse para determinar el potencial de daño posible para el accidente o para determinar qué componentes deben ser reparados o reemplazados para reparar el vehículo.

La fotogrametría es una tecnología de medición en la que se determinan las coordenadas tridimensionales de puntos en un objeto mediante mediciones realizadas en dos o más imágenes fotográficas tomadas desde diferentes posiciones. Las realizaciones de la presente invención utilizan un sistema fotogramétrico para medir el aplastamiento vehicular a partir de fotografías. Este sistema puede dividirse en cuatro pasos: (1) calibración de la cámara; (2) estimación de la posición de la cámara; (3) triangulación; y (4) ajuste de haces.

La calibración de la cámara es el procedimiento para identificar las características geométricas y ópticas de una cámara individual, de modo que pueda obtenerse la información métrica a partir de sus imágenes. Las características de una cámara pueden dividirse en dos categorías: parámetros extrínsecos y parámetros intrínsecos. Los parámetros extrínsecos se refieren a la relación espacial entre la cámara y el objeto de interés. Los parámetros intrínsecos se refieren a las características ópticas de la cámara.

El procedimiento de determinar la posición de una cámara y orientar la dirección (u orientación) a partir de las coordenadas XYZ conocidas del objeto se denomina resección. En la bibliografía sobre visión por ordenador, esto también se conoce como el problema de la orientación exterior o el problema de la estimación de la posición de la cámara. Las coordenadas XYZ conocidas del objeto se denominan puntos de control.

La fotogrametría utiliza un principio llamado triangulación para determinar las coordenadas tridimensionales de un objeto a partir de múltiples fotografías. Los puntos se triangulan hallando la intersección de líneas de visión, o rayos, convergentes. Al tomar fotografías del objeto desde al menos dos lugares diferentes y medir el mismo objetivo en cada fotografía, las líneas de visión se definen desde cada posición de la cámara hasta el objetivo. Si se conocen las posiciones y orientaciones de la cámara, estos rayos pueden intersectarse para hallar la coordenada 3D en el espacio de objeto.

El ajuste de haces es el procedimiento de refinamiento de una reconstrucción visual para producir estructura (puntos de características 3D de un objeto) y movimiento (posición de la cámara) óptimos de forma conjunta.

Diferentes técnicas para obtener datos y analizar los datos obtenidos pueden utilizarse para emplear algoritmos fotogramétricos para determinar la magnitud del daño a un vehículo. Con referencia ahora a la Figura 1, se muestra una realización de un procedimiento 100 de recopilación de información de calibración de cámara. En una realización, la información puede proporcionarse desde la cámara a una ubicación central para determinar la información característica y almacenar la información para su uso posterior. Como se muestra en la Figura 1, un objeto de calibración conocido es fotografiado para determinar los errores intrínsecos en la propia cámara, como se muestra en el bloque 105. Se pasa el control al rombo de decisión 110 para determinar si los puntos de calibración deben seleccionarse manualmente a partir de la fotografía de calibración. Si los puntos de calibración han de seleccionarse manualmente a partir de la fotografía de calibración, el control se pasa entonces al bloque 115 para permitir que los puntos de calibración se seleccionen manualmente. Una vez identificados los puntos de calibración, se pasa el control al bloque 120 para enviar las fotografías de calibración para su evaluación, por ejemplo, a una ubicación central. A continuación, el control pasa al bloque 125 para determinar las características internas de la cámara y para la corrección. Si se va a utilizar la calibración automática, el control se pasa del rombo de decisión 110 al bloque 120 para enviar las fotografías para su evaluación. A continuación, se pasa el control al bloque 125 para determinar las características internas de la cámara y factores de corrección. Una vez que se conocen las características ópticas de la cámara, puede identificarse la cámara y almacenarse sus parámetros para referencia futura, como se muestra en el bloque 130.

Con referencia ahora a la Figura 2, un diagrama de flujo muestra un procedimiento 200 de toma de fotografías y envío de una selección de cámara a una ubicación central como una realización de la presente invención. Como se muestra en el bloque 205, las fotografías pueden tomarse con marcadores para indicar puntos en el vehículo dañado o sin marcadores. Las fotografías pueden ser enviadas por medios electrónicos, tales como una comunicación de ordenador a ordenador a una ubicación central como se muestra en el bloque 210. Como se muestra en el bloque

215, la información relativa a la cámara utilizada para tomar las fotografías puede seleccionarse y enviarse a través del ordenador a una ubicación central. Una vez que las fotografías se reciben en la ubicación central, el control se pasa al rombo de decisión 220 para evaluar el archivo de ajustes de la cámara que acompaña a las fotografías. Si los ajustes con las fotografías coinciden con los ajustes cuando se calibró la cámara (por ejemplo, de acuerdo con el procedimiento de la figura 1), entonces se pasa el control al bloque 230 y se aceptan las fotografías para una evaluación posterior. Si los ajustes son diferentes, la persona que tomó las fotografías es notificada por medios electrónicos (por ejemplo, correo electrónico) o por teléfono para que recalibre su cámara para reflejar los nuevos ajustes (bloque 225) o para que envíe nuevas fotografías con una cámara previamente calibrada e inalterada. El control se pasa al rombo de decisión 240 para determinar si se han enviado nuevos ajustes de calibración. Si se envían nuevos ajustes de calibración, el control pasa al bloque 235 y se almacenan las nuevas características de la cámara. El control se pasa después al bloque 230. Si no se envían nuevos ajustes de recalibración, el control pasa al rombo de decisión 245 para evaluar si se han enviado nuevas imágenes. Si se han enviado nuevas imágenes, el control pasa al rombo de decisión 220 para evaluar el archivo de configuración de la cámara que acompaña a las fotografías y el procedimiento de comparación de ajustes de cámara se repite como se ha explicado anteriormente. Si no se envían nuevas imágenes, el control pasa al bloque 250 y las fotografías no se aceptan para su evaluación posterior.

La Figura 3 muestra los marcos de referencia de coordenadas del objeto, O, la cámara, C, y la imagen, I. Los parámetros extrínsecos correlacionan coordenadas 3D en el marco de referencia del objeto con coordenadas 3D en el marco de referencia de la cámara. Del mismo modo, los parámetros intrínsecos correlacionan las coordenadas 3D en el marco de referencia de la cámara con las coordenadas 2D proyectadas en el plano de la imagen.

Dado un punto 3D,  $P_o$ , en el marco de referencia del objeto, sus coordenadas en el marco de referencia de cámara vienen dadas por:

$$P_c = RP_o + T_o$$

donde R es una matriz de rotación 3x3 y  $T_o$  es la posición del marco de referencia de objeto con respecto a la cámara. Esto también puede escribirse como:

$$P_c = RP_o - RT_c = \begin{bmatrix} R & -RT_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_o \\ 1 \end{Bmatrix}$$

donde  $T_c$  es la posición del marco de referencia de cámara con respecto al objeto.

La Figura 4 muestra la relación entre el marco de referencia de cámara y el plano de imagen. Por medio de triángulos similares, puede demostrarse que el punto,  $P_c$ , con coordenadas (X, Y, Z) en el marco de referencia de cámara, se proyecta como (fX/Z, fY/Z) en el plano de imagen. Usando coordenadas homogéneas, esto puede expresarse como la multiplicación matricial:

$$P_{ic} = \begin{Bmatrix} fX \\ fY \\ Z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ & f & 0 \\ & & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

donde  $P_{ic}$  indica que el punto proyectado se expresa con respecto al punto principal de la imagen. Normalmente, el sistema de coordenadas de imagen está desfasado con respecto al punto principal como se muestra en la Figura 5.

En coordenadas no homogéneas, el punto de imagen es (fX/Z +  $U_o$ , fY/Z +  $V_o$ ), que puede escribirse como una multiplicación matricial usando coordenadas homogéneas, es decir,

$$P_i = \begin{Bmatrix} fX + ZU_o \\ fY + ZV_o \\ Z \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} f & U_o & 0 \\ & f & V_o \\ & & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Ahora, escribiendo

$$K = \begin{bmatrix} f & & U_o \\ & f & V_o \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

5 Aquí, la matriz K se denomina matriz de calibración de cámara.

La correlación completa del marco de referencia de objeto al plano de imagen puede escribirse como:

$$P_i = [K \quad \vec{0}] \begin{bmatrix} R & -RT_c \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} P_o \\ 1 \end{Bmatrix}$$

10 O, más concisamente, como:

$$P_i = K [R \quad t] \begin{Bmatrix} P_o \\ 1 \end{Bmatrix} \text{ donde } t = -RT_c$$

15 Debe observarse que los parámetros intrínsecos están totalmente contenidos en la matriz de calibración de la cámara, K, mientras que los parámetros extrínsecos son descritos por la matriz [R t].

20 El modelo de cámara estenopeica asume que las coordenadas de imagen son euclidianas con escalas iguales en ambas direcciones. En el caso de las cámaras digitales, es posible tener píxeles no cuadrados. También es posible, aunque poco probable, que los píxeles no sean perpendiculares, es decir, que los píxeles estén sesgados. En este caso, la matriz de calibración de la cámara, K, puede tener la forma más general:

$$K = \begin{bmatrix} f_x & s & U_o \\ & f_y & V_o \\ & & 1 \end{bmatrix}$$

25 Los términos  $f_x$  y  $f_y$  representan píxeles no cuadrados y s es el parámetro de sesgo. En la mayoría de los casos, el término del sesgo será cero.

30 El procedimiento de calibración puede comenzar tomando varias imágenes de un patrón de calibración planar con geometría conocida con precisión. Por ejemplo, en una realización, un patrón de calibración puede ser un patrón de tablero de ajedrez con rectángulos o cuadrados espaciados regularmente, tal como se muestra en la Figura 6.

Si se elige el marco de referencia de objeto de manera que el plano XY es el plano (Z = 0), entonces la relación entre las coordenadas de imagen y las coordenadas de objeto puede expresarse como:

$$P_i = K [r_1 \quad r_2 \quad r_3 \quad t] \begin{Bmatrix} P_{Ox} \\ P_{Oy} \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix} = K [r_1 \quad r_2 \quad t] \begin{Bmatrix} P_{Ox} \\ P_{Oy} \\ 1 \end{Bmatrix}$$

35 o

$$P_i = H \begin{Bmatrix} P_{Ox} \\ P_{Oy} \\ 1 \end{Bmatrix}$$

Aquí, la matriz 3x3, H, se denomina homografía planar y correlaciona puntos del plano de calibración con sus correspondientes coordenadas de imagen. Dada una imagen del patrón de calibración, esta homografía puede ser estimada.

5 Al designar la homografía como  $H = [h_1 \ h_2 \ h_3]$  se obtiene como resultado

$$[h_1 \ h_2 \ h_3] = K[r_1 \ r_2 \ t]$$

10 Dado que  $r_1$  y  $r_2$  son ortogonales, puede demostrarse que

$$h_1^T K^{-T} K^{-1} h_2 = 0$$

$$h_1^T K^{-T} K^{-1} h_1 - h_2^T K^{-T} K^{-1} h_2 = 0$$

Definiendo  $\omega$  como  $\omega = K^{-T} K^{-1}$  se obtiene como resultado

$$h_1^T \omega h_2 = 0$$

15 
$$h_1^T \omega h_1 - h_2^T \omega h_2 = 0$$

Aquí,  $\omega$  se conoce como la imagen de la cónica absoluta.

20 En términos de la matriz de calibración,  $\omega$  puede expresarse como:

$$\omega = K^{-T} K^{-1} = \begin{bmatrix} \omega_{11} & \omega_{12} & \omega_{13} \\ \omega_{21} & \omega_{22} & \omega_{23} \\ \omega_{31} & \omega_{32} & \omega_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{f_x^2} & 0 & -\frac{U_0}{f_x^2} \\ 0 & \frac{1}{f_y^2} & -\frac{V_0}{f_y^2} \\ -\frac{U_0}{f_x^2} & -\frac{V_0}{f_y^2} & \left( \frac{U_0^2}{f_x^2} + \frac{V_0^2}{f_y^2} + 1 \right) \end{bmatrix}$$

Puesto que  $\omega$  es simétrica, puede representarse por el vector  $\vec{\omega}$

25 
$$\vec{\omega} = [\omega_{11} \ \omega_{12} \ \omega_{22} \ \omega_{13} \ \omega_{23} \ \omega_{33}]^T$$

Utilizando la homografía estimada de cada imagen de calibración y las restricciones sobre la matriz de calibración, puede escribirse un conjunto de ecuaciones lineales en  $\vec{\omega}$ , es decir,

30 
$$h_i^T \omega h_j = v_{ij}^T \vec{\omega}$$

donde  $v_{ij} = [Lh_{i1}h_{j1}, h_{i1}h_{j2}+h_{i2}h_{j1}, h_{i2}h_{j2}, h_{i3}h_{j1}+h_{i1}h_{j3}, h_{i3}h_{j2}+h_{i2}h_{j3}, h_{i3}h_{j3}]$ . Por lo tanto, las restricciones sobre cada homografía dan como resultado en el siguiente sistema lineal

35 
$$\begin{bmatrix} v_{12}^T \\ (v_{11} \ -v_{22})^T \end{bmatrix} \vec{\omega} = V \vec{\omega} = \vec{0}$$

Para  $n$  imágenes, la matriz  $V$  es una matriz  $2n \times 6$ . Este sistema puede resolverse si hay al menos 3 imágenes del plano de calibración.

5 El modelo de cámara estenopeica es un modelo de cámara idealizado. Las cámaras reales tienen lentes imperfectas que producen efectos no lineales. Por ejemplo, cuando el aumento de una lente difiere en sus bordes y en su centro, la imagen de un objeto cuadrado se distorsiona. Si el aumento es menor en los bordes que en el centro, un objeto cuadrado aparecerá con bordes redondeados. Este tipo de distorsión se denomina distorsión de "barril". Si el aumento es mayor en los bordes que en el centro, la imagen mostrará una distorsión de "cojín". Las Figuras 7 A-C ilustran ambos efectos de distorsión radial, junto con una imagen no distorsionada.

10 La distorsión radial puede corregirse utilizando un factor de distorsión no lineal. Los estudios han mostrado que la distorsión puede ser modelada como un polinomio con respecto a la distancia radial cuadrada, es decir,

$$\begin{bmatrix} \delta u \\ \delta v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{u}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots) \\ \tilde{v}(k_1 r^2 + k_2 r^4 + \dots) \end{bmatrix}$$

15 donde  $(\delta u, \delta v)$  es el grado de distorsión en las direcciones  $x$  e  $y$ , respectivamente,  $(\tilde{u}, \tilde{v})$  es un punto de imagen proyectado a través del modelo de cámara estenopeica,  $k_1, k_2, \dots$  son los coeficientes de distorsión, y  $r = \sqrt{\tilde{u}^2 + \tilde{v}^2}$  es el radio.

20 Por lo tanto, el modelo de cámara estenopeica puede ampliarse para incluir la distorsión no lineal, es decir,

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x(\tilde{u} + \delta u) \\ f_y(\tilde{v} + \delta v) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_0 \\ V_0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} u \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_x \tilde{u}(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \\ f_y \tilde{v}(1 + k_1 r^2 + k_2 r^4) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} U_0 \\ V_0 \end{bmatrix}$$

25 Se ha demostrado que la distorsión radial está adecuadamente modelada por los dos primeros términos polinómicos; por lo tanto, los términos de orden superior han sido eliminados.

30 Para calcular los parámetros óptimos de calibración de la cámara, el problema se plantea como un problema de minimización no lineal. Dadas  $n$  imágenes de un objetivo de calibración con  $m$  puntos, el objetivo es minimizar el error de reproyección, es decir,

$$f = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \|m_{ij} - \tilde{m}(K, k_1, k_2, R_i, t_i, P_j)\|$$

35 donde  $\tilde{m}(K, k_1, k_2, R_i, t_i, P_j)$  es la proyección del punto  $P_j$  en la imagen  $i$ . Este problema de minimización no lineal se resuelve a través del algoritmo de Levenberg-Marquardt.

40 De los algoritmos de mínimos cuadrados no lineales, el algoritmo de Levenberg-Marquardt (LM) ha sido el más popular debido a su tolerancia a datos ausentes y a sus propiedades de convergencia. La base para el algoritmo LM es una aproximación lineal de la función objetivo en la proximidad de las variables de control. Para una pequeña perturbación de las variables de control,  $\delta_p$ , una expansión en serie de Taylor da lugar a una aproximación lineal para el residuo, es decir,

$$f(\mathbf{p} + \delta_p) \approx f(\mathbf{p}) + J\delta_p$$

45 El gradiente de esta forma de la función objetivo viene dado por

$$\mathbf{g} = \mathbf{J}^T \mathbf{f}(\mathbf{p} + \delta_p) = \mathbf{J}^T [\mathbf{f}(\mathbf{p}) + \mathbf{J} \delta_p]$$

Al ajustar el gradiente a cero se obtienen las denominadas ecuaciones normales, es decir,

5

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} \delta_p = \mathbf{J}^T \mathbf{f}(\mathbf{p})$$

Resolver este sistema lineal da el  $\delta_p$  que es un minimizador local de la función objetivo.

10

El algoritmo LM utiliza una versión ligeramente diferente de estas ecuaciones denominadas ecuaciones normales aumentadas, es decir,

$$\mathbf{N} \delta_p = \mathbf{J}^T \mathbf{f}(\mathbf{p})$$

15

Los elementos fuera de la diagonal de la matriz N son los mismos que los elementos correspondientes de la matriz  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ , pero los elementos diagonales de N vienen dados por

$$N_{ii} = \mu + [\mathbf{J}^T \mathbf{J}]_{ii} \quad \text{para algunos } \mu > 0.$$

20

Esta estrategia de alterar los elementos diagonales se denomina amortiguación y el factor,  $\mu$ , se denomina término de amortiguación. Si la solución de las ecuaciones normales da lugar a una nueva estimación de parámetros que reduce el valor de la función objetivo, se acepta la actualización y se repite el procedimiento con un término de amortiguación disminuido. De lo contrario, el término de amortiguación se incrementa y las ecuaciones normales se resuelven de nuevo hasta que se disminuya la función objetivo. En una sola iteración del algoritmo LM, las ecuaciones normales se resuelven hasta que se halle una estimación de parámetros aceptable.

25

Las ecuaciones normales aumentadas también pueden escribirse como el siguiente sistema lineal:

$$(\mathbf{H} + \mu \mathbf{I}) \delta_p = \mathbf{g}$$

30

donde H es la aproximación de Gauss-Newton del hessiano,  $\mathbf{J}^T \mathbf{J}$ , e I es la matriz de identidad con el mismo tamaño que H.

35

El algoritmo LM termina cuando se cumple uno de los tres criterios de parada: (1) La norma del gradiente del residuo, es decir,  $\mathbf{J}^T \mathbf{f}(\mathbf{p})$ , desciende por debajo de un umbral,  $\epsilon_1$ ; (2) El cambio relativo en el tamaño de paso desciende por debajo de un umbral,  $\epsilon_2$ ; y (3) el número de iteraciones de LM excede un cierto valor máximo,  $k_{\max}$ .

La Tabla 1 muestra el pseudocódigo para un algoritmo LM de acuerdo con una realización de la presente invención.

TABLA 1

```

iterations = 0;
p = p0;
residual = x - f(p);
error = | residual |;
H = JTJ; // Hessian (Gauss-Newton approximation)
g = JTresidual; // Gradient
Converged = ( |Grad| < e1 );

μ = maximum diagonal element of Hessian;

while (not converged) and (iterations < max_iterations)

    accept_step = false;

    while (not accept_step) and (not converged)

        // Solve normal equations
        step = solution of  $(H + \mu I)\delta_p = g$ 

        // Evaluate error, Gradient, and Hessian at new step
        p_new = p + step;
        residual_new = x - f(p_new);
        error_new = | residual_new |;
        H_new = JnewTJnew;
        g_new = JnewTresidual_new;

        // Check step against threshold
        if ( |step| < e2|p| )
            converged = true;
        else
            // Check acceptability of step
            accept_step = error_new < error;

            if (accept_step)
                // Accept step.
                // Update control variables, error,
                // Hessian, Gradient, and damping parameter.
                p = p_new;
                error = error_new;
                H = H_new;
                g = g_new;
                μ = μ / 10;
            else
                // Reject step and update damping parameter.
                μ = μ * 10;
            end;
        end;

    endwhile

    // Convergence test based on Gradient norm
    convergence = ( |Grad| < e1)

    // Update iteration count
    iterations = iterations + 1;

endwhile

```

5

Esta sección describe una técnica mediante la cual la estructura de la matriz jacobiana puede ser aprovechada para reducir la complejidad general de un sistema y mejorar en gran medida el rendimiento computacional.

10 A efectos ilustrativos, se aplicará lo siguiente al ajuste de haces; sin embargo, la técnica puede aplicarse a la calibración de la cámara, al problema de la estimación de la posición y a muchos otros problemas de visión por ordenador.

Supongamos que  $n$  puntos 3D son visibles en  $m$  imágenes. Sea  $\hat{x}_{ij}$  la proyección del punto  $i$  en la imagen  $j$ . Sea  $a_j$

las variables de control de cada cámara  $j$  y sea  $b_i$  las variables de control para cada punto  $i$  3D.

Para  $n$  puntos en  $m$  imágenes, los puntos de imagen observados son

5 
$$\mathbf{x} = (\mathbf{x}_{11}^T, \dots, \mathbf{x}_{1m}^T, \mathbf{x}_{21}^T, \dots, \mathbf{x}_{2m}^T, \mathbf{x}_{n1}^T, \dots, \mathbf{x}_{nm}^T)^T$$

De manera similar, los puntos de imagen estimados (proyectados) de los  $n$  puntos 3D vienen dados por

10 
$$\hat{\mathbf{x}} = (\hat{\mathbf{x}}_{11}^T, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{1m}^T, \hat{\mathbf{x}}_{21}^T, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{2m}^T, \hat{\mathbf{x}}_{n1}^T, \dots, \hat{\mathbf{x}}_{nm}^T)^T$$

donde cada  $\hat{x}_{ij} = Q(a_j, b_i)$  es un punto de imagen predicho a partir de un modelo de cámara matemática, por ejemplo, modelo de proyección estenopeica. El vector de error o residual se define como

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{x} - \hat{\mathbf{x}}$$

15 Las variables de control son divididas por el vector

$$\mathbf{P} = (\mathbf{a}_1^T, \dots, \mathbf{a}_m^T, \mathbf{b}_1^T, \dots, \mathbf{b}_m^T)^T$$

20 Para simplificar, el jacobiano para  $n = 4$  puntos en  $m = 3$  vistas viene dado por

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \hat{\mathbf{x}}(\mathbf{P})}{\partial \mathbf{P}} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}_{11} & 0 & 0 & \mathbf{B}_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{12} & 0 & \mathbf{B}_{12} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{13} & \mathbf{B}_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{A}_{21} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{21} & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{22} & 0 & 0 & \mathbf{B}_{22} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{23} & 0 & \mathbf{B}_{23} & 0 & 0 \\ \mathbf{A}_{31} & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{31} & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_{32} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{32} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{33} & 0 & 0 & \mathbf{B}_{33} & 0 \\ \mathbf{A}_{41} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{41} \\ 0 & \mathbf{A}_{42} & 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{42} \\ 0 & 0 & \mathbf{A}_{43} & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{43} \end{pmatrix}$$

25 donde 
$$\mathbf{A}_{ij} = \frac{\partial \hat{x}_{ij}}{\partial \mathbf{a}_j} \text{ and } \mathbf{B}_{ij} = \frac{\partial \hat{x}_{ij}}{\partial \mathbf{b}_i}$$

Las primeras  $m$  columnas del jacobiano son las derivadas parciales de los residuos de imagen con respecto a los parámetros de la cámara  $j$ . Dado que los parámetros de la cámara para una imagen no afectan a los puntos de imagen proyectados de otras imágenes, hay numerosos ceros en estas columnas. Del mismo modo, las últimas  $n$  columnas del jacobiano son las derivadas parciales de los residuos de imagen con respecto a los parámetros de estructura 3D. Estas columnas también tienen numerosos ceros debido a la falta de interacción entre los parámetros.

Reconsideremos las ecuaciones normales, es decir,

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} \boldsymbol{\delta} = \mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon}$$

35 El lado izquierdo de las ecuaciones normales viene dado por

$$\mathbf{J}^T \mathbf{J} = \begin{pmatrix} \sum_i \mathbf{A}_{i1}^T \mathbf{A}_{i1} & 0 & 0 & \mathbf{A}_{11}^T \mathbf{B}_{11} & \mathbf{A}_{21}^T \mathbf{B}_{21} & \mathbf{A}_{31}^T \mathbf{B}_{31} & \mathbf{A}_{41}^T \mathbf{B}_{41} \\ 0 & \sum_i \mathbf{A}_{i2}^T \mathbf{A}_{i2} & 0 & \mathbf{A}_{12}^T \mathbf{B}_{12} & \mathbf{A}_{22}^T \mathbf{B}_{22} & \mathbf{A}_{32}^T \mathbf{B}_{32} & \mathbf{A}_{42}^T \mathbf{B}_{42} \\ 0 & 0 & \sum_i \mathbf{A}_{i3}^T \mathbf{A}_{i3} & \mathbf{A}_{13}^T \mathbf{B}_{13} & \mathbf{A}_{23}^T \mathbf{B}_{23} & \mathbf{A}_{33}^T \mathbf{B}_{33} & \mathbf{A}_{43}^T \mathbf{B}_{43} \\ \mathbf{B}_{11}^T \mathbf{A}_{11} & \mathbf{B}_{12}^T \mathbf{A}_{12} & \mathbf{B}_{13}^T \mathbf{A}_{13} & \sum_j \mathbf{B}_{1j}^T \mathbf{B}_{1j} & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{B}_{21}^T \mathbf{A}_{21} & \mathbf{B}_{22}^T \mathbf{A}_{22} & \mathbf{B}_{23}^T \mathbf{A}_{23} & 0 & \sum_j \mathbf{B}_{2j}^T \mathbf{B}_{2j} & 0 & 0 \\ \mathbf{B}_{31}^T \mathbf{A}_{31} & \mathbf{B}_{32}^T \mathbf{A}_{32} & \mathbf{B}_{33}^T \mathbf{A}_{33} & 0 & 0 & \sum_j \mathbf{B}_{3j}^T \mathbf{B}_{3j} & 0 \\ \mathbf{B}_{41}^T \mathbf{A}_{41} & \mathbf{B}_{42}^T \mathbf{A}_{42} & \mathbf{B}_{43}^T \mathbf{A}_{43} & 0 & 0 & 0 & \sum_j \mathbf{B}_{4j}^T \mathbf{B}_{4j} \end{pmatrix}$$

y el lado derecho viene dado por

$$\mathbf{J}^T \boldsymbol{\varepsilon} = \begin{pmatrix} \sum_i \mathbf{A}_{i1}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{i1} \\ \sum_i \mathbf{A}_{i2}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{i2} \\ \sum_i \mathbf{A}_{i3}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{i3} \\ \sum_j \mathbf{B}_{1j}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{1j} \\ \sum_j \mathbf{B}_{2j}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{2j} \\ \sum_j \mathbf{B}_{3j}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{3j} \\ \sum_j \mathbf{B}_{4j}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{4j} \end{pmatrix}$$

5

Sustituyendo  $U_j$ ,  $V_i$ ,  $W_{ij}$ ,  $\boldsymbol{\varepsilon}_{aj}$  y  $\boldsymbol{\varepsilon}_{bi}$  por  $\sum_i \mathbf{A}_{ij}^T \mathbf{A}_{ij}$ ,  $\sum_i \mathbf{B}_{ij}^T \mathbf{B}_{ij}$ ,  $\mathbf{A}_{ij}^T \mathbf{B}_{ij}$ ,  $\sum_i \mathbf{A}_{ij}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$  and  $\sum_j \mathbf{B}_{ij}^T \boldsymbol{\varepsilon}_{ij}$  respectivamente, las ecuaciones normales pueden escribirse de una forma más compacta, es decir,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_1 & 0 & 0 & \mathbf{W}_{11} & \mathbf{W}_{21} & \mathbf{W}_{31} & \mathbf{W}_{41} \\ 0 & \mathbf{U}_2 & 0 & \mathbf{W}_{12} & \mathbf{W}_{22} & \mathbf{W}_{32} & \mathbf{W}_{42} \\ 0 & 0 & \mathbf{U}_3 & \mathbf{W}_{13} & \mathbf{W}_{23} & \mathbf{W}_{33} & \mathbf{W}_{43} \\ \mathbf{W}_{11}^T & \mathbf{W}_{12}^T & \mathbf{W}_{13}^T & \mathbf{V}_1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{W}_{21}^T & \mathbf{W}_{22}^T & \mathbf{W}_{23}^T & 0 & \mathbf{V}_2 & 0 & 0 \\ \mathbf{W}_{31}^T & \mathbf{W}_{32}^T & \mathbf{W}_{33}^T & 0 & 0 & \mathbf{V}_3 & 0 \\ \mathbf{W}_{41}^T & \mathbf{W}_{42}^T & \mathbf{W}_{43}^T & 0 & 0 & 0 & \mathbf{V}_4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta}_{a1} \\ \boldsymbol{\delta}_{a2} \\ \boldsymbol{\delta}_{a3} \\ \boldsymbol{\delta}_{b1} \\ \boldsymbol{\delta}_{b2} \\ \boldsymbol{\delta}_{b3} \\ \boldsymbol{\delta}_{b4} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_{a1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{a2} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{a3} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{b1} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{b2} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{b3} \\ \boldsymbol{\varepsilon}_{b4} \end{pmatrix}$$

10

Las ecuaciones normales pueden escribirse de una forma aún más compacta, es decir,

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}^* & \mathbf{W} \\ \mathbf{W}^T & \mathbf{V}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \boldsymbol{\delta}_a \\ \boldsymbol{\delta}_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_a \\ \boldsymbol{\varepsilon}_b \end{pmatrix}$$

15

donde

$$\mathbf{U}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{U}_1^* & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{U}_2^* & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{U}_3^* \end{pmatrix}, \mathbf{V}^* = \begin{pmatrix} \mathbf{V}_1^* & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{V}_2^* & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{V}_3^* & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{V}_4^* \end{pmatrix} \text{ y}$$

$$\mathbf{W} = \begin{pmatrix} \mathbf{W}_{11} & \mathbf{W}_{21} & \mathbf{W}_{31} & \mathbf{W}_{41} \\ \mathbf{W}_{12} & \mathbf{W}_{22} & \mathbf{W}_{32} & \mathbf{W}_{42} \\ \mathbf{W}_{13} & \mathbf{W}_{23} & \mathbf{W}_{33} & \mathbf{W}_{43} \end{pmatrix}$$

5 El \* indica que los elementos diagonales están aumentados para el algoritmo LM.

Multiplicando la forma compacta de las ecuaciones normales aumentadas por

$$\begin{pmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{WV}^{*-1} \\ \mathbf{W}^T & \mathbf{V}^* \end{pmatrix}$$

10 se obtiene como resultado

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}^* - \mathbf{WV}^{*-1}\mathbf{W}^T & \mathbf{0} \\ \mathbf{W}^T & \mathbf{V}^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_a \\ \delta_b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_a - \mathbf{WV}^{*-1}\varepsilon_b \\ \varepsilon_b \end{pmatrix}$$

15 Dado que el bloque superior derecho de la matriz del lado izquierdo es cero, el vector  $\delta_a$  puede determinarse resolviendo el conjunto superior de ecuaciones j, es decir,

$$(\mathbf{U}^* - \mathbf{WV}^{*-1}\mathbf{W}^T)\delta_a = \varepsilon_a - \mathbf{WV}^{*-1}\varepsilon_b$$

20 Después de resolver para  $\delta_a$ ,  $\delta_b$  puede resolverse por sustitución posterior en el conjunto de ecuaciones de abajo i. Designando  $\mathbf{Y}_{ij} = \mathbf{W}_{ij}\mathbf{V}_i^{*-1}$ , el conjunto superior de ecuaciones j se convierte en

$$\begin{pmatrix} \mathbf{U}_1^* - \sum_i \mathbf{Y}_{i1}\mathbf{W}_{i1}^T & -\sum_i \mathbf{Y}_{i1}\mathbf{W}_{i2}^T & -\sum_i \mathbf{Y}_{i1}\mathbf{W}_{i3}^T \\ -\sum_i \mathbf{Y}_{i2}\mathbf{W}_{i1}^T & \mathbf{U}_2^* - \sum_i \mathbf{Y}_{i2}\mathbf{W}_{i2}^T & -\sum_i \mathbf{Y}_{i2}\mathbf{W}_{i3}^T \\ -\sum_i \mathbf{Y}_{i3}\mathbf{W}_{i1}^T & -\sum_i \mathbf{Y}_{i3}\mathbf{W}_{i2}^T & \mathbf{U}_3^* - \sum_i \mathbf{Y}_{i3}\mathbf{W}_{i3}^T \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_{a1} \\ \delta_{a2} \\ \delta_{a3} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{a1} - \sum_i \mathbf{Y}_{i1} - \varepsilon_{b1} \\ \varepsilon_{a2} - \sum_i \mathbf{Y}_{i2} - \varepsilon_{b2} \\ \varepsilon_{a3} - \sum_i \mathbf{Y}_{i3} - \varepsilon_{b3} \end{pmatrix}$$

25 que puede resolverse para  $\delta_a$ . Cada  $\delta_{bi}$  viene dado, entonces, por

$$\delta_{bi} = \mathbf{V}_i^{*-1} \left( \varepsilon_{bi} - \sum_j \mathbf{W}_{ij}^T \delta_{aj} \right)$$

La Tabla 2 resume la técnica, que puede generalizarse a n puntos en m vistas.

30

TABLA 2

$\mathbf{A}_{ij} = \frac{\partial \hat{x}_{ij}}{\partial a_j} \quad \mathbf{B}_{ij} = \frac{\partial \hat{x}_{ij}}{\partial b_i}$	$\varepsilon_{ij} = \mathbf{x}_{ij} - \hat{\mathbf{x}}_{ij}$
<p>1. Calcular las matrices derivadas, 2. Calcular las expresiones intermedias</p>	
$\mathbf{U}_j = \sum_i \mathbf{A}_{ij}^T \mathbf{A}_{ij} \quad \mathbf{V}_i = \sum_j \mathbf{B}_{ij}^T \mathbf{B}_{ij} \quad \mathbf{W}_{ij} = \mathbf{A}_{ij}^T \mathbf{B}_{ij}$	
$\varepsilon_{aj} = \sum_i \mathbf{A}_{ij}^T \varepsilon_{ij} \quad \varepsilon_{bi} = \sum_j \mathbf{B}_{ij}^T \varepsilon_{ij}$	
<p>3. Multiplicar las diagonales de U y V por <math>1 + \mu</math> 4. Calcular la inversa de V. Dado que V no se utiliza de nuevo, puede sustituirse por la inversa. 5. Hallar <math>\delta_a</math> resolviendo <math>(\mathbf{U}^* - \mathbf{W}\mathbf{W}^T) \delta_a = \varepsilon_a - \mathbf{W}\mathbf{W}^T \varepsilon_b</math> 6. Hallar <math>\delta_b</math> por sustitución posterior.</p>	

- 5 La estimación de la relación espacial entre el objeto y la cámara, o el problema de la estimación de la posición, es un tema central en aplicaciones de fotogrametría de cerca y de visión por ordenador. El objetivo es determinar la transformación rígida que relaciona los marcos de referencia de objeto y cámara. Típicamente, esta transformación rígida está parametrizada por una matriz de rotación, R, y una traslación, t. La Figura 8 ilustra esta transformación.
- 10 Los datos utilizados para resolver este problema son un conjunto de correspondencias de puntos - coordenadas 3D del objeto, o "puntos de control" y sus proyecciones 2D en el plano de imagen. Típicamente, los puntos de control se expresan con respecto al marco de referencia del objeto y sus proyecciones se expresan con respecto al marco de referencia de la cámara. El algoritmo descrito en la presente memoria se basa en el trabajo de Hager y col.
- 15 Dado un conjunto de al menos 3 puntos de control,  $\{p_i\}$ , las correspondientes coordenadas del espacio de cámara,  $\{q_i\}$ , vienen dadas por:

$$\mathbf{q}_i = \mathbf{R}\mathbf{p}_i + \mathbf{t}$$

- 20 El marco de referencia de la cámara se elige de modo que el origen esté en el centro de proyección y el eje óptico esté en la dirección z positiva. Los puntos de control se proyectan en el plano en el marco de referencia de la cámara donde  $z = 1$ , el llamado plano de imagen normalizado. En el marco de referencia de la cámara, los puntos de control vienen dados por:

$$\begin{cases} \mathbf{q}_{ix} \\ \mathbf{q}_{iy} \\ \mathbf{q}_{iz} \end{cases} = \begin{cases} \mathbf{r}_1^T \mathbf{p}_i + t_x \\ \mathbf{r}_2^T \mathbf{p}_i + t_y \\ \mathbf{r}_3^T \mathbf{p}_i + t_z \end{cases}$$

- 25 donde  $\mathbf{r}_1^T$ ,  $\mathbf{r}_2^T$  y  $\mathbf{r}_3^T$  son las filas de la matriz de rotación, R. Si se dibuja un rayo desde el origen del marco de referencia de la cámara al punto de control, este interseca el plano de imagen normalizado en el punto  $V_i = (u_i, v_i, 1)$ . Esto puede expresarse como:

30

$$u_i = \frac{\mathbf{r}_1^T \mathbf{p}_i + t_x}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{p}_i + t_z}$$

$$v_i = \frac{\mathbf{r}_2^T \mathbf{p}_i + t_y}{\mathbf{r}_3^T \mathbf{p}_i + t_z}$$

O

$$\mathbf{v}_i = \frac{1}{r_3^T \mathbf{p}_i + t_z} (\mathbf{R} \mathbf{p}_i + \mathbf{t})$$

5 Esto se conoce como la ecuación de colinealidad. En fotogrametría clásica, la ecuación de colinealidad se utiliza a menudo como la base para resolver el problema de estimación de la posición. La posición es refinada iterativamente de tal manera que la imagen residual se minimiza, es decir,

$$\min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^n \left[ \left( \hat{u}_i - \frac{r_1^T \mathbf{p}_i + t_x}{r_3^T \mathbf{p}_i + t_z} \right)^2 + \left( \hat{v}_i - \frac{r_2^T \mathbf{p}_i + t_y}{r_3^T \mathbf{p}_i + t_z} \right)^2 \right]$$

10 Aquí,  $(\hat{u}_i, \hat{v}_i)$  son las coordenadas del punto de control observado en el plano de imagen normalizado.

Este problema también puede expresarse en términos de minimizar el residual total en el espacio del objeto, como se muestra en la Figura 9. La matriz de proyección de línea de visión se define como:

$$\hat{\mathbf{V}}_i = \frac{\hat{\mathbf{v}}_i \hat{\mathbf{v}}_i^T}{\hat{\mathbf{v}}_i^T \hat{\mathbf{v}}_i}$$

15 Cuando un punto de escena se multiplica por esta matriz, proyecta el punto ortogonalmente a la línea de visión definida por el punto de imagen  $\hat{\mathbf{v}}_i$ . En presencia de error, habrá un vector residual entre el punto de escena,  $\mathbf{q}_i$  y su proyección ortogonal, es decir,

$$20 \quad \mathbf{e}_i = \hat{\mathbf{V}}_i (\mathbf{R} \mathbf{p}_i + \mathbf{t}) - (\mathbf{R} \mathbf{p}_i + \mathbf{t})$$

Por lo tanto, la posición óptima de cámara es aquella que minimiza el residuo total en el espacio del objeto, es decir,

$$\min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \sum_{i=1}^n \|\mathbf{e}_i\|^2 = \left\| (\mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}_i) (\mathbf{R} \mathbf{p}_i + \mathbf{t}) \right\|^2$$

25 Si las coordenadas del espacio de la cámara de los puntos de control pudieran obtenerse por otros medios, por ejemplo, digitalizados con un brazo FARO, entonces cada punto de control está relacionado por la transformación rígida:

$$30 \quad \mathbf{q}_i = \mathbf{R} \mathbf{p}_i + \mathbf{t}$$

Dados por lo menos 3 o más puntos de control no colineales,  $\mathbf{R}$  y  $\mathbf{t}$  pueden obtenerse resolviendo el problema de los mínimos cuadrados:

$$35 \quad \min_{\mathbf{R}, \mathbf{t}} \|\mathbf{R} \mathbf{p}_i + \mathbf{t} - \mathbf{q}_i\|^2, \text{ sujeto a } \mathbf{R}^T \mathbf{R} = \mathbf{I}$$

Este tipo de problema de mínimos cuadrados restringido puede ser resuelto analíticamente usando la descomposición en valores singulares (SVD). Definiendo los centroides de la cámara y los puntos de escena como:

$$\bar{\mathbf{q}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i$$

$$\bar{\mathbf{p}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \mathbf{p}_i$$

Y definiendo la posición de la cámara y los puntos de escena, en relación con sus centroides como:

5 
$$\mathbf{q}'_i = \bar{\mathbf{q}} - \mathbf{q}_i$$

$$\mathbf{p}'_i = \bar{\mathbf{p}} - \mathbf{p}_i$$

10 La covarianza cruzada de la muestra es  $\frac{1}{n} \mathbf{M}$ , donde 
$$\mathbf{M} = \mathbf{q}' \bullet \mathbf{p}' = \sum_{i=1}^n \mathbf{q}'_i \mathbf{p}'_i{}^T$$

Si  $R^*$  y  $\mathbf{t}^*$  son la rotación y la traslación óptimas, entonces deben cumplir

$$R^* = \arg \max_R \text{trace}(R^T \mathbf{M})$$

15 
$$\mathbf{t}^* = \bar{\mathbf{q}} - R^* \bar{\mathbf{p}}$$

Sea (U, E, V) una SVD de M, entonces la solución de  $R^*$  viene dada por

20 
$$R^* = \mathbf{V} \mathbf{U}^T$$

Por lo tanto, los únicos datos necesarios para calcular la matriz de rotación óptima son las coordenadas 3D (en el espacio de la cámara y del objeto) en relación con sus centroides. La traslación óptima es entonces una simple función de la rotación óptima y de los centroides.

25 En una realización, un algoritmo puede denominarse como el algoritmo de iteración ortogonal (OI). Este enfoque consiste en utilizar el error de colinealidad en el espacio de objeto y reestructurar el problema para que se asemeje al problema de la orientación absoluta. El primer paso es definir la función objetivo basándose en el error en el espacio de objeto, es decir,

30 
$$E(R, \mathbf{t}) = \sum_{i=1}^n \|\mathbf{e}_i\|^2 = \left\| \left( \mathbf{I} - \hat{\mathbf{V}}_i \right) \left( R \mathbf{p}_i + \mathbf{t} \right) \right\|^2$$

Dado que la función objetivo es cuadrática en  $\mathbf{t}$ , la traslación óptima puede calcularse de forma cerrada como:

$$\mathbf{t}(R) = \frac{1}{n} \left( \mathbf{I} - \frac{1}{n} \sum_j \hat{\mathbf{V}}_j \right)^{-1} \sum_j (\hat{\mathbf{V}}_j - \mathbf{I}) R \mathbf{p}_j$$

35 Definiendo

$$\mathbf{q}_i(R) = \hat{\mathbf{V}}_i [R \mathbf{p}_i + \mathbf{t}(R)]$$

40 Entonces la función objetivo puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$E(R) = \sum_{i=1}^n \|R\mathbf{p}_i + \mathbf{t}(R) - \mathbf{q}_i(R)\|^2$$

Esta ecuación tiene la misma forma que el problema de la orientación absoluta; sin embargo, la SVD no puede usarse para resolver R porque la covarianza cruzada de la muestra es también una función de R, es decir,

5

$$M(R) = \mathbf{q}'(R) \bullet \mathbf{p}' = \sum_{i=1}^n \mathbf{q}'_i(R) \mathbf{p}'_i{}^T$$

donde  $\mathbf{p}'_i = \mathbf{p}_i - \bar{\mathbf{p}}$  y  $\mathbf{q}'_i(R) = \mathbf{q}_i(R) - \bar{\mathbf{q}}(R)$

En su lugar, se utiliza el siguiente enfoque iterativo. Dada la estimación k-ésima  $R^{(k)}$ ,  $\mathbf{t}^{(k)} = \mathbf{t}(R^{(k)})$ , y  $\mathbf{q}^k = R^{(k)}\mathbf{p}_i + \mathbf{t}^{(k)}$ , la estimación (k+1)-ésima de R,  $R^{(k+1)}$  se obtiene resolviendo el siguiente problema de orientación absoluta:

10

$$\begin{aligned} R^{(k+1)} &= \arg \min_R \sum_{i=1}^n \|R\mathbf{p}_i + \mathbf{t} - \hat{V}_i \mathbf{q}_i^{(k)}\|^2 \\ &= \arg \max_R \text{trace} \left[ R^{(k)T} M(R^{(k)}) \right] \end{aligned}$$

Entonces, la estimación (k+1)-ésima de t viene dada por

15

$$\mathbf{t}^{(k+1)} = \mathbf{t}(R^{(k+1)})$$

Este procedimiento se repite hasta que la estimación de R cumpla:

$$R^* = \arg \min_R \sum_{i=1}^n \|R\mathbf{p}_i + \mathbf{t} - \hat{V}_i (R^* \mathbf{p}_i + \mathbf{t}(R^*))\|^2$$

20

dentro de una tolerancia especificada.

Con referencia ahora a la Figura 10, pueden analizarse fotografías de un vehículo implicado en un accidente. Como se muestra en la Figura 10, el procedimiento 300 puede comenzar recibiendo fotografías en un sistema informático en una ubicación central y que pueden evaluarse para determinar si se tomaron con o sin marcadores en las fotografías, como se muestra en el bloque 305. Más específicamente, en el rombo de decisión 310, el ordenador evalúa si se incluyeron marcadores, incluidos por ejemplo puntos de control y puntos de daño, en las fotografías. Pueden usarse diversos marcadores.

25

30

Con referencia todavía a la Figura 10, si las fotografías se tomaron con marcadores, el control se pasa al bloque 370, y la ubicación de la posición, los puntos de control y los puntos de daño puede determinarse automáticamente hallando los puntos en las fotografías mediante un algoritmo. El reconocimiento automático de objetivos puede utilizarse en sistemas fotogramétricos para reducir la cantidad de interacción del usuario y para aumentar la precisión de la medición. Los objetivos pueden detectarse automáticamente examinando variaciones en los niveles de intensidad de la imagen. Se usan a menudo objetivos de material retrorreflectante porque reflejan significativamente más luz que una superficie normal de textura blanca. En algunas implementaciones, puede usarse un objetivo retrorreflectante circular. El primer paso para identificar la ubicación del objetivo es hallar áreas dentro de la imagen donde la intensidad de la imagen cambie rápidamente. En algunas realizaciones, el cambio de intensidad puede definirse por la inclinación o pendiente de la intensidad de la imagen, que también se conoce como el gradiente de la imagen. Las imágenes de objetivos retrorreflectantes se caracterizan por grandes gradientes de imagen.

35

40

Después de haber identificado regiones candidatas (es decir, áreas con grandes gradientes de imagen), el siguiente paso es comprobar la geometría de la región. Para objetivos circulares, las regiones candidatas pueden ser verificadas comparándolas con una elipse. Los puntos en el perímetro de las regiones candidatas se utilizan para calcular el ajuste de mínimos cuadrados de una elipse. Las regiones espurias se eliminan si el perímetro de la región no se ajusta a la elipse dentro de alguna medida estadística.

45

Una vez que se han identificado las regiones candidatas, el paso final es localizar el centro del objetivo. Una estimación comúnmente utilizada para este centro son los centroides ponderados por intensidad, que se define por

$$\begin{pmatrix} x_c \\ y_c \end{pmatrix} = \frac{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m g_{ij} \begin{pmatrix} x_i \\ y_j \end{pmatrix}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m g_{ij}}$$

5 donde  $x_i$ ,  $y_i$  son las coordenadas de píxeles y  $g_{ij}$  son los niveles de intensidad dentro de una ventana ( $n \times m$ ) que cubre la región objetivo.

10 Obsérvese que la posición ayuda a establecer el marco de referencia con respecto a en qué dirección se tomaron las imágenes en relación con el vehículo. Por ejemplo, la posición determina si la fotografía se tomó desde el lado del conductor o del pasajero del vehículo. Una vez determinado el marco de referencia, entonces se identifican puntos de ubicación conocida para ayudar a determinar la escala de la fotografía a partir de las dimensiones conocidas del vehículo. Estos puntos de control podrían incluir áreas del vehículo que probablemente no resulten dañadas en un accidente como las cuatro esquinas del parabrisas, el centro del eje de la rueda, etc. Finalmente, 15 pueden localizarse los puntos de daño potencial en cada imagen que se tome. Por ejemplo, un conjunto estándar de puntos en el capó, la calandra y el parachoques puede ser identificado en cada una de las diferentes vistas de la parte delantera de un vehículo. El control se pasa entonces al bloque 375 para almacenar la estimación de la posición para cada una de las fotografías utilizando los datos de posición y puntos de control. Tales estimaciones de posición almacenadas pueden ser usadas posteriormente para determinar un perfil de aplastamiento para el 20 vehículo asociado con las estimaciones.

Todavía haciendo referencia a la Figura 10, si las fotografías se tomaron sin marcadores, el control se pasa al bloque 315, para determinar las fotografías de ejemplo de un vehículo apropiado que mostrar, a fin de permitir la 25 entrada manual de la posición para cada fotografía. El control se pasa al rombo de decisión 320 para determinar si el daño fue en la parte trasera del vehículo. Si el daño fue en la parte trasera del vehículo, el control se pasa al bloque 325 para mostrar la parte trasera de un vehículo apropiado para permitir seleccionar la posición. Si el daño no fue en la parte trasera del vehículo, entonces el control se pasa al rombo de decisión 330 para determinar si el daño fue en la parte delantera del vehículo. Si el daño fue en la parte delantera del vehículo, el control se pasa al bloque 335 para mostrar la parte delantera de un vehículo apropiado para permitir seleccionar la posición. Si el daño no fue en la 30 parte delantera del vehículo, el control se pasa al bloque 350 para mostrar el lateral de un vehículo apropiado para permitir seleccionar la posición.

Todavía haciendo referencia a la Figura 10, el control se pasa al bloque 340 para la selección manual por parte del usuario de la posición para cada fotografía. Una vez que se ha seleccionado la posición, el control se pasa al bloque 35 345 para mostrar puntos de control para cada una de las fotografías. Esto puede realizarse basándose en la ubicación del daño al vehículo, así como en el tipo de vehículo. Por ejemplo, pueden colocarse puntos de control en las cuatro esquinas del parabrisas trasero para un vehículo implicado en una colisión trasera. Una vez que se muestran los puntos de control, el control se pasa al bloque 355 donde los puntos de control son seleccionados por el usuario y colocados manualmente en cada imagen del vehículo. El control se pasa al bloque 360 para mostrar los 40 puntos de aplastamiento para el vehículo, lo que también puede basarse en la ubicación del daño y el tipo de vehículo. El control se pasa entonces al bloque 365 en el que los puntos de aplastamiento se colocan manualmente en cada una de las fotografías. El control se pasa al bloque 370 para evaluar las fotografías en cuanto a la posición, los puntos de control y los puntos de daño. El control se pasa después al bloque 375, comentado anteriormente.

45 Una vez que la cámara ha sido calibrada para determinar sus parámetros intrínsecos y el problema de posición de la cámara ha sido resuelto para determinar los parámetros extrínsecos, el siguiente paso en el procedimiento de reconstrucción es estimar la estructura 3D del objeto. La fotogrametría utiliza un principio llamado triangulación para determinar las coordenadas tridimensionales de un objeto a partir de múltiples fotografías. Los puntos se triangulan hallando la intersección de líneas de visión, o rayos, convergentes como se muestra en la Figura 11.

50 Dado que las posiciones y orientaciones de la cámara solo se conocen aproximadamente y hay errores en los puntos de imagen medidos, generalmente los rayos no se retroproyectarán en una intersección común mostrada en la Figura 12. Las técnicas de esta sección describen cómo estimar la estructura 3D del objeto. Esta estimación de la estructura, al igual que las posiciones de la cámara, se refinan más tarde en un procedimiento llamado ajuste de 55 haces.

En cada imagen, el punto 3D,  $X$ , se proyecta en un punto de imagen medido, es decir,  $x = PX$  y  $x' = P'X$ . Aquí,  $P$  y  $P'$  son matrices de proyección  $3 \times 4$  dadas por

$$\mathbf{P} = \mathbf{K}[\mathbf{R} - \mathbf{RC}]$$

donde K es la matriz de calibración de la cámara 3x3, R es la matriz de rotación 3x3 del espacio de objeto al espacio de cámara y C es la posición de la cámara con respecto al objeto.

5 La definición de producto cruzado vectorial puede usarse para formar un sistema lineal. Por definición, un producto cruzado de dos vectores idénticos es un vector de todo ceros. Por lo tanto, para cada punto, el producto cruzado del punto de imagen medido y el punto 3D proyectado en esa imagen es cero, es decir,

$$\mathbf{x} \times (\mathbf{P}\mathbf{X}) = \mathbf{0}$$

10 Esto da como resultado el siguiente sistema lineal en X para cada imagen.

$$x(\mathbf{p}^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}^{1T} = 0$$

$$y(\mathbf{p}^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}^{2T} = 0$$

$$x(\mathbf{p}^{2T}\mathbf{X}) - y(\mathbf{p}^{1T}\mathbf{X}) = 0$$

15 donde  $\mathbf{p}^{iT}$  Es la i-ésima fila de la matriz de proyección.

Usando ambas imágenes, puede componerse un sistema en la forma  $\mathbf{A}\mathbf{X} = \mathbf{0}$ , donde

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} x(\mathbf{p}^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}^{1T} \\ y(\mathbf{p}^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}^{2T} \\ x'(\mathbf{p}'^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}'^{1T} \\ y'(\mathbf{p}'^{3T}\mathbf{X}) - \mathbf{p}'^{2T} \end{bmatrix}$$

20 Dado que solo dos de las tres ecuaciones de cada imagen son linealmente independientes, solo se incluyen dos ecuaciones de cada imagen. La solución de este sistema se calcula a través de descomposición en valores singulares (SVD). El punto 3D viene dado entonces por el valor singular más pequeño de A. Específicamente, si UDVT es la descomposición en valores singulares de A, entonces la solución X es la última columna de V.

25

Una alternativa al procedimiento DLT es calcular la profundidad óptima. En este procedimiento, primero se calcula un punto 3D retroproyectando un rayo a través de uno de los puntos de imagen medidos una cierta distancia, d, es decir,

$$\hat{\mathbf{X}} = \mathbf{C} + d\mathbf{R}^T \begin{pmatrix} \frac{(x - u_0)}{f_x} \\ \frac{(y - v_0)}{f_y} \\ 1 \end{pmatrix}$$

donde el punto medido es (x, y), el punto principal es (u<sub>0</sub>, v<sub>0</sub>) y las longitudes focales en la dirección x e y son (f<sub>x</sub>, f<sub>y</sub>).

35 Este punto 3D se proyecta entonces en la otra imagen, es decir,

$$\hat{\mathbf{x}}' = \mathbf{P}'\hat{\mathbf{X}}$$

La profundidad óptima es entonces la profundidad que minimiza el error de reproyección en la otra imagen.

- 5 El paso final de la reconstrucción visual se conoce como ajuste de haces. En este paso, la reconstrucción visual se refina para producir una estructura (puntos de características 3D de un objeto) y movimiento (posición de la cámara) óptimos de forma conjunta. El nombre se refiere a los "haces" de luz que son reflejados por las características del objeto en la lente de la cámara, y son proyectados por la cámara sobre la superficie de la imagen 2D. Los haces se "ajustan" de forma óptima variando tanto las coordenadas de características 3D como los parámetros de posición de la cámara, de tal manera que el error de reproyección total entre puntos de imagen observados y predichos se minimiza, como se muestra en la Figura 13. El ajuste de haces es robusto en la medida en que es tolerante a la falta de datos y proporciona una estimación de máxima verosimilitud real. Dadas las estimaciones iniciales de las posiciones de la cámara y la estructura 3D del objeto, el ajuste de haces se lleva a cabo utilizando una implementación escasa del algoritmo de Levenberg-Marquardt. Numerosos problemas de fotometría y visión por ordenador se plantean como problemas de mínimos cuadrados no lineales. Los problemas de mínimos cuadrados no lineales tienen una función objetivo de forma

$$F(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \sum_i^M [f(\mathbf{p})]^2 = \frac{1}{2} \|\mathbf{f}(\mathbf{p})\|^2 = \frac{1}{2} \mathbf{f}(\mathbf{p})^T \mathbf{f}(\mathbf{p})$$

- 20 El vector  $\mathbf{f}(\mathbf{p})$  se denomina residual y el vector  $\mathbf{p} = [p_1, \dots, p_N]$  es el conjunto de variables de control. Cada elemento del vector residual es la diferencia entre una observación,  $x_i$  y una predicción,  $\hat{x}_i$ . Por ejemplo, en el caso del ajuste de haces, las variables de control son las coordenadas de características 3D y los parámetros de posición de la cámara y el residuo es la diferencia entre los puntos de imagen observados y los puntos de imagen predichos. Los problemas de mínimos cuadrados no lineales pueden resolverse si están sobredeterminados, es decir, si el número de observaciones,  $M$ , es mayor que el número de variables de control,  $N$ .

Como muchos otros problemas de optimización, las condiciones necesarias para la optimización se basan en las derivadas parciales de primer y segundo orden de la función objetivo con respecto a las variables de control. En un minimizador local, el gradiente de la función objetivo debe tender a cero y el hessiano debe ser semidefinido positivo.

30 El gradiente de la función objetivo es un vector cuyos elementos son las derivadas parciales de primer orden con respecto a las variables de control, es decir,

$$\mathbf{g} = \mathbf{F}'(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial F}{\partial p_1} \\ \vdots \\ \frac{\partial F}{\partial p_N} \end{bmatrix}$$

35 De forma similar, el hessiano de la función objetivo es una matriz cuyos elementos son las derivadas parciales de segundo orden con respecto a las variables de control, es decir,

$$\mathbf{H} = \mathbf{F}''(\mathbf{p}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 F}{\partial p_1^2} & \frac{\partial^2 F}{\partial p_1 \partial p_2} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial p_1 \partial p_N} \\ \frac{\partial^2 F}{\partial p_2 \partial p_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial p_2^2} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial p_2 \partial p_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 F}{\partial p_N \partial p_1} & \frac{\partial^2 F}{\partial p_N \partial p_2} & \cdots & \frac{\partial^2 F}{\partial p_N^2} \end{bmatrix}$$

La matriz jacobiana es una matriz de todas las derivadas parciales de primer orden de una función de valor vectorial. El jacobiano del residuo se define como

$$\mathbf{J}_{i,j} = \frac{\partial f_i(\mathbf{p})}{\partial p_j}$$

5 Basándose en la forma de la función objetivo, el gradiente puede expresarse en términos del jacobiano del residuo, es decir,

$$\mathbf{g} = \frac{\partial}{\partial p_j} \left\{ \frac{1}{2} \sum_i^M [f(\mathbf{p})]^2 \right\} = \sum_i^M \left[ f(\mathbf{p}) \frac{\partial f_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right] = \mathbf{J}^T \mathbf{f}(\mathbf{p})$$

10 De forma similar, el hessiano puede expresarse en términos del jacobiano del residuo, es decir,

$$\mathbf{H} = \mathbf{F}_{j,k}'' = \frac{\partial}{\partial p_j \partial p_k} \sum_i^M \left[ f(\mathbf{p}) \frac{\partial f_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} \right] = \sum_i^M \left[ f(\mathbf{p}) \frac{\partial^2 f_i(\mathbf{p})}{\partial p_j \partial p_k} + \frac{\partial f_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} \frac{\partial f_i(\mathbf{p})}{\partial p_k} \right]$$

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J} + \sum_i^M [f(\mathbf{p}) f''(\mathbf{p})]$$

15 Cuando el residuo es pequeño, los términos de orden superior son despreciables. Despreciar los términos de orden superior da como resultado la aproximación de Gauss-Newton del hessiano, es decir.,

$$\mathbf{H} = \mathbf{J}^T \mathbf{J}$$

20 Después de completar el ajuste de haces, los puntos 3D reconstruidos del vehículo en cuestión se comparan con la geometría de un vehículo no dañado. Para los vehículos con daño frontal y trasero, la diferencia entre estos puntos en la dirección delante atrás da lugar al aplastamiento residual mostrado en la Figura 14. Del mismo modo, para vehículos con daño lateral, la diferencia en la dirección lateral da lugar al aplastamiento residual.

25 Con referencia ahora a la Figura 15, se muestra un diagrama de flujo de la determinación de un perfil de daños al vehículo a partir de una comparación de las mediciones de daños con las mediciones de un vehículo no dañado de acuerdo con una realización de la presente invención. Después de estimar la posición como se describe en el procedimiento 300, se pasa el control al procedimiento 400 para refinar la posición y determinar los puntos de aplastamiento mediante triangulación. El procedimiento 400 puede realizarse en un sistema informático, por ejemplo, un sistema central en el que se reciben y procesan datos de imagen relativos a un vehículo. La estimación inicial de la posición es refinada usando un ajuste de haces, como se describió anteriormente (bloque 405). El control se pasa al bloque 410 para determinar la ubicación de los puntos de daño usando la triangulación de los puntos en las diferentes fotografías. El control se pasa al bloque 415 para comparar las ubicaciones de puntos de daño con los mismos puntos en un vehículo no dañado. Este vehículo no dañado puede ser un vehículo de referencia o comparación que sea igual que el vehículo implicado en el accidente, o puede ser un vehículo sustancialmente similar, tal como uno que tenga un tipo de carrocería común. El control se pasa al bloque 420 para crear un perfil de daño por aplastamiento basándose en la comparación del vehículo dañado con el no dañado. El control se pasa al bloque 425 para mostrar un perfil de aplastamiento en un vehículo representativo, por ejemplo, en una pantalla del sistema informático. Asimismo, el perfil de aplastamiento puede almacenarse en el sistema para su uso posterior. Por ejemplo, usando la información del perfil de aplastamiento pueden determinarse diversas medidas de la gravedad del accidente, entre las que se incluyen potencial de daño, posible daño al vehículo, etc. Asimismo, mediante la obtención de la información del perfil de aplastamiento utilizando fotografías del vehículo mediante un análisis fotogramétrico, las realizaciones pueden utilizarse eficazmente y pueden agilizar un procedimiento de evaluación, ya que las fotografías pueden obtenerse más fácilmente que información adicional detallada con respecto al daño a un vehículo. Esta información también puede usarse, por ejemplo, para auditar estimaciones de reclamación para determinar si la estimación de reparación de la reclamación es apropiada a la luz del perfil de aplastamiento y otra información obtenida a través de un análisis fotogramétrico.

45

Una vez que se ha determinado el perfil de daño por aplastamiento, pueden desarrollarse varios datos de interés. Un elemento de información es estimar la gravedad del impacto de la colisión calculando el cambio en la velocidad del

vehículo a partir de la energía requerida para deformar el vehículo. En una realización, la gravedad del impacto puede estimarse de acuerdo con los procedimientos descritos en el documento US No. 6.885.981 (en el presente documento, la patente '981), de titularidad compartida con la presente solicitud, cuyo contenido se incorpora por la presente como referencia. Otro elemento de información es la dirección principal de la fuerza o PDOF de la colisión.

5 La Figura 16 muestra un diagrama de flujo de la determinación de la PDOF a partir de un perfil de aplastamiento generado por análisis de fotogrametría de acuerdo con una realización de la presente invención. Como se muestra en la Figura 16, el procedimiento 500, que puede llevarse a cabo en el mismo sistema utilizado para recibir información fotográfica y procesarla para obtener datos de aplastamiento, comienza en el bloque 505, donde se evalúan componentes individuales del vehículo (por ejemplo, capó, guardabarros, etc.) en cuanto a la dirección en la que se movieron en el accidente comparando la ubicación dañada del componente con respecto a la ubicación no dañada del componente, tal como está presente en un vehículo de referencia. Como ejemplo, el faro del lado del conductor y el capó pueden haber sido desplazados hacia el lado del pasajero como resultado del impacto. Este resultado se almacenaría como un desplazamiento hacia la izquierda. El control se pasa al rombo de decisión 510 para determinar si ha habido componentes desplazados. Si se han desplazado componentes, el control se pasa al bloque 515 y se almacena la dirección del desplazamiento de cada componente. El control se pasa al rombo de decisión 520 para evaluar si todos los componentes que están dañados se han desplazado en la misma dirección. Si todos los componentes se han desplazado en la misma dirección que la evaluada por el rombo de decisión 520, el control se pasa posteriormente al bloque 527 para almacenar la dirección de desplazamiento resultante. El control se pasa después al bloque 535 para evaluar la información aportada sobre el accidente y el movimiento del vehículo antes del accidente, a fin de determinar qué vehículo iba a mayor velocidad en el momento del impacto. Dicha información aportada puede corresponder al aporte de información facilitado por el usuario con respecto a la información asociada con el accidente, tal como la obtenida por los informes policiales, los informes de accidente, los datos del registrador de eventos (EDR) u otros medios de este tipo.

25 Si el rombo de decisión 520 da lugar a componentes desplazados en direcciones diferentes, el control pasa a evaluar el desplazamiento del componente (rombo de decisión 522). Si los componentes se han dispersado igualmente (por ejemplo, un punto de componente en el lado derecho se ha desplazado 2 pulgadas hacia la derecha y el punto de componente correspondiente se desplaza 2,5 pulgadas hacia la izquierda), entonces la PDOF se estimará sin aporte de información adicional y se pasará el control al bloque 527 para almacenar la dirección de cambio resultante y luego al bloque 535 como se ha comentado anteriormente. Si los componentes no se han dispersado igualmente (por ejemplo, un punto de componente en el lado derecho se desplaza 2 pulgadas hacia la derecha y el punto de componente correspondiente se desplaza 5 pulgadas hacia la izquierda), el control puede pasarse al bloque 525 para recopilar más información sobre el desplazamiento del componente mediante la petición de aporte de información a un usuario. Tal información puede incluir, por ejemplo, la naturaleza del impacto (por ejemplo, el impacto fue con un poste) o la naturaleza del desplazamiento del componente (por ejemplo, los componentes en la parte frontal del vehículo se desplazaron más hacia (a) el lado del conductor, (b) el lado del pasajero, o (c) ninguno de los lados). El control se pasa al bloque 540 para finalizar la estimación del desplazamiento de componentes resultante recopilando los resultados del análisis de componentes y determinando el patrón de desplazamiento de componentes general (por ejemplo, desplazamiento del lado del conductor, desplazamiento del lado del pasajero o desplazamiento neutro) y el control se pasa posteriormente al bloque 527 para almacenar la dirección de desplazamiento resultante. El control se pasa después al bloque 535, comentado anteriormente. El control pasa entonces al bloque 530.

45 Si no se desplazaron componentes, también se pasa el control al bloque 530. En el bloque 530, la superposición de los patrones de daños en los dos vehículos puede optimizarse comparando y alineando los perfiles de daños en cada uno de los vehículos. El control se pasa al bloque 545 para desarrollar una estimación preliminar de la PDOF para el primer vehículo. En una realización, tal determinación puede realizarse examinando el patrón de daños, el patrón de desplazamiento de componentes global y la información aportada sobre el movimiento del vehículo antes del impacto y determinando la dirección del impacto que esté en consonancia con estos datos (por ejemplo, un vehículo con desplazamiento de componentes significativo hacia el lado del pasajero y aplastamiento hacia el faro delantero y el guardabarros en el lado del conductor, y que se estaba moviendo más despacio que el otro vehículo podría ser compatible con una PDOF situada entre las 10 y las 11 en punto).

55 El control pasa entonces al bloque 550 para desarrollar una PDOF para el segundo vehículo, lo que puede realizarse como se ha descrito previamente para el primer vehículo. El control se pasa al rombo de decisión 555 para evaluar la consonancia de la PDOF entre los dos vehículos. Esta consonancia puede medirse, por ejemplo, basándose en la información de daños relativa a los vehículos, las características del accidente, etc. Si la PDOF está en consonancia entre los vehículos, se pasa el control al bloque 565 para asignar una estimación final de la PDOF para cada vehículo, así como generar un cambio en la velocidad (DV) para cada vehículo usando las estimaciones iniciales para el daño por aplastamiento y la PDOF para estimar la gravedad del impacto, por ejemplo, de acuerdo con los procedimientos descritos en la patente '981. De lo contrario, si la PDOF no está en consonancia según la evaluación en el rombo de decisión 555, las estimaciones de la PDOF se revisan (como se muestra en el bloque 560) ajustando la estimación de la PDOF y/o la optimización de la superposición de daños al vehículo dentro de parámetros razonables en un procedimiento iterativo. El control se devuelve al rombo de decisión 555 para una reevaluación. Cuando se determinan PDOF consonantes, el control pasa al bloque 565, donde las PDOF y el cambio en los

valores de velocidad pueden finalizarse para los vehículos usando las estimaciones iniciales de daño por aplastamiento y la PDOF para estimar la gravedad del impacto, de acuerdo con los procedimientos descritos en la patente '981. Estas estimaciones finales de ambas PDOF y del cambio en la velocidad pueden almacenarse en el sistema para un uso posterior. Asimismo, esta información puede ser notificada a un usuario, por ejemplo, mediante visualización o transmisión a una ubicación remota. Basándose en esta información estimada, un usuario puede usar la información para considerar si la información de la reclamación, tal como daños a bienes, daños personales y demás, está en consonancia con la PDOF y el cambio de velocidad. Esta información estimada puede usarse posiblemente en la determinación de la responsabilidad por el accidente, así como para determinar el punto y el ángulo de impacto, las velocidades del vehículo antes del impacto, etc.

Con referencia ahora a la Figura 17, se muestra un diagrama de flujo de un procedimiento para estimar componentes dañados a partir de un perfil de aplastamiento de acuerdo con una realización de la presente invención. El procedimiento 600 puede comenzar en el bloque 605, donde se produce una comparación entre colisiones de gravedad similar (es decir, cambio de velocidad o DV) y dirección (es decir, dirección principal de la fuerza o PDOF) para el mismo vehículos o similares en una base de datos y el vehículo sometido a análisis. En algunas realizaciones, la base de datos puede estar organizada en grupos de archivos que agrupan tales vehículos similares, gravedad y dirección. Como ejemplo, la base de datos puede ser de un sistema central, tal como una agencia de análisis de accidentes que recibe datos sobre accidentes de múltiples fuentes de clientes, tales como compañías de seguros y otros, y compila la base de datos continuamente a medida que se reciben datos adicionales de accidentes, de manera que esa base de datos puede ser de naturaleza dinámica lo que puede ayudar a obtener información de estimación precisa. Por consiguiente, el procedimiento 600 puede utilizarse en algunas realizaciones para actuar como una fuente de auditoría para una reclamación asociada con un accidente de vehículo para determinar si un nivel de reclamación afirmado es apropiado, por ejemplo, si entra dentro de un intervalo para accidentes similares en los que estuvieron implicados vehículos similares. El control se pasa al bloque 610 para seleccionar y devolver todos los impactos similares, los componentes y las operaciones (es decir, reparar o reemplazar) para los componentes para las colisiones similares que implicaron al mismo o un vehículo similar. El control se pasa al bloque 615 para crear una lista de componentes esperados y operaciones de componentes para el accidente actual. Esta lista puede ser creada identificando componentes de reparación/reemplazo para los vehículos dañados de forma similar de la base de datos. En una realización, la lista puede crearse combinando o analizando los componentes de reparación/remplazo de estos otros vehículos de acuerdo con un análisis estadístico, un análisis matemático u otro de tales medios. Aunque no se muestre en la Figura 17, esta lista puede usarse para determinar una lista de componentes de reparación/reemplazo para el vehículo y, en algunas realizaciones, un coste esperado para dicha reparación/reemplazo.

El control se pasa al rombo de decisión 620 para determinar si se ha creado una estimación independiente. Si se ha desarrollado una evaluación independiente de los componentes que necesitan ser reparados o reemplazados, por ejemplo, a través de un perito de seguros, se pasa el control al bloque 625 para que esta nueva evaluación pueda compararse con los componentes que se prevé que necesitan reparación o reemplazo. El control se pasa al rombo de decisión 630 para identificar componentes en la estimación que no están en la lista esperada. Si hay componentes que no están en la lista esperada, el control se pasa al bloque 635 para marcar una excepción con respecto a la comparación. Por ejemplo, cualquier elemento atípico puede ser indicado para una revisión adicional y un perito u otra entidad ajena puede ser notificado, por ejemplo, electrónicamente (por ejemplo, correo electrónico o al sistema informático de la compañía de seguros) o comunicación similar. El control se pasa entonces al rombo de decisión 645. Si ningún componente de la estimación independiente es diferente de la lista esperada determinada en el rombo 630, el control también se pasa al rombo de decisión 645 para determinar si hay componentes en la lista esperada pero no en la estimación independiente. Si hay componentes en la lista esperada que no están en la estimación independiente, el control se pasa al bloque 640 con los elementos atípicos indicados para una revisión posterior. Si no hay componentes en la lista esperada que faltan en la estimación independiente, entonces el control se pasa al bloque 650 y se determina que la estimación ha superado la auditoría. También puede considerarse que la auditoría se supera siempre y cuando el informe y la estimación se encuentren dentro de una cantidad umbral (por ejemplo, por número de componentes, puntuación de concordancia u otras medidas) mutua. Téngase en cuenta también que los resultados de la auditoría pueden almacenarse junto con una entrada en la base de datos para incluir información sobre el vehículo y el accidente, para ayudar aún más en el análisis de futuros accidentes. Aunque se muestre con esta implementación particular en la realización de la Figura 17, debe entenderse que el alcance de la presente invención no está limitado a este respecto. Por ejemplo, en otras realizaciones, además de analizar la información del patrón de aplastamiento, puede compararse información sobre el accidente de accidentes situados de forma similar con información sobre daños, por ejemplo, de una reclamación para el presente accidente para determinar si el nivel de daño en conflicto está en relación sustancial con daños que se produjeron en estos accidentes situados de forma similar.

Con referencia ahora a la Figura 18, se muestra un diagrama de bloques de un sistema de acuerdo con una realización de la presente invención. Como se muestra en la Figura 18, el sistema 700 puede ser un sistema informático, tal como un ordenador personal, un ordenador servidor u otro sistema similar. El sistema 700 puede incluir un procesador 710, que puede ser un microprocesador tal como una unidad central de procesamiento. El procesador 710 está acoplado a través de un concentrador de control de memoria (MCH) 720 que a su vez está acoplado a una memoria 730 y a una pantalla 740, que puede ser una pantalla plana, por ejemplo. Durante el

funcionamiento, la memoria 730 puede almacenar software de acuerdo con una realización de la presente invención que incluye instrucciones para llevar a cabo las diversas técnicas descritas en el presente documento.

- 5 Como se muestra adicionalmente en la Figura 18, el MCH 720 está acoplado a un concentrador de controlador de entrada/salida (ICH) 750. A su vez, el ICH 750 puede estar acoplado a diversos periféricos 760 y a un adaptador de red 770. El adaptador de red 770 puede utilizarse para la comunicación entre el sistema 700 y uno o más ordenadores a través de una red informática, tal como una red de área local (LAN), una red de área amplia (WAN) o una red inalámbrica, tal como una LAN inalámbrica (WLAN). Adicionalmente, el adaptador de red 770 puede comunicarse con sistemas remotos, tales como ordenadores de una compañía de seguros u otro tercero que desee
- 10 enviar información de vehículos y accidentes (por ejemplo, incluida información fotográfica) al sistema 700 para análisis de acuerdo con una realización de la presente invención. Tal comunicación puede ser a través de Internet u otra red informática de este tipo. En algunas realizaciones, estas comunicaciones pueden hacerse seguras, por ejemplo, mediante cifrado o en otro formato seguro.
- 15 Aunque la presente invención se ha descrito con respecto a un número limitado de realizaciones, los expertos en la técnica apreciarán numerosas modificaciones y variaciones de la misma, dentro del alcance de las reivindicaciones adjuntas.

**REIVINDICACIONES**

1. Un procedimiento implementado por ordenador que comprende:
  - 5 recibir una pluralidad de imágenes de un vehículo implicado en un accidente en un ordenador; determinar (410), en el ordenador, la ubicación de puntos de daño para el vehículo mediante triangulación usando la pluralidad de imágenes; y
  - 10 generar (420) un perfil de daño por aplastamiento para el vehículo basándose en una diferencia entre la ubicación de puntos de daño para el vehículo y puntos correspondientes para un vehículo de referencia que tiene un tipo de carrocería común con el vehículo y que no está dañado, y almacenar el perfil de daño por aplastamiento en el ordenador para su uso posterior.
2. El procedimiento de la reivindicación 1, que comprende adicionalmente evaluar (370) la pluralidad de imágenes para obtener información de estimación de posición.
- 15 3. El procedimiento de la reivindicación 2, que comprende adicionalmente:
  - recibir una entrada para seleccionar una posición de referencia para que se corresponda con al menos una de la pluralidad de imágenes; y
  - 20 seleccionar (355, 365) puntos de control y puntos de aplastamiento para al menos una de la pluralidad de imágenes.
4. El procedimiento de la reivindicación 1, que comprende adicionalmente:
  - 25 acceder al perfil de daño por aplastamiento y seleccionar una pluralidad de perfiles de daño por aplastamiento almacenados que tienen perfiles de daño por aplastamiento correspondientes dentro de un umbral predeterminado del perfil de daño por aplastamiento; y
  - auditar una reclamación asociada con el accidente basándose en una comparación entre el perfil de daño por aplastamiento y la pluralidad de perfiles de daño por aplastamiento almacenados.
  - 30
5. El procedimiento de la reivindicación 1, que comprende adicionalmente:
  - Determinar, en el ordenador, si un perfil de cámara recibido con la pluralidad de imágenes corresponde a un perfil de cámara presente en una base de datos de perfiles a la que accede el ordenador; y
  - 35 calibrar la pluralidad de imágenes basándose en el perfil de cámara, si está presente, o de lo contrario solicitar información adicional a un usuario de la cámara.
6. El procedimiento de la reivindicación 1, que comprende adicionalmente:
  - 40 determinar (510) si se ha desplazado al menos un componente del vehículo implicado y, de ser así, determinar una dirección de desplazamiento;
  - optimizar (530) la superposición de los perfiles de daño por aplastamiento entre el vehículo y un segundo vehículo implicado en el accidente; y
  - 45 desarrollar (545, 550) una dirección principal de la fuerza para el vehículo y el segundo vehículo basándose en la superposición optimizada de los perfiles de daño por aplastamiento y la dirección de desplazamiento para el vehículo.
7. El procedimiento de la reivindicación 6, que comprende adicionalmente obtener información de accidente con respecto al accidente y usar la información de accidente para desarrollar la dirección principal de la fuerza.
- 50 8. El procedimiento de la reivindicación 7, que comprende adicionalmente determinar (555) si la dirección principal de la fuerza está en consonancia con la información de daños con respecto al vehículo y los segundos vehículos y la información de accidente.
- 55 9. El procedimiento de la reivindicación 8, que comprende adicionalmente:
  - determinar un cambio en la velocidad para el vehículo usando la superposición optimizada de los perfiles de daño por aplastamiento y
  - determinar un cambio en la velocidad para el segundo vehículo usando la superposición optimizada de perfiles de daño por aplastamiento.
  - 60
10. El procedimiento de la reivindicación 9, que comprende adicionalmente determinar el cambio de velocidad para el vehículo usando información fotogramétrica obtenida con respecto al vehículo y determinar el cambio de velocidad para el segundo vehículo sin usar información fotogramétrica para el segundo vehículo.
- 65 11. Un sistema que comprende:

- 5 un procesador (710) para ejecutar instrucciones para permitir que el sistema (700) determine un perfil de daño por aplastamiento de acuerdo con el procedimiento implementado por ordenador de la reivindicación 1, y para comparar un perfil de daño por aplastamiento de un vehículo implicado en un accidente con entradas en una base de datos que corresponden a perfiles de daño por aplastamiento de vehículos de accidentes no relacionados, y seleccionar una o más de las entradas basándose en la similitud con el perfil de daño por aplastamiento y una dirección de impacto, generar un informe de daños esperados de componentes del vehículo para el vehículo basándose en información de daños real para la o las entradas seleccionadas, incluida una lista de componentes de reparación/reemplazo para el vehículo y un coste esperado para la reparación/reemplazo, y almacenar el informe para su uso posterior; y
- 10 una memoria (730) acoplada al procesador para almacenar las instrucciones.
12. El sistema de la reivindicación 11, en el que el procesador (710) permite adicionalmente que el sistema (700) determine al menos un componente del vehículo que se ha de reparar o reemplazar.
- 15 13. El sistema de la reivindicación 11, en el que el procesador (710) permite adicionalmente que el sistema (700) compare una estimación de reparación asociada con el vehículo con el informe, y marque un componente listado para su reparación o reemplazo en la estimación de reparación si el componente no se encuentra en el informe de daños esperados del vehículo.
- 20 14. El sistema de la reivindicación 13, en el que el procesador (710) permite adicionalmente que el sistema (700) marque un componente no listado para su reparación o reemplazo en la estimación de reparación si el componente se encuentra en el informe de daños esperados de componentes del vehículo.
- 25 15. El sistema de la reivindicación 11, en el que el procesador (710) permite adicionalmente que el sistema (700) genere el patrón de daño por aplastamiento del vehículo basándose en datos de imagen del vehículo recibidos por el sistema (700).

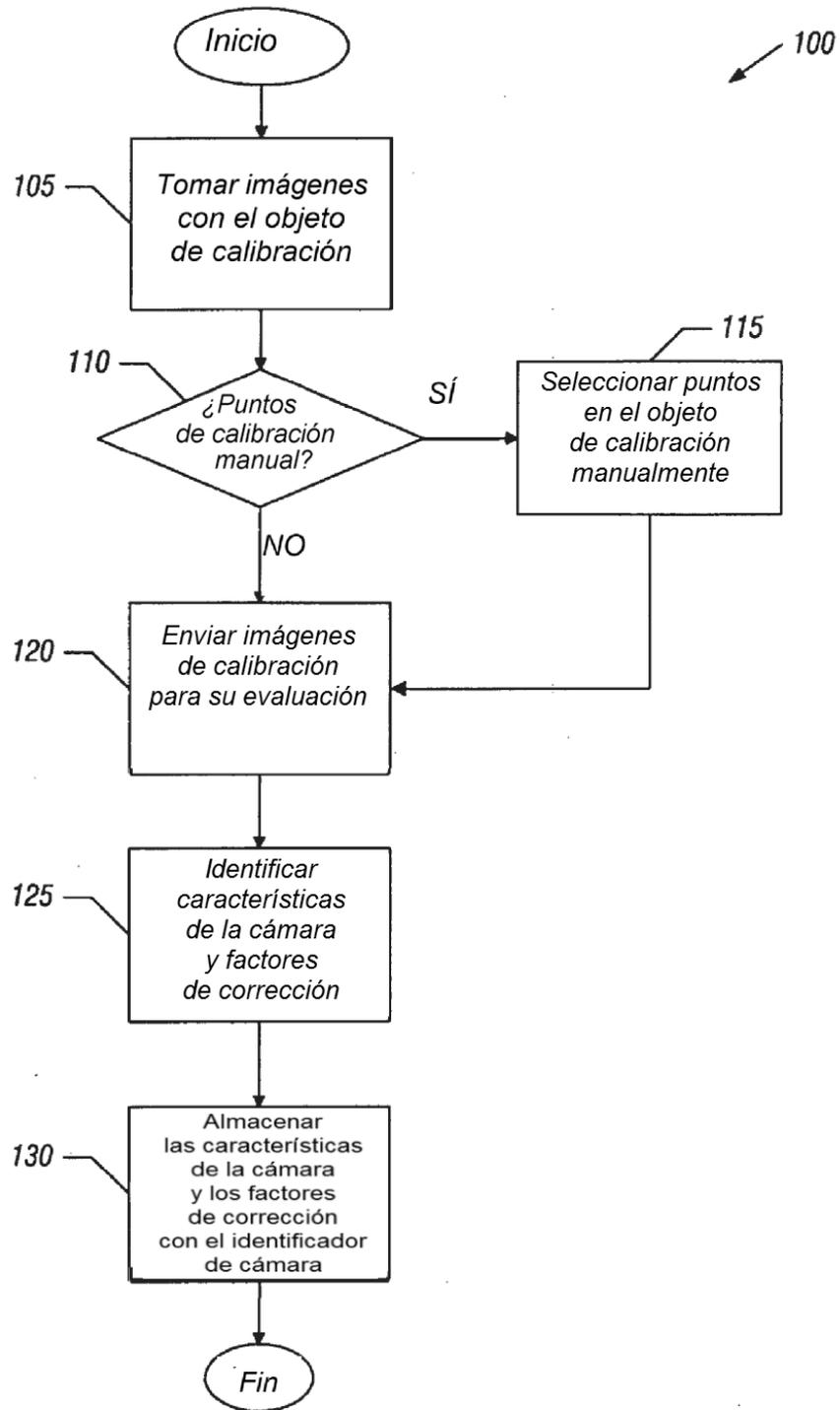


FIG. 1

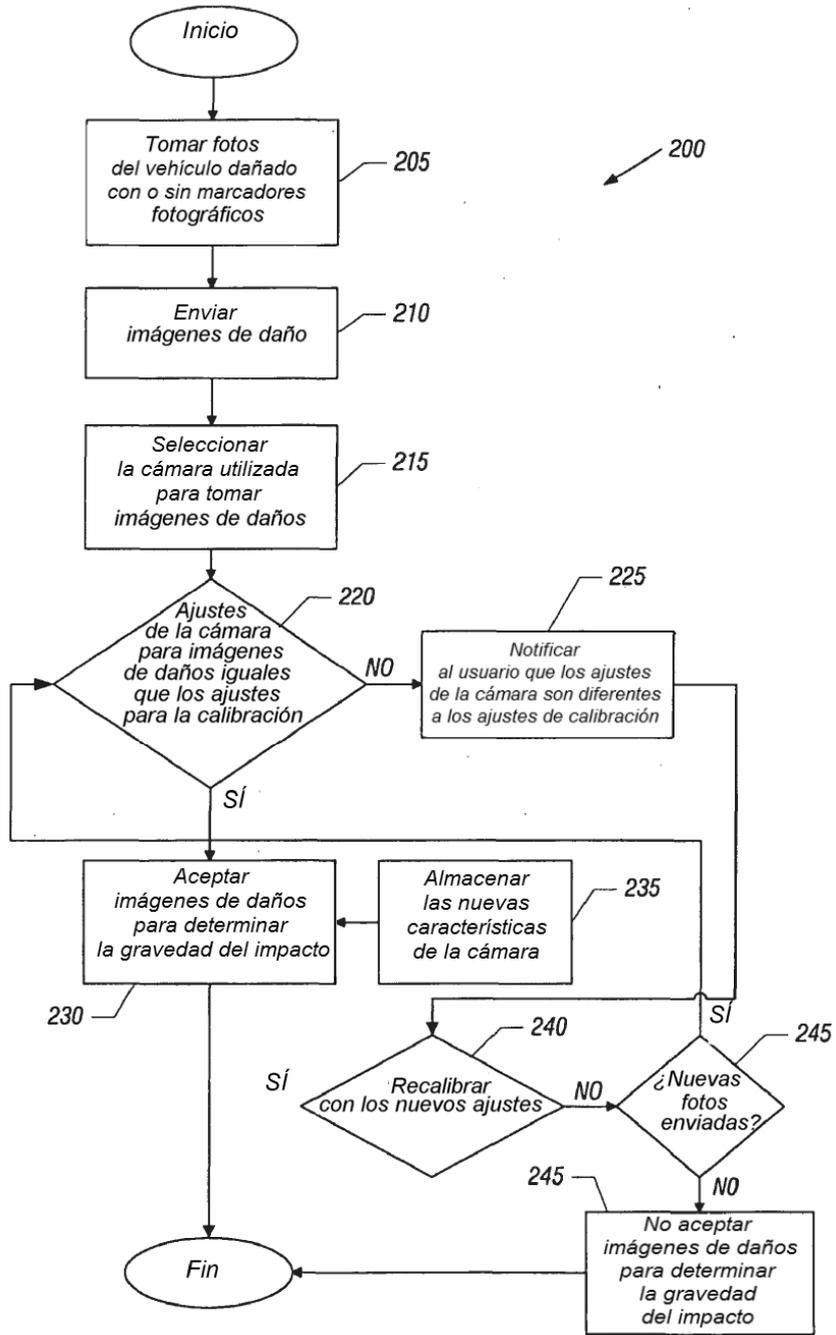


FIG. 2

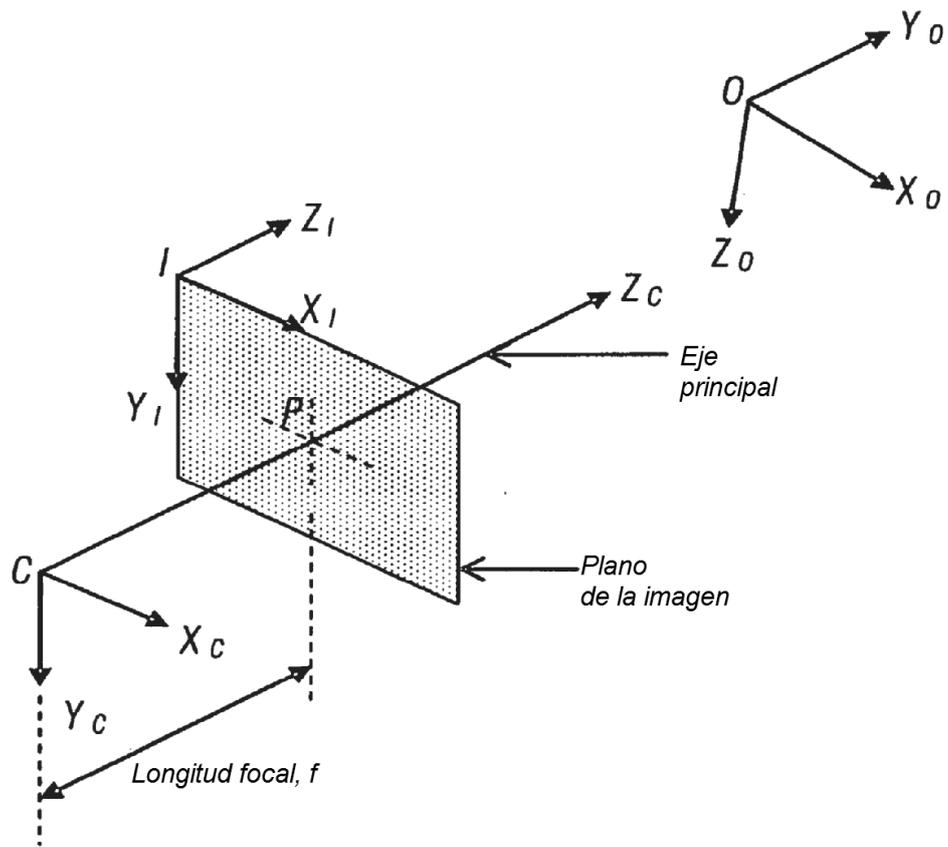


FIG. 3

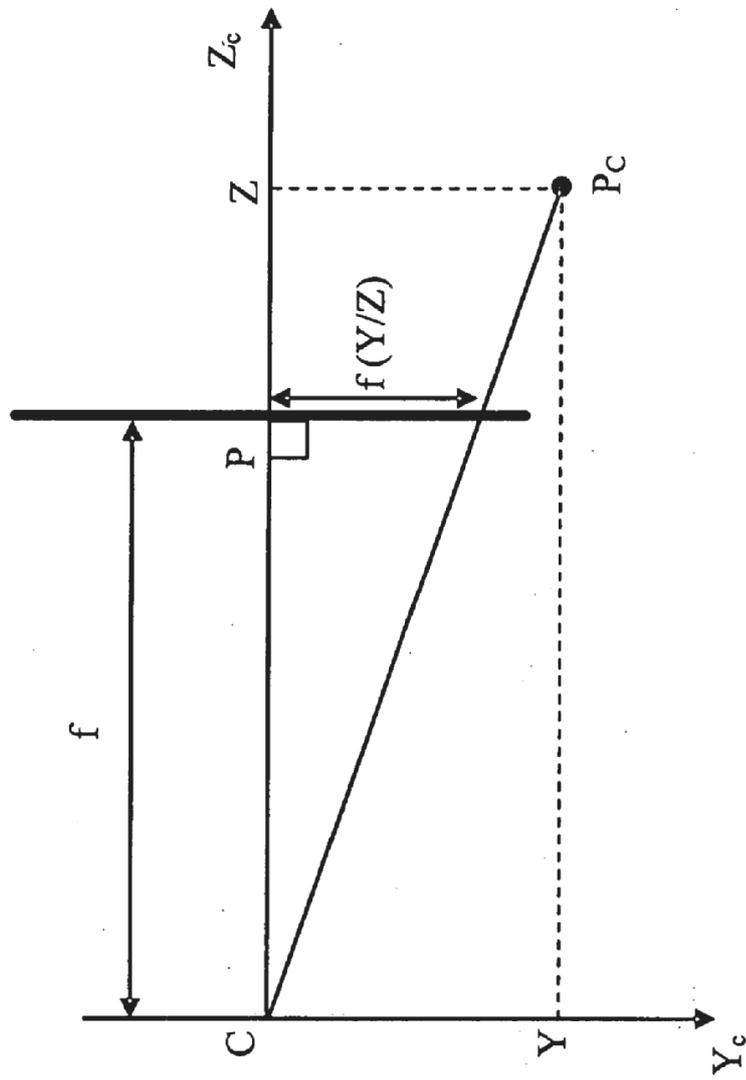


FIG. 4

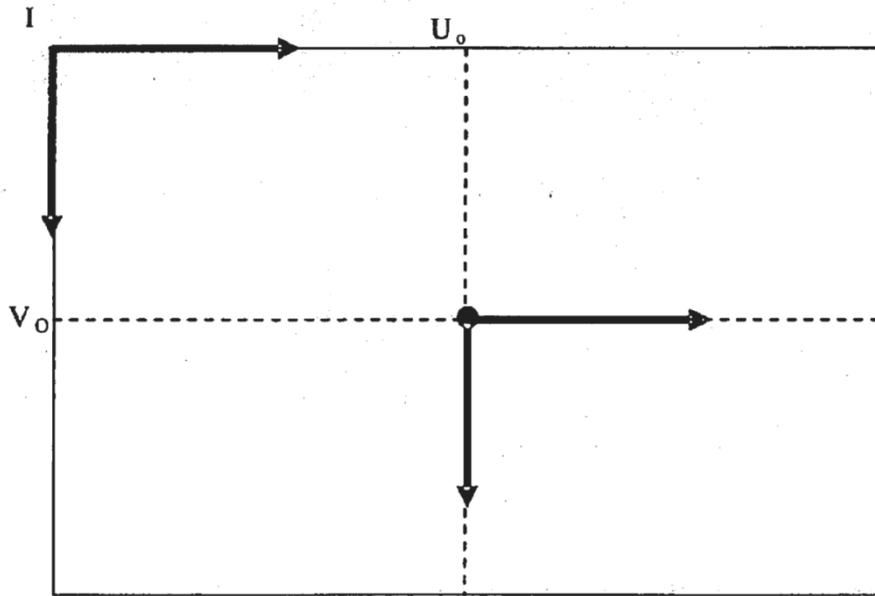
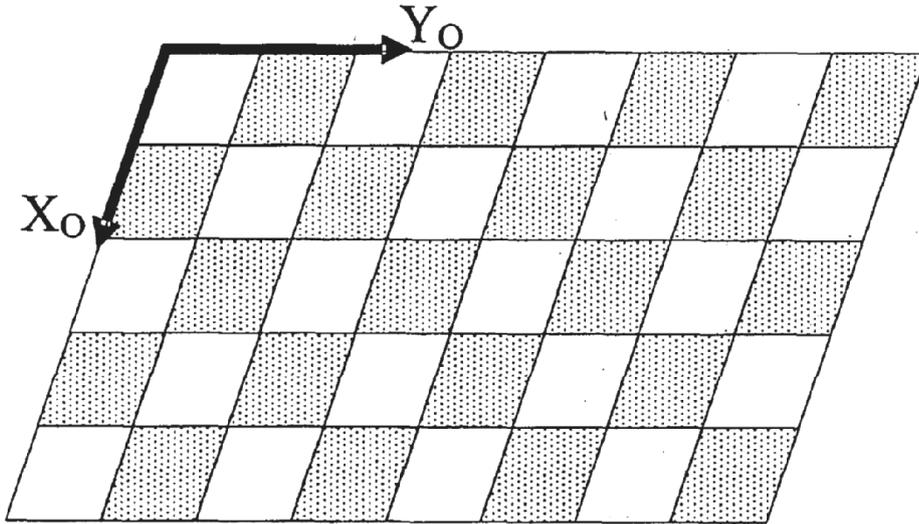
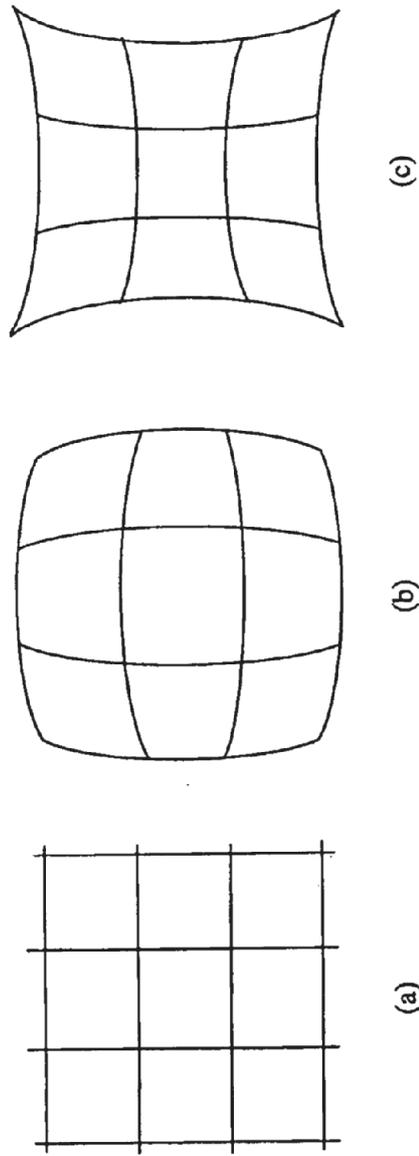


FIG. 5



**FIG. 6**



**FIG. 7**

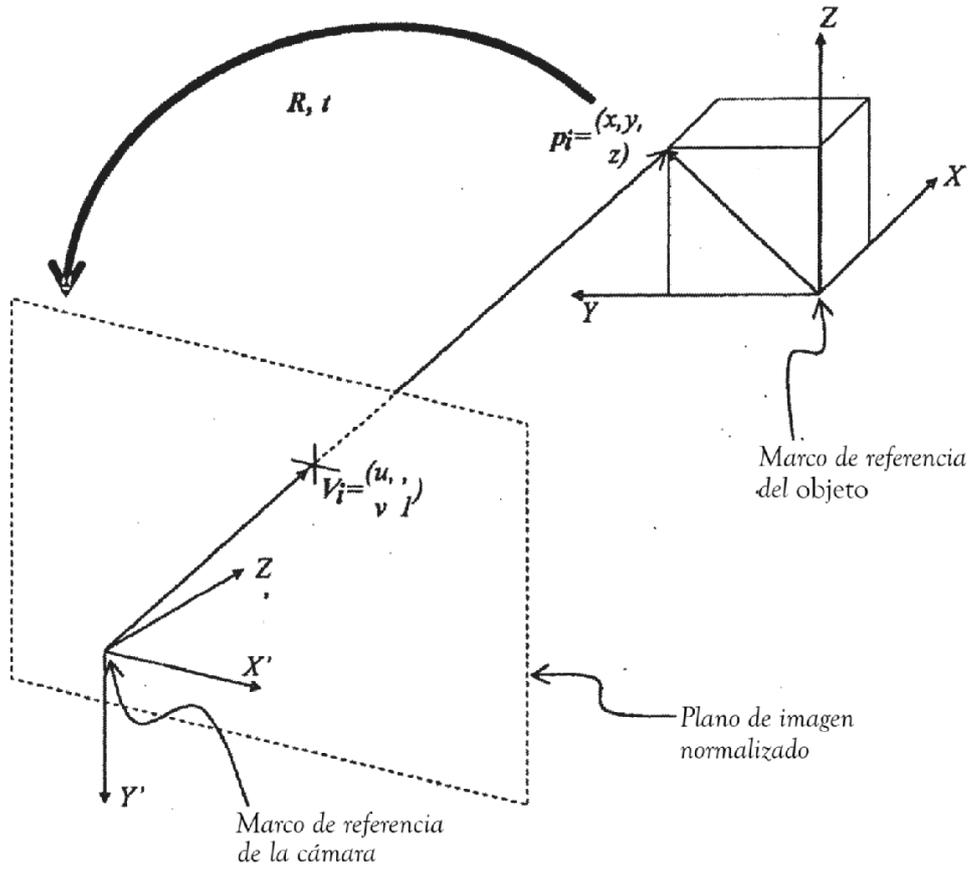


FIG. 8

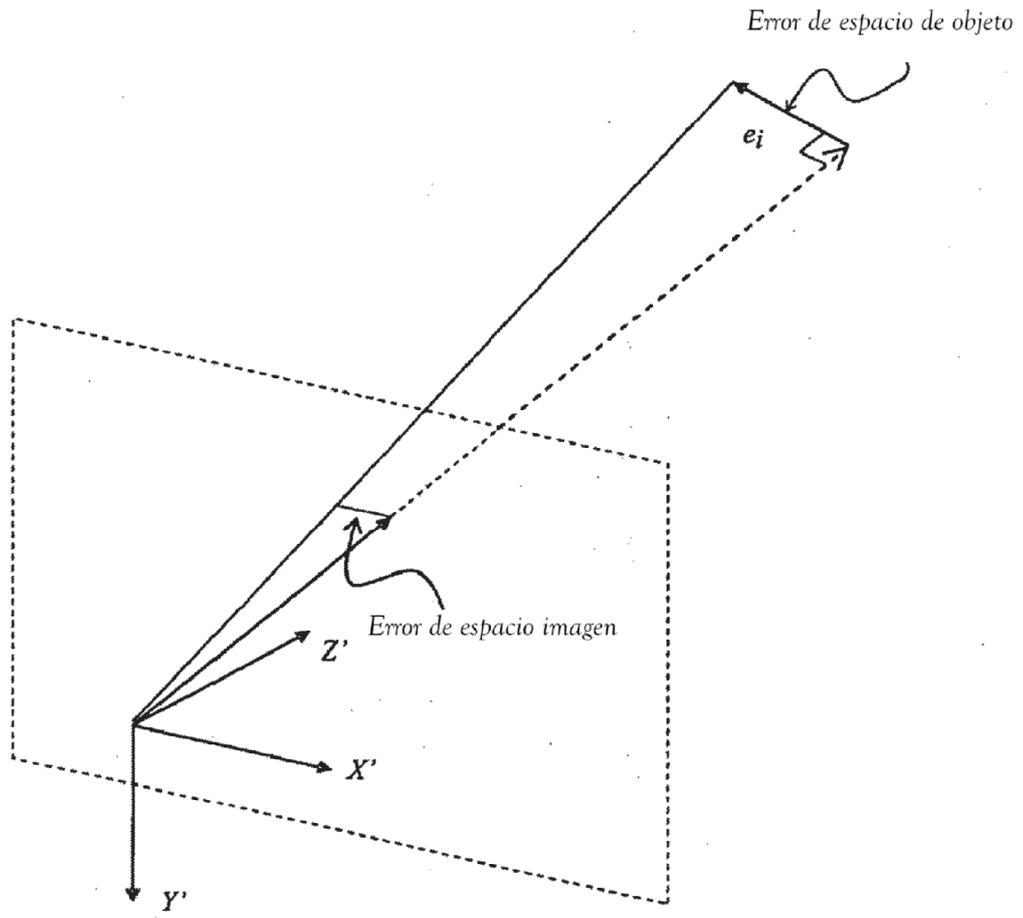


FIG. 9

Procedimiento 300

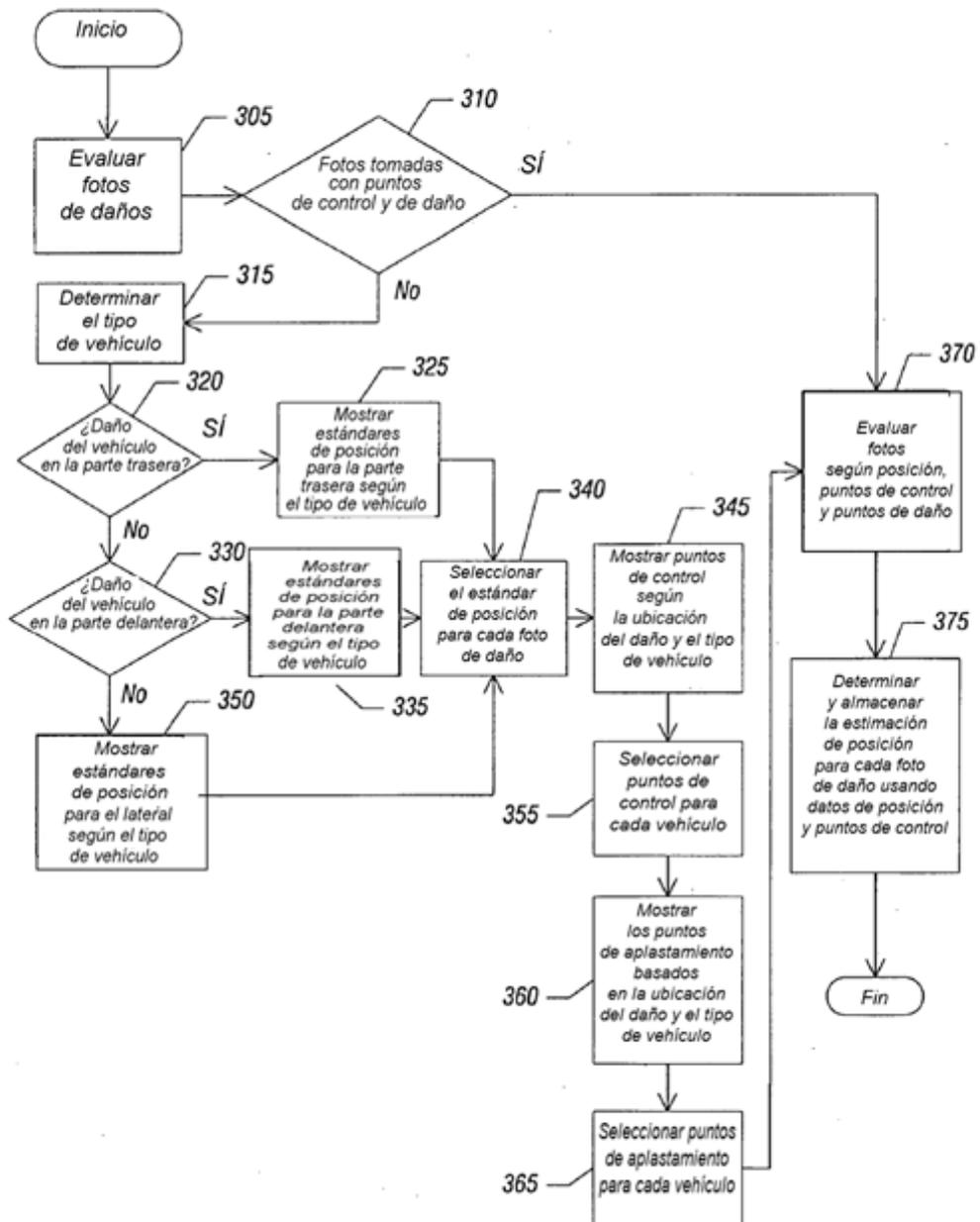


FIG. 10

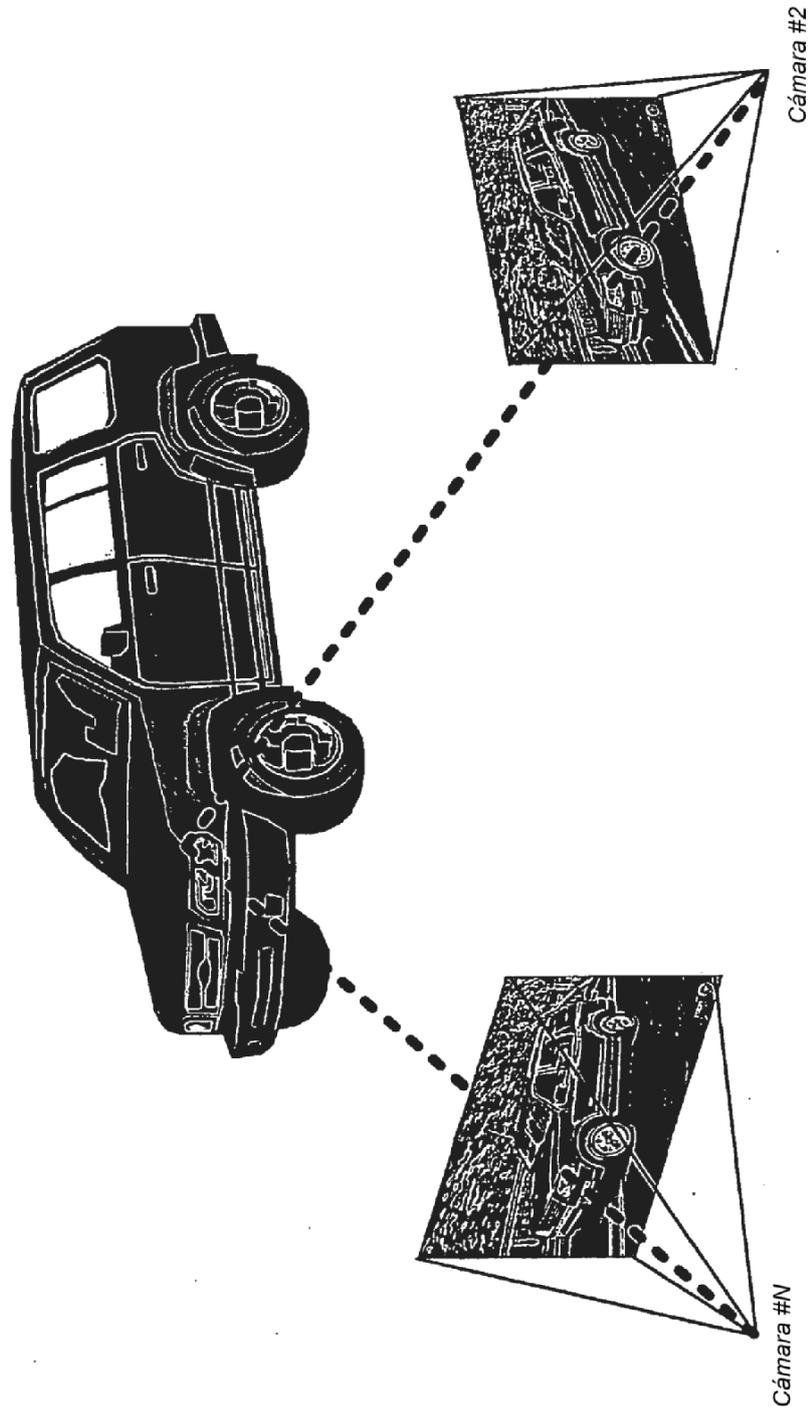
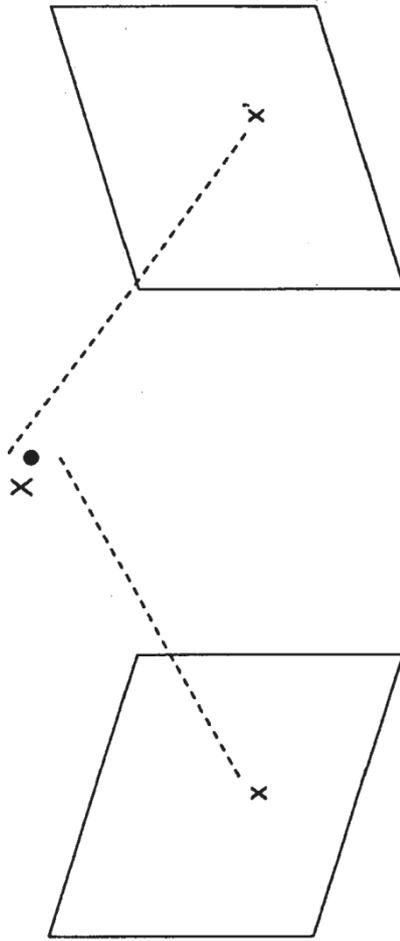


FIG. 11



**FIG. 12**

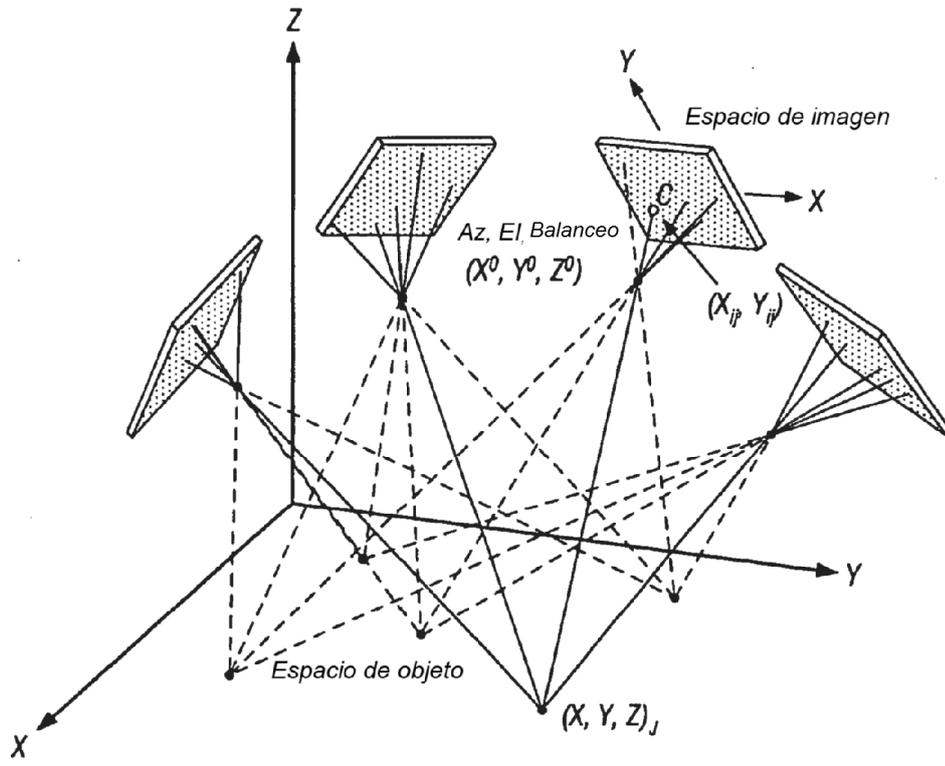
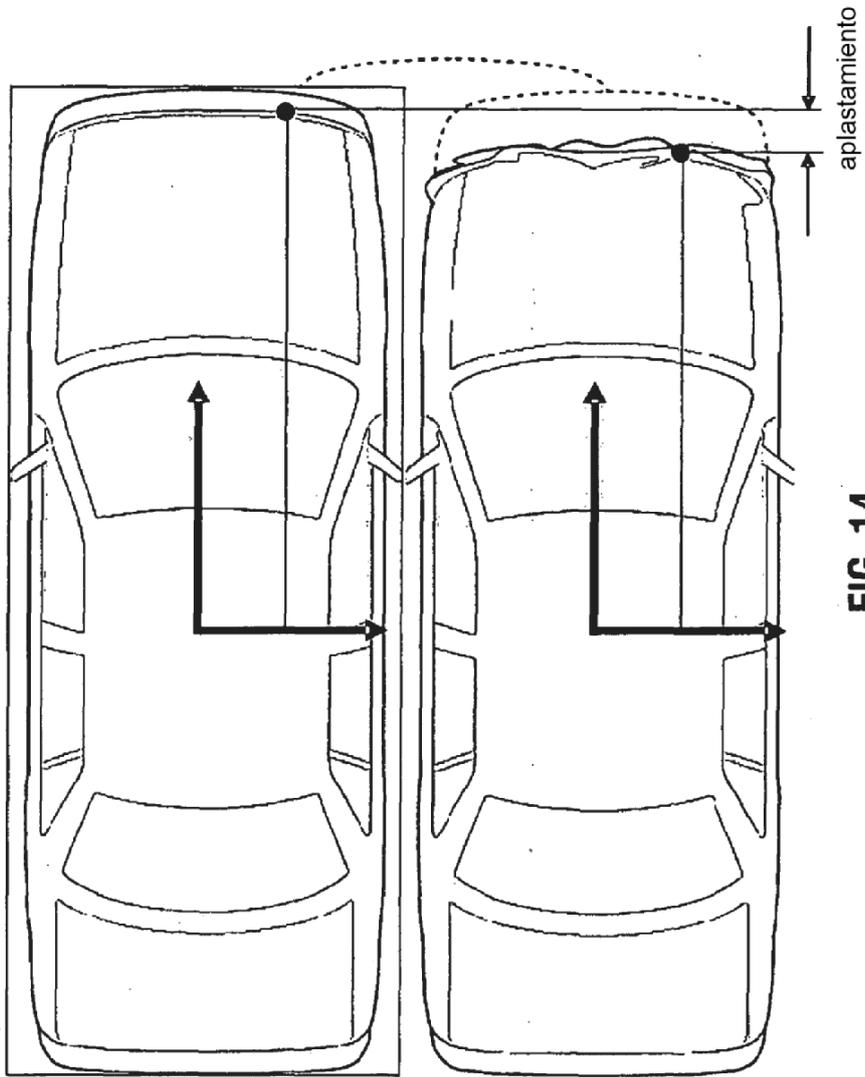
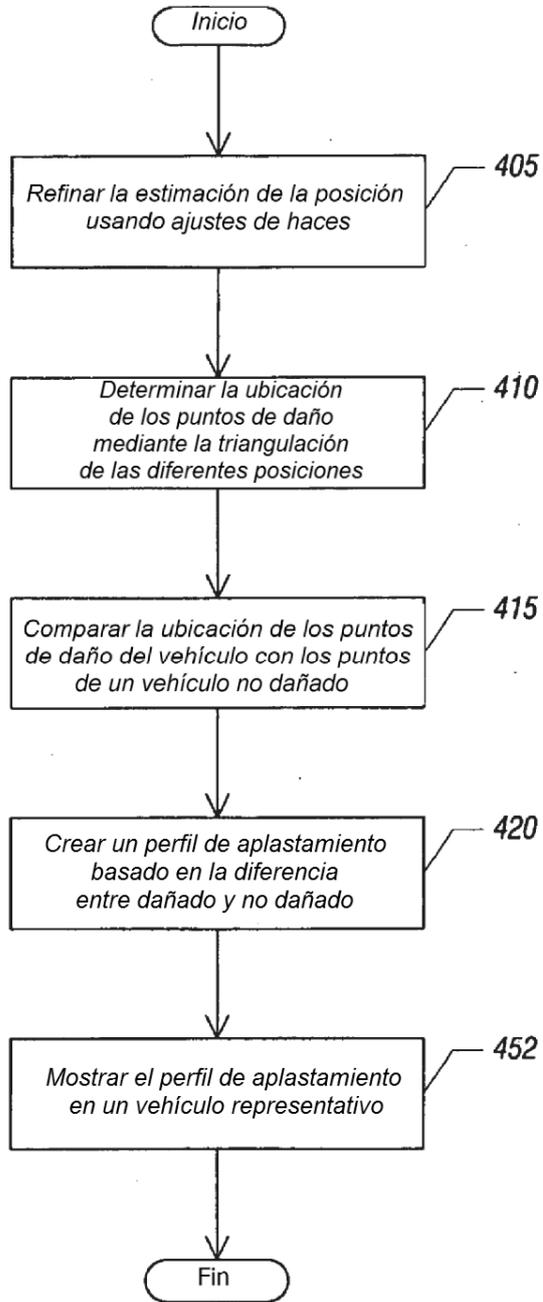


FIG. 13



**FIG. 14**

Procedimiento 400



**FIG. 15**

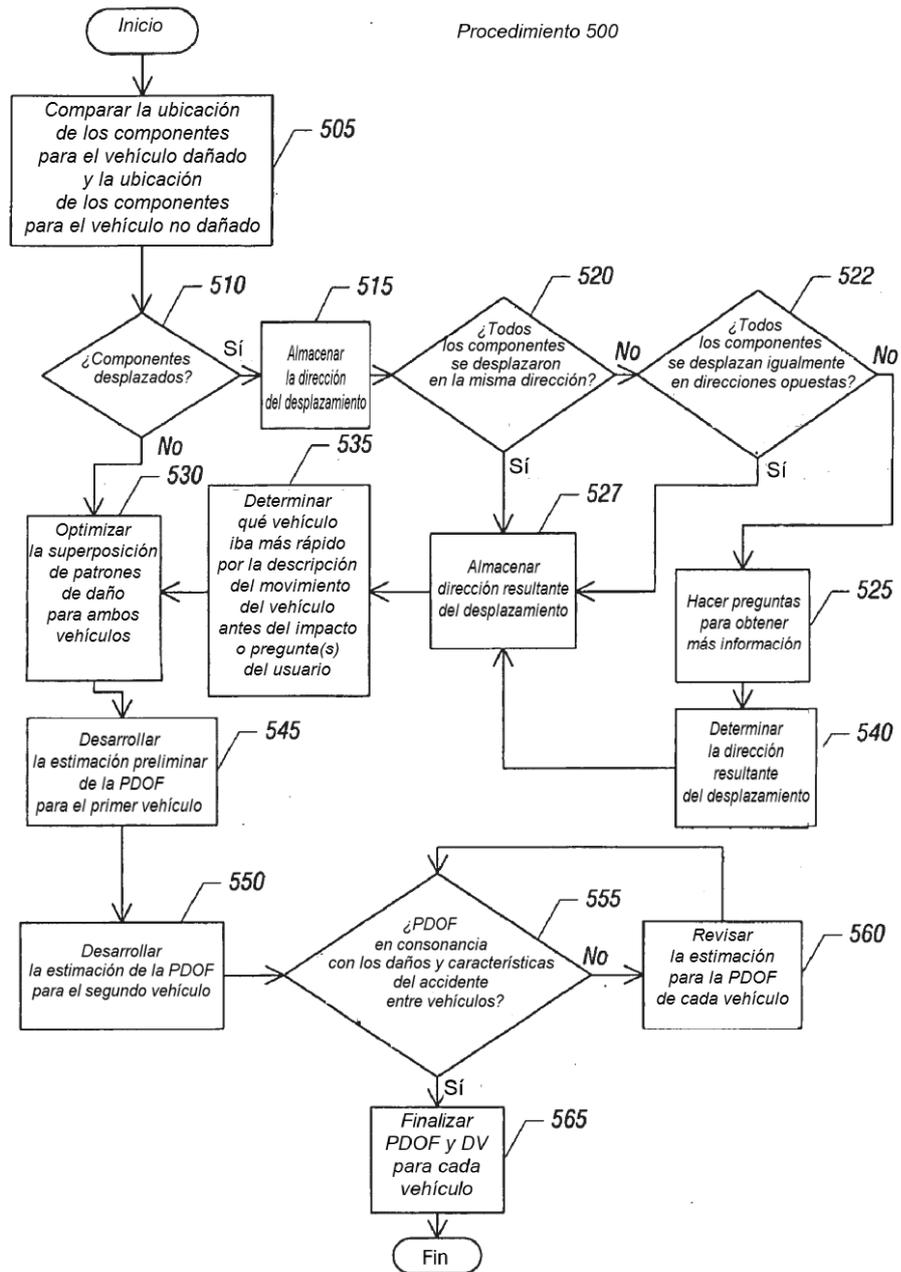


FIG. 16

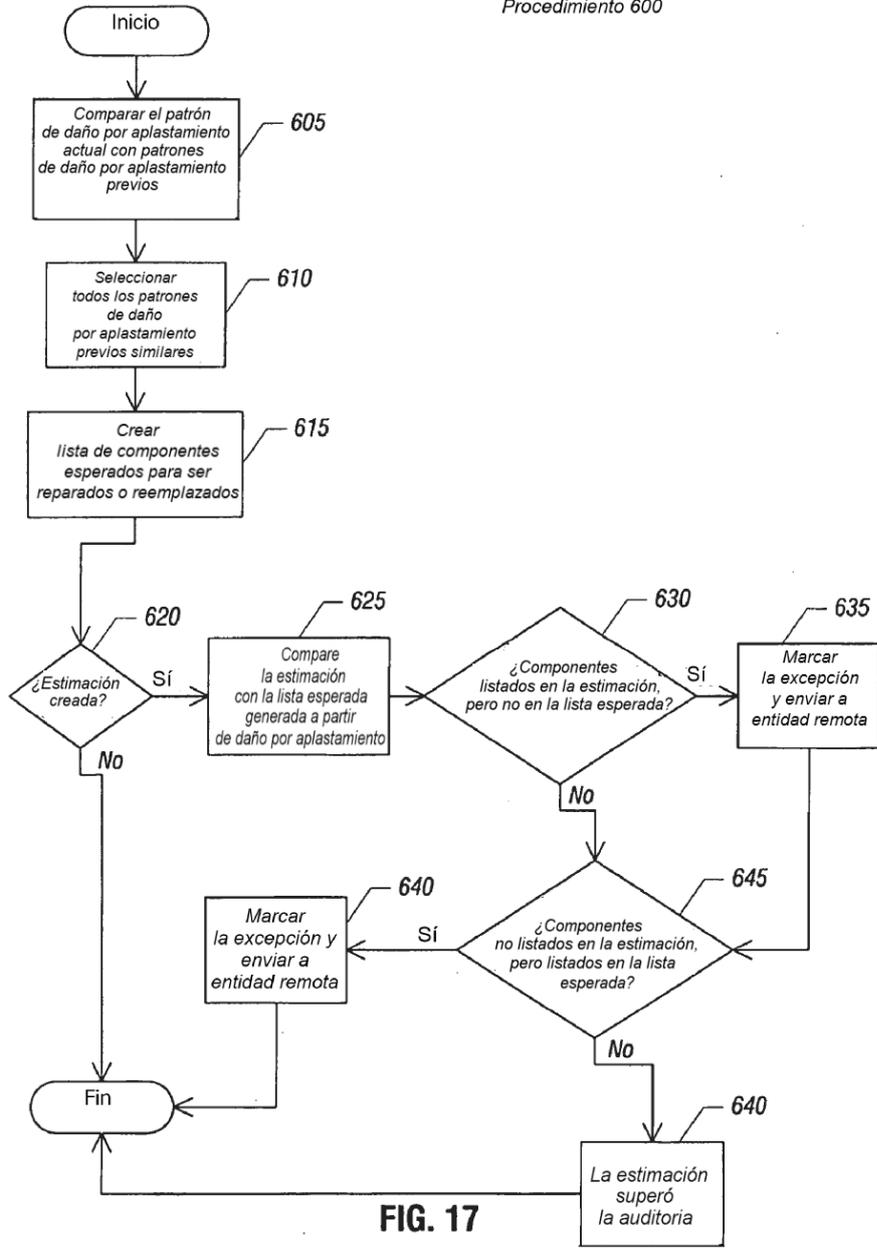
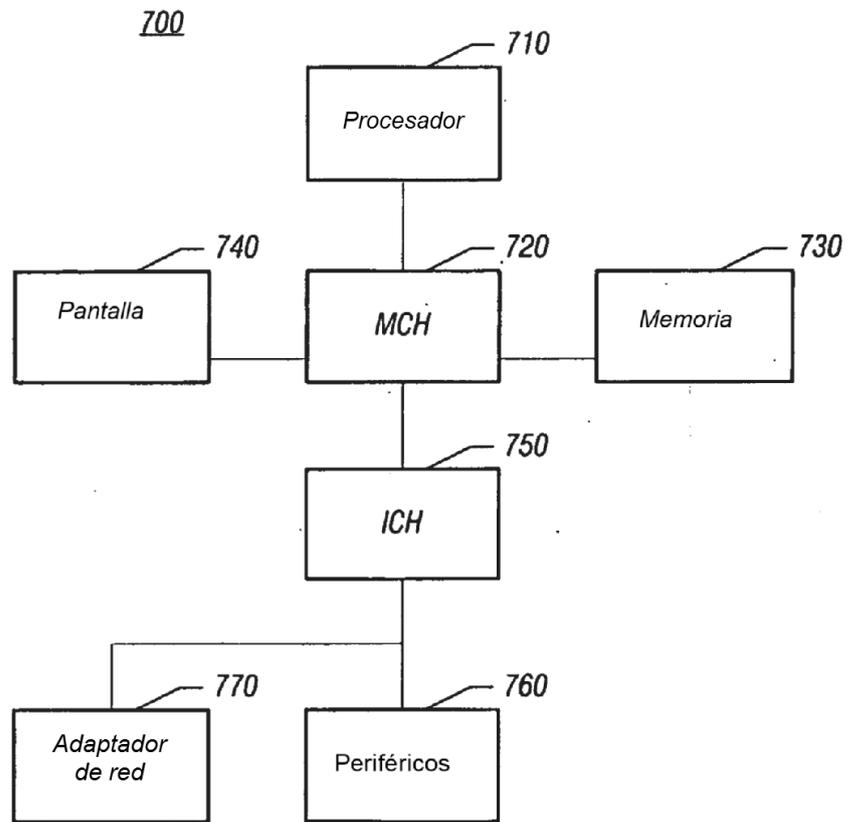


FIG. 17



**FIG. 18**