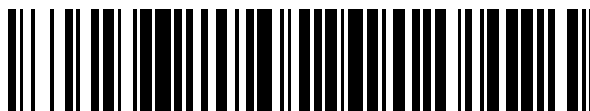


19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 687 231**

51 Int. Cl.:

H02J 3/24 (2006.01)

G05B 13/04 (2006.01)

G06F 17/11 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **08.11.2013 PCT/EP2013/073409**

87 Fecha y número de publicación internacional: **22.05.2014 WO14076011**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **08.11.2013 E 13792298 (5)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **13.06.2018 EP 2898581**

54 Título: **Procedimiento para el control asistido por ordenador de la potencia en una red de distribución eléctrica**

30 Prioridad:

15.11.2012 DE 102012220902
25.10.2013 DE 102013221750

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:
24.10.2018

73 Titular/es:

SIEMENS AKTIENGESELLSCHAFT (100.0%)
Werner-von-Siemens-Straße 1
80333 München, DE

72 Inventor/es:

MÜNZ, ULRICH;
HEYDE, CHRIS OLIVER y
SOLLACHER, RUDOLF

74 Agente/Representante:

LOZANO GANDIA, José

ES 2 687 231 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

PROCEDIMIENTO PARA EL CONTROL ASISTIDO POR ORDENADOR DE LA POTENCIA EN UNA RED DE DISTRIBUCIÓN ELÉCTRICA

DESCRIPCIÓN

5

La invención se refiere a un procedimiento para el control asistido por ordenador de la potencia eléctrica en una red de distribución eléctrica, así como un dispositivo correspondiente. Bajo potencia se debe entender aquí y a continuación la potencia activa.

10

Una red de distribución eléctrica comprende una pluralidad de nodos de red conectados entre sí a través de líneas de corriente, que alimentan la potencia eléctrica en la red de distribución o toman la potencia eléctrica de la red de distribución. A este respecto, para el funcionamiento estable de una red de distribución se requiere una compensación rápida entre la potencia eléctrica alimentada y potencia eléctrica tomada. Para ello en nodos de red correspondientes se usan reguladores proporcionales, que ajustan la potencia alimentada o tomada en función de la diferencia entre la frecuencia de la tensión en el nodo de red correspondiente y la frecuencia nominal de la red de distribución. A este respecto, para el funcionamiento estable de la red de distribución se deben establecer de forma apropiada un factor de proporcionalidad y una potencia de referencia para el regulador proporcional correspondiente. Convencionalmente se usan enfoques heurísticos para el establecimiento de estos parámetros. A continuación se analiza la red en base a costosas simulaciones respecto a la estabilidad y robustez y eventualmente se establecen nuevamente los parámetros.

15

20

25

En el documento [1] se examina la estabilidad de una red de distribución teniendo en cuenta los parámetros de los reguladores proporcionales, sin que se describa como se pueden ajustar los parámetros de forma óptima en referencia a la estabilidad de la red de distribución. En lugar de ello se propone una relación fija entre factor de proporcionalidad y potencia de referencia para todos los generadores en la red de distribución.

30

En el documento [2] se describe como se puede distribuir la potencia de regulación primaria en una red de distribución de forma óptima entre los nodos de red. La potencia de regulación primaria de cada nodo de red depende directamente de los factores de proporcionalidad de los nodos de red. Para esta optimización se estima la reserva de estabilidad de la red de distribución en base a redes neuronales. La estabilidad representa en este procedimiento una condición secundaria y no se recurre a la optimización de la red de distribución.

35

En el documento Dörfler et al "Synchronization in Complex Oscillator Networks and Smart Grids" páginas 1 a 20, véase <http://arxiv.org/pdf/1208.0045v1>, se describe un procedimiento para la sincronización de redes dinámicas, completamente no lineales y que no se encuentran equilibrio.

40

El documento EP 2 683 077 A1 da a conocer un regulador de potencia para un sistema de generación de energía en base a convertidores de potencia estáticos. El regulador de potencia comprende una pluralidad de unidades de control, a través de las que se ajustan distintas magnitudes eléctricas.

45

El objetivo de la invención es proporcionar un procedimiento sencillo y eficiente para el control asistido por ordenador de la potencia en una red de distribución, que garantice un funcionamiento estable de la red de distribución.

50

Este objetivo se consigue mediante el procedimiento según la reivindicación 1 o el dispositivo según la reivindicación 18. Ampliaciones de la invención se definen en las reivindicaciones dependientes.

55

El procedimiento según la invención sirve para el control de una red de distribución y en particular de una red de alta tensión o de una red de media tensión. La red de distribución presenta una frecuencia de red predeterminada (p. ej. 50 Hz o 60 Hz), que eventualmente también se puede ajustar de forma variable, y comprende una pluralidad de nodos de red conectados entre sí a través de líneas de corriente, que alimentan respectivamente potencia a la red de distribución o la toman de la red de distribución. A este respecto están presentes tanto nodos de red, que alimentan potencia, como también nodos de red que toman potencia. Un nodo de red puede comprender un generador, p. ej. en base a combustible fósil o energías regenerativas, para la generación de corriente. Asimismo un nodo de red puede contener un motor eléctrico. Los nodos de red también pueden comprender eventualmente transformadores, rectificadores y similares. En particular en un nodo de red también pueden estar reunidos varios componentes para la generación de energía y/o toma de energía.

60

En la red de distribución la potencia alimentada o tomada del nodo de red correspondiente se da a través de una relación de proporcionalidad, según la cual, en un rango de frecuencia predeterminado de las tensiones en el nodo de red correspondiente (es decir, en particular en un rango sin comportamiento de saturación), la potencia se ajusta en base a una potencia de referencia, que es la potencia tomada o alimentada con frecuencia nominal, y un factor de proporcionalidad en función de la diferencia entre la frecuencia de la tensión en el nodo de red correspondiente y la frecuencia nominal de la red de distribución. El término de la frecuencia se debe entender a este respecto de forma amplia y en particular también comprende una frecuencia angular. En al menos una parte

65

de los nodos de red está previsto un regulador proporcional, para el que se puede ajustar la potencia de referencia y/o el factor de proporcionalidad.

5 En el procedimiento según la invención en una etapa a) se modela un estado estacionario de la red de distribución. En este estado estacionario se ajusta una frecuencia constante para todas las tensiones de los nodos de red, en donde esta frecuencia se puede desviar de la frecuencia nominal de la red.

10 En una etapa b) del procedimiento según la invención se resuelve un problema de optimización y de este modo se determinan las potencias de referencia y factores de proporcionalidad para al menos una parte de los reguladores proporcionales. A este respecto, el problema de optimización está definido en base a una condición en el estado estacionario modelizado de la red de distribución, en donde al satisfacer la condición las diferencias de fase entre las tensiones de nodos de red adyacentes (es decir, entre nodos de red que están conectados entre sí sin intercalado de otros nodos de red) son respectivamente menores o iguales a un valor de fase máximo. A continuación, en una etapa c) se ajusta al menos una parte de los reguladores proporcionales a las potencias de referencia y factores de proporcionalidad determinados en la etapa b).

15 El procedimiento según la invención aprovecha el conocimiento de que existe una condición para el estado estacionario de la red, que tiene en cuenta la diferencia de fase entre las tensiones de nodos de red adyacentes. A este respecto, una diferencia de fase lo más pequeña posible conduce a una baja sollicitación de las líneas de corriente entre los nodos de red y por consiguiente a un funcionamiento muy estable y robusto de la red de distribución. A este respecto, el problema de optimización según la invención se puede resolver de forma sencilla y eficiente con procedimientos numéricos, sin que se tengan que realizar para ello simulaciones costosas de la red de distribución.

20 Las etapas a) a c) del procedimiento según la invención siempre se pueden realizar de nuevo en función de criterios determinados, a fin de garantizar con ello un funcionamiento óptimo de la red de distribución en el caso de parámetros variables de la red. Por ejemplo, las etapas a) a c) siempre se pueden realizar luego cuando la frecuencia de red que se ajusta en la red de distribución se desvía más de una medida predeterminada de la frecuencia nominal de la red de distribución. Por lo tanto la red se puede optimizar de forma continua en referencia a la robustez y estabilidad.

25 En una forma de realización especialmente preferida, la relación de proporcionalidad arriba mencionada en los nodos de red correspondientes dice lo siguiente:

$$35 \quad \tilde{p}_i = \tilde{p}_{i0} - k_{\theta i} (\dot{\tilde{\theta}}_i - \omega_0),$$

en donde \tilde{p}_i es la potencia alimentada o tomada por un nodo de red correspondiente i;

40 en donde \tilde{p}_{i0} se corresponde con la suma de la potencia de referencia p_{i0} y con la carga local p_{iL} en el nodo i, en donde p_{iL} siempre tiene signo positivo;

en donde $k_{\theta i}$ es el factor de proporcionalidad en el nodo i;

45 en donde $\dot{\tilde{\theta}}_i$ es la frecuencia de la tensión del nodo de red i;

en donde ω_0 es la frecuencia nominal de la red de distribución.

A este respecto, una potencia alimentada presenta un signo positivo y una potencia tomada un signo negativo.

50 En una forma de realización preferida del procedimiento según la invención, el estado estacionario de la red de distribución se modeliza en base a un modelo físico dinámico, en donde el modelo físico dinámico describe el desarrollo de tiempo de las fases de las tensiones en el nodo de red correspondiente en función de los parámetros de la red de distribución comprendiendo las potencias de referencia y factores de proporcionalidad de las relaciones de proporcionalidad. Preferentemente el modelo físico dinámico comprende un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas, en donde una ecuación correspondiente representa el desarrollo temporal de la fase de la tensión de un nodo de red. El sistema de ecuaciones diferenciales acopladas es a este respecto en particular un sistema de ecuaciones de oscilaciones físico. El sistema de ecuaciones de oscilaciones se basa preferentemente en el modelo descrito en el documento [3] (véanse allí las ecuaciones (7.201) y (7.202)).

60 En una forma de realización especialmente preferida, el sistema de ecuaciones de oscilaciones usado en el procedimiento según la invención dice lo siguiente:

$$M_i \ddot{\tilde{\theta}}_i + k_{\theta i} \dot{\tilde{\theta}}_i = k_{\theta i} \omega_0 + \tilde{p}_{i0} - p_{iL} - \sum_{j \in N_i} b_{ij} u_i u_j \sin(\tilde{\theta}_i - \tilde{\theta}_j),$$

en donde M_i es el momento de inercia de una masa acoplada a la red de distribución, p. ej. una máquina síncrona, en el nodo de red correspondiente i ;

5 en donde $\dot{\tilde{\theta}}_i$ es la derivación de la frecuencia de la tensión en el nodo de red correspondiente i ;

en donde $\tilde{\theta}_i$ o $\tilde{\theta}_j$ es la fase de la tensión en el nodo de red correspondiente i o j ;

10 en donde N_i representa el conjunto de los nodos de red adyacentes a un nodo de red correspondiente i (es decir, nodos de red conectados con el nodo i directamente a través de una línea de corriente sin intercalado de otros nodos de red);

en donde u_i o u_j son los valores efectivos de las tensiones en los nodos de red correspondientes i o j ;

15 en donde b_{ij} es la susceptancia de la línea de corriente entre los nodos i y j .

El momento de inercia M_i arriba mencionado también puede presentar eventualmente el valor cero, p. ej. cuando la masa está desacoplado de la red de distribución a través de un convertor, según es el caso por ejemplo en instalaciones de energía eólica con convertor completo.

20 En otra forma de realización del procedimiento según la invención, el modelado del estado estacionario de la red de distribución se basa en ecuaciones de flujo de carga (conocidas en sí) para las potencia activas generadas y consumidas en los nodos de red correspondientes. Eventualmente en las ecuaciones de flujo de carga se puede tener en cuenta la condición de que la resistencia óhmica en las líneas de corriente entre nodos de red adyacentes (es decir, nodos de red conectados entre sí directamente a través de una línea de corriente sin intercalado de otros nodos de red) es despreciablemente pequeña respecto a la reactancia en las líneas de corriente entre nodos de red adyacentes. Según está representado en la descripción detallada, esta modelización se puede corresponder con un modelado en base a un modelo físico dinámico.

30 En el modelado mediante ecuaciones de flujo de carga, la ecuación de flujo de carga para un nodo de red correspondiente i dice lo siguiente:

$$P_i = \sum_{j \in N_i} \left[u_i^2 \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} - \frac{u_i u_j}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} (r_{ij} \cos(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i) + x_{ij} \sin(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i)) \right]$$

35 en donde P_i es la potencia activa generada en el nodo i ;

en donde $\tilde{\theta}_i$ o $\tilde{\theta}_j$ es la fase de la tensión en el nodo de red correspondiente i o j ;

40 en donde N_i representa el conjunto de los nodos de red adyacentes a un nodo de red correspondiente i (es decir, nodos de red conectados con el nodo i directamente a través de una línea de corriente sin intercalado de otros nodos de red);

en donde u_i o u_j son los valores efectivos de las tensiones en los nodos de red correspondientes i o j ;

45 en donde r_{ij} es la resistencia óhmica x_{ij} la reactancia de la línea de corriente entre los nodos de red i y j .

En otra forma de realización especialmente preferida, la condición en el estado estacionario modelizado, a través de la que se resuelve el problema de la optimización, dice lo que sigue:

50
$$\|B^T L^\dagger \omega\|_\infty \leq \sin(\gamma) \quad \gamma \in [0, \frac{\pi}{2}] [,$$

en donde L^\dagger es la pseudo-inversa de la matriz $L = B \text{diag}(a_{ij}) B^T$ en donde $a_{ij} = b_{ij} u_i u_j$;

en donde u_i o u_j son los valores efectivos de las tensiones en los nodos de red correspondientes i o j ;

55 en donde b_{ij} es la susceptancia de la línea de corriente entre los nodos i y j ;

en donde B^T es la matriz de incidencia de la topología de la red de distribución;

en donde $\omega = \text{vec}(\omega_i)$ con $\omega_i = p_{i0} - k_{\theta i} \frac{\sum_{i=0}^N p_{i0}}{\sum_{i=0}^N k_{\theta i}}$ y N representa el número de nodos de red en la red de distribución;

en donde $p_{i0} = \tilde{p}_{i0} - p_{Li}$

en donde γ representa el valor de fase máximo,

en donde el problema de optimización es la minimización de $\|B^T L^\dagger \omega\|_\infty$ en función de las potencias de referencia y factores de proporcionalidad de al menos una parte de los reguladores proporcionales.

La condición arriba mencionada se corresponde a este respecto con la condición derivada en el documento [4], en donde allí ω_i se adopta como dada y no depende de p_{i0} y $k_{\theta i}$.

En otra forma de realización especialmente preferida, el problema de optimización se convierte en el marco de su solución en un problema de optimización convexo. Un problema de optimización convexo se destaca porque el mínimo correspondiente, es decir el mínimo del valor de fase máximo, es un mínimo global. Un problema de optimización semejante se puede resolver de forma especialmente sencilla y eficiente con procedimientos conocidos en sí, como p. ej. el procedimiento de puntos interiores.

En otra configuración del procedimiento según la invención, en la solución del problema de optimización se tiene en cuenta como condición límite que las potencias de referencia al menos de una parte de los reguladores proporcionales se sitúen en un intervalo predeterminado. Alternativamente o adicionalmente se tiene en cuenta además la condición límite que las potencias de referencia de las relaciones de proporcionalidad de todos los nodos de red fluctúan dentro de una medida de fluctuación predeterminada. De esta manera se pueden tener en cuenta de forma apropiada las incertidumbres concernientes a la generación de corriente o la carga en la red.

En una variante del procedimiento según la invención, la medida de fluctuación está definida de manera que la fluctuación de la potencia de referencia de la relación de proporcionalidad de cada nodo de red es menor o menor o igual a un valor predeterminada. No obstante, alternativamente o adicionalmente la medida de fluctuación también está definida de manera que una suma y en particular una suma ponderada de las fluctuaciones de las potencias de referencia de las relaciones de proporcionalidad de todos los nodos de red en la red de distribución son menores o iguales a un valor predeterminado.

En otra configuración del procedimiento según la invención, en la solución del problema de optimización se tiene en cuenta como condición límite que la frecuencia de red, que se ajusta en el estado estacionario en la red de distribución, se desvía menos de un valor de frecuencia predeterminado de la frecuencia nominal de la red de distribución.

En otra variante al menos una parte de los nodos proporcionan las potencias de regulación primaria, en donde a partir de la condición límite arriba mencionada de que la frecuencia de red, que se ajusta en el estado estacionario en la red de distribución, se desvía menos de un valor de frecuencia predeterminado de la frecuencia nominal, se deriva otra condición límite a tener en cuenta en la solución del problema de optimización, según la cual las potencias de regulación primaria correspondientes son menores o menores o iguales a un valor umbral predeterminado.

En una forma de realización especialmente preferida, el problema de optimización de la invención describe la minimización de una función de costes, que es tanto mayor cuanto mayor es el valor de fase máximo. Esta función de costes puede comprender como único término el valor de fase máximo. El problema de optimización describe entonces la minimización del valor de fase máximo. Asimismo la función de costes comprende una suma de un término del valor de fase máximo y uno o varios otros términos, en donde el o los otros términos están configurados preferentemente de manera que al menos uno de los otros términos es tanto mayor cuanto mayor es la potencia alimentada por los nodos de red y/o cuanto menor es la potencia tomada por los nodos de red y/o cuanto mayor es la potencia de regulación primaria proporcionada por los nodos de red.

Eventualmente el problema de optimización también puede describir la minimización de una función de costes, que es independiente del valor de fase máximo, en donde como condición límite del problema de optimización se tiene en cuenta que el valor de fase máximo es menor que un valor umbral predeterminada (en particular menor de $\pi/4$).

Las condiciones límite y ampliaciones descritas anteriormente posibilitan una adaptación apropiada del problema de optimización a las circunstancias correspondientes en la red de distribución. A este respecto, una o varias de las condiciones límite y eventualmente también todas las condiciones límite se pueden incorporar en la solución del problema de optimización.

En otra forma de realización del procedimiento según la invención, la etapa b) se realiza varias veces para valores de frecuencia predeterminados cada vez menores, es decir, la etapa b) se repite para las condiciones límite en base a distintas desviaciones máximas entre la frecuencia de red y frecuencia nominal. La etapa b) se repite a este respecto hasta que el valor máximo minimizado, resultante de la solución del problema de optimización, sobrepasa un umbral predeterminado, en donde la al menos una parte de los reguladores proporcionales se ajusta a las potencias de referencia y factores de proporcionalidad, que resultan de la etapa b) directamente antes del sobrepaso del umbral predeterminado. De esta manera se puede combinar el problema de optimización de la invención de manera apropiada con el criterio de una desviación baja entre la frecuencia de red y frecuencia nominal.

Además, junto al procedimiento arriba descrito, la invención se refiere a un dispositivo para el control asistido por ordenador de la potencia en una red de distribución eléctrica, en donde el dispositivo presenta uno o varios medios para la realización del procedimiento según la invención o una o varias variantes del procedimiento según la invención.

La invención se refiere además a una red de distribución eléctrica, que comprende el dispositivo según la invención arriba descrito para el control de la potencia generada en la red de distribución.

Ejemplos de realización de la invención se describen en detalle a continuación mediante la fig. 1 adjunta. Esta figura muestra esquemáticamente un fragmento de una red de distribución, en la que se realiza una forma de realización del procedimiento según la invención.

La red de distribución representada esquemática en la fig. 1 es una red de transmisión en la forma de una red de alta tensión, p. ej. con altas tensiones con 110 kV, 220 kV o 380 kV. No obstante, la invención no está limitada a las redes de alta tensión y eventualmente también se puede usar para redes de distribución de corriente en la forma de redes de media y baja tensión. El fragmento indicada en la fig. 1 de la red de distribución comprende una pluralidad de nodos de red N1, N2, N3, N4 y N5 conectados entre sí a través de las líneas de corriente (puramente inductivas) PL, en donde la red de distribución contiene como un todo un número esencialmente mayor de nodos de red. Los nodos de red pueden representar fuentes a través de las que la potencia eléctrica se alimenta en la red de distribución, o sumideros a través de los que se toma la potencia de la red de distribución. En la fig. 1 las fuentes están designadas con las referencias G (G = generador) y los sumideros con las referencias L (L = carga).

La alimentación de corriente en la red de distribución se realiza p. ej. a través de generadores síncronos, inversores o convertidores. Las fuentes pueden comprender, por ejemplo, centrales eléctricas fósiles o también instalaciones de generación de energía regenerativas en la forma de parques eólicos, instalaciones fotovoltaicas y similares. Para la toma de potencia eléctrica de la red de distribución se usan p. ej. máquinas asíncronas, rectificadores y similares. Un nodo de red correspondiente también puede representar un conglomerado de varias fuentes y sumideros, en donde el nodo representa en el caso de más potencia generada que consumida una fuente y en caso contrario un sumidero.

Según se deduce de la fig. 1, los nodos N1 y N5 son sumideros, mientras que los nodos N2, N3 y N4 representan fuentes. En cualquiera de los nodos de red se ajusta una tensión con una frecuencia predeterminada, que se corresponde en el caso ideal con la frecuencia nominal de la red de distribución. Esta frecuencia nominal se sitúa por ejemplo en 50 Hz o 60 Hz.

En la forma de realización de la fig. 1 está prevista una unidad de control central CO, p. ej. en una sala de control, que supervisa todos los nodos de la red y se puede comunicar con éstos a través de líneas de comunicación, que están indicadas por líneas a trazos. Con esta unidad de control central se ajustan los parámetros de manera apropiada en la forma de las potencias de referencia P10 a P50 (o un conjunto parcial de ellas) y de los factores de proporcionalidad k1 a k5 (o un conjunto parcial de ellos) de los reguladores proporcionales (inglés: droop controller), que están previstos en los nodos correspondientes N1 a N5. A este respecto, los parámetros pueden estar seleccionados diferentemente para cada nodo de red y se designan a continuación con \tilde{p}_{i0} o $k_{\theta i}$. Con los reguladores proporcionales se controla la potencia alimentada o tomada en el nodo correspondiente. Eventualmente también pueden estar presentes nodos de red para los que los parámetros \tilde{p}_{i0} y $k_{\theta i}$ se pueden modificar de forma fija y por consiguiente no por la unidad de control CO.

La potencia \tilde{p}_i alimentada o tomada en un nodo de red correspondiente se representa por la siguiente relación de proporcionalidad:

$$\tilde{p}_i = \tilde{p}_{i0} - k_{\theta i} (\dot{\tilde{\theta}}_i - \omega_0).$$

A este respecto $\dot{\tilde{\theta}}_i$ designa la frecuencia correspondiente de la tensión en el nodo de red correspondiente $i \in \mathbb{N} = \{1, \dots, N\}$ y $\omega_0 > 0$ representa la frecuencia nominal. El parámetro \tilde{p}_{i0} o $k_{\theta i} > 0$ representan la potencia de

referencia o el factor de proporcionalidad (también designado como ganancia). La relación de proporcionalidad arriba mencionada es válida para todos los nodos de red, en donde, para nodos de red que alimentan potencia en la red, el valor \tilde{p}_i es positivo y, para nodos de red que toman potencia de la red de distribución, el valor \tilde{p}_i es negativo.

5

El objetivo del procedimiento según la invención es establecer ahora los parámetros ajustables \tilde{p}_{i0} y k_{θ_i} de los nodos de red correspondientes de forma óptima con vistas a la estabilidad o robustez de la red de distribución. Para la implementación del procedimiento según la invención se resuelve un problema de optimización asistido por ordenador en la unidad de control CO, en donde el problema de optimización se basa en un modelo físico dinámico, que describe el desarrollo de tiempo de las fases de las tensiones en el nodo de red en función de parámetros de la red de distribución. En la forma de realización descrita a continuación se usa como modelo físico dinámico un sistema de ecuaciones de oscilaciones físico, que se compone de una pluralidad de ecuaciones diferenciales acopladas, en donde una ecuación diferencial correspondiente representa el desarrollo de tiempo de la fase de tensión de un nodo de red correspondiente de la red de distribución. Este sistema de ecuaciones diferenciales dice lo siguiente:

10

15

$$M_i \ddot{\tilde{\theta}}_i + k_{\theta_i} \dot{\tilde{\theta}}_i = k_{\theta_i} \omega_0 + \tilde{p}_{i0} - p_{iL} - \sum_{j \in N_i} b_{ij} u_i u_j \sin(\tilde{\theta}_i - \tilde{\theta}_j) \quad (1) .$$

A este respecto, M_i designa el momento de inercia mecánico de los nodos de red correspondientes, que, en el caso de un generador o motor acoplado directamente a la red de distribución, se corresponde con el momento de inercia de este generador o motor. Si el acoplamiento del generador o motor a la red de distribución se realiza bajo intercalado de un convertidor, según es el caso por ejemplo en instalaciones de energía eólica, este momento de inercia presenta el valor 0. La magnitud $\tilde{\theta}_i$ representa la fase de la tensión en el nodo de red correspondiente i . A través del índice j se representan los vecinos del nodo correspondiente i , en donde N_i se corresponde con el conjunto de los vecinos del nodo i . Además, p_{iL} designa la carga local en cada nodo i . A este respecto, eventualmente también se pueden tener en cuenta cargas pasivas aisladas en la red de distribución, en tanto que estas cargas se distribuyen en distintos nodos de red en base a la reducción de Kron conocida en sí. El parámetro b_{ij} representa la susceptancia de la línea de corriente entre los nodos i y j y u_i o u_j representan los valores efectivos de las tensiones en los nodos i o j . Con la finalidad de notación sencilla se introduce la definición $p_{i0} = \tilde{p}_{i0} - p_{iL}$. p_{i0} se corresponde a este respecto con la potencia alimentada o tomada en un nodo de red en el caso de frecuencia nominal en el sentido de la reivindicación 1.

20

25

30

Para la formulación del problema de optimización se transforma el sistema en un sistema de coordinación rotativo, que rota con la frecuencia de red Ω que se ajusta en el estado estacionario de la red de distribución. A este respecto, en el estado estacionario la suma de la potencia alimentada en la red y tomada de la red es igual a cero, es decir, es válido:

35

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} b_{ij} u_i u_j \sin(\tilde{\theta}_i^* - \tilde{\theta}_j^*) = 0 \quad (2) .$$

A este respecto $\tilde{\theta}_i^* - \tilde{\theta}_j^*$ designa la diferencia constante entre la fase $\tilde{\theta}_i$ del nodo i y la fase $\tilde{\theta}_j$ del nodo vecino j en el estado estacionario. Usando la ecuación (1) se deducen de ello:

40

$$\sum_{i=1}^N k_{\theta_i} \Omega = \sum_{i=1}^N (k_{\theta_i} \omega_0 + p_{i0}) \quad (3) .$$

A ello sigue de nuevo:

45

$$\Omega = \omega_0 + \frac{\sum_{i=1}^N p_{i0}}{\sum_{i=1}^N k_{\theta_i}} \quad (4) .$$

La transformación en el sistema de coordenadas rotativo con la frecuencia Ω dice lo siguiente:

50

$$\theta_i = \tilde{\theta}_i - \Omega t ,$$

$$\dot{\theta}_i = \dot{\tilde{\theta}}_i - \Omega ,$$

y

55

$$\ddot{\theta}_i = \ddot{\tilde{\theta}}_i .$$

De ello se obtiene:

$$M_i \ddot{\theta}_i + k_{\theta i} \dot{\theta}_i = p_{i0} - k_{\theta i} \frac{\sum_{i=1}^N p_{i0}}{\sum_{i=1}^N k_{\theta i}} - \sum_{j \in N_i} b_{ij} u_i u_j \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (5),$$

$$M_i \ddot{\theta}_i + k_{\theta i} \dot{\theta}_i = \omega_i(k_{\theta}, p_0) - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \sin(\theta_i - \theta_j) \quad (6).$$

5 A este respecto es válido:

$$a_{ij} = b_{ij} u_i u_j$$

10 y

$$\omega_i(k_{\theta}, p_0) = p_{i0} \frac{\sum_{i=1}^N p_{i0}}{\sum_{i=1}^N k_{\theta i}} \quad (7).$$

15 La magnitud $\omega_i(k_{\theta}, p_0)$ representa a este respecto la frecuencia propia y depende de los factores de proporcionalidad $k_{\theta} = \text{vec}(k_{\theta i})$ y las potencias de referencias $p_0 = \text{vec}(p_{i0})$. Con la finalidad de notación sencilla se usa con frecuencia la expresión ω_i , cuando el argumento k_{θ}, p_0 no es importante. A este respecto, $\sum_{i=1}^N \omega_i(k_{\theta}, p_0) = 0$ es válido para todos los k_{θ} y p_0 .

20 En el documento [4] ya mencionado arriba se ha examinado el estado estacionario de la ecuación diferencial (6). En este estado es válido $\dot{\theta}_i = 0$ y $\ddot{\theta}_i = 0$. Por consiguiente el estado estacionario está representado mediante fases de tensión correspondientes $\theta_i^*, i \in \mathbb{N}$, que satisfacen la condición siguiente:

$$0 = \omega_i(k_{\theta}, p_0) - \sum_{j \in N_i} a_{ij} \sin(\theta_i^* - \theta_j^*) \quad (8).$$

25 La ecuación (8) antes mencionada se puede escribir en forma compacta como sigue:

$$\omega = B \text{diag}(a_{ij}) \sin(B^T \theta^*) \quad (9),$$

30 en donde B^T designa la matriz de incidencia conocida en sí de la topología de la red de distribución y es válido $\omega = \text{vec}(\omega_i)$ así como $\theta^* = \text{vec}(\theta_i^*)$.

35 En lo anterior se ha descrito el estado estacionario de la red de distribución según las ecuaciones (8) o (9) en base a un modelo físico dinámico. Análogamente el estado estacionario también se puede modelizar mediante ecuaciones de flujo de carga conocidas en sí, según se explica a continuación. A este respecto se parte de que la línea de corriente entre dos nodos de red adyacentes i y j en la red de distribución se describe mediante la impedancia en serie en notación compleja $z_{ij} = r_{ij} + j_m x_{ij}$ y la capacidad de shunt b_{ij}^c , en donde la última está dividida de forma uniforme entre los nodos adyacentes. r_{ij} se designa habitualmente como resistencia óhmica (o resistencia activa) y x_{ij} como reactancia. La magnitud j_m designa la unidad compleja, que con frecuencia también se designa sólo con j , no obstante, aquí para la diferenciación de los índices j de los nodos se denomina como j_m . La tensión compleja del nodo i resulta a este respecto por $\underline{u}_i = u_i \exp(j_m \theta_i)$. Análogamente la tensión compleja del nodo j resulta por $\underline{u}_j = u_j \exp(j_m \theta_j)$. Las tensiones u_i y u_j así como las fases θ_i y θ_j se han definido ya anteriormente en relación con la ecuación (1). La corriente compleja \underline{i}_{ij} , que fluye del nodo i hacia el nodo j , se deduce de las tensiones arriba mencionadas y la impedancia como sigue:

$$45 \quad \underline{i}_{ij} = (\underline{u}_i - \underline{u}_j) / z_{ij} \quad (101)$$

Según se conoce en sí, la potencia aparente S_{ij} , que fluye del nodo i hacia el nodo j , resulta como sigue:

$$50 \quad S_{ij} = P_{ij} + j_m Q_{ij} = \underline{u}_i \underline{i}_{ij}^* \quad (102)$$

P_{ij} designa a este respecto la potencia activa que fluye del nodo i hacia el nodo j . Análogamente Q_{ij} se corresponde con la potencia reactiva que fluye del nodo i hacia el nodo j \underline{i}_{ij}^* Es el valor complejo conjugado de \underline{i}_{ij} .

Esto conduce a las ecuaciones de flujo de carga de la corriente alterna para la red de distribución de N nodos:

55

$$S_i = P_i + j_m Q_i = \sum_{j \in N_i} S_{ij} = \sum_{j \in N_i} \left[\frac{u_j (u_i^* - u_j^*)}{z_{ij}^*} - \frac{u_i u_j^* j_m b_{ij}}{2} \right] \quad (103)$$

$$P_i = \sum_{j \in N_i} \left[u_i^2 \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} - \frac{u_i u_j}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} (r_{ij} \cos(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i) + x_{ij} \sin(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i)) \right] \quad (104)$$

$$Q_i = \sum_{j \in N_i} \left[u_i^2 \left(\frac{x_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} - \frac{b_{ij}^c}{2} \right) - \frac{u_i u_j}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} (x_{ij} \cos(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i) - r_{ij} \sin(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i)) \right] \quad (105)$$

A este respecto se suma a través de todos los nodos j que son adyacentes al nodo i . S_i designa la potencia aparente generada en el nodo i , P_i la potencia activa generada en el nodo y Q_i la potencia reactiva generada en el nodo i . Las potencias activas y reactivas consumidas se modelizan mediante P_i y Q_i negativas.

Además, se asume que la resistencia activa entre el nodo i y j es despreciablemente pequeña respecto a la reactancia entre el nodo i y j , es decir $r_{ij} \ll x_{ij}$. Esto significa que se pueden despreciar las pérdidas óhmicas en las líneas de corriente. Debido a esta suposición resultan las siguientes fórmulas simplificadas para la potencia activa P_i :

$$P_i = - \sum_{j \in N_i} \left(\frac{u_i u_j}{x_{ij}} \sin(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i) \right). \quad (106)$$

Dado que $r_{ij} \ll x_{ij}$, es válido $b_{ij} = 1/x_{ij}$.

Por consiguiente la ecuación (106) arriba mencionada también se puede escribir como sigue:

$$P_i = - \sum_{j \in N_i} (b_{ij} u_i u_j \sin(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i)). \quad (107)$$

P_i se deduce de la relación de proporcionalidad ya mencionada arriba como sigue:

$$P_i = \tilde{p}_{i0} - p_{iL} = p_{i0} - k_{\theta_i} (\dot{\tilde{\theta}}_i - \omega_0). \quad (108)$$

Por consiguiente es válido:

$$P_i = p_{i0} - k_{\theta_i} (\dot{\tilde{\theta}}_i - \omega_0) = - \sum_{j \in N_i} (b_{ij} u_i u_j \sin(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i)) \quad (109)$$

En el estado estacionario de la red de distribución, $\dot{\tilde{\theta}}_i$ es igual para todos los nodos de la red de distribución, es decir, es válido $\dot{\tilde{\theta}}_i = \Omega$ para todo $i \in \mathbb{N}$. Además, en el estado estacionario la suma de la potencia activa alimentada en la red y tomada de la red es igual a cero, es decir, con la ayuda de la ecuación (109) arriba mencionada resulta:

$$\sum_{i=1}^N P_i = \sum_{i=1}^N (p_{i0} - k_{\theta_i} (\dot{\tilde{\theta}}_i - \omega_0)) = - \sum_{i=1}^N \sum_{j \in N_i} (b_{ij} u_i u_j \sin(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i)) = 0 \quad (110)$$

Esto se corresponde con la ecuación (2) arriba mencionada.

A través de la relación obtenida en la ecuación (110)

$$\sum_{i=1}^N (p_{i0} - k_{\theta_i} (\dot{\tilde{\theta}}_i - \omega_0)) = 0 \quad (111)$$

se obtiene finalmente Ω , en tanto que $\dot{\tilde{\theta}}_i = \Omega$ se introduce en la relación y se resuelve según Ω . De ello se deduce el valor para Ω como en la ecuación (4) arriba mencionada. En tanto que se introduce este valor de Ω en

la ecuación (109) arriba mencionada para $\dot{\theta}_i$, finalmente se obtiene de nuevo la ecuación (8), que representa el estado estacionario. Por lo tanto el modelado del estado estacionario a través del cálculo de flujo de carga recién descrito mediante las ecuaciones de flujo de carga arriba mencionadas conduce al mismo resultado que el modelado del estado estacionario a través del modelo físico dinámico arriba explicado.

5

En base a la condición arriba mencionada según las ecuaciones (8) o (9) se prosigue el procedimiento. En el documento [4] se ha mostrado a este respecto que existe un estado estacionario θ^* , de modo que para todos los nodos de red adyacentes i, j es válido $|\theta_i^* - \theta_j^*| \leq \gamma$, si se satisface la condición siguiente:

$$\|B^T L^\dagger \omega\|_\infty \leq \sin(\gamma), \gamma \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right] \quad (10) .$$

10

L^\dagger representa la pseudoinversa de la matriz de Laplace $L = B \text{diag}(a_j) B^T$ de la red de distribución. La ecuación (10) arriba mencionada se corresponde con la ecuación (17) del documento [4], en donde allí ω_i se adopta como dada y no depende de p_0 y k_θ .

15

En base a condición arriba mencionada según la ecuación (10) se busca ahora el mínimo de la norma infinito según la parte izquierda de la ecuación (10), lo que de nuevo se corresponde con la minimización de la diferencia de fase máxima γ , que puede aparecer en líneas de corriente entre nodos adyacentes. En el marco del problema de optimización se buscan por consiguiente los parámetros correspondientes k_θ y p_0 , de modo que γ disminuya. Un valor pequeño de γ garantiza una diferencia de fases pequeña en el estado estacionario, lo que de nuevo conduce a una red de distribución que es robusta respecto a variaciones de carga.

20

En la solución del problema de optimización arriba descrito se tiene en cuenta que no se pueden ajustar todos los parámetros k_θ y p_0 en la red. A continuación, los nodos, cuyos k_θ y p_0 se pueden manipular, se designan con el conjunto de índices N_K para k_θ y con el conjunto de índices N_p para p_0 , es decir, $k_\theta, i \in N_K$ y $p_0, i \in N_p$ se pueden manipular en la red de distribución. Con la finalidad de la notación sencilla y sin limitación de la generalidad se asume que $p_0 = [p_t^T p_n^T]^T$ se puede separar en el parámetro ajustable p_t y en el parámetro no ajustable p_n . Los juegos permitidos de parámetros ajustables k_θ y p_0 dicen por ello lo siguiente:

25

30

$$K = \{k_\theta \in \mathbb{R}_+^N : k_{\theta i}^0, \forall i = \overline{N_K} = N \setminus N_K\} \quad (11) ,$$

$$P_T = \{p_t \in \mathbb{R}^{|N_p|}\} \quad (12) ,$$

35

en donde $k_{\theta i}^0 > 0$ y p_n están previstos como parámetros no ajustables y \mathbb{R}_+^N representa un vector N-dimensional con elementos exclusivamente positivos. \mathbb{R} designa a este respecto el conjunto de números reales. Para la solución del problema de optimización se tiene en cuenta entre otros la condición límite siguiente:

$$\underline{p}_t \leq p_t \leq \bar{p}_t \quad (13) ,$$

40

en donde mediante $\underline{p}_t, \bar{p}_t \in \mathbb{R}^{|N_p|}$ se establece un límite superior e inferior para las potencias de referencia de los reguladores proporcionales correspondientes.

45

Además, como condición límite se tienen en cuenta las incertidumbres en la alimentación o toma de potencia eléctrica. Estas incertidumbres se tienen en cuenta mediante modificaciones de p_0 en la ecuación (1). A este respecto se adopta que todos los p_0 se sitúan dentro de un intervalo predeterminada, es decir, es válido:

$$p_0 = \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} + \Delta p_0 \quad (14a) ,$$

$$|\Delta p_0| \leq \overline{\Delta p_0} \quad (14b) .$$

50

A este respecto $p_t \in P_T$ designa las potencias de referencias ajustables y p_n representa las potencias de referencia (no ajustables). Con $\Delta p_0 \in \mathbb{R}^N$ se tienen en cuenta incertidumbres no conocidas correspondientes, que están limitadas por el valor límite $\overline{\Delta p_0} \in \mathbb{R}_+^N$. Aquí se asumen intervalos simétricos, en donde resultados similares también se pueden derivar para intervalos no simétricos. Según se tienen en cuenta arriba las incertidumbres en base a las ecuaciones (14a) y (14b) se establece para todo parámetro p_t o p_n una fluctuación máxima. No obstante, alternativamente también se pueden definir las incertidumbres como sigue:

55

$$p_0 = \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} + \Delta p_0 \quad (15a),$$

$$\sum_{i=1}^N \frac{1}{\Delta p_{i0}} |\Delta p_{i0}| \leq 1 \quad (15b).$$

5 La diferencia consiste en que las incertidumbres según las ecuaciones (14a) y (14b) tienen en cuenta la norma infinito, es decir, todos los elementos de Δp_0 pueden presentar simultáneamente la máxima fluctuación. Por lo tanto, al tener en cuenta las incertidumbres según las ecuaciones (15a) y (15b) se toma como base una norma 1 ponderada, es decir, no todos los elementos de Δp_0 pueden presentar simultáneamente la fluctuación máxima correspondiente. Las ponderaciones de norma 1 $\frac{1}{\Delta p_{i0}}$ son en este caso magnitudes conocidas que limitan las incertidumbres. A este respecto, el segundo caso es más realista dado que en general no todas las potencias alimentadas o cargas fluctúan simultáneamente hasta el valor máximo.

Se definen los siguientes conjuntos de incertidumbres:

$$15 \quad P_U^\infty(\overline{\Delta p_0}) = \{\Delta p_0 \in \mathbb{R}^N : |\Delta p_0| \leq \overline{\Delta p_0}\} \quad (16),$$

$$P_U^1(\overline{\Delta p_0}) = \left\{ \Delta p_0 \in \mathbb{R}^N : \sum_{i=1}^N \frac{1}{\Delta p_{i0}} |\Delta p_{i0}| \leq 1 \right\} \quad (17).$$

Por motivos de claridad se omite el argumento $\overline{\Delta p_0}$ de $P_U^{\infty,1}$.

20 Mediante la reescritura de la ecuación (7) arriba mencionada a forma vectorial se obtiene:

$$\omega(k_\theta, p_0) = p_0 - \frac{\mathbf{1}^T p_0}{\mathbf{1}^T k_\theta} k_\theta \quad (18).$$

25 Para minimizar ahora γ , se deben minimizar la norma infinito de la ecuación (10). A este respecto tanto B como también L no dependen de k_θ y p_0 .

Es decir, el problema de optimización dice lo siguiente:

$$30 \quad \min_{\substack{k_\theta \in K \\ p_t \in P_T}} \max_{\substack{\Delta p_0 \in P_U^{\infty,1}}} \left\| B^T L^\dagger \left(p_0 - \mathbf{1}^T p_0 \frac{k_\theta}{\mathbf{1}^T k_\theta} \right) \right\|_\infty \quad (19).$$

La minimización según la ecuación (19) garantiza que la elección de los parámetros ajustados de los reguladores proporcionales proporciona en conjunto una red de distribución estable y eleva la robustez en referencia a las variaciones de carga.

35 Adicionalmente en la forma de realización aquí descrita se tienen en cuenta como condición límite un límite para la desviación de la frecuencia de red en el estado estacionario de la frecuencia nominal. Por consiguiente se exige $|\Omega - \omega_0| \leq \Delta\Omega$, es decir, es válida la condición límite siguiente:

$$40 \quad \left| \frac{\mathbf{1}^T p_0}{\mathbf{1}^T k_\theta} \right| \leq \Delta\Omega \quad (20).$$

El límite $\Delta\Omega$ posibilita la limitación de la potencia de regulación primaria de cada nodo que alimenta o toma potencia, usando la siguiente limitación:

$$45 \quad \Delta\Omega k_\theta \leq \Delta r \quad (21).$$

A este respecto la magnitud $\Delta r \in \mathbb{R}_+^N$ es un vector que establece el límite superior de la potencia de regulación primaria para cada nodo. Esta condición límite también se incorpora en la solución del problema de optimización según la forma de realización descrita. Con la finalidad de la notación más sencilla se asume que la potencia de regulación primaria es simétrica alrededor del valor de la potencia alimentada o tomada nominalmente, es decir, cada nodo de red puede proporcionar la misma cantidad de potencia de regulación primaria positiva y negativa.

55 Además, en la función de costes (19) arriba mencionada se pueden considerar los costes originados para la potencia alimentada frente al uso de la potencia tomada con la frecuencia nominal con ayuda de un término de costes adicional

$$c_p^T \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} \quad (22)$$

en donde c_p es el vector de costes y usos c_{pi} . A este respecto es válido en general que los costes c_{pi} para un nodo de generador i con $p_{i0} > 0$ son positivos, es decir, los costes de generación $c_{pi}p_{i0}$ aumentan con potencia de generación creciente. Asimismo el uso c_{pi} para un nodo de carga i con $p_{i0} < 0$ es normalmente positivo, es decir, los costes globales $c_p^T p_0$ caen, si el nodo de carga puede absorber más potencia, ya que en este caso es válido $c_{pi}p_{i0} < 0$. Análogamente a ello se pueden tener en cuenta los costes para la potencia de regulación primaria proporcionada en caso de necesidad

$$c_k^T k_\theta \quad (23)$$

. A continuación se describe la optimización teniendo en cuenta los términos (22) y (23), que en este caso son componente de la función de costes (véanse las ecuaciones (24a) y (25a)).

La optimización de la función de costes (19) usando (22) y (23) con las condiciones de contorno (13), (20) y (21) representa un compromiso entre un funcionamiento económico de la red, la estabilidad de la red de distribución, la desviación entre la frecuencia de red y la frecuencia nominal y los límites de la potencia de referencia y de regulación primaria proporcionable.

En el marco de la solución del problema de optimización, el problema de mín-máx según las ecuaciones (19), (22), (23), (13), (20) y (21) se transforma en un problema de optimización convexo. Para ello se definen en primer lugar los factores de proporcionalidad normalizados k , de manera que es válido $\mu k_\theta = k$ gilt, en donde es válido $\mu - \frac{1}{1^T k_\theta} > 0$, de modo que $1^T k = 1$. Además se define $\eta = 1^T p_0$. Por consiguiente la ecuación (20) arriba mencionada se reescribe en $\mu|\eta| \leq \Delta\Omega$. Finalmente se establecen los parámetros p_t de modo que es válido $1^T p_t = -1^T p_n$, es decir $\Omega = \omega_0$, si $\Delta p_0 = 0$.

Junto con las ecuaciones (14a), (14b) y (15a), (15b) arriba mencionadas, el problema de optimización se puede escribir luego como sigue:

$$\min_{\substack{k > 0 \\ \mu > 0 \\ p_t \in P_T}} \left(\alpha c_p^T \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} + \tilde{\beta} c_k^T k_\theta + \max_{\Delta p_0 \in P_U^{\infty,1}} \left\| B^T L^T \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} + \Delta p_0 - \eta k \right\|_\infty \right) \quad (24a)$$

con las condiciones límite:

$$1^T k = 1 \quad (24b) ,$$

$$1^T p_t = -1^T p_n \quad (24c) ,$$

$$1^T \Delta p_0 = \eta \quad (24d) ,$$

$$\mu|\eta| \leq \Delta\Omega \quad (24e) ,$$

$$\underline{p}_t \leq p_t \leq \bar{p}_t \quad (24f) ,$$

$$\Delta\Omega k \leq \mu\Delta r \quad (24g) ,$$

$$k_i = \mu k_{\theta i}^0, \forall i \in \overline{N_K} \quad (24h) .$$

En este caso las ponderaciones constantes α y $\tilde{\beta}$ reproducen las relaciones entre las distintas fracciones de costes.

La última condición límite garantiza que aquellos factores de proporcionalidad, que no se pueden ajustar, se establezcan al valor $k_{\theta i}^0$. El problema de optimización según las ecuaciones (24a) hasta (24h) es un problema de mín-máx, que requiere otra reformulación.

Para la incertidumbre según las ecuaciones (14a) y (14b) arriba mencionadas se obtiene $\eta \leq 1^T \overline{\Delta p_0}$ y $\eta = 1^T \overline{\Delta p_0}$ para los valores límite. Para la incertidumbre según las ecuaciones (15a) y (15b) se obtiene $\eta = 1^T \overline{\Delta p_0} \leq$

$\overline{\max_i \Delta p_{i0}}$ y $\eta = \overline{\max_i \Delta p_{i0}}$ para los valores límite. Por consiguiente la ecuación (24e) se puede sustituir por $\mu \mathbf{1}^T \Delta p_0 \leq \Delta \Omega$ o $\mu \overline{\max_i \Delta p_{i0}} \leq \Delta \Omega$, según si las incertidumbres se consideran según las ecuaciones (14a) y (14b) o según las ecuaciones (15a) y (15b). Si se sustituye η en la función de costes (24a) arriba mencionada usando la ecuación (24d), las condiciones límite ya no son relevantes para la maximización, sino sólo todavía para la minimización. Por consiguiente se puede resolver explícitamente el problema de la maximización. Para las incertidumbres según las ecuaciones (14a) y (14b), el problema de optimización dice a este respecto lo siguiente:

5

$$\min_{\substack{k>0 \\ \mu>0 \\ p_t \in P_T}} \left(\alpha c_p^T \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} + \beta c_k^T k + \left\| \left| B^T L^+ \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} \right| + \left| B^T L^+ (I - k \mathbf{1}^T) \overline{\Delta p_0} \right\|_{\infty} \right) \quad (25a)$$

10 con las condiciones límite:

$$\mathbf{1}^T k = 1 \quad (25b) ,$$

$$\mathbf{1}^T p_t = -\mathbf{1}^T p_n \quad (25c) ,$$

15

$$\mu \mathbf{1}^T \overline{\Delta p_0} \leq \Delta \Omega \quad (25d) ,$$

$$\underline{p}_t \leq p_t \leq \bar{p}_t \quad (25e) ,$$

20

$$\Delta \Omega k \leq \mu \Delta r \quad (25f) ,$$

$$k_i = \mu k_{\theta i}^0, \forall i \in \overline{N_K} \quad (25g) .$$

25

En este caso la ponderación $\tilde{\beta}$ se ha sustituido en la ecuación (24a) por $\beta \approx \frac{\tilde{\beta}}{\mu}$ en la ecuación (25a), a fin de obtener una función de costes que sea convexa en las variables de optimización.

Para las incertidumbres según las ecuaciones (15a) y (15b) se puede escribir el problema de optimización como sigue:

30

$$\min_{\substack{k>0 \\ \mu>0 \\ p_t \in P_T}} \left(\alpha c_p^T \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} + \beta c_k^T k + \left\| \left| B^T L^+ \begin{pmatrix} p_t \\ p_n \end{pmatrix} \right| + \left\| \left| B^T L^+ (I - k \mathbf{1}^T) \text{diag}(\overline{\Delta p_0}) \right\|_{\text{row,max}} \right\|_{\infty} \right) \quad (26a)$$

con las condiciones límite:

35

$$\mathbf{1}^T k = 1 \quad (26b) ,$$

$$\mathbf{1}^T p_t = -\mathbf{1}^T p_n \quad (26c) ,$$

$$\mu \overline{\max_i p_{i0}} \leq \Delta \Omega \quad (26d) ,$$

40

$$\underline{p}_t \leq p_t \leq \bar{p}_t \quad (26e) ,$$

$$\Delta \Omega k \leq \mu \Delta r \quad (26f) ,$$

45

$$k_i = \mu k_{\theta i}^0, \forall i \in \overline{N_K} \quad (26g) .$$

En este caso se ha sustituido de nuevo la ponderación $\tilde{\beta}$ en la ecuación (24a) por $\beta \approx \frac{\tilde{\beta}}{\mu}$ en la ecuación (26a). a este respecto $\|Q\|_{\text{row,max}}$ designa la norma máxima de la líneas de la matriz Q, es decir es válido:

$$\left\| \begin{pmatrix} q_1^T \\ \vdots \\ q_n^T \end{pmatrix} \right\|_{\text{row,max}} = \text{vec} \left(\|q_i^T\|_{\infty} \right) \quad (27) .$$

Los problemas de optimización arriba mencionados son ahora convexos y se pueden resolver por ello de manera apropiada con procedimientos de solución conocidos en sí, como p. ej. el procedimiento de puntos interiores.

5 Como forma de realización alternativa a los problemas de optimización descritos en las ecuaciones (25) y (26) también se pueden formular sumandos individuales de la función de costes como condiciones límite. Por ejemplo, la norma infinito, que minimiza la diferencia de fase máxima de nodos adyacentes, se puede usar como condición límite, a fin de minimizar los costes de generación bajo la prescripción de que el ángulo de fase máximo es menor que un valor fijo predeterminado.

10 La optimización descrita anteriormente se realiza en la red de distribución a intervalos de tiempo predeterminados, es decir, a intervalos de tiempo determinados se dan los valores, actualizados por la unidad de control CO, de los parámetros de los reguladores proporcionales correspondientes en los nodos de red relevantes, es decir, se ajusta un valor actualizado de estos parámetros en los nodos de red. Un criterio, según el cual se realiza una actualización de los parámetros, puede estar establecido, por ejemplo, porque una desviación entre la frecuencia de red y la frecuencia nominal sobrepasa un umbral predeterminado.

15 En otra forma de realización existe además la posibilidad de que en un instante correspondiente se realice el problema de optimización varias veces para una desviación decreciente $\Delta\Omega$ entre la frecuencia de red y frecuencia nominal como condición límite, hasta que el valor de fase máximo γ se vuelve demasiado elevado, es decir, sobrepasa un umbral predeterminado. Los valores correspondientes de las potencias de referencia y factores de proporcionalidad antes de sobrepasar este umbral se usan entonces para el ajuste de los reguladores proporcionales.

25 Las formas de realización descritas anteriormente del procedimiento según la invención presentan una serie de ventajas. En particular mediante la solución de un problema de optimización se ajustan parámetros correspondientes de los reguladores proporcionales en una red de distribución con vistas a la eficiencia de costes, estabilidad y robustez de la red, así como una pequeña diferencia entre frecuencia de red y frecuencia nominal. A este respecto, para la formulación del problema de optimización se usa una condición analítica como una medida para la estabilidad y robustez de la red. En el procedimiento según la invención se pueden determinar parámetros apropiados para los reguladores proporcionales en la red de distribución a tiempo real mediante la solución del problema de optimización, sin que se deba realizar un análisis de nuevo diseño y estabilidad recursivo que requiere tiempo en base a simulaciones de la red de distribución.

35 Bibliografía:

- [1] J. W. Simpson-Porco, F. Dörfler, and F. Bullo. Droop-Controlled Inverters are Kuramoto Oscillators. <http://arxiv.org/pdf/1206.5033v1.pdf>, 2012.
- 40 [2] A. Hoballah and I. Erlich. Dynamic Stability and Network Constrained Optimal Spinning Reserve Allocation. Proc. IEEE Power and Energy Soc. General Meeting, 2011, páginas 1-5.
- [3] Peter W. Sauer, M. a. Pai; Power System Dynamics and Stability; Stipes Publishing LLC, 2006, pág. 206
- 45 [4] F. Dörfler, M. Chertkov, and F. Bullo. Synchronization in Complex Oscillator Networks and Smart Grids. <http://arxiv.org/pdf/1208.0045v1.pdf>

REIVINDICACIONES

1. Procedimiento para el control asistido por ordenador de la potencia en una red de distribución eléctrica, en donde la red de distribución presenta una frecuencia nominal predeterminada y comprende una pluralidad de nodos de red (N1, N2, ..., N5) conectados entre sí a través de líneas de corriente (PL), que alimentan respectivamente potencia en la red de distribución o la toman de la red de distribución, en donde la potencia alimentada o tomada en los nodos de red (N1, N2, ..., N5) correspondientes se da a través de una relación de proporcionalidad, según la cual, en un rango de frecuencia predeterminado de las tensiones en el nodo de red (N1, N2, ..., N5) correspondiente, la potencia se ajusta en base a una potencia de referencia (P10, ..., P50), que es la potencia tomada o alimentada con la frecuencia nominal, y un factor de proporcionalidad (k1, ..., k5) en función de la diferencia entre la frecuencia de la tensión en el nodo de red (N1, N2, ..., N5) correspondiente y la frecuencia nominal de la red de distribución, en donde en al menos una parte de los nodos de red (N1, N2, ..., N5) está previsto un regulador proporcional, para el que se puede ajustar la potencia de referencia (P10, P20, ..., P50) y/o el factor de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5),

caracterizado porque

a) se modeliza un estado estacionario de la red de distribución, en donde se ajusta una frecuencia constante para todas la tensión de los nodos de red;

b) se resuelve un problema de optimización y de este modo se determinan las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) y factores de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5) para al menos una parte de los reguladores proporcionales, en donde el problema de optimización está definido en base a una condición en el estado estacionario modelizado, con cuya satisfacción las diferencias de fases entre las tensiones de nodos de red (N1, N2, ..., N5) adyacentes son respectivamente menores o iguales a un valor de fase máximo;

c) la al menos una parte de los reguladores proporcionales se ajusta a las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) y factores de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5) determinados en la etapa b) .

2. Procedimiento según la reivindicación 1, **caracterizado porque** la relación de proporcionalidad en los nodos de red correspondientes dice lo siguiente:

$$\tilde{p}_i = \tilde{p}_{i0} - k_{\theta_i}(\dot{\theta}_i - \omega_0)$$

en donde \tilde{p}_i es la potencia alimentada o tomada por un nodo de red correspondiente i;

en donde \tilde{p}_{i0} se corresponde con la suma de la potencia de referencia p_{i0} y con la carga local p_{iL} en el nodo i;

en donde k_{θ_i} es el factor de proporcionalidad en el nodo i;

en donde $\dot{\theta}_i$ es la frecuencia de la tensión del nodo de red i;

en donde ω_0 es la frecuencia nominal de la red de distribución.

3. Procedimiento según la reivindicación 1 o 2, **caracterizado porque** el estado estacionario de la red de distribución se modeliza en base a un modelo físico dinámico, en donde el modelo físico dinámico describe el desarrollo de tiempo de las fases de las tensiones en el nodo de red (N1, N2, ..., N5) correspondiente en función de los parámetros de la red de distribución comprendiendo las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) y factores de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5) de las relaciones de proporcionalidad.

4. Procedimiento según la reivindicación 3, **caracterizado porque** el modelo físico dinámico comprende un sistema de ecuaciones diferenciales acopladas, en donde una ecuación correspondiente representa el desarrollo temporal de la fase de la tensión de un nodo de red (N1, N2, ..., N5).

5. Procedimiento según la reivindicación 4, **caracterizado porque** el sistema de ecuaciones diferenciales acopladas representa un sistema de ecuaciones de oscilaciones físico.

6. Procedimiento según la reivindicación 5 en combinación con la reivindicación 2, **caracterizado porque** el sistema de ecuaciones de oscilaciones dice lo siguiente:

$$M_i \ddot{\theta}_i + k_{\theta_i} \dot{\theta}_i = k_{\theta_i} \omega_0 + \tilde{p}_{i0} - p_{iL} - \sum_{j \in N_i} b_{ij} u_i u_j \sin(\tilde{\theta}_i - \tilde{\theta}_j)$$

en donde M_i es el momento de inercia de una masa acoplada a la red de distribución en el nodo de red correspondiente i ;

5 en donde $\ddot{\theta}_i$ es la derivación de la frecuencia de la tensión en el nodo de red correspondiente i ;

en donde $\dot{\theta}_i$ o $\bar{\theta}_j$ es la fase de la tensión en el nodo de red correspondiente i o j ;

en donde N_i representa la cantidad de nodos de red (N1, N2, ..., N5) adyacentes a un nodo de red correspondiente i ;

10 en donde u_i o u_j son los valores efectivos de las tensiones en los nodos de red correspondientes i o j ;

en donde b_{ij} es la susceptancia de la línea de corriente entre los nodos de red i y j .

15 7. Procedimiento según una de las reivindicaciones anteriores, **caracterizado porque** el estado estacionario de la red de distribución se modeliza en base a las ecuaciones de flujo de carga para las potencias activas generadas en los nodos de red (N1, N2, ..., N5) correspondientes .

20 8. Procedimiento según la reivindicación 7, **caracterizado porque** en las ecuaciones de flujo de carga se tiene en cuenta la condición de que la resistencia óhmica en las líneas de corriente (PL) entre nodos de red (N1, N2, ..., N5) adyacentes en la red de distribución es despreciablemente pequeña respecto a la resistencia en las líneas de corriente (PL) entre nodos de red (N1, N2, ..., N5) adyacentes.

25 9. Procedimiento según la reivindicación 7 u 8, **caracterizado porque** la ecuación de flujo de carga para un nodo de red correspondiente dice lo siguiente:

$$P_i = \sum_{j \in N_i} \left[u_i^2 \frac{r_{ij}}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} - \frac{u_i u_j}{r_{ij}^2 + x_{ij}^2} (r_{ij} \cos(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i) + x_{ij} \sin(\tilde{\theta}_j - \tilde{\theta}_i)) \right]$$

30 en donde P_i es la potencia activa generada en el nodo i ;

en donde $\dot{\theta}_i$ o $\bar{\theta}_j$ es la fase de la tensión en el nodo de red correspondiente i o j ;

en donde N_i representa la cantidad de nodos de red (N1, N2, ..., N5) adyacentes a un nodo de red correspondiente i ;

35 en donde u_i o u_j son los valores efectivos de las tensiones en los nodos de red correspondientes i o j ;

en donde r_{ij} es la resistencia óhmica x_{ij} la reactancia de la línea de corriente entre los nodos i y j .

40 10. Procedimiento según una de las reivindicaciones anteriores en combinación con la reivindicación 2, **caracterizado porque** la condición en el estado estacionario de modelización dice lo siguiente:

$$\|B^T L^+ \omega\|_{\infty} \leq \sin(\gamma) \quad \gamma \in [0, \frac{\pi}{2} [$$

45 en donde L^+ es la pseudo-inversa de la matriz $L = B \text{diag}(a_{ij}) B^T$ en donde $a_{ij} = b_{ij} u_i u_j$;

en donde u_i o u_j son los valores efectivos de las tensiones en los nodos de red correspondientes i o j ;

en donde b_{ij} es la susceptancia de la línea de corriente entre los nodos i y j ;

50 en donde B^T es la matriz de incidencia de la topología de la red de distribución;

en donde $\omega = \text{vec}(\omega_i)$ con $\omega_i = p_{i0} - k_{\theta i} \frac{\sum_{i=0}^N p_{i0}}{\sum_{i=0}^N k_{\theta i}}$ y N representa el número de nodos de red en la red de distribución;

55 en donde γ representa el valor de fase máximo,

en donde el problema de optimización es la minimización de $\|B^T L^\dagger \omega\|_\infty$ en función de las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) y factores de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5) de al menos una parte de los reguladores proporcionales.

- 5 11. Procedimiento según una de las reivindicaciones anteriores, **caracterizado porque** el problema de optimización se convierte en el marco de su solución en el problema de optimización convexo.
- 10 12. Procedimiento según una de las reivindicaciones anteriores, **caracterizado porque** en la solución del problema de optimización se tiene en cuenta como condición límite que las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) al menos de una parte de los reguladores proporcionales se sitúan en un intervalo predeterminado.
- 15 13. Procedimiento según una de las reivindicaciones anteriores, **caracterizado porque** en la solución del problema de optimización se tiene en cuenta como condición límite que las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) de las relaciones de proporcionalidad de todos los nodos de red (N1, N2, ...N5) fluctúan dentro de una medida de fluctuación predeterminada.
- 20 14. Procedimiento según la reivindicación 13, **caracterizado porque** la medida de fluctuación está definida de manera que la fluctuación de la potencia de referencia (P10, P20, ..., P50) de la relación de proporcionalidad de cada nodo de red (N1, N2, ..., N5) es menor o menor o igual a un valor predeterminado.
- 25 15. Procedimiento según la reivindicación 13, **caracterizado porque** la medida de fluctuación está definida de manera que una suma y en particular una suma ponderada de las fluctuaciones de las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) de las relaciones de proporcionalidad de todos los nodos de red (N1, N2, ..., N5) es menor o menor o igual a un valor predeterminado.
- 30 16. Procedimiento según una de las reivindicaciones anteriores, **caracterizado porque** en la solución del problema de optimización se tiene en cuenta como condición límite que la frecuencia de red, que se ajusta en el estado estacionario en la red de distribución, se desvía menos de un valor de frecuencia predeterminado de la frecuencia nominal de la red de distribución.
- 35 17. Procedimiento según la reivindicación 16, **caracterizado porque** al menos una parte de los nodos de red (N1, N2, ..., N5) proporcionan potencia de regulación primaria para la red de distribución, en donde a partir de la condición límite de que la frecuencia de red, que se ajusta en el estado estacionario en la red de distribución, se desvía menos de un valor de frecuencia predeterminado de la frecuencia nominal, se deriva otra condición límite tenida en cuenta en la solución del problema de optimización, según la cual las potencias de regulación primarias correspondientes son menores o menores o iguales a un valor umbral predeterminado.
- 40 18. Procedimiento según la reivindicación 16 o 17, **caracterizado porque** la etapa b) se realiza varias veces para valores de frecuencia predeterminados, cada vez más pequeños, hasta que el valor máximo minimiza resultantes en la etapa b) mediante la solución del problema de optimización sobrepasa un umbral predeterminado, en donde la al menos una parte de los reguladores proporcionales se ajusta a las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) y factores de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5), que resultan de la etapa b) directamente antes del sobrepasa del umbral predeterminado.
- 45 19. Procedimiento según una de las reivindicaciones anteriores, **caracterizado porque** el problema de optimización describe la minimización de una función de costes, que es tanto mayor cuanto mayor es el valor de fase máximo.
- 50 20. Procedimiento según la reivindicación 19, **caracterizado porque** la función de costes comprende como único término el valor de fase máximo o **porque** la función de costes comprende una suma de un término del valor de fase máximo y uno o varios otros términos, en donde el o los otros términos están configurados preferentemente de manera que al menos uno de los otros términos es tanto mayor cuanto mayor es la potencia alimentada por los nodos de red (N1, N2, ..., N5) y/o cuanto menor es la potencia tomada por los nodos de red (N1, N2, ..., N5) y/o cuanto mayor es la potencia de regulación primaria proporcionada por los nodos de red (N1, N2, ..., N5).
- 55 21. Procedimiento según una de las reivindicaciones 1 a 18, **caracterizado porque** el problema de optimización describe la minimización de una función de costes, que es independiente del valor de fase máximo, en donde como condición límite del problema de optimización se tiene en cuenta que el valor de fase máximo es menor que un valor umbral predeterminado.
- 60 22. Dispositivo para el control asistido por ordenador de la potencia en una red de distribución eléctrica, en donde la red de distribución presenta una frecuencia nominal predeterminada y comprende una pluralidad de nodos de red (N1, N2, ..., N5) conectados entre sí a través de líneas de corriente (PL), que alimentan respectivamente potencia en la red de distribución o la toman de la red de distribución, en donde la potencia
- 65

alimentada o tomada en los nodos de red (N1, N2, N3, N4, N5) correspondientes se da a través de una relación de proporcionalidad, según la cual, en un rango de frecuencia predeterminado de las tensiones en el nodo de red (N1, N2, ..., N5) correspondiente, la potencia se ajusta en base a una potencia de referencia (P10, P20, ..., P50), que es la potencia tomada o alimentada con la frecuencia nominal, y un factor de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5) en función de la diferencia entre la frecuencia de la tensión en el nodo de red (N1, N2, ..., N5) correspondiente y la frecuencia nominal de la red de distribución, en donde en al menos una parte de los nodos de red (N1, N2, ..., N5) está previsto un regulador proporcional, para el que se puede ajustar la potencia de referencia (P10, P20, ..., P50) y/o el factor de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5),

10 **caracterizado porque**

el dispositivo está establecido para la realización de un procedimiento, en donde

15 a) se modeliza un estado estacionario de la red de distribución, en donde se ajusta una frecuencia constante para todas la tensión de los nodos de red;

20 b) se resuelve un problema de optimización y de este modo se determinan las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) y factores de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5) para al menos una parte de los reguladores proporcionales, en donde el problema de optimización está definido en base a una condición en el estado estacionario modelizado, con cuya satisfacción las diferencias de fases entre las tensiones de nodos de red (N1, N2, ..., N5) adyacentes son respectivamente menores o iguales a un valor de fase máximo;

25 c) la al menos una parte de los reguladores proporcionales se ajusta a las potencias de referencia (P10, P20, ..., P50) y factores de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5) determinados en la etapa b) .

23. Dispositivo según la reivindicación 22, **caracterizado porque** el dispositivo está establecido para la realización de un procedimiento según una de las reivindicaciones 2 a 21.

30 24. Red de distribución eléctrica, que presenta una frecuencia nominal predeterminada y comprende una pluralidad de nodos de red (N1, N2, ..., N5) conectados entre sí a través de líneas de corriente (PL), que durante el funcionamiento alimentan respectivamente potencia en la red de distribución o la toman de la red de distribución, en donde la potencia alimentada o tomada en los nodos de red (N1, N2, N3, N4, N5) correspondientes se da a través de una relación de proporcionalidad, según la cual, en un rango de frecuencia predeterminado de las tensiones en el nodo de red (N1, N2, ..., N5) correspondiente, la potencia se ajusta en base a una potencia de referencia (P10, P20, ..., P50), que es la potencia tomada o alimentada con la frecuencia nominal, y un factor de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5) en función de la diferencia entre la frecuencia de la tensión en el nodo de red (N1, N2, ..., N5) correspondiente y la frecuencia nominal de la red de distribución, en donde en al menos una parte de los nodos de red (N1, N2, ..., N5) está previsto un regulador proporcional, para el que se puede ajustar la potencia de referencia (P10, P20, ..., P50) y/o el factor de proporcionalidad (k1, k2, ..., k5), **caracterizada porque**

45 la red de distribución comprende un dispositivo para el control asistido por ordenador de la potencia generada según la reivindicación 22 o 23.

