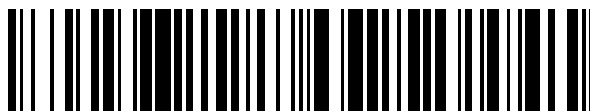


19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 741 924**

51 Int. Cl.:

H04N 19/94 (2014.01)

H04N 19/50 (2014.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **23.10.2008 PCT/JP2008/069257**

87 Fecha y número de publicación internacional: **07.05.2009 WO09057506**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **23.10.2008 E 08844283 (5)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **15.05.2019 EP 2204999**

54 Título: **Método de codificación y método de decodificación de imágenes, su dispositivo, su programa y medio de grabación con el programa grabado en el mismo**

30 Prioridad:

30.10.2007 JP 2007281556

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

12.02.2020

73 Titular/es:

**NIPPON TELEGRAPH AND TELEPHONE CORPORATION (100.0%)
3-1, Otemachi 2-chome Chiyoda-ku
Tokyo 100-8116, JP**

72 Inventor/es:

**TAKAMURA, SEISHI y
YASHIMA, YOSHIYUKI**

74 Agente/Representante:

VALLEJO LÓPEZ, Juan Pedro

ES 2 741 924 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Método de codificación y método de decodificación de imágenes, su dispositivo, su programa y medio de grabación con el programa grabado en el mismo

5 **Campo técnico**

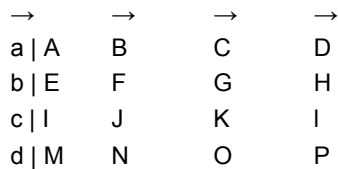
La presente invención se refiere a una técnica relacionada con un método de codificación de imágenes altamente eficaz para codificación y decodificación de manera eficaz de una imagen (imagen estática o imagen de vídeo (en movimiento)).

Se reivindica prioridad a la Solicitud de Patente Japonesa N.º 2007-281556, presentada el 30 de octubre de 2007.

15 **Antecedentes de la técnica**

En la codificación de una imagen (imagen estática o de vídeo), un método de codificación de predicción es una corriente principal, en la que los valores de píxel de un objetivo de codificación se predicen por medio de predicción espacial o temporal usando píxeles previamente decodificados.

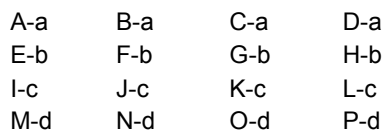
20 Por ejemplo, en intra predicción horizontal de bloque de 4x4 en H.264/AVC, se predice un bloque de 4x4 del píxel A al píxel P (descrito como "A...P", se usarán formas similares en otras descripciones) como un objetivo de codificación horizontalmente usando píxeles adyacentes previamente decodificados a...d en el lado izquierdo, como se muestra a continuación:



25 Es decir, se realiza predicción horizontal como sigue:

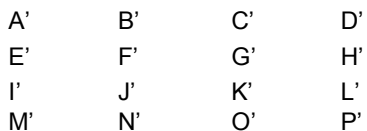
$$\begin{aligned}
 A &= B = C = D = a \\
 E &= F = G = H = b \\
 I &= J = K = L = c \\
 M &= N = O = P = d
 \end{aligned}$$

A continuación, la predicción residual se calcula como sigue:

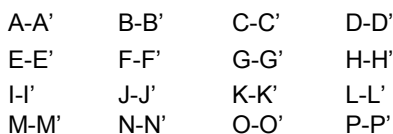


35 Después de eso, se ejecuta transformación ortogonal, cuantificación, y codificación por entropía para realizar codificación compresiva.

40 Se realiza operación similar en predicción de movimiento compensado. Es decir, en compensación de movimiento de bloque de 4x4, se genera un bloque de 4x4 A'...P' como resultado de predicción de A...P usando otro fotograma como sigue:



45 A continuación, la predicción residual se calcula como sigue:



Después de eso, se ejecuta transformación ortogonal, cuantificación, y codificación por entropía para realizar codificación compresiva.

5 Para la posición superior-izquierda (como un ejemplo) del bloque, un correspondiente decodificador obtiene un valor previsto A' y un valor decodificado $(A-A')$ de la predicción residual, y obtiene un valor de píxel original A como la suma de los valores anteriormente obtenidos. Esto es un caso reversible. Sin embargo, incluso en un caso irreversible, un decodificador obtiene un valor decodificado de predicción residual $(A-A'+\Delta)$ (Δ es un ruido de codificación), y obtiene $(A+\Delta)$ añadiendo un valor previsto A' al valor anteriormente obtenido.

10 La explicación anterior se aplica a 16 (es decir, 4×4) valores de píxel. A continuación, se mostrará una forma unidimensional basándose en un concepto simplificado. También se emplea a continuación, un valor de píxel de 8 bits conocido. Por lo tanto, el valor de píxel es un número entero dentro de un intervalo de 0 a 255 (es decir, que incluye 256 números enteros). Pueden aplicarse explicaciones similares a otros valores de píxel distintos del valor de píxel de 8 bits.

15 Ahora se supone que x indica un valor de píxel como un objetivo de codificación, y x' indica un valor previsto del mismo. Puesto que x' está cerca de x , la predicción residual $(x-x')$ puede estar dentro de un intervalo de $-255 \dots 255$, y se concentra a valores en las cercanías de 0, de modo que el número de valores absolutos grandes es relativamente pequeño. Esta relación se muestra en un gráfico de la Figura 1.

Puesto que la cantidad de información de la distribución omitida es menor que la distribución uniforme, puede comprimirse después de la codificación. Convencionalmente, se consigue una compresión altamente eficaz usando tal distribución desviada.

25 El documento no de patente 1 se refiere a codificación vectorial que se describe en las realizaciones de la presente invención explicadas más adelante, y desvela una técnica de cuantificación vectorial piramidal donde los vectores representativos se sitúan regularmente dentro de un espacio.

30 El documento no de patente 2 desvela una técnica de cuantificación vectorial basada en un algoritmo de LBG para optimizar vectores representativos de cuantificación vectorial por medio de aprendizaje, para disponer irregularmente vectores representativos en un espacio.

35 Documento no de patente 1: T.R.Fischer, "A pyramid vector quantizer", IEEE Trans. Inform. Theory, vol. IT-32, n.º 4, págs. 568-583, julio de 1986.

Documento no de patente 2: Y.Linde, A.Buzo and R.M.Gray, "An algorithm for vector quantizer design", IEEE Trans. on Communications, vol. com-28, n.º 1, págs. 84-95, enero de 1980.

40 "A statistical adaptive block-matching motion estimation", (Moschetti, Kunt, Debes, IEEE transactions on circuits and systems for video technology, PISCATAWAY, Estados Unidos, vol. 13, n.º 5, 1 de mayo de 2003 (01-05-2003), páginas 417-431) desvela un método donde la predicción temporal está adaptada a la distribución estadística de los vectores de movimiento.

45 **Divulgación de la invención**

Problema a resolverse por la invención

50 En técnicas convencionales, se supone en este punto que el valor previsto $x' = 255$. Puesto que el valor de píxel x pertenece a $0 \dots 255$, la predicción residual $x-x' = -255 \dots 0$, es decir, debería ser 0 o menor.

55 Por lo tanto, en la distribución de predicción residual relevante, no se usa casi la mitad derecha (es decir, dirección positiva). Si se describe de manera cualitativa mientras dejan de considerarse las porciones terminales (que tienen una muy pequeña probabilidad de ocurrencia) de la distribución, se requiere 1 bit para indicar información de "cuál de la derecha y de la izquierda" (por ejemplo, 0 para la derecha y 1 para la izquierda) puesto que la distribución es simétrica en la dirección de izquierda a derecha. Cuando no se usa la distribución de la mitad derecha (donde hay una parte que supera un posible intervalo de valores), el 1 bit anterior es originalmente innecesario. También, cuando no se usa el valor previsto $x' = 0$, casi a la mitad de la izquierda de la distribución de error de predicción relevante, y el "bit 1" es originalmente innecesario.

60 Las relaciones anteriores se muestran en la Figura 2. En cada diagrama mostrado, el intervalo posible para un valor de píxel o un error de predicción se indica por líneas discontinuas.

65 Para descripción cualitativa, se define $p_w(d)$, que indica una distribución de probabilidad que se extiende en la dirección de izquierda a derecha.

[Fórmula 1]

$$\sum_{d=-255}^{255} p_w(d) = 1 \quad (1)$$

5 Realmente, los valores en la mitad derecha nunca se usan. Por lo tanto, la distribución verdadera de "error d" es dos veces como máximo de p_w .

$$p_c(d) = 2p_w(d) \text{ (cuando } d \leq 0)$$

10
$$p_c(d) = 0 \text{ (cuando } d > 0) \quad (2)$$

[Fórmula 2]

$$\sum_{d=-255}^{255} p_c(d) = \sum_{d=-255}^0 p_c(d) = 1 \quad (3)$$

15 Cuando se considera p_w como la probabilidad de ocurrencia, la entropía promedio H_w se estima como sigue.
[Fórmula 3]

$$H_w = - \sum_{d=-255}^0 p_c(d) \log_2 p_w(d) \quad (4)$$

20 La entropía promedio calculada usando una probabilidad de ocurrencia verdadera es como sigue.

[Fórmula 4]

$$- \sum_{d=-255}^0 p_c(d) \log_2 p_c(d) = - \sum_{d=-255}^0 p_c(d) \log_2 (2p_w(d)) \quad (5)$$

$$= - \sum_{d=-255}^0 p_c(d) (\log_2 p_w(d) + 1) \quad (6)$$

$$= - \sum_{d=-255}^0 p_c(d) \log_2 p_w(d) - \sum_{d=-255}^0 p_c(d) \quad (7)$$

$$= H_w - 1 \quad (8)$$

25 Sin embargo, en codificación convencional, únicamente se tiene como objetivo una diferencia $(x-x')$, y por lo tanto es imposible borrar el "1 bit" inútil.

30 Esto es debido a que:

- (i) la diferencia $(x-x')$ pierde información del valor previsto x' ; y
- (ii) (para casos multidimensionales) puesto que la diferencia $(x-x')$ se somete a transformación ortogonal, el intervalo posible de x en un espacio después de la transformación debería también transformarse, de modo que es muy difícil determinar un exceso (a través de un intervalo de valores posibles) en una distribución multidimensional.

35 A la luz de los problemas anteriores, un objeto de la presente invención es mejorar la eficacia de codificación de codificación predictiva, no calculando la diferencia entre un valor de píxel original y un valor previsto para lo mismo cuando se realiza predicción temporal y espacial (similar a las técnicas convencionales), y codificar el valor de píxel original basándose en una distribución que corresponde al valor de píxel original en consideración de un "exceso" anteriormente descrito para la distribución.

Medios para resolver el problema

45

La presente invención se aplica a codificación predictiva para codificar un valor de píxel de un objetivo de codificación (el valor puede estar asociado a un bloque de píxel) usando un valor previsto generado por medio de predicción espacial o temporal (compensación de movimiento) usando una imagen previamente decodificada. Para resolver los problemas anteriores, una característica principal de la presente invención es codificar el valor de un objetivo de codificación píxel (o bloque de píxel) usando una distribución condicional para el valor previsto del valor de píxel relevante en consideración de los límites superior e inferior de posibles valores del valor de píxel.

Los límites superior e inferior de posibles valores del valor de píxel corresponden a límites superior e inferior de posibles valores de un píxel en una imagen digital. En una imagen de 8 bits que se usa de manera más conocida, los límites superior e inferior son 255 y 0, mientras que son 1023 y 0 para una imagen de 10 bits.

No hay problema en suponer que ningún píxel tiene un valor (por ejemplo, 2000) mayor que el límite superior o que un valor (por ejemplo, -1) está presente en la imagen original. Esta es la consideración de los límites superior e inferior, y la presente invención mejora la eficacia de la codificación usando una materia de este tipo.

La distribución condicional para el valor previsto de un valor de píxel es una distribución de probabilidad que indica qué valor ha obtenido un valor de píxel original x para un valor previsto x' obtenido para un píxel.

El "condicional" es igual al del valor previsto que es x' .

En matemáticas, lo anterior se representa por $P_r(x|x')$, que en general tiene una forma de campana cuyo pico es x' .

La distribución de x bajo la condición de que el valor previsto es x' y (por supuesto) la distribución de x sin una condición de este tipo siempre están incluidas dentro de un intervalo desde el límite superior al inferior (por ejemplo, que corresponde a los números enteros de 0 a 255 para una imagen de 8 bits) del píxel relevante.

Adicionalmente, cuando se realiza la predicción de la presente invención en unidades de bloque, puede usarse cuantificación vectorial para codificar una distribución condicional de un valor de bloque de píxel obtenido por predicción de bloque. La invención se expone en el conjunto adjunto de las reivindicaciones; los ejemplos adicionales denominados realizaciones en la descripción son ejemplos ilustrativos, no se reivindican realizaciones en la presente solicitud.

Efecto de la invención

De acuerdo con la presente invención, cuando se procesa una diferencia entre un valor previsto y un valor de píxel original, no tiene lugar "ausencia del valor previsto como información importante" en el método convencional, sino que el valor previsto se usa completamente para la codificación, codificando de esta manera una imagen (imagen estática o imagen de vídeo) con una cantidad reducida de código.

Breve descripción de los dibujos

La Figura 1 es un diagrama que muestra una distribución de diferencia para un valor de píxel.

La Figura 2 es un diagrama que muestra un valor de distribución de diferencia de píxel cuando el valor previsto es 255.

La Figura 3 es un diagrama que muestra una cuantificación vectorial sencilla (teniendo en cuenta la diferencia relevante).

La Figura 4 es un diagrama que muestra una cuantificación vectorial sencilla (sin consideración de la diferencia relevante).

La Figura 5 es un diagrama que muestra vectores representativos que corresponden a una norma L^∞ de 4.

La Figura 6 es un diagrama que muestra vectores representativos (para otro valor previsto) que corresponden a una norma L^∞ de 4.

La Figura 7 es un diagrama que muestra una cuantificación vectorial piramidal (teniendo en cuenta la diferencia relevante).

La Figura 8 es un diagrama que explica el recuento de vectores representativos en la cuantificación vectorial piramidal.

La Figura 9 es un diagrama esquemático que muestra cuantificación vectorial diferencial basándose en un algoritmo de LBG.

La Figura 10 es un diagrama esquemático que muestra cuantificación vectorial diferencial para valores previstos específicos (x_1' , x_2').

La Figura 11 es un diagrama esquemático que muestra cuantificación vectorial para valores previstos específicos (x_1' , x_2') por medio de un método de acuerdo con la presente invención.

La Figura 12 es un diagrama de flujo de un proceso de codificación en una realización de la presente invención.

La Figura 13A es un diagrama que muestra un concepto en el que el valor de píxel original tiene una probabilidad de ocurrencia uniforme.

La Figura 13B es un diagrama esquemático que muestra una distribución de diferencia entre el valor de píxel original y el valor previsto para lo mismo.

La Figura 13C es un diagrama esquemático que muestra una distribución transformada de la distribución de diferencia para corresponder al valor de píxel original.

La Figura 13D es un diagrama esquemático que muestra una distribución recortada dentro de un rango de posibles valores de píxel originales.

5 La Figura 14 es un diagrama de bloques que muestra un aparato de codificación de la realización.

La Figura 15 es un diagrama de flujo de un proceso de decodificación en la realización.

La Figura 16 es un diagrama que muestra un ejemplo en el que el número de vectores representativos de "exceso" no se calcula de manera precisa.

10 Símbolos de referencia

| | |
|-----|---|
| 300 | terminal de señal |
| 301 | predictor de valor de píxel |
| 302 | memoria de almacenamiento de valor previsto |
| 303 | memoria de almacenamiento de distribución de diferencia |
| 304 | sumador y recortador |
| 305 | diseñador de vector representativo |
| 306 | memoria de almacenamiento de valor de píxel original |
| 307 | cuantificador de vector |
| 308 | codificador de índice de cuantificación |
| 309 | terminal de salida |

Mejor modo para llevar a cabo la invención

15 El concepto general de la presente invención se explicará de manera concreta y sencilla.

Si no se sabe cuál de los cuatro valores {-2, -1, 1, 2} tiene una señal d (donde se supone probabilidad igual del 25 %), son necesarios "2 bits" para codificar esta señal. La Figura 1 muestra este caso como una distribución de probabilidad (la Figura 9 muestra un ejemplo de un correspondiente caso bidimensional).

20 Si es conocido que la señal d es positiva, únicamente son posibles dos valores {1, 2}, y puede realizarse codificación usando "1 bit". La Figura 2 muestra este caso como una distribución de probabilidad (la Figura 11 muestra un ejemplo de un correspondiente caso bidimensional).

25 Pueden aplicarse explicaciones similares a codificación predictiva para una imagen estática o de vídeo.

Cuando una señal de imagen x ($0 \leq x$) tiene un valor previsto x' , la distribución de error de predicción d ($= x - x'$) varía de acuerdo con el valor previsto x' .

30 Por ejemplo, si $x' = 0$, entonces $0 \leq d$, es decir, d no tiene un valor negativo. Si $x' = 255$, entonces $d \leq 0$, es decir, d no tiene un valor positivo (hágase referencia a la Figura 2 de nuevo para el concepto de lo mismo).

Como se ha descrito anteriormente, antes de codificar o decodificar, puede estrecharse el intervalo donde está presente d haciendo referencia al valor previsto x' , que debería mejorar la eficacia de codificación.

35 El proceso de estrechar el intervalo de presencia de d equivale a normalización del intervalo de " $x' + d$ " (para una imagen de 8 bits) en 0...255.

40 Este proceso también corresponde a una etapa de recorte 105 en un método de codificación mostrado en un diagrama de flujo de la Figura 12, y una etapa de recorte 405 en un método de decodificación mostrado en un diagrama de flujo de la Figura 15.

Además, pueden diseñarse de manera adaptativa vectores representativos óptimos diseñando un vector representativo para cada bloque como una unidad de predicción (este proceso corresponde a una etapa de diseño de vector representativo 106 en el método de codificación mostrado en el diagrama de flujo de la Figura 12, y una etapa de diseño de vector representativo 406 en el método de decodificación mostrado en el diagrama de flujo de la Figura 15).

50 Después de estrechar la señal objetivo de codificación como se ha descrito anteriormente, se ejecuta un proceso de codificación convencional de modo que se emite un código más corto (es decir, que tiene un nivel superior de eficacia de codificación) que un código convencional (véase una etapa de codificación de índice de cuantificación 109 en el diagrama de flujo de la Figura 12).

La predicción de valor de píxel se emplea como compensación de movimiento o intra predicción que son técnicas de codificación existentes MPEG-1, MPEG-2, MPEG-4, y H.264/AVC (véase la etapa 101 en el método de codificación mostrado en el diagrama de flujo de la Figura 12, y la etapa 401 en el método de decodificación mostrado en el diagrama de flujo de la Figura 15). La presente invención puede aplicarse ampliamente a cualquier escena donde se use tal predicción, y contribuya a la mejora de eficacia de codificación.

En las técnicas de codificación de predicción existentes, se realiza codificación en una suposición de que el error de predicción puede siempre ser positivo o negativo (este concepto se muestra en la Figura 9).

A continuación, se explicará en detalle la función conceptual de las realizaciones de la presente invención.

Se explicará un ejemplo de realización de predicción en unidades de bloque de píxel y aplicación de cuantificación vectorial a la codificación de una distribución condicional de un valor de bloque de píxel por medio de la predicción de bloque. Para un píxel que tiene un valor previsto x' , se aplica también un concepto básico de realización de la codificación usando una distribución de probabilidad que indica el valor real del valor de píxel original x a la codificación realizada en unidades de píxel.

Cuando la medida de distancia es norma L^∞

Se explicará un ejemplo de cuantificación y codificación que es un espacio bidimensional con referencia a la Figura 3. La Figura 3 es un diagrama esquemático que muestra una cuantificación de malla bidimensional más sencilla. La medida de distancia desde el origen se calcula basándose en la norma L^∞ (es decir, valor máximo de los valores de coordenadas absolutas).

Por ejemplo, el punto (0,3) y el punto (-2,-3) tienen la misma norma L^∞ .

En la Figura 3, se supone que los puntos (vectores representativos a los que pertenecen datos discretos después de la cuantificación vectorial) conectados mediante líneas discontinuas tienen la misma norma L^∞ , y aparecen con igual probabilidad.

En la Figura 3, se supone también que los valores de píxel original de dos píxeles adyacentes son $x_1=253$ y $x_2=102$, y los correspondientes valores previstos son $x_1'=255$ y $x_2'=100$. Por lo tanto, cada diferencia es " $x_1-x_1'=-2$ " y " $x_2-x_2'=2$ ".

Se supone en este punto que la probabilidad de ocurrencia de "norma $L^\infty=2$ ", a la que pertenece el vector de diferencia (-2, 2) (que corresponde a los valores de píxel originales), es 0,3.

Puesto que hay 16 vectores representativos cuya norma L^∞ es 2, la cantidad de información requerida para codificar los valores de píxel originales es como sigue:

$$-\log_2 0,3 + \log_2 16 = 5,737 \text{ [bits]} \quad (9)$$

A continuación, se evaluará la cantidad de código generado cuando el error de predicción no se calcula en la presente invención. El concepto de lo mismo se muestra en la Figura 4.

En la Figura 4, los vectores representativos indicados por círculos blancos (o), que pertenecen a una parte sombreada, pueden tener valores de píxel originales, mientras que los vectores representativos indicados por círculos negros (●), que pertenecen a una parte fuera de la parte sombreada, nunca tienen los valores de píxel originales.

El centro es el valor previsto (x_1', x_2')=(255, 100). Similar a la explicación anterior, se supone que la probabilidad de que la norma L^∞ desde el centro sea 2 es 0,3.

Puesto que 9 vectores representativos pertenecen al área que satisface lo anterior, la cantidad de información requerida para codificar los valores de píxel originales es como sigue:

$$-\log_2 0,3 + \log_2 9 = 4,907 \text{ [bits]} \quad (10)$$

que es menor en 0,83 bits que el caso de calcular la diferencia relevante (véase la fórmula (9)).

El número de puntos de vector representativo en un plano que tiene una norma constante

La Figura 5 muestra vectores representativos que corresponden a una norma L^∞ de 4 en un espacio bidimensional.

Cuando N indica la dimensión y K indica la norma, el número $N(L,K)$ de vectores representativos se proporciona por

la siguiente fórmula:

$$N(L,K) = (2K+1)^L - (2K-1)^L \quad (11)$$

5 En el ejemplo de la Figura 5, se obtiene el siguiente resultado:

$$N(2,4) = 92 - 72 = 81 - 49 = 32$$

10 En la codificación, se requiere que se especifique siguiente cantidad de información para especificar vectores representativos después de la norma.

$$\log_2 N(L,K) \text{ [bits]} \quad (12)$$

15 Además, la Figura 5 tiene una "parte de exceso" (que no tiene posibilidad para los valores de píxel originales) indicada por círculos negros (●). Para calcular el número de círculos blancos (o) omitiendo el número de círculos negros, para respectivas dimensiones de (x_1, x_2, \dots, x_L) que tienen límites superiores $(pK_1, pK_2, \dots, pK_L)$ y límites inferiores $(-nK_1, -nK_2, \dots, -nK_L)$, se define la siguiente relación:

$$0 \leq nK_i, pK_i \leq K \quad (i=1 \dots L)$$

20 Cuando no hay parte de exceso, la relación es:

$$K_i \text{ (límite superior, límite inferior)} \equiv K$$

25 En este punto el número de círculos blancos (o) se indica por:

$$N'(L, K, nK_1, \dots, nK_L, pK_1, \dots, pK_L)$$

El número se calcula por:

30 [Fórmula 5]

$$N'(L, K, nK_1, \dots, pK_1, \dots) = \prod_{i=1}^L (nK_i + pK_i + 1) - \prod_{i=1}^L (f(K, pK_i) + f(K, nK_i) + 1) \quad (13)$$

35 En la fórmula anterior:

$$f(K, K') = K'-1 \text{ (cuando } K'=K)$$

$$f(K, K') = K' \text{ (cuando } K' < K) \quad (14)$$

40 Puesto que $L=2, K=4, nK_1=4, nK_2=4, pK_1=2, y pK_2=4$ en el ejemplo de la Figura 5:

$$\begin{aligned} N'(2, 4, 4, 4, 2, 4) \\ &= (4+2+1) (4+4+1) - (4-1+2+1) (4-1+4-1+1) \\ &= 63 - 42 = 21 \end{aligned}$$

50 El grado de reducción de entropía de acuerdo con el método de la presente invención se evalúa por:

$$\log_2 32 - \log_2 21 = 0,608 \text{ [bits]}$$

A continuación, la Figura 6 muestra un ejemplo que tiene un valor previsto diferente.

55 Puesto que $L=2, K=4, nK_1=4, nK_2=3, pK_1=2, y pK_2=3$:

$$\begin{aligned} N'(2, 4, 4, 3, 2, 3) \\ &= (2+4+1) (3+3+1) - (2+4-1+1) (3+3+1) \\ &= 49 - 42 = 7 \end{aligned}$$

60

Por lo tanto, el área de la parte de exceso se reduce considerablemente.

Cuando la medida de distancia es la norma L^1

5 A continuación, se explicará un denominado caso de cuantificación vectorial piramidal, en el que la distancia desde el origen corresponde a una norma L^1 , con referencia a la Figura 7. Similar al ejemplo anterior, cada línea discontinua indica un plano que tiene una probabilidad uniforme, y una parte sombreada indica un área de posibles valores de píxel (0...255).

10 En la Figura 7, (x_1, x_2) indicado por un círculo grande (O) es el píxel original, y el número de vectores representativos que pertenecen a la norma relevante (es decir, "4" en la Figura 7) es 16 que incluye vectores de "fuera de intervalo", y hay 10 vectores representativos dentro del intervalo relevante.

15 En este caso, la entropía obtenida cuando no se calcula diferencia entre el valor de píxel original y el valor previsto (en la presente invención) es inferior que en el caso de calcular la diferencia (en métodos convencionales) por:

$$\log_2 16 - \log_2 10 = 0,678 \text{ [bits]} \quad (15)$$

20 El número de puntos de vector representativo en un plano que tiene una norma constante

La Figura 8 muestra una parte donde la norma L^1 es 4 en la Figura 7.

25 Similar al ejemplo anterior, $N(L,K)$ indica el número de vectores representativos donde la norma L^1 es K en la cuantificación vectorial piramidal L-dimensional, y se calcula en una forma de recurrencia como sigue (véase el Documento No de Patente 1).

Cuando $K = 1$:

30
$$N(L, K) = 2L$$

Cuando $L = 1$:

35
$$N(L, K) = 2$$

En los otros casos:

40
$$N(L, K) = N(L, K-1) + N(L-1, K-1) + N(L-1, K) \dots(16)$$

Por lo tanto:

45
$$\begin{aligned} N(2,4) &= N(2,3) + N(1,3) + N(1,4) \\ &= N(2,2) + N(1,2) + N(1,3) + 2 + 2 \\ &= N(2,2) + 2 + 2 + 4 \\ &= N(2,1) + N(1,1) + N(1,2) + 8 \\ &= 4+2+2+8 \\ &= 16 \end{aligned}$$

50

A continuación, se considera el número de vectores en la "parte de exceso". Por ejemplo, se generan cinco vectores representativos de "exceso" (●) debido a ${}_pK_1=1$, y se genera un vector representativo de "exceso" debido a ${}_pK_2=3$.

55 En primer lugar, para simplificación, únicamente ${}_pK_1=1$ tiene la relación de ${}_pK_1 < K$, y las otras tienen la siguiente relación:

$${}_nK_i, K_i = K \quad (i= 2, \dots, L)$$

60 En un caso de este tipo, se calcula el número $M(L,K)$ de vectores representativos de "exceso" (●) usando N en la fórmula (16), como sigue:

Cuando $K= 0$:

65
$$M(L, K) = 1$$

Cuando $L = 1$:

$$M(L, K) = 1$$

5 En los otros casos:

$$M(L, K) = (N(L, K-1) + N(L-1, K)) / 2 \quad \dots(17)$$

10 Basándose en lo mismo, el número relevante se calcula por $M(L, K - \rho K_1 - 1)$.

Para $L=2, K=4$, y $\rho K_1 = 1$ en la Figura 8:

$$\begin{aligned} 15 \quad M(2, 4-1-1) &= M(2,2) \\ &= (N(2,2) + N(1,2)) / 2 \\ &= (8+2) / 2 = 5 \end{aligned}$$

20 Un método similar puede aplicarse a otra dimensión. Por ejemplo, si $\rho K_2 = 3$, puede realizarse el siguiente cálculo:

$$M(2, 4-3-1) = M(2,0) = 1$$

25 Por consiguiente, el número de los círculos blancos (o) puede calcularse como "N-M" donde N es el número total de los vectores representativos, y M es el número de los vectores representativos de exceso.

Para calcular de manera precisa la cantidad de "exceso" como se ha descrito anteriormente, deberían satisfacerse las siguientes condiciones:

- 30 (i) En un plano $x_i = K_i$ perpendicular al eje de coordenada de orden i, la norma L^1 de todos los puntos terminales es siempre mayor o igual a K.
- (ii) Es decir, un punto en el que todos los valores de coordenada excepto para un eje de coordenada j, que proporciona un valor mínimo entre $|K_j|$ y $|255-K_j|$ ($j \neq i$), son 0 tiene una norma L^1 (es decir, norma L^1 mínima entre todos los puntos terminales) mayores o iguales a K.
- 35 (iii) Por lo tanto, se satisface la siguiente fórmula.

[Fórmula 6]

$$\min \left(\min_{j \neq i} |K_j|, \min_{j \neq i} |255 - K_j| \right) + |K_i| \geq K \quad (18)$$

40 Como un ejemplo específico, en la Figura 8, cuatro esquinas de un rectángulo sombreado son "todos los puntos terminales", y todos los puntos terminales se sitúan en la línea definida por "norma $L^1 = 4$ " o fuera de la misma, de modo que la cantidad de exceso puede calcularse de manera precisa.

45 Si se supone que la parte compartida se define como se muestra en la Figura 16, hay un punto terminal que está presente dentro de la línea de "norma $L^1 = 4$ " (es decir, el punto final situado en $(x_1, x_2) = (1, 1)$), de modo que hay un vector representativo de "exceso" que se cuenta doble (es decir, vector representativo situado en $(x_1, x_2) = (2, 2)$).

En un caso de este tipo, la cantidad de "exceso" no se calcula de manera precisa.

50 En cuantificación vectorial convencional

En cuantificación vectorial convencional usando un algoritmo de LBG bien conocido (véase el documento no de patente 2) en el que los vectores representativos no están dispuestos de manera regular, la presente invención se realiza como se describe a continuación.

60 La Figura 9 es un diagrama esquemático que muestra cuantificación vectorial aplicada a una señal diferencial convencional (bidimensional). Puesto que la señal diferencial tiene un valor dentro de $-255 \dots 255$ en cada dimensión, los vectores representativos también están diseñados para cubrir este intervalo. Si la probabilidad de que la señal aparezca en las cercanías del origen (0,0) es alta como para una señal diferencial de imagen prevista, están presentes muchos vectores representativos en las cercanías del origen, mientras que están presentes menos vectores representativos en el área periférica, como se muestra en la Figura 9.

La Figura 10 es un diagrama que corresponde a un método de codificación convencional, en el que se codifica una

señal original usando los valores previstos (x_1' , x_2'). Puesto que la señal original siempre tiene valores dentro de 0...255, pueden estar presentes vectores representativos fuera del intervalo. Por lo tanto, similar a la explicación de la codificación unidimensional, se genera una cantidad de código innecesaria.

5 La Figura 11 es un diagrama que corresponde al método de codificación de acuerdo con la presente invención, en el que están diseñados vectores representativos basándose en los valores previstos (x_1' , x_2').

10 Puesto que el diseño se realiza por supuesto dentro del intervalo de 0...255 para cada dimensión (es decir, $0 \leq x_1$, $x_2 \leq 255$), no están presentes vectores representativos de "exceso" (como se generan en el método convencional en la Figura 10), realizando de esta manera codificación sin una cantidad innecesaria de código.

15 A continuación, se explicará una realización de la presente invención, en la que la predicción se realiza en unidades de bloque de píxel, y se aplica cuantificación vectorial a la codificación de una distribución condicional de un valor de bloque de píxel por medio de la predicción de bloque.

En la presente realización, los vectores representativos para la cuantificación vectorial se generan basándose en datos para aprendizaje, que están preparados con antelación.

20 En este punto, únicamente pueden usarse datos de aprendizaje asociados al valor previsto x' para un bloque objetivo de codificación. Sin embargo, el número de elementos de datos es pequeño en este caso. Por lo tanto, la diferencia del valor de píxel original (es decir, xx') puede almacenarse con antelación, y puede usarse un valor obtenido añadiendo el valor previsto a la diferencia en el aprendizaje.

25 La Figura 12 es un diagrama de flujo de la presente realización, donde las flechas continuas muestran un flujo operacional, y las flechas discontinuas muestran un flujo de datos.

30 En una etapa de predicción de valor de píxel 101, se realiza predicción de valor de píxel del bloque objetivo de codificación aplicando compensación de movimiento o intra predicción a cada bloque como una unidad, obteniendo de esta manera un valor previsto 102 (cantidad vectorial).

35 En una etapa de desplazamiento 104, se añade (desplaza) el valor previsto a un valor diferencial (almacenado de manera separada) en datos de distribución de diferencia 103 (cantidad vectorial). En la siguiente etapa de recorte 105, cada elemento de vector se recorta para que esté dentro de un intervalo de 0...255. Los datos recortados funcionan como datos originales para aprendizaje.

En una etapa de diseño de vector representativo 106, los vectores representativos están diseñados usando los datos originales para aprendizaje, por medio del algoritmo de LBG o similares (obteniendo de esta manera un resultado como se muestra en la Figura 11).

40 En la siguiente etapa de cuantificación vectorial 107, un valor de píxel original 108 (cantidad vectorial) del bloque objetivo de codificación está asociado a un vector representativo más cerca del valor de píxel original.

45 En la siguiente etapa de codificación de índice de cuantificación 109, basándose en la información de índice obtenida del vector representativo relevante que se codifica basándose en la correspondiente probabilidad de ocurrencia, por medio de codificación por entropía tal como codificación aritmética. El código obtenido se emite, y se completa la operación.

50 La función del proceso de codificación mostrada en la Figura 12 se explicará en un ejemplo sencillo con referencia a las Figuras 13A a 13D. Para ilustración sencilla, el valor de píxel se indica en un espacio unidimensional. El valor de píxel original x está presente dentro de un intervalo de 0 a 255.

Si cada valor en este intervalo tiene la misma probabilidad de ocurrencia, cada valor aparece con una probabilidad de $1/256$ (véase la Figura 13A). Un valor de este tipo que aparece con una probabilidad igual tiene un alto coste de codificación.

55 Sin embargo, si se ha obtenido un valor previsto x' del valor de píxel original x , la distribución de probabilidad para posibles valores del valor de píxel original x puede ser una distribución de probabilidad no igual basándose en una distribución de valores de error de predicción conocidos. Basándose en esta característica, el presente método reduce el coste de codificación.

60 El valor de error de predicción ($x-x'$) como diferencia entre el valor de píxel original x y el valor previsto x' (es decir, valor diferencial) puede estar dentro de un intervalo de -255 a 255. La distribución de la diferencia puede obtenerse realizando un experimento de codificación predictiva aplicado a muchas imágenes de muestra. Los datos de la distribución de diferencia se acumulan con antelación, para almacenar los datos.

65 La distribución de diferencia es la distribución de la frecuencia o la probabilidad de cada valor de error de predicción,

y un ejemplo de lo mismo se muestra en la Figura 13B. Los datos de distribución de diferencia 103 en la Figura 12 son datos (en este punto, cantidad vectorial) que corresponden a una distribución como se muestra en la Figura 13B.

5 Para codificar el valor de píxel original x , se calcula el valor previsto x' en la etapa de predicción de valor de píxel 101.

10 En la etapa de desplazamiento S104, se añade (desplaza) el valor previsto x' a cada valor diferencial en los datos de distribución de diferencia 103, es decir, cada valor de error de predicción $x-x'$ en el eje horizontal en la distribución de diferencia mostrada en la Figura 13B. Esta distribución de diferencia se transforma a una distribución que corresponde al valor de píxel original x , como se muestra en la Figura 13C.

El resultado transformado corresponde a una distribución de probabilidad de posibles valores del valor de píxel original x cuando es conocido el valor previsto x' .

15 En la distribución de la Figura 13C, el intervalo de distribución del valor de píxel original x es $-255+x'$ a $255+x'$. Sin embargo, hay una precondition de que el valor de píxel original x siempre esté presente en un intervalo de 0 a 255. Por lo tanto, en la siguiente etapa de recorte 105, como se muestra en la distribución del valor de píxel original x de la Figura 13D, se corta una parte por debajo de 0 y una parte mayor que 255, y la distribución obtenida se normaliza según sea necesario para obtener una distribución de probabilidad.

20 Cuando se codifica el valor de píxel original x basándose en la distribución mostrada en la Figura 13D, se obtiene por supuesto un grado superior de eficacia de codificación que la codificación basándose en una distribución de probabilidad igual como se muestra en la Figura 13A, y adicionalmente, también se obtiene un grado superior de eficacia de codificación mediante la codificación basándose en una distribución de probabilidad que tiene una parte inferior ancha (que corresponde al método convencional) como se muestra en la Figura 13B.

25 La cuantificación vectorial es un ejemplo de codificación eficaz bajo una distribución de probabilidad de este tipo. Adicionalmente, en la presente realización, basándose en una distribución de probabilidad como se muestra en la Figura 13D, se determina la disposición de vectores representativos de cuantificación a través de las etapas 106 a 109 en la Figura 12, para realizar cuantificación vectorial.

La Figura 14 es un diagrama de bloques que muestra un aparato de codificación de la presente realización.

35 Una señal original de imagen y una señal de imagen previamente decodificada se introducen a través de un terminal de señal 300.

Se almacena un valor de píxel original de un bloque objetivo de codificación en una memoria de almacenamiento de valor de píxel original 306.

40 En un predictor de valor de píxel 301, se realiza predicción de valor de píxel del bloque objetivo de codificación por medio de compensación de movimiento, intra predicción, o similar, ejecutarse en unidades de bloque, obteniendo de esta manera un valor previsto (cantidad vectorial), que se almacena en una memoria de almacenamiento de valor previsto 302.

45 En un sumador y recortador 304, un vector de datos de distribución de diferencia, que se ha almacenado por separado en una memoria de almacenamiento de distribución de diferencia 303, se añade al valor previsto, para recortar cada elemento del vector relevante a incluirse en un intervalo de 0...255. Esto funciona como los datos originales para aprendizaje.

50 En un diseñador de vector representativo 305, se diseñan vectores representativos usando los datos originales para aprendizaje, por medio del algoritmo de LBG o similares.

55 A continuación, el valor de píxel original (cantidad vectorial) del bloque objetivo de codificación, que se ha almacenado en la memoria 306, se asocia por un cuantificador de vector 307 al vector representativo más cerca del valor de píxel original.

60 En un codificador de índice de cuantificación 308, se codifica la información de índice del vector representativo obtenido basándose en la probabilidad de ocurrencia de lo mismo, por medio de codificación por entropía tal como codificación aritmética. El código obtenido se emite a través de un terminal de salida 309, y se completa la operación.

La Figura 15 es un diagrama de flujo de un proceso de decodificación en la presente realización, donde las flechas continuas muestran un flujo operacional, y las flechas discontinuas muestran un flujo de datos.

65 En una etapa de predicción de valor de píxel 401, se realiza predicción de valor de píxel del bloque objetivo de codificación aplicando compensación de movimiento o intra predicción a cada bloque como una unidad, obteniendo

de esta manera un valor previsto 402 (cantidad vectorial).

5 En una etapa de adición 404, un vector de valor diferencial, que se ha almacenado de manera separada, se añade al valor previsto. En la siguiente etapa de recorte 405, cada elemento de vector se recorta para que esté dentro de un intervalo de 0...255. Los datos recortados funcionan como datos originales para aprendizaje.

En una etapa de diseño de vector representativo 406, se diseñan vectores representativos usando los datos originales para aprendizaje, por medio del algoritmo de LBG o similares.

10 Basándose en la probabilidad de ocurrencia de información de índice del vector representativo obtenido, el índice relevante se decodifica en la etapa de decodificación de índice de cuantificación 407.

15 En la siguiente etapa de cuantificación inversa vectorial 408, se obtiene un valor de vector representativo que corresponde al índice. El valor obtenido se emite, y se completa la operación relevante.

20 Puesto que la estructura de bloque de un aparato de decodificación de la presente realización se puede realizar la analogía fácilmente basándose en la explicación para el diagrama de bloques del aparato de codificación en la Figura 14 y la explicación para el diagrama de flujo de la decodificación mostrada en la Figura 15, se omite en este punto la explicación para la estructura de bloque del aparato de decodificación con referencia a un dibujo.

25 Básicamente, el aparato de decodificación tiene una estructura similar al diagrama de bloques del aparato de codificación mostrado en la Figura 14, donde la memoria de almacenamiento de valor de píxel original 306 en la Figura 14 corresponde a una memoria de almacenamiento de datos de codificación de índice de cuantificación en el aparato de decodificación; el cuantificador vectorial 307 corresponde a un decodificador de índice de cuantificación en el aparato de decodificación, y el codificador de índice de cuantificación 308 corresponde a un cuantificador inverso vectorial en el aparato de decodificación.

30 La imagen anteriormente descrita o la operación de codificación y decodificación de vídeo pueden implementarse también por un ordenador y un programa de software. Un programa informático de este tipo puede proporcionarse almacenándolo en un medio de almacenamiento legible por ordenador, o por medio de una red.

Aplicabilidad industrial

35 De acuerdo con la presente invención, cuando se procesa una diferencia entre un valor previsto y un valor de píxel original, no tiene lugar "ausencia del valor previsto como información importante" en el método convencional, sino que el valor previsto se usa completamente para la codificación, codificando de esta manera una imagen (imagen estática o imagen de vídeo) con una cantidad reducida de código.

REIVINDICACIONES

1. Un método de codificación de imágenes para codificar un valor de píxel de un objetivo de codificación usando un valor previsto generado por medio de predicción espacial o temporal usando una imagen previamente decodificada, comprendiendo el método una etapa que realiza predicción del valor de píxel del objetivo de codificación y obtiene el valor previsto;
 5 estando el método **caracterizado por que** comprende adicionalmente:
- una etapa que calcula datos de una distribución de probabilidad que indica qué valor tiene un valor de píxel original para el valor previsto obtenido, desplazando, de acuerdo con el valor previsto, datos de distribución de diferencia de una diferencia entre el valor de píxel original y el valor previsto en codificación predictiva, donde los datos de distribución de diferencia se almacenan con antelación;
 10 una etapa que recorta los datos obtenidos de la distribución de probabilidad para contener los datos en un intervalo de un límite inferior a un límite superior para posibles valores del valor de píxel original;
 15 una etapa que codifica el valor de píxel del objetivo de codificación usando los datos recortados de la distribución de probabilidad del valor de píxel original del límite inferior al límite superior.
2. El método de codificación de imágenes de acuerdo con la reivindicación 1, en el que:
- 20 la predicción se realiza en unidades de bloque de modo que el valor de píxel del objetivo de codificación está asociado a un bloque de píxel predeterminado; y
 en la etapa de codificación del valor de píxel, se determina un vector representativo de predicción diferencial basándose en los datos de la distribución de probabilidad, que se calcula para un valor de bloque de píxel obtenido por predicción de bloque, y la codificación se realiza sometiendo el valor de bloque de píxel a la
 25 cuantificación vectorial.
3. Un método de decodificación de imágenes para decodificar un valor de píxel de un objetivo de decodificación usando un valor previsto generado por medio de predicción espacial o temporal usando una imagen previamente decodificada, comprendiendo el método una etapa que realiza predicción del valor de píxel del objetivo de
 30 decodificación y obtiene el valor previsto;
 estando el método **caracterizado por que** comprende adicionalmente:
- una etapa que calcula datos de una distribución de probabilidad que indica qué valor tiene un valor de píxel original para el valor previsto obtenido, desplazando, de acuerdo con el valor previsto, datos de distribución de diferencia de una diferencia entre el valor de píxel original y el valor previsto en codificación predictiva, donde los
 35 datos de distribución de diferencia se almacenan con antelación;
 una etapa que recorta los datos obtenidos de la distribución de probabilidad para contener los datos en un intervalo de un límite inferior a un límite superior para posibles valores del valor de píxel original;
 una etapa que decodifica el valor de píxel del objetivo de decodificación usando los datos recortados de la
 40 distribución de probabilidad del valor de píxel original del límite inferior al límite superior.
4. El método de decodificación de imágenes de acuerdo con la reivindicación 3, en el que:
- 45 la predicción se realiza en unidades de bloque de modo que el valor de píxel del objetivo de decodificación está asociado a un bloque de píxel predeterminado; y
 en la etapa de decodificación del valor de píxel, se determina un vector representativo de predicción diferencial basándose en los datos de la distribución de probabilidad, que se calcula para un valor de bloque de píxel obtenido por predicción de bloque, y se decodifica un valor de bloque de píxel de vector cuantificado del objetivo de decodificación basándose en el vector representativo de predicción diferencial determinado.
 50
5. Un aparato de codificación de imágenes para codificar un valor de píxel de un objetivo de codificación usando un valor previsto generado por medio de predicción espacial o temporal usando una imagen previamente decodificada, comprendiendo el aparato un dispositivo de predicción que realiza predicción del valor de píxel del objetivo de codificación y obtiene el valor previsto;
 55 el aparato está **caracterizado por que** comprende adicionalmente:
- un dispositivo que calcula datos de una distribución de probabilidad que indica qué valor tiene un valor de píxel original para el valor previsto obtenido, desplazando, de acuerdo con el valor previsto, datos de distribución de diferencia de una diferencia entre el valor de píxel original y el valor previsto en codificación predictiva, donde los
 60 datos de distribución de diferencia se almacenan con antelación;
 un dispositivo que recorta los datos obtenidos de la distribución de probabilidad para contener los datos en un intervalo de un límite inferior a un límite superior para posibles valores del valor de píxel original;
 un dispositivo de codificación que codifica el valor de píxel del objetivo de codificación usando los datos recortados de la distribución de probabilidad del valor de píxel original del límite inferior al límite superior.
 65
6. El aparato de codificación de imágenes de acuerdo con la reivindicación 5, en el que:

- el dispositivo de predicción realiza la predicción en unidades de bloque de modo que el valor de píxel del objetivo de codificación está asociado a un bloque de píxel predeterminado; y
 el dispositivo de codificación determina un vector representativo de predicción diferencial basándose en los datos de la distribución de probabilidad, que se calcula para un valor de bloque de píxel obtenido por predicción de bloque, y realiza la codificación sometiendo el valor de bloque de píxel a la cuantificación vectorial.
- 5
7. Un aparato de decodificación de imágenes para decodificar un valor de píxel de un objetivo de decodificación usando un valor previsto generado por medio de predicción espacial o temporal usando una imagen previamente decodificada, comprendiendo el aparato un dispositivo de predicción que realiza predicción del valor de píxel del objetivo de decodificación y obtiene el valor previsto; el aparato está **caracterizado por que** comprende adicionalmente:
- 10
- un dispositivo que calcula datos de una distribución de probabilidad que indica qué valor tiene un valor de píxel original para el valor previsto obtenido, desplazando, de acuerdo con el valor previsto, datos de distribución de diferencia de una diferencia entre el valor de píxel original y el valor previsto en codificación predictiva, donde los datos de distribución de diferencia se almacenan con antelación;
- 15
- un dispositivo que recorta los datos obtenidos de la distribución de probabilidad para contener los datos en un intervalo de un límite inferior a un límite superior para posibles valores del valor de píxel original;
- 20
- un dispositivo de decodificación que decodifica el valor de píxel del objetivo de decodificación usando los datos recortados de la distribución de probabilidad del valor de píxel original del límite inferior al límite superior.
8. El aparato de decodificación de imágenes de acuerdo con la reivindicación 7, en el que:
- 25
- el dispositivo de predicción realiza la predicción en unidades de bloque de modo que el valor de píxel del objetivo de decodificación está asociado a un bloque de píxel predeterminado; y
 el dispositivo de decodificación determina un vector representativo de predicción diferencial representativa basándose en los datos de la distribución de probabilidad, que se calcula para un valor de bloque de píxel obtenido por predicción de bloque, y decodifica un valor de bloque de píxel de vector cuantificado del objetivo de decodificación basándose en el vector representativo de predicción diferencial determinado.
- 30
9. Un programa de codificación de imágenes mediante el cual un ordenador ejecuta el método de codificación de imágenes de acuerdo con la reivindicación 1.
- 35
10. Un programa de decodificación de imágenes mediante el cual un ordenador ejecuta el método de decodificación de imágenes de acuerdo con la reivindicación 3.
11. Un medio de almacenamiento legible por ordenador que almacena un programa de codificación de imágenes mediante el cual un ordenador ejecuta el método de codificación de imágenes de acuerdo con la reivindicación 1.
- 40
12. Un medio de almacenamiento legible por ordenador que almacena un programa de decodificación de imágenes mediante el cual un ordenador ejecuta el método de decodificación de imágenes de acuerdo con la reivindicación 3.

FIG. 1

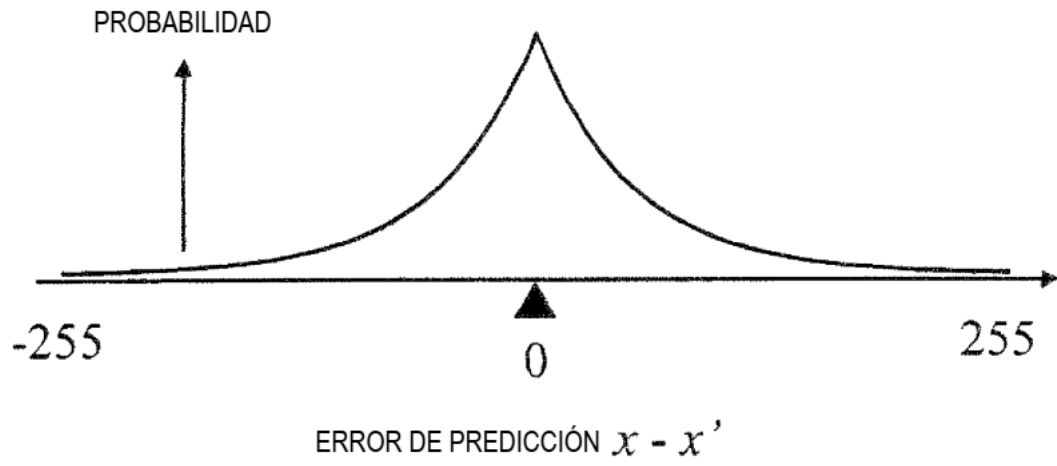


FIG. 2

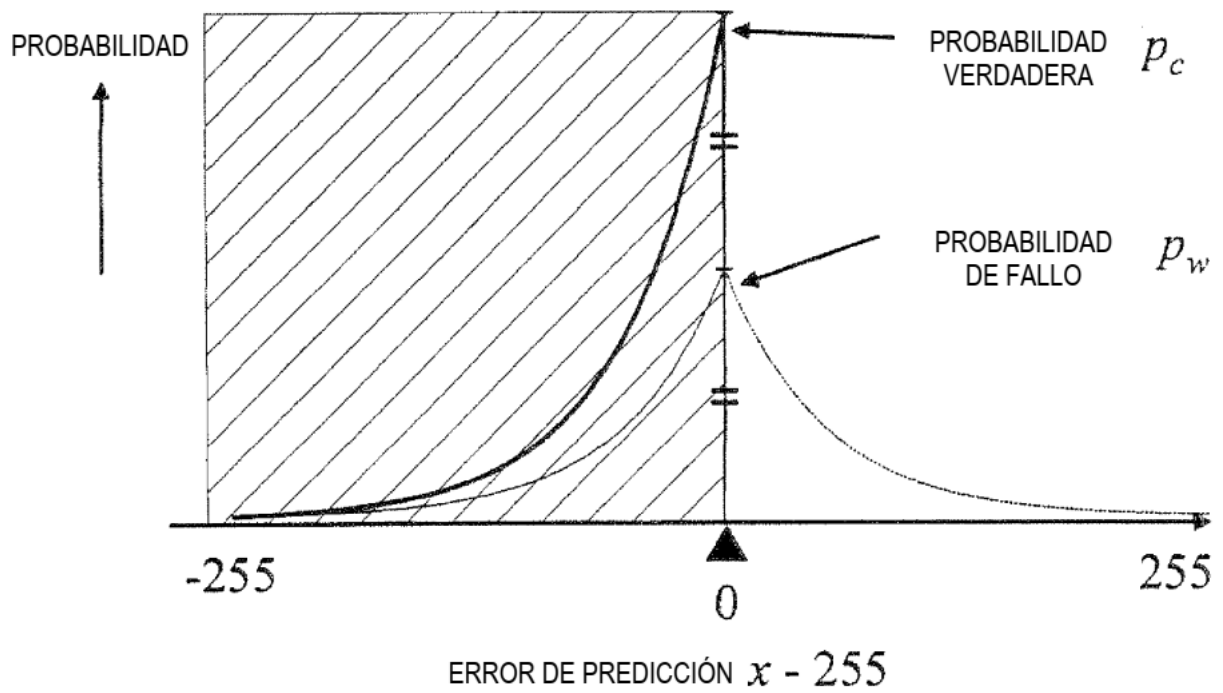


FIG. 3

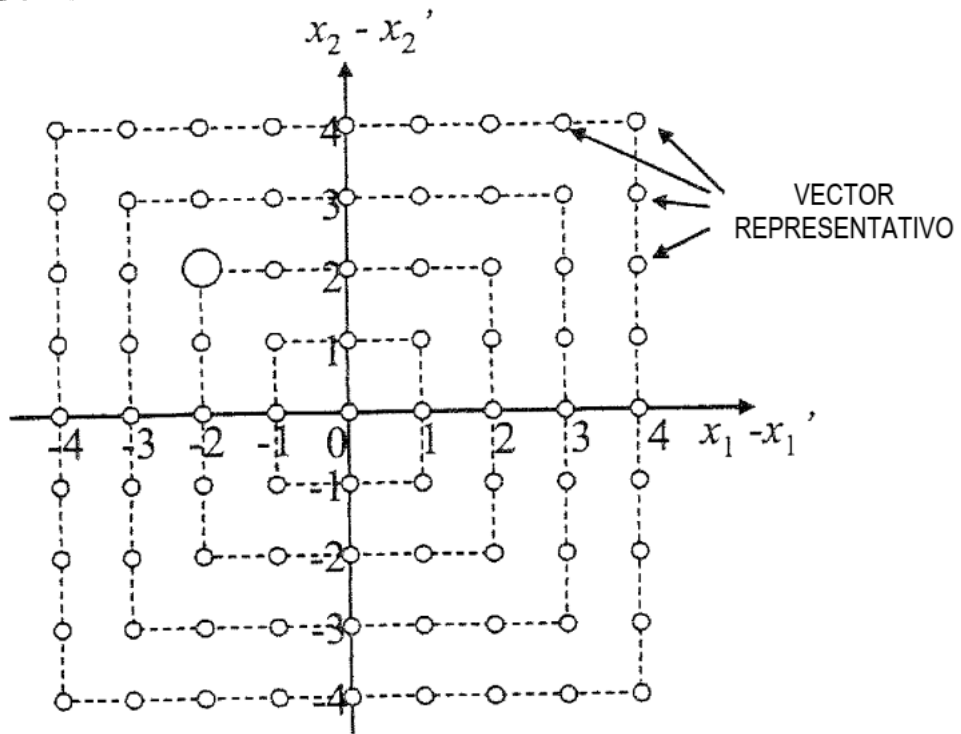


FIG. 4

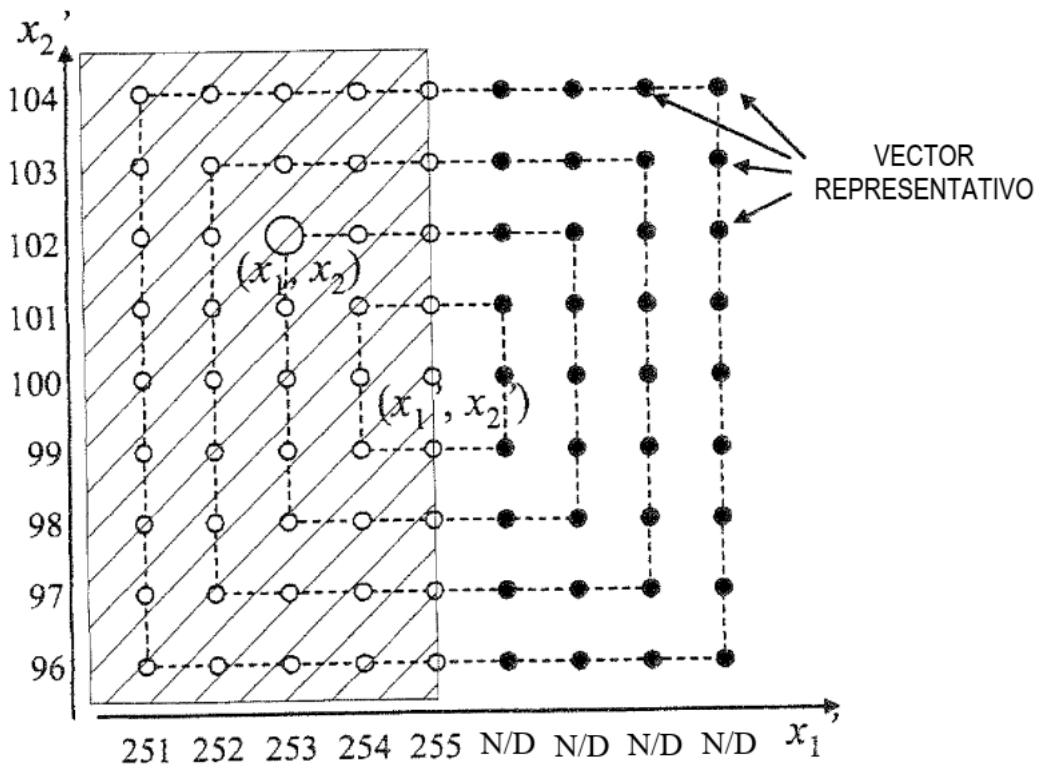


FIG. 5

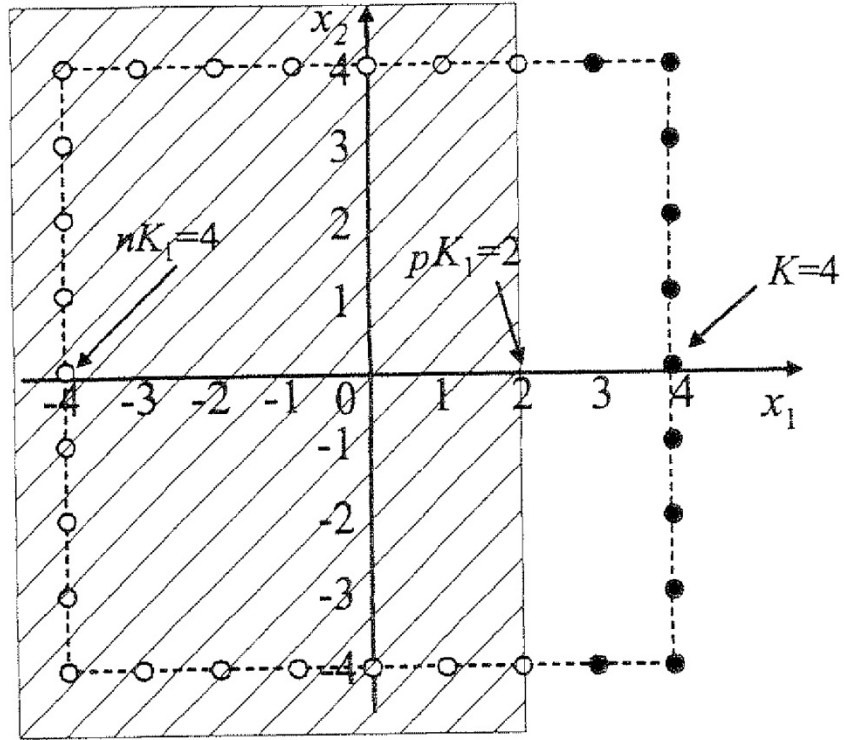


FIG. 6

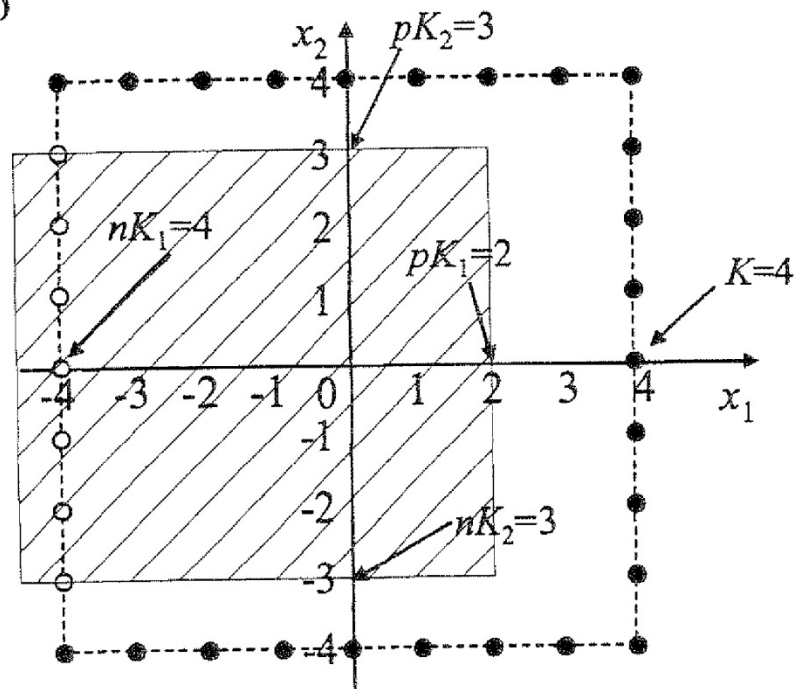


FIG. 7

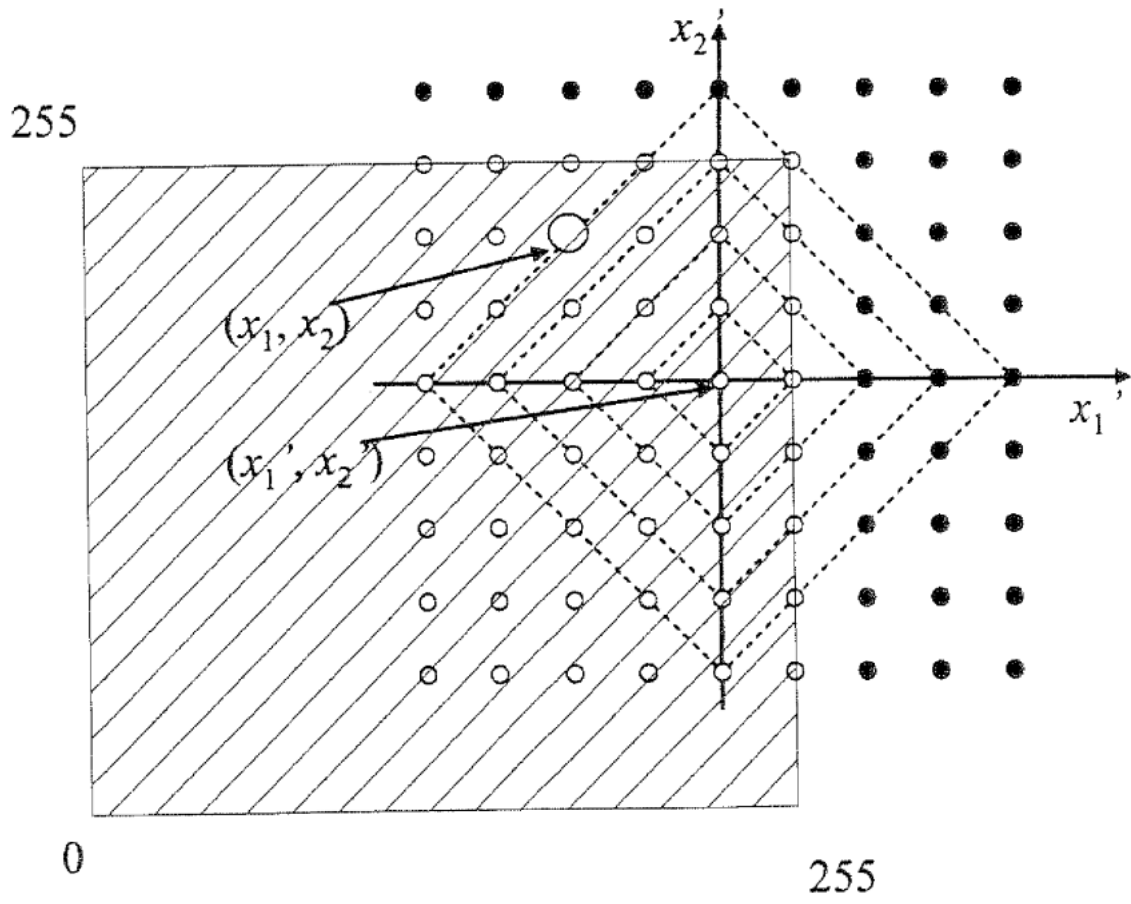


FIG. 8

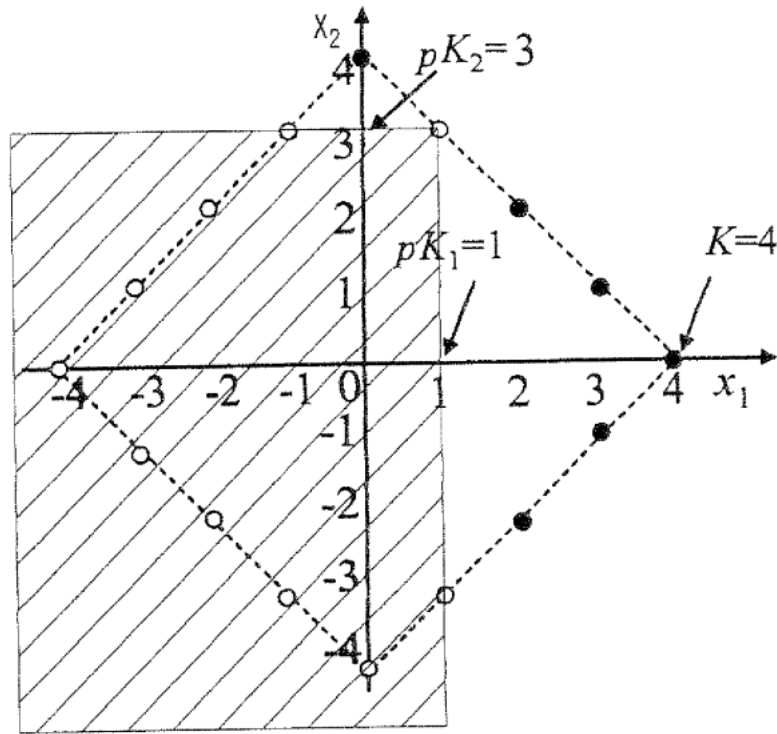


FIG. 9

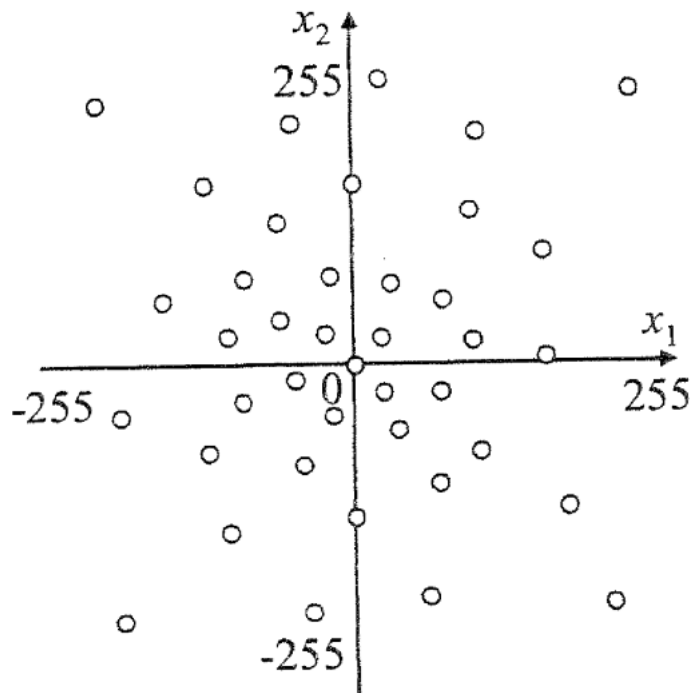


FIG. 10

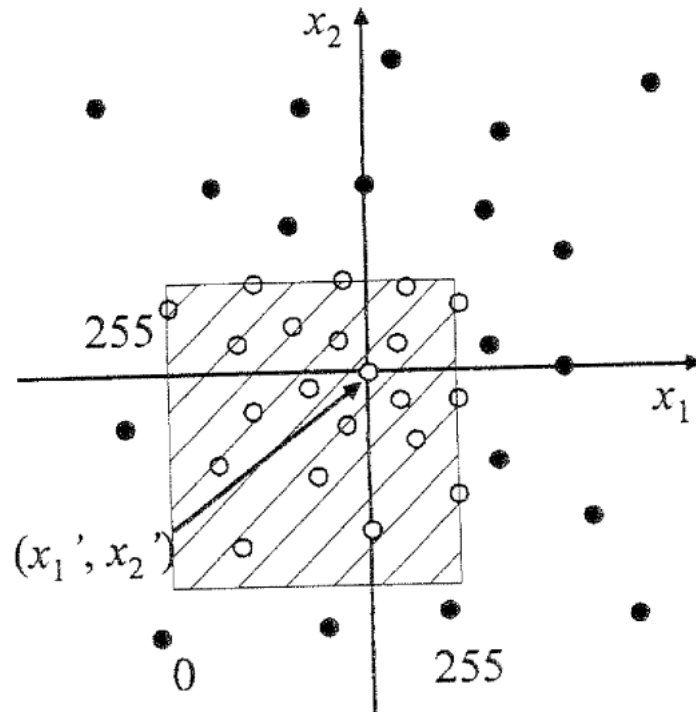


FIG. 11

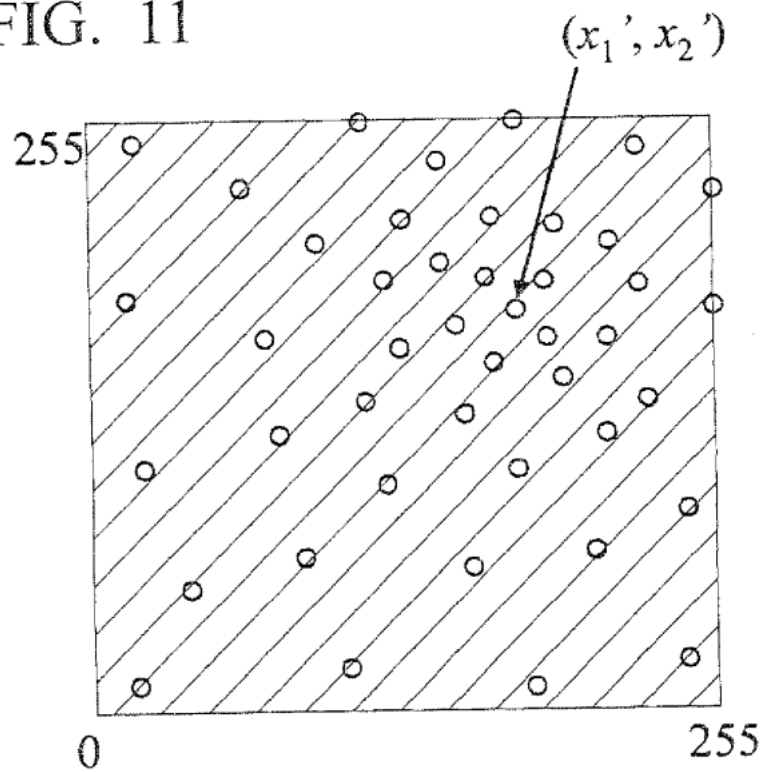


FIG. 12

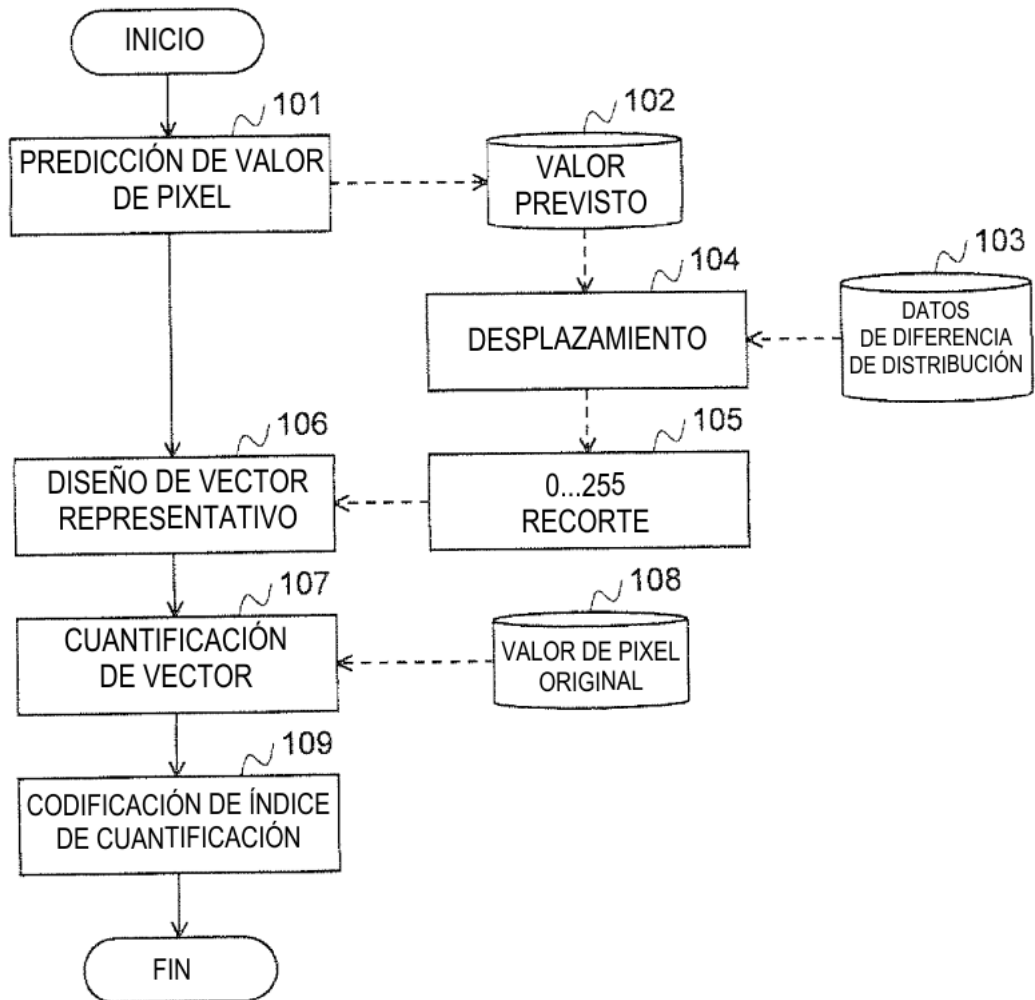


FIG. 13A

CUANDO PROBABILIDAD DE OCURRENCIA DE x ES UNIFORME

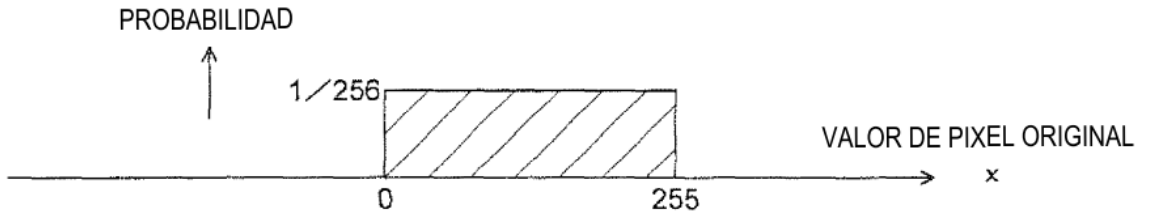


FIG. 13B

DIFERENCIA ($X-X'$)
DISTRIBUCIÓN

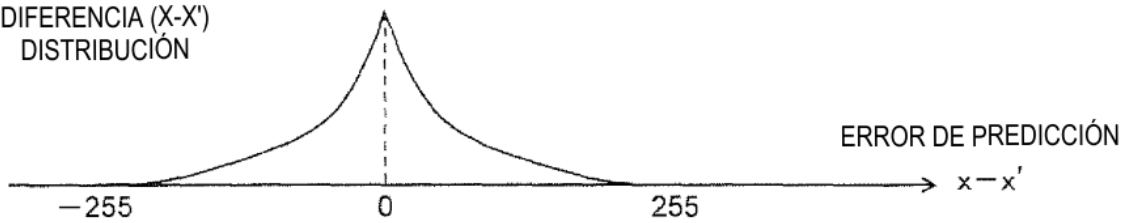


FIG. 13C

DISTRIBUCIÓN DE x
CUANDO VALOR PREVISTO x' es CONOCIDO

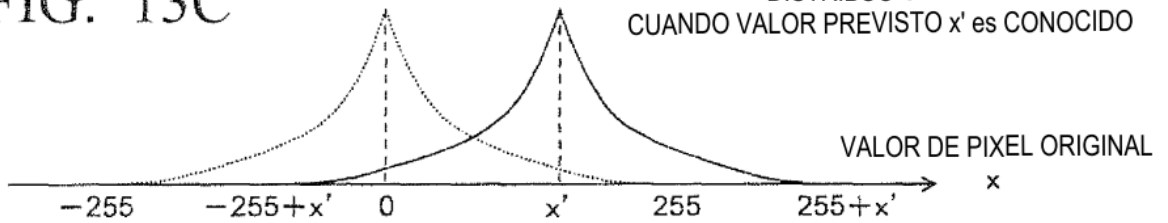


FIG. 13D

DISTRIBUCIÓN RECORTADA
POR LÍMITE SUPERIOR E INFERIOR DE x

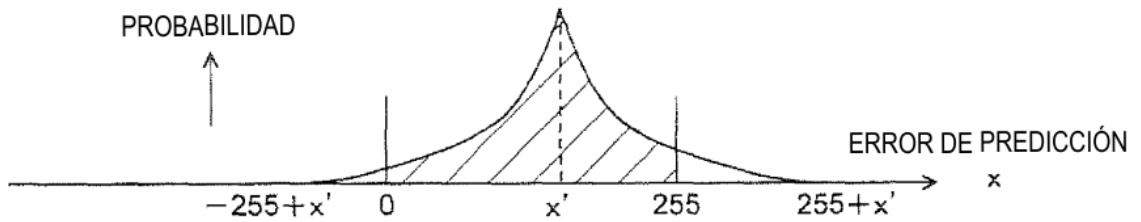


FIG. 14

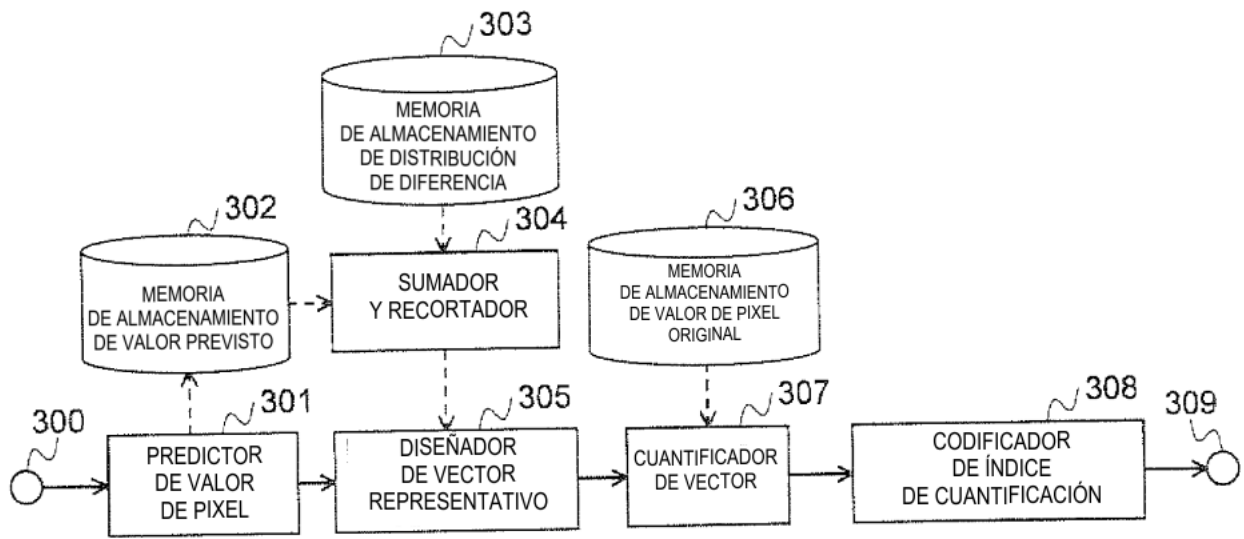


FIG. 15

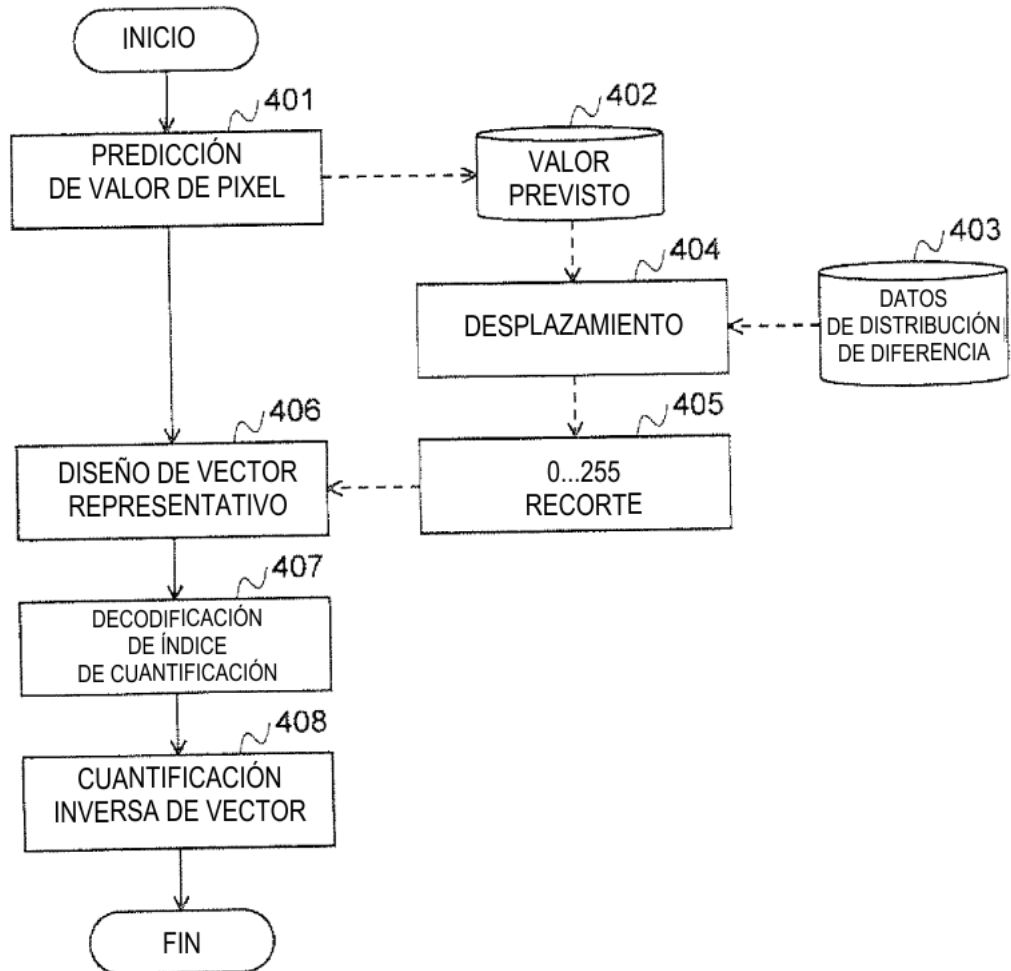


FIG. 16

