

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 792 357**

51 Int. Cl.:

G01V 99/00 (2009.01)

G01V 1/40 (2006.01)

G06F 17/10 (2006.01)

G06F 17/50 (2006.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **21.01.2010 PCT/US2010/021641**

87 Fecha y número de publicación internacional: **28.10.2010 WO10123596**

96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **21.01.2010 E 10767455 (8)**

97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **01.04.2020 EP 2422222**

54 Título: **Procedimiento para predecir el flujo de fluido**

30 Prioridad:

20.04.2009 US 170896 P

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:
11.11.2020

73 Titular/es:

**EXXONMOBIL UPSTREAM RESEARCH
COMPANY (100.0%)
22777 Springwoods Village Parkway
Spring TX 77389, US**

72 Inventor/es:

**SUN, TAO y
LI, DACHANG**

74 Agente/Representante:

LEHMANN NOVO, María Isabel

ES 2 792 357 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Procedimiento para predecir el flujo de fluido

Campo técnico

5 Los aspectos de las metodologías y técnicas descritas en la presente memoria se refieren a procedimientos para resolver numéricamente de manera eficaz y exacta las ecuaciones de transporte de sedimentos y flujo de agua, que pueden usarse para predecir el flujo de fluido y optimizar la producción de recursos de hidrocarburos a partir de formaciones geológicas en base a dichas predicciones.

Antecedentes de la descripción

10 La simulación numérica se usa ampliamente en campos industriales como procedimiento de simulación de un sistema físico mediante el uso de un ordenador. En la mayoría de los casos, existe el deseo de modelar los procesos de transporte que se producen en el sistema físico. Lo que se transporta es típicamente masa, energía, inercia o alguna combinación de los mismos. Mediante el uso de la simulación numérica, es posible modelar y observar un fenómeno físico y determinar los parámetros de diseño, sin experimentos de laboratorio y ensayos de campo reales.

15 El principio de la simulación numérica es resolver numéricamente ecuaciones que describen un fenómeno físico mediante un ordenador, como el flujo de fluido. Dichas ecuaciones son en general ecuaciones diferenciales ordinarias y ecuaciones diferenciales parciales. Estas ecuaciones se resuelven típicamente linealizando las ecuaciones y utilizando procedimientos numéricos como el procedimiento de elementos finitos, el procedimiento de diferencias finitas, el procedimiento de volúmenes finitos y similares. En cada uno de estos procedimientos, el sistema físico a modelar se divide en celdas o bloques de cuadrícula más pequeños (un conjunto de los cuales se denomina cuadrícula o malla), y las variables de estado que cambian de forma continua en cada celda de cuadrícula se representan mediante conjuntos de valores para cada celda de la cuadrícula. En el procedimiento de diferencias finitas, una ecuación diferencial original se sustituye por un conjunto de ecuaciones algebraicas para expresar los principios fundamentales de conservación de masa, energía y/o inercia dentro de cada celda de la cuadrícula y la transferencia de masa, energía y/o transferencia de inercia entre celdas de la cuadrícula. Estas ecuaciones pueden ascender a millones. Dicha sustitución de valores que cambian de forma continua por un número finito de valores para cada celda de la cuadrícula se denomina "discretización". Con el fin de analizar un fenómeno que cambia en el tiempo, es necesario calcular cantidades físicas a intervalos de tiempo discretos llamados etapas de tiempo, independientemente de las condiciones que cambian de forma continua en función del tiempo. El modelado dependiente del tiempo de los procesos de transporte procede en una secuencia de etapas de tiempo. Se han utilizado muchos esquemas numéricos para resolver la ecuación diferencial parcial, incluido, por ejemplo, el conocido esquema de Godunov. En el esquema de Godunov, las variables conservadoras se consideran constantes por tramos sobre las celdas de la malla en cada etapa de tiempo y la evolución del tiempo está determinada por la solución exacta de lo que se conoce como el problema de Riemann. Para reducir el tiempo de cálculo, los cambios en los valores de los parámetros del modelo definidos para las celdas individuales de la cuadrícula son típicamente constantes por tramos dentro de las celdas en lugar de variables de forma continua.

20 El artículo de Wikipedia "Esquema de Godunov" al que se accedió el 9 de abril de 2009 (http://en.wikipedia.org/wiki/Godunov%27s_scheme) describe el esquema de Godunov de la siguiente manera: "En el análisis numérico y la dinámica de fluidos computacional, el esquema de Godunov es un esquema numérico conservador, sugerido por S. K. Godunov en 1959, para resolver ecuaciones diferenciales parciales. En este procedimiento, las variables conservadoras se consideran constantes por tramos sobre las celdas de la malla en cada etapa de tiempo y la evolución del tiempo se determina mediante la solución exacta del problema de Riemann (tubo de choque) en los límites entre celdas (Hirsch, C. (1990), Numerical Computation of Internal and External Flows, vol. 2, Wiley).

45 A partir de Hirsch, el esquema implica tres etapas distintas para obtener la solución en $t = (n+1) \Delta t$ a partir de la solución conocida en $t = n \Delta t$, de la siguiente manera:

50 Etapa 1 Definir la aproximación constante por tramos de la solución en $t = (n+1) \Delta t$. Dado que la aproximación constante por tramos es un promedio de la solución sobre la celda de tamaño Δx , el error espacial es de orden Δx y, por lo tanto, el esquema resultante será exacto de primer orden en el espacio. Obsérvese que esta aproximación corresponde a una representación del procedimiento de volumen finito mediante el cual los valores discretos representan promedios de las variables de estado sobre las celdas. Las relaciones exactas para los valores promedio de las celdas se pueden obtener a partir de las leyes de conservación integral.

55 Etapa 2 Obtener la solución para el problema local de Riemann en las interfaces de la celda. Esta es la única etapa física de todo el procedimiento. Las discontinuidades en las interfaces se resuelven en una superposición de ondas que cumplen localmente las ecuaciones de conservación. El procedimiento original de Godunov se basa en la solución exacta de los problemas de Riemann. Sin embargo, se pueden aplicar soluciones aproximadas como alternativa.

Etapa 3 Promediar las variables de estado después de un intervalo de tiempo Δt . Las variables de estado obtenidas después de la Etapa 2 se promedian sobre cada celda que define una nueva aproximación constante por tramos

resultante de la propagación de la onda durante el intervalo de tiempo Δt . Para ser coherente, el intervalo de tiempo Δt debe limitarse de manera que las ondas que provienen de una interfaz no interactúen con las ondas creadas en las interfaces adyacentes. De lo contrario, la situación dentro de una celda se vería influenciada por la interacción de los problemas de Riemann. Esto conduce a la condición de CFL $|a_{\text{máx}}| \Delta t < \Delta x / 2$ donde $|a_{\text{máx}}|$ es la velocidad de onda máxima obtenida del (de los) valor(es) propio(s) de la(s) celda(s) de la matriz jacobiana local.

La primera y tercera etapa son únicamente de naturaleza numérica y pueden considerarse como una etapa de proyección, independiente de la segunda etapa física, el estadio de evolución. Por lo tanto, se pueden modificar sin influir en la entrada física, por ejemplo, sustituyendo la aproximación constante por tramos por una variación lineal por tramos dentro de cada celda, lo que conduce a la definición de esquemas de segundo orden con exactitud espacial, como el esquema MUSCL".

En el modelado geológico, se construye una representación digital de la geometría interna detallada y las propiedades de las rocas de un volumen de tierra bajo la superficie, como un yacimiento de petróleo o una cuenca llena de sedimentos. En la industria del petróleo y el gas, los modelos geológicos proporcionan información geológica a las simulaciones de rendimiento del yacimiento que se utilizan para seleccionar ubicaciones para nuevos pozos, estimar reservas de hidrocarburos, planificar estrategias de desarrollo de yacimientos y/o realizar otras actividades de extracción de hidrocarburos. La distribución espacial de la permeabilidad es un parámetro clave para caracterizar el rendimiento del yacimiento y, junto con otras propiedades de las rocas y los fluidos, determina la capacidad de producción del yacimiento. Para los yacimientos de arenisca, la distribución espacial de la permeabilidad es una función de la distribución del tamaño de grano de las arenas que componen el yacimiento, la compartimentación de esas arenas por barreras de material granulado más fino y la mineralogía y el historial de enterramientos del yacimiento.

La mayoría de los modelos geológicos construidos para aplicaciones petrolíferas están en forma de una matriz tridimensional de bloques de modelo (celdas), a los que se asignan propiedades geológicas y/o geofísicas como litología, porosidad, impedancia acústica, permeabilidad y saturación de agua (dichas propiedades se denominarán colectivamente en la presente memoria como "propiedades de las rocas"). El conjunto completo de bloques de modelo representa el volumen de tierra bajo la superficie de interés. El objetivo del proceso de modelado geológico es asignar propiedades de las rocas a cada bloque de modelo en el modelo geológico.

El proceso de modelado geológico puede usar muchos tipos de datos diferentes, que incluyen, pero no se limitan a, datos de propiedades de las rocas obtenidos a partir de núcleos, registros de pozos, datos sísmicos, datos de ensayos y producción de pozos, y superficies estructurales y estratigráficas que definen zonas distintas dentro del modelo. Otros tipos de datos pueden incluir datos topográficos de superficie e imágenes aéreas y satelitales que pueden usarse para inferir o predecir formaciones geológicas bajo la superficie observando y/o prediciendo actividades geológicas similares (erosión, deposición, flujo de fluido, flujo de sedimentos, etc.) en la superficie de la tierra. En general, la resolución o cobertura espacial de los datos disponibles no es adecuada para determinar de forma única las propiedades de las rocas en cada celda del modelo geológico. Se realizan otras suposiciones sobre la variabilidad de estas propiedades con el fin de llenar todas las celdas del modelo con valores de propiedad razonables. Las técnicas geocelulares, el modelado basado en objetos y el modelado de procesos son tres formas principales de llenar el volumen geológico discretizado con propiedades.

En el enfoque geocelular, la relación entre las propiedades de las celdas cercanas se especifica estadísticamente. Los procedimientos de estimación geoestadística (que pueden ser deterministas o probabilísticos) se utilizan para calcular los valores de las propiedades de las rocas dentro de las celdas. Estos procedimientos tienen en cuenta la distancia, la dirección y la continuidad espacial de la propiedad de la roca que se está modelando. Los procedimientos de estimación deterministas comúnmente calculan una estimación de varianza mínima de la propiedad de la roca en cada bloque. Los procedimientos de estimación probabilística desarrollan distribuciones de los valores de las propiedades de las rocas y producen un conjunto de realizaciones de modelos geológicos para la propiedad de la roca que se está modelando, y cada realización es teóricamente igualmente probable. La continuidad espacial de una propiedad de la roca puede ser capturada por un variograma, una técnica bien conocida para cuantificar la variabilidad de una propiedad de la roca en función de la distancia y la dirección de separación. Los números de patentes de EE. UU. 5.838.634, 6.381.543 y 6.480.790 analiza los procedimientos de modelado geocelular incorporados en los flujos de procesamiento que incluyen etapas de optimización repetitivas para conducir el modelo geológico hacia la conformidad con los tipos de datos geológicos y geofísicos, tales como pozos, estudios sísmicos y producción de fluidos bajo la superficie y datos de presión. La mayoría de los paquetes de software de modelado comercial, incluidos PETREL, GOCAD y STRATAMODEL, contienen un amplio espectro de herramientas geoestadísticas diseñadas para cumplir con los requisitos de los geólogos e ingenieros de yacimientos. Si bien estos procedimientos pueden satisfacer fácilmente puntos de control de datos tales como pozos, y restricciones geofísicas tales como datos sísmicos, en general no replican de cerca las estructuras geológicas observadas en los sistemas naturales.

En el enfoque basado en objetos, los volúmenes de yacimientos bajo la superficie se tratan como ensamblajes de objetos geológicos con formas predefinidas, como canales y lóbulos sedimentarios. La patente de EE. UU. n.º 6.044.328 describe un esquema de modelado basado en objetos que permite a los geólogos e ingenieros de yacimientos seleccionar objetos geológicos de una biblioteca analógica para que coincidan mejor con el yacimiento que se está modelando. El operador del proceso juzga la idoneidad del análogo en base a su experiencia geológica.

La mayoría de los paquetes de software comerciales, incluidos PETREL, IRAP-RMS y GOCAD, implementan objetos como elementos volumétricos que imitan canales y lóbulos utilizando elementos simplificados basados en formas deformables por el usuario, como medios tubos y elipses. Otros ejemplos de modelos basados en objetos son los objetos de modelo sedimentario, como la franja de un río y la red de arroyos entrenzada, se colocan secuencialmente encima del otro según algunos algoritmos. Si bien estos modelos intentan imitar las estructuras sedimentarias reales, no intentan capturar la física del flujo de agua y el transporte de sedimentos que, a lo largo del tiempo geológico, determinaron las propiedades de las rocas en una ubicación bajo la superficie en particular.

Los modelos basados en procesos intentan reproducir la estratigrafía bajo la superficie construyendo yacimientos sedimentarios en orden cronológico que dependen de grados variables en un modelo o aproximación de los procesos físicos que conforman la geología. Aunque los modelos del proceso rara vez se usan en la práctica industrial actual, los números de patentes de EE. UU. 5.844.799, 6.205.402 y 6.246.963 describen tres de estos procedimientos. Estos procedimientos emplean modelos del proceso de difusión o basados en reglas para crear modelos a escala de la cuenca con detalles espaciales limitados inadecuados para la simulación del rendimiento del yacimiento. Otro tipo de modelo es una cuadrícula basada en la hidrodinámica, que en un aspecto puede generar superficies de cuadrícula que se ajustan a las superficies temporales durante el proceso de sedimentación. La cuadrícula basada en la hidrodinámica es la materia de la solicitud de patente de los E.E. U.U. n.º 11/629.822, "Method for Geologic Modeling Through Hydrodynamics-Based Gridding (Hydro-Grids) [Procedimiento para el modelado geológico a través de una cuadrícula basada en la hidrodinámica (hidro-cuadrículas)]", cuyos autores de la invención son Li y col. y fue presentada el 15 de diciembre de 2006.

Otros tipos de modelos basados en procesos que podrían proporcionar potencialmente la representación más exacta de estructuras geológicas son los modelos basados en procesos y basados en la física. Estos modelos se basan en la física básica del flujo de fluidos y el transporte de sedimentos, y construyen la estratigrafía bajo la superficie modelando explícitamente el flujo de fluido, el transporte de sedimentos, la erosión y la deposición que se produjeron durante la formación del yacimiento. En comparación con otros tipos de modelos geológicos, estos modelos basados en procesos y basados en la física pueden conservar mejor las continuidades espaciales de las geometrías de los cuerpos sedimentarios, así como los deflectores de flujo y las barreras, como pueden ser los yacimientos de lutita y lodo.

Un componente en el modelo basado en procesos y basado en la física es resolver el flujo de fluido y las ecuaciones del transporte de sedimentos. A menudo, esto implica resolver ecuaciones de las corrientes de turbidez en aguas poco profundas o promediadas en profundidad. Un problema para resolver las ecuaciones de las corrientes de turbidez en aguas poco profundas y promediadas en profundidad utilizando esquemas de tipo Godunov es el desequilibrio entre los gradientes de flujo y los términos fuente de la pendiente del lecho debido a las representaciones discretizadas del flujo y la topografía subyacente. Para problemas de flujo estacionario, un esquema ideal de reconstrucción variable e integración de flujo debería producir una suma de componentes normales de términos de flujo evaluados en los bordes de una celda computacional que equilibra exactamente los términos fuente de la pendiente del lecho evaluados en el centro de la celda, y debería producir cero cambios en la inercia del flujo en la celda. Sin embargo, en la práctica, estos dos términos en general no se equilibran entre sí en la mayoría de los esquemas de baja resolución, así como en muchos esquemas de alta resolución. El error introducido por el desequilibrio a menudo es acumulativo y puede deteriorar significativamente la exactitud de los esquemas, especialmente en las ubicaciones donde existen variaciones topográficas y controles significativos. Es deseable un procedimiento mejorado para predecir el flujo de fluido, con el fin de mejorar la gestión de la producción de los recursos de hidrocarburos.

La publicación de la solicitud de patente de los Estados Unidos n.º 2007/219725 A1 describe un procedimiento para simular la formación de yacimientos sedimentarios. En un ejemplo, el procedimiento implica (a) resolver un sistema de ecuaciones de la vista del mapa bidimensional dependientes del tiempo para al menos la inercia del flujo, la altura del flujo, la concentración de sedimentos suspendidos y el arrastre de agua suprayacente, (b) calcular la deposición neta de sedimentos en cada ubicación de la vista del mapa usando las propiedades del flujo y (c) registrar la variabilidad en el tiempo de la deposición neta de sedimentos.

Las instrucciones técnicas del Programa Nacional de Cartografía "Part 2 Specifications Standards for Digital Elevation Models", págs. 1-70, 1 de enero de 1998, XP055110118, EE. UU. describe en el apartado 2.2.3 la delaptación de bordes como un proceso de buscar las coincidencias de los valores de elevación a lo largo de bordes cuadrangulares comunes.

Compendio

Se proporciona un procedimiento para mejorar un modelo geológico de una región bajo la superficie según la reivindicación 1. El procedimiento incluye obtener una topografía inicial del lecho de la región bajo la superficie. La topografía del lecho se define por una pluralidad de celdas. Cada una de la pluralidad de celdas tiene una elevación asociada con el centro de su celda. La topografía inicial del lecho se representa como una representación constante por tramos centrada en la celda en base a las elevaciones asociadas con la pluralidad de celdas. La topografía del lecho se reconstruye para producir una superficie espacialmente continua. El flujo y los términos fuente relacionados la fuerza gravitatoria se calculan en base a la topografía reconstruida del lecho. Los flujos se calculan entre al menos dos de las celdas teniendo en cuenta las variaciones de la topografía del lecho a través de una interfaz entre las al

menos dos de las celdas. El flujo de fluido, la deposición de sedimentos en el lecho y/o la erosión de los sedimentos del lecho se predicen utilizando los flujos y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria. El flujo de fluido previsto, la deposición y/o la erosión se introducen en el modelo geológico de la región bajo la superficie. El modelo geológico se usa para predecir las características de la región bajo la superficie. Se generan las características previstas de la región bajo la superficie.

Los flujos pueden calcularse con al menos un primer orden de exactitud. La reconstrucción de la topografía del lecho puede comprender definir triángulos por pares de dos vértices de celda consecutivos y un centro efectivo de una celda. Se puede reconstruir una elevación de la superficie del fluido, y se pueden calcular el flujo y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria en base a la topografía reconstruida del lecho y la elevación de la superficie reconstruida del fluido. La elevación de la superficie del fluido puede reconstruirse utilizando un esquema constante por tramos o un esquema lineal por tramos. Los hidrocarburos se pueden extraer en base a las características generadas de la región bajo la superficie. Generar las características previstas de la región bajo la superficie puede incluir visualizar las características previstas. Reconstruir la topografía del lecho puede conservar la masa por debajo y por encima de la superficie espacialmente continua. El cálculo de flujos entre al menos dos de las celdas se puede realizar según la siguiente ecuación:

$$\int_{-l_0}^{l_0} \vec{F}^*(l) \cdot \vec{n} dl = 2l_0 \vec{f}^{*(0)} + \frac{2}{3} l_0 (\vec{f}_3^* \hat{\Delta}_L^2 + \vec{f}_4^* \hat{\Delta}_R^2 + \vec{f}_5^* \hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R)$$

en la que $\vec{F}^*(l)$ representa un flujo por anchura unitaria entre dos celdas en la ubicación que está a una distancia l de la línea media de la cara de una celda entre las al menos dos de las celdas, \vec{n} representa un vector unitario perpendicular a un límite entre las al menos dos de las celdas en una cuadrícula no estructurada, l_0 representa la mitad

de la longitud del límite entre las al menos dos de las celdas, $\vec{f}^{*(0)}$ representa un primer coeficiente de expansión correspondiente a un flujo de orden cero por anchura unitaria en el centro del borde entre las al menos dos de las

celdas, \vec{f}_3^* representa un segundo coeficiente de expansión, $\hat{\Delta}_L^2$ representa el cuadrado de un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en una primera de las al menos dos de las celdas, \vec{f}_4^* representa un tercer coeficiente de expansión, $\hat{\Delta}_R^2$ representa el cuadrado de un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido

en una segunda de las al menos dos de las celdas, \vec{f}_5^* representa un cuarto coeficiente de expansión, $\hat{\Delta}_L$ representa

un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en la primera de las al menos dos de las celdas, y $\hat{\Delta}_R$ representa un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en la segunda de las al menos dos de las celdas. Las elevaciones de las celdas constantes por tramos pueden actualizarse utilizando el flujo de fluido previsto, la deposición de sedimentos y/o la erosión de sedimentos, y las etapas de obtener, reconstruir, calcular el flujo y los términos fuente, calcular los flujos y la predicción puede repetirse para mejorar la exactitud de las predicciones del flujo de fluido. Las características previstas de la región bajo la superficie pueden incluir al menos una de distribución de tamaño del grano de los sedimentos, la porosidad y la permeabilidad. La pluralidad de elevaciones puede representar variables conservadoras, que pueden actualizarse en base a los términos fuente calculados.

En otro aspecto, se proporciona un producto de programa de ordenador que tiene una lógica ejecutable por ordenador grabada en un medio tangible y legible por máquina. El producto de programa de ordenador incluye: código para obtener la topografía de un lecho de una región bajo la superficie, la topografía del lecho definida por una pluralidad de celdas, cada una de la pluralidad de celdas que tiene una elevación asociada con el centro de su celda; código para representar la topografía del lecho como una representación constante por tramos centrada en la celda en base a las elevaciones asociadas con la pluralidad de celdas; código para reconstruir la topografía del lecho para producir una superficie espacialmente continua; código para calcular el flujo y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria en base a la topografía reconstruida del lecho; código para calcular los flujos entre al menos dos de las celdas, teniendo en cuenta las variaciones de la topografía del lecho a través de una cara entre las al menos dos de las celdas; y código para predecir al menos uno de entre el flujo de fluido, la deposición de sedimentos en el lecho y la erosión de sedimentos del lecho utilizando los flujos y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria.

Los flujos pueden calcularse con al menos un primer orden de exactitud. El código para reconstruir la topografía del lecho puede incluir código para definir triángulos por pares de dos vértices de celda consecutivos y un centro efectivo de una celda. Se puede proporcionar un código para reconstruir una elevación de la superficie del fluido por encima de la topografía del lecho, y calcular el flujo y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria en base a la topografía reconstruida del lecho y la elevación de la superficie reconstruida del fluido. Se puede proporcionar un código para gestionar la producción de recursos de hidrocarburos en base a la predicción del flujo de fluido. Se puede proporcionar un código para generar el flujo de fluido, la deposición de sedimentos o la erosión previstos de los sedimentos. Se puede proporcionar un código para: introducir el flujo de fluido, la deposición y/o la erosión previstos

en un modelo geológico de la región bajo la superficie; predecir las características de la región bajo la superficie usando el modelo geológico; y generar las características previstas de la región bajo la superficie.

5 En otro aspecto, se proporciona un procedimiento para extraer hidrocarburos de una región bajo la superficie. Según el procedimiento, se obtiene la topografía de un lecho de la región bajo la superficie. La topografía del lecho se define por una pluralidad de celdas, cada una de las cuales tiene una elevación asociada con el centro de su celda. La topografía del lecho se representa como una representación constante por tramos centrada en la celda en base a la pluralidad de elevaciones. La topografía del lecho se reconstruye para producir una superficie espacialmente continua. El flujo y los términos fuente relacionados la fuerza gravitatoria se calculan en base a la topografía reconstruida del lecho. Los flujos se calculan entre al menos dos de las celdas teniendo en cuenta las variaciones de la topografía del lecho a través de una cara entre las al menos dos de las celdas. Al menos uno de entre el flujo de fluido, la deposición de sedimentos en el lecho y la erosión de los sedimentos del lecho se predice utilizando los flujos y los términos fuente relacionados la fuerza gravitatoria. La presencia de hidrocarburos en la región bajo la superficie se predice en base al menos en parte en el flujo de fluido, la deposición de sedimentos o la erosión previstos de los sedimentos. Los hidrocarburos se extraen de la región bajo la superficie.

15 Breve descripción de los dibujos

Las ventajas se comprenderán mejor haciendo referencia a la siguiente descripción detallada y los dibujos adjuntos, en los que:

la Fig. 1 es un diagrama de la topografía de un lecho, una elevación de la superficie del fluido y una cuadrícula no estructurada;

20 la Fig. 2 es un diagrama de celdas reconstruidas en la topografía de un lecho.

la Fig. 3 es un diagrama de celdas reconstruidas en la topografía de un lecho y una elevación correspondiente de la superficie del fluido;

la Fig. 4 es un diagrama que es útil para explicar el cálculo del flujo entre una celda izquierda y una celda derecha;

25 la Fig. 5 es un diagrama de flujo del proceso que muestra un procedimiento según los aspectos descritos en la presente memoria;

la Fig. 6 es un diagrama de flujo del proceso que muestra un procedimiento según los aspectos descritos en la presente memoria;

la Fig. 7 es un diagrama de flujo del proceso que muestra un procedimiento según los aspectos descritos en la presente memoria;

30 la Fig. 8 es un diagrama de bloques simplificado de un entorno informático; y

la Fig. 9 es un diagrama de bloques que muestra un medio tangible y legible por máquina que almacena código para realizar procedimientos según los aspectos descritos en la presente memoria.

Descripción detallada

35 Algunas porciones de la descripción detallada a continuación se presentan en términos de procedimientos, etapas, bloques lógicos, procesamiento y otras representaciones simbólicas de operaciones en bits de datos dentro de una memoria en un sistema informático o un dispositivo informático. Estas descripciones y representaciones son los medios utilizados por los expertos en las técnicas de procesamiento de datos para transmitir de la manera más eficaz la sustancia de su trabajo a otros expertos en la técnica. En esta descripción detallada, un procedimiento, etapa, bloque lógico, proceso o similar, se concibe como una secuencia autocohérente de las etapas o instrucciones que conducen a un resultado deseado. Las etapas son aquellas que requieren manipulaciones físicas de cantidades físicas. Normalmente, aunque no necesariamente, estas cantidades pueden adoptar la forma de señales eléctricas, magnéticas u ópticas capaces de ser almacenadas, transferidas, combinadas, comparadas y, de alguna manera, manipuladas. Se ha demostrado que es conveniente a veces, principalmente por razones de uso común, referirse a estas señales como bits, valores, elementos, símbolos, caracteres, términos, números o similares.

45 A menos que se indique específicamente lo contrario en los siguientes análisis, términos como "obtener", "definir", "representar", "reconstruir", "calcular", "producir", "tener en cuenta", "predecir", "introducir", "usar", "modelar", "generar", "visualizar", "conservar", "realizar", "actualizar", "repetir", "extraer", o similares, pueden referirse a la acción y procesos de un sistema informático u otro dispositivo electrónico que transforma los datos representados como cantidades físicas (electrónicas, magnéticas u ópticas) dentro del almacenamiento de algunos dispositivos eléctricos en otros datos representados de manera similar como cantidades físicas dentro del almacenamiento, o en dispositivos de transmisión o visualización. Estos y otros términos similares deben asociarse con las cantidades físicas apropiadas y son meramente etiquetas convenientes aplicadas a estas cantidades.

Las realizaciones descritas en la presente memoria también se refieren a un aparato para realizar las operaciones en la presente memoria. Este aparato puede estar especialmente construido para los fines requeridos, o puede comprender un ordenador de propósito general activado de forma selectiva o reconfigurado por un programa de ordenador o código almacenado en el ordenador. Dicho programa o código de ordenador puede almacenarse o codificarse en un medio legible por ordenador o implementarse sobre algún tipo de medio de transmisión. Un medio legible por ordenador incluye cualquier medio o mecanismo para almacenar o transmitir información en una forma legible por una máquina, tal como un ordenador ("máquina" y "ordenador" se usan como sinónimos en la presente memoria). Como ejemplo no limitativo, un medio legible por ordenador puede incluir un medio de almacenamiento legible por ordenador (p. ej., memoria de solo lectura ("ROM"), memoria de acceso aleatorio ("RAM"), medios de almacenamiento en disco magnético, medios de almacenamiento óptico, dispositivos de memoria flash, etc.). Un medio de transmisión puede ser pares de cables trenzados, cable coaxial, fibra óptica o algún otro medio de transmisión adecuado, para transmitir señales tales como señales eléctricas, ópticas, acústicas u otras formas de señales propagadas (p. ej., ondas portadoras, señales infrarrojas, señales digitales, etc.).

Además, los módulos, características, atributos, metodologías y otros aspectos pueden implementarse como software, hardware, firmware o cualquier combinación de los mismos. Un componente implementado como software puede implementarse como un programa autónomo, como parte de un programa más grande, como una pluralidad de programas separados, como una biblioteca vinculada estática o dinámicamente, como un módulo cargable del núcleo, como un controlador de dispositivo, y/o en de cualquier otra forma conocida ahora o en el futuro para los expertos en la técnica de la programación de ordenadores. Asimismo, la invención no se limita a la implementación en ningún sistema operativo o entorno específico.

Diversos términos como se usan en la presente memoria se definen a continuación. En la medida en que un término utilizado en una reivindicación no se define a continuación, se le debe dar la definición más amplia posible que las personas en la técnica pertinente han dado a ese término según se refleje en al menos una publicación impresa o patente expedida.

Como se usa en la presente memoria, "y/o" colocado entre una primera entidad y una segunda entidad significa uno de (1) la primera entidad, (2) la segunda entidad y (3) la primera entidad y la segunda entidad. Los elementos múltiples enumerados con "y/o" deben interpretarse de la misma manera, es decir, "uno o más" de los elementos unidos.

Como se usa en la presente memoria, "celeridad" se refiere a la velocidad de propagación de una onda a través de un fluido o líquido, en relación con la tasa de movimiento del fluido o líquido a través del cual se propaga la onda.

Como se usa en la presente memoria, "condición CFL" se refiere a la condición de Courant-Friedrichs-Lewy, que es una condición para la convergencia mientras se resuelven numéricamente ciertas ecuaciones diferenciales parciales (normalmente ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas). Surge cuando se utilizan esquemas explícitos de avance en el tiempo para la solución numérica. En consecuencia, la etapa de tiempo debe ser inferior a un cierto tiempo en muchas simulaciones explícitas de ordenador que avanzan en el tiempo, de lo contrario, la simulación producirá resultados extremadamente incorrectos.

Como se usa en la presente memoria, la "visualización" incluye una acción directa que provoca la visualización, así como cualquier acción indirecta que facilita la visualización. Las acciones indirectas incluyen el suministro de software a un usuario final, el mantenimiento de un sitio web a través del cual un usuario puede influir en una pantalla, hipervínculos a dicho sitio web, o cooperar o asociarse con una entidad que realiza dichas acciones directas o indirectas. Por lo tanto, un tercero puede operar solo o en cooperación con un proveedor de terceros para permitir que se genere la señal de referencia en un dispositivo de visualización. El dispositivo de visualización puede incluir cualquier dispositivo adecuado para visualizar la imagen de referencia, como por ejemplo un monitor de tubo de rayos catódicos (CRT), una pantalla de cristal líquido (LCD), un dispositivo de plasma, un dispositivo de panel plano, un dispositivo de diodos orgánicos emisores de luz (OLED) o impresora. El dispositivo de visualización puede incluir un dispositivo que ha sido calibrado mediante el uso de cualquier software convencional destinado a ser utilizado para evaluar, corregir y/o mejorar los resultados de la visualización (p. ej., un monitor en color que se ha ajustado utilizando el software de calibración del monitor). En lugar de (o además de) visualizar la imagen de referencia en un dispositivo de visualización, un procedimiento, coherente con la invención, puede incluir proporcionar una imagen de referencia a un sujeto. "Proporcionar una imagen de referencia" puede incluir crear o distribuir la imagen de referencia al sujeto mediante la entrega física, telefónica o electrónica, proporcionar acceso a través de una red a la referencia, o crear o distribuir software al sujeto configurado para ejecutarse en la estación de trabajo u ordenador del sujeto incluyendo la imagen de referencia. En un ejemplo, la provisión de la imagen de referencia podría implicar permitir que el sujeto obtenga la imagen de referencia en forma impresa a través de una impresora. Por ejemplo, la información, el software y/o las instrucciones podrían transmitirse (p. ej., electrónica o físicamente a través de un dispositivo de almacenamiento de datos o copia impresa) y/o ponerse a disposición de alguna manera (p. ej., a través de una red) con objeto de facilitar que el sujeto utilice una impresora para imprimir una copia impresa de la imagen de referencia. En dicho ejemplo, la impresora puede ser una impresora que ha sido calibrada mediante el uso de cualquier software convencional destinado a evaluar, corregir y/o mejorar los resultados de la impresión (p. ej., una impresora a color que se ha ajustado utilizando un software de corrección de color).

Como se usa en la presente memoria, la "ecuación de Exner" es una declaración de la conservación de la masa que se aplica al sedimento en un sistema fluvial, como un río o un flujo de hidrocarburos bajo la superficie. Concretamente, establece que la elevación del lecho aumenta en proporción a la cantidad de sedimento que queda fuera del transporte, y disminuye en proporción a la cantidad de sedimento que el flujo arrastra.

- 5 Como se usa en la presente memoria, "extraer hidrocarburos" se refiere a actividades tales como determinar la estructura geológica general de una región bajo la superficie, localizar potenciales yacimientos de hidrocarburos, guiar la producción de un yacimiento de hidrocarburos descubierto previamente, planificar la ubicación y la temporización de nuevos pozos, gestionar la producción desde pozos existentes, predecir la vida útil de la producción de pozos o yacimientos de hidrocarburos a diversas tasas de extracción, y/u otras actividades centrales o periféricas para retirar hidrocarburos de un yacimiento de hidrocarburos.

Como se usa en la presente memoria, "hidrocarburo" incluye aceite (a menudo denominado petróleo), gas natural, condensado de gas, alquitrán y betún.

Como se usa en la presente memoria, los "yacimientos de hidrocarburos" incluyen yacimientos que contienen cualquier hidrocarburo.

- 15 Como se usa en la presente memoria, "medio legible por máquina" se refiere a un medio que participa en el suministro directo o indirecto de señales, instrucciones y/o datos. Un medio legible por máquina puede adoptar formas, que incluyen, pero no se limitan a, medios no volátiles (p. ej., ROM, disco) y medios volátiles (RAM). Las formas comunes de un medio legible por máquina incluyen, pero no se limitan a, un disquete, un disco flexible, un disco duro, una cinta magnética, otros medios magnéticos, un CD-ROM, otros medios ópticos, tarjetas perforadas, cinta de papel, otros medios físicos con patrones de agujeros, una RAM, una ROM, una EPROM, una FLASH-EPROM u otros tipos de chips o tarjetas de memoria, un lápiz de memoria y otros medios desde los cuales un ordenador, un procesador u otro dispositivo electrónico pueden leer.

- 20 Como se usa en la presente memoria, "MUSCL" se refiere a esquemas monótonos centrados aguas arriba para las leyes de conservación, que son procedimientos de volúmenes finitos que pueden proporcionar soluciones numéricas altamente exactas para un sistema dado, incluso en los casos en que las soluciones presentan choques, discontinuidades o grandes gradientes.

- 30 En la industria del petróleo y el gas, resolver ecuaciones del flujo de agua y el transporte de sedimentos es útil para construir modelos basados en procesos físicos para simulaciones de formación y evoluciones de cuencas sedimentarias y yacimientos de petróleo y gas, y la construcción posterior de los modelos geológicos. Dichos modelos pueden ser útiles para predecir parámetros del flujo de fluido como la erosión o la deposición, y en otras actividades relacionadas con la extracción de hidrocarburos. En el modelado geológico, se construye una representación digital de la geometría interna detallada y las propiedades de las rocas de un volumen de tierra bajo la superficie, como un yacimiento de petróleo o una cuenca llena de sedimentos. En la industria del petróleo y el gas, los modelos geológicos proporcionan información geológica a las simulaciones de rendimiento del yacimiento que se utilizan para seleccionar ubicaciones para nuevos pozos, estimar reservas de hidrocarburos, planificar estrategias de desarrollo de yacimientos y/o realizar otras actividades de extracción de hidrocarburos. La distribución espacial de la permeabilidad puede ayudar a caracterizar el rendimiento del yacimiento y, junto con otras propiedades de las rocas y los fluidos, puede determinar la capacidad de producción del yacimiento. Para los yacimientos de arenisca, la distribución espacial de la permeabilidad es una función de la distribución del tamaño de grano de las arenas que componen el yacimiento, la compartimentación de esas arenas por barreras de material granulado más fino y la mineralogía y el historial de enterramientos del yacimiento.

- 35 La mayoría de los modelos geológicos construidos para aplicaciones petrolíferas están en forma de una matriz tridimensional de bloques de modelo (celdas), a los que se asignan propiedades geológicas y/o geofísicas como litología, porosidad, impedancia acústica, permeabilidad y saturación de agua (dichas propiedades se denominan colectivamente en la presente memoria como "propiedades de las rocas"). El conjunto completo de bloques de modelo representa el volumen de tierra bajo la superficie de interés. El objetivo del proceso de modelado geológico es asignar propiedades de las rocas a cada bloque de modelo en el modelo geológico.

- 45 En un aspecto, un esquema de reconstrucción de la topografía del lecho y un esquema de integración de flujo equilibran los gradientes de flujo y los términos fuente de la pendiente del lecho correspondientes a segundos órdenes de exactitud sobre topografías de lecho arbitrarias. La combinación del esquema de reconstrucción de la topografía del lecho y el esquema de integración del flujo conduce a resultados más exactos en comparación con los procedimientos conocidos, con solo un pequeño aumento en el esfuerzo computacional. El procedimiento se usa con esquemas de discretización centrados en la celda donde tanto las variables del flujo así como la información topográfica del lecho se representan en el centro de las celdas.

- 55 En relación con la mayoría de los esquemas de discretización conocidos en los que la topografía del lecho está representada en los vértices de las celdas, un esquema de discretización centrado en la celda en un aspecto puede ser el más simple que intenta asegurar la conservación de la masa tanto para los sólidos debajo en la parte superior de la superficie del lecho como el líquido de arriba. Dicha restricción puede proporcionar mejores resultados cuando

las ecuaciones de flujo y transporte se combinan con la erosión del sedimento, la deposición y las ecuaciones de conservación de la masa de los sedimentos en el lecho, como la ecuación de Exner, para resolver las evoluciones del lecho en ambientes de aguas profundas y poco profundas. En un esquema de discretización centrado en la celda, la cantidad de erosión, deposición y cambio de elevación de la celda se calculan utilizando la información de flujo y sedimento asociada con el centro de la celda, sin necesidad de extrapolación entre las celdas vecinas.

Para los esquemas de discretización conocidos en los que la topografía del lecho está representada en los vértices de las celdas, algunas extrapolaciones y promedios de las variables de flujo o la tasa de deposición o erosión de sedimentos típicamente son útiles en el cálculo de los cambios de elevación en los vértices de las celdas, lo que podría causar una difusión numérica para la topografía del lecho. Por lo tanto, un esquema de discretización centrado en la celda según las presentes técnicas proporciona una ventaja sobre los esquemas conocidos que emplean datos a lo largo de los vértices de las celdas, ya que la difusión numérica de las elevaciones de las celdas debido al promedio y la extrapolación entre las celdas vecinas se reduce o se elimina cuando las ecuaciones relacionadas con el transporte de sedimentos, los procesos de erosión y deposición se añaden a las ecuaciones de flujo.

La Fig. 1 es un diagrama de la topografía de un lecho, una elevación de la superficie del fluido y una cuadrícula no estructurada que es útil para explicar el funcionamiento de una realización. El diagrama, al que en general se hace referencia con el número de referencia 100, incluye la topografía de un lecho 102, una elevación de la superficie del fluido 104 y una cuadrícula no estructurada 106. La cuadrícula 106 no estructurada incluye una pluralidad de celdas bidimensionales. Una primera celda 108 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea ABCDE. Una segunda celda 110 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea AGHB. Una tercera celda 112 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea BHIJC. Una cuarta celda 114 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea CKLD. Una quinta celda 116 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea DMNOE. Una sexta celda 118 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea AEF.

Una realización se refiere a un esquema de discretización basado en celdas en el que los valores de las variables están asociados con los centros de las celdas en lugar de en sus vértices. La variabilidad espacial de cada variable dentro de cada celda no se almacena y solo se puede reconstruir usando diferentes esquemas de reconstrucción. El más sencillo de dichos esquemas es el esquema de reconstrucción constante por tramos. En este esquema, el valor de cada variable permanece constante dentro de cada celda e iguala el valor que está almacenado en la celda. En la Fig. 1, los resultados de la reconstrucción constante por tramos de la topografía del lecho 102 y la elevación de la superficie del fluido 104 se muestran junto con la cuadrícula no estructurada 106. Una característica destacada a observar es la discontinuidad de los valores reconstruidos en los bordes de las celdas. Por ejemplo, las elevaciones a través del borde de la celda BC en la cuadrícula subyacente 106, que corresponden a los bordes marcados B1C1 y B3C3 en la topografía del lecho 102, para la primera celda 108 y la tercera celda 112 respectivamente, son discontinuas. Además, los bordes B1C1 y B3C3 están ubicados en diferentes posiciones en la dirección z en relación con la cuadrícula subyacente 106. De manera similar, la elevación 104 de la superficie del fluido muestra que las áreas correspondientes etiquetadas como líneas B1*C1* y B3*C3* también son discontinuas en la dirección z.

Una realización produce superficies de lecho continuo, elimina las discontinuidades como se ha descrito anteriormente y, en el proceso, conserva la masa en volúmenes delimitados por áreas correspondientes de la topografía del lecho 102 y la elevación de la superficie del fluido 104, así como volúmenes delimitados por las áreas correspondientes de la topografía del lecho 102 y la cuadrícula no estructurada 106. En otras palabras, para cada celda, la cantidad de masa que está encerrada entre cualquier superficie arbitraria debajo o encima de la topografía del lecho 102 permanece igual antes y después de la reconstrucción de la superficie del lecho en esa celda.

La Fig. 2 es un diagrama de celdas reconstruidas en la topografía de un lecho. El diagrama, al que en general se hace referencia con el número de referencia 200, incluye la topografía de un lecho 202 y una cuadrícula no estructurada 206. La cuadrícula no estructurada 206 es una pluralidad de celdas. Una primera celda 208 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea ABCDE. Una segunda celda 210 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea AGHB. Una tercera celda 212 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea BHIJC. Una cuarta celda 214 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea CKLD. Una quinta celda 216 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea DMNOE. Una sexta celda 218 es un polígono que está delimitado por los segmentos de línea AEF.

La topografía del lecho 202 incluye dos celdas que han sido reconstruidas. En particular, la topografía del lecho 202 muestra una primera celda 208' reconstruida, que corresponde a la primera celda 208 de la cuadrícula 206 no estructurada, y una tercera celda 212' reconstruida, que corresponde a la tercera celda 212 de la cuadrícula 206 no estructurada.

Las superficies definidas por los triángulos $\chi_{1e}AmBm$, $\chi_{1e}BmCm$, $\chi_{1e}CmDm$, $\chi_{1e}DmEm$ y $\chi_{1e}EmAm$, son las superficies reconstruidas para la primera celda reconstruida 208'. Las superficies definidas por los triángulos $\chi_{3e}CmBm$, $\chi_{3e}BmHm$, $\chi_{3e}HmIm$, $\chi_{3e}ImJm$ y $\chi_{3e}JmCm$, son las superficies reconstruidas para la tercera celda reconstruida 212'. En la Fig. 2, los puntos Am, Bm, Cm, Dm, Em, Hm, Im y Jm representan las elevaciones efectivas en los vértices A, B, C, D, E, H, I y J, respectivamente. Los puntos χ_{1e} y χ_{3e} son las elevaciones efectivas del centro de la celda para la primera celda reconstruida 208' y la tercera celda reconstruida 212' respectivamente.

Los puntos χ_{1b} y χ_{1c} representan las proyecciones del punto χ_{1e} en la superficie del lecho de la celda constante por tramos original A1B1C1D1E1 y la superficie de la cuadrícula ABCDEF. Los puntos χ_{3b} y χ_{3c} son las proyecciones del punto χ_{3e} en la superficie del lecho de la celda constante por tramos original C3B3H3I3J3 y la superficie de la cuadrícula CBHIJ.

- 5 Como se expone anteriormente, se conserva el volumen de las regiones entre la topografía del lecho 202 y la cuadrícula no estructurada 206. Por ejemplo, como se muestra en la Fig. 2, el volumen encerrado por la superficie ABCDE y la superficie del lecho constante por tramos A1B1C1D1E1 son iguales al volumen encerrado por la superficie ABCDE y la superficie reconstruida del lecho, que incluye cinco triángulos $\chi_{1e}AmBm$, $\chi_{1e}BmCm$, $\chi_{1e}CmDm$, $\chi_{1e}DmEm$ y $\chi_{1e}EmAm$. De manera similar, el volumen del fluido sobre la superficie del lecho en la celda también se conserva antes y después de la reconstrucción del lecho.

La reconstrucción de la topografía de un lecho incluye tres etapas: calcular el centro de la celda, calcular la elevación efectiva en cada vértice de la celda y calcular la elevación efectiva para el centro de la celda. Cada una de estas etapas se describe en detalle a continuación.

- 15 La primera etapa para reconstruir la topografía de un lecho es calcular el centro de la celda. Para cualquier celda, si hay n vértices con coordenadas x_i e y_i para $i = 1, 2, 3, \dots, n$, la coordenada x_c e y_c puede darse por las ecuaciones (1) y (2):

$$x_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (1)$$

$$y_c = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i \quad (2)$$

- 20 La segunda etapa para reconstruir la topografía de un lecho es calcular la elevación efectiva del centro de la celda. Cada uno de los vértices de una celda dada se comparte entre un número de celdas. Si un vértice se comparte por m celdas, y cada celda j , donde $j = 1, 2, 3, \dots, m$, tiene una elevación promedio de z_j , la elevación efectiva en cada uno de los vértices de la celda se puede calcular utilizando la siguiente ecuación (3):

$$z_i = \frac{\sum_{j=1}^m \frac{z_j}{d_j}}{\sum_{j=1}^m \frac{1}{d_j}} \quad (3)$$

- 25 donde

$$d_j = \sqrt{(x_i - x_{c,j})^2 + (y_i - y_{c,j})^2} \text{ es la distancia desde un vértice al centro de la celda } j \text{ que comparte el vértice.}$$

La tercera etapa para reconstruir la topografía de un lecho es calcular la elevación efectiva del centro de la celda. Como se muestra en el Apéndice A de este documento, la elevación efectiva del centro de la celda se puede dar mediante la ecuación (4):

$$z_c = \frac{\bar{z} \sum_i A^{(i)} - \sum_i \left(-\frac{a_1^{(i)}}{c^{(i)}} X_c^{(i)} A^{(i)} + \frac{b_1^{(i)}}{c^{(i)}} Y_c^{(i)} A^{(i)} + \frac{d_1^{(i)}}{c^{(i)}} A^{(i)} \right)}{\sum_i \left(\frac{a_2^{(i)}}{c^{(i)}} X_c^{(i)} A^{(i)} - \frac{b_2^{(i)}}{c^{(i)}} Y_c^{(i)} A^{(i)} + \frac{d_2^{(i)}}{c^{(i)}} A^{(i)} \right)} \quad (4)$$

- 30 En la ecuación (4), $A^{(i)}$ es el área proyectada en el plano xy por el triángulo $i\Omega_i$ en la celda definida por cualquiera de los dos vértices consecutivos $i, i+1$ (o el vértice 1 si $i = n$) y el centro de la celda. Un ejemplo es el triángulo $AmBm\chi_{1e}$.

- Su área proyectada es el área del triángulo $AB\chi_1$. En la misma ecuación, $X_c^{(i)}$ y $Y_c^{(i)}$ son las coordenadas x e y del centro de ese triángulo, respectivamente, y los valores de $a_1^{(i)}, a_2^{(i)}, b_1^{(i)}, b_2^{(i)}, c^{(i)}, d_1^{(i)}, d_2^{(i)}$ puede darse por la ecuación (A6) y las ecuaciones (A8-A13) en el Apéndice A.

Una vez z_c se encuentra, la elevación de cualquier punto en una celda con coordenadas (x, y) en la superficie reconstruida del lecho puede ser dada por la ecuación (5):

$$z = \frac{-a^{(i)}x + b^{(i)}y + d^{(i)}}{c^{(i)}} \quad (5)$$

con $(x, y) \in \Omega_i$. En la ecuación anterior, $a^{(i)}$, $b^{(i)}$, $c^{(i)}$ y $d^{(i)}$ están dados por las ecuaciones (A4-A7), respectivamente, en el Apéndice A.

La elevación de la superficie reconstruida del lecho z se puede obtener de otra manera. Para cada triángulo Ω_i , el

5 gradiente de su superficie $(S_{\eta_x}^{(i)}, S_{\eta_y}^{(i)}) = \left(\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y} \right)$ puede darse por las ecuaciones (6) y (7):

$$S_{\eta_x}^{(i)} = -\frac{(y_i - y_c)z_{i+1} + (y_c - y_{i+1})z_i + (y_{i+1} - y_i)z_c}{x_c y_{i+1} - x_i y_{i+1} + x_{i+1} y_i - x_c y_i + x_i y_c - x_{i+1} y_c} \quad (6)$$

$$S_{\eta_y}^{(i)} = \frac{(x_i - x_c)z_{i+1} + (x_c - x_{i+1})z_i + (x_{i+1} - x_i)z_c}{x_c y_{i+1} - x_i y_{i+1} + x_{i+1} y_i - x_c y_i + x_i y_c - x_{i+1} y_c} \quad (7)$$

Por lo tanto,

$$z = z_c + S_{\eta_x}^{(i)}(x - x_c) + S_{\eta_y}^{(i)}(y - y_c) \quad (8)$$

10 Se puede demostrar que las ecuaciones (5) y (8) son equivalentes.

La Fig. 3 es un diagrama de celdas reconstruidas en la topografía de un lecho y una elevación correspondiente de la superficie del fluido. El diagrama, al que en general se hace referencia con el número de referencia 300, incluye la topografía de un lecho 302 y una elevación de la superficie del fluido 304. La topografía del lecho 302 comprende las celdas reconstruidas descritas anteriormente con referencia a la Fig. 2.

15 En el diagrama 300, las superficies $A1^*B1^*C1^*D1^*E1^*$, $A2^*G2^*H2^*B2^*$, $B3^*H3^*I3^*J3^*C3^*$, $D4^*C4^*K4^*L4^*$, $O5^*E5^*D5^*M5^*N5^*$ y $F6^*A6^*E6^*$ de la elevación de la superficie del fluido 304 son la representación constante por tramos de una superficie del fluido. La superficie $Ae^*Be^*Ce^*De^*Ee^*$ es la representación lineal por tramos de la superficie del fluido. La superficie del fluido puede estar representada por un número de esquemas diferentes. Los dos esquemas más sencillos son el esquema constante por tramos y el esquema lineal por tramos.

20 Un esquema constante por tramos puede suponer que la elevación de la superficie del fluido $\xi(x,y)$ es constante en todas partes de una celda. Dicho esquema lineal por tramos puede adoptar muchas formas diferentes. Por ejemplo, una forma se establece en las ecuaciones (9), (10), (11) y (12):

$$\xi(x, y) = \bar{\xi} + S_{\xi_x}(x - x_c) + S_{\xi_y}(y - y_c) \quad (9)$$

dado que

$$25 \int (x - x_c) dx dy = \int x dx dy - x_c \int dx dy = 0 \quad (10)$$

y

$$\int (y - y_c) dx dy = \int y dx dy - y_c \int dx dy = 0 \quad (11)$$

se puede demostrar que

$$\int \xi(x, y) dx dy = \bar{\xi} \int dx dy \quad (12)$$

30 para cualquier valor de S_{ξ_x} y S_{ξ_y} . Por consiguiente, la conservación de la masa se conserva estrictamente en este esquema.

Otro aspecto es que los cálculos de los flujos entre las celdas se corresponden con el esquema de reconstrucción descrito anteriormente. La forma general de las ecuaciones que rigen para la corriente de turbidez tanto en aguas profundas como poco profundas se puede escribir según la ecuación (13):

$$35 \frac{\partial}{\partial t} \int_{\Omega} \bar{U} dx dy + \oint_{\partial\Omega} (\bar{F} dy - \bar{G} dx) = \int_{\Omega} \bar{S}_g dx dy + \int_{\Omega} \bar{S}_y dx dy \quad (13)$$

donde \bar{U} es el vector de variables conservadoras, \bar{F} y \bar{G} son los vectores que están relacionados con la forma conservadora de los flujos en las direcciones x e y respectivamente, \bar{S}_g es el vector de los términos fuente relacionados con las fuerzas gravitatorias, y \bar{S}_f es el vector de los términos fuente originados a partir de otras fuerzas distintas a las gravitatorias. Solo los primeros tres términos pueden necesitar ser calculados usando los procedimientos de la invención descritos en la presente memoria. El cálculo para el último término puede usar procedimientos existentes y puede determinarse fácilmente.

La forma específica de \bar{U} , \bar{F} , \bar{G} y \bar{S}_g puede variar a partir de diferentes formulaciones para flujos de aguas poco profundas y profundas. Sin embargo, una realización puede aplicarse con respecto a todas las formas.

Aparte del término fuente \bar{S}_f , la forma general de las ecuaciones que rigen tanto los flujos de aguas poco profundas como las corrientes de turbidez en aguas profundas puede escribirse de forma unificada, como se muestra a continuación en las ecuaciones (14), (15), (16) y (17), donde

$$\bar{U} = \begin{pmatrix} u_x h \\ u_y h \\ h \\ hC_k \\ \vdots \\ hK \end{pmatrix} \quad (14)$$

$$\bar{F} = \begin{pmatrix} u_x^2 h + \frac{1}{2}(R_w + RC)gh^2 \\ u_x u_y h \\ hu_x \\ hu_x C_k \\ \vdots \\ hu_x K \end{pmatrix} \quad (15)$$

$$\bar{G} = \begin{pmatrix} u_x u_y h \\ u_y^2 h + \frac{1}{2}(R_w + RC)gh^2 \\ hu_y \\ hu_y C_k \\ \vdots \\ hu_y K \end{pmatrix} \quad (16)$$

15 y

$$\bar{S}_g = \begin{pmatrix} -(R_w + RC)gh \frac{\partial z}{\partial x} \\ -(R_w + RC)gh \frac{\partial z}{\partial y} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix} \quad (17)$$

En las ecuaciones anteriores, u_x y u_y son los componentes x e y de la velocidad de flujo promedio en profundidad respectivamente, h es la profundidad del flujo de turbidez, z es la elevación del fondo, C_k es la concentración volumétrica de los sedimentos en el bin con tamaño de grano k y la ecuación (18)

$$C = \sum_{k=1}^n C_k \quad (18)$$

5 representa la concentración total de sedimentos. En las ecuaciones (15) y (16), g representa la constante gravitatoria, y R es el peso específico sumergido para los sedimentos. R puede estar representado por

$$R = \frac{\rho_s - \rho_w}{\rho_w} \quad (19)$$

en la ecuación (19), ρ_s y ρ_w son la densidad de sedimentos y del agua respectivamente. En las ecuaciones (14) - (16), K es la energía cinética turbulenta. La definición de R_w en las ecuaciones (15) y (16) pueden ser dadas por

$$10 \quad R_w = \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_w} \quad (20)$$

donde ρ_a es la densidad del fluido ambiental. En un entorno de aguas profundas, el fluido ambiental es el mismo que el fluido que fluye, por lo tanto, R_w puede representarse por

$$R_w = \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_w} = \frac{\rho_w - \rho_w}{\rho_w} = 0 \quad (21)$$

15 por otro lado, en un entorno de aguas poco profundas, el fluido ambiental es el aire, que tiene una densidad mucho menor que la densidad del agua, donde $\rho_a \ll \rho_w$. Por lo tanto, R_w se puede representar por

$$R_w = \frac{\rho_w - \rho_a}{\rho_w} = 1 - \frac{\rho_a}{\rho_w} \approx 1 \quad (22)$$

para un entorno de aguas poco profundas.

20 Sin la pérdida de generalidad, todas las propiedades del flujo u_x , u_y , C_k , para $k = 1, 2, \dots, n$, y K se tratan como constantes por tramos en la celda en las descripciones del procedimiento que se proporciona a continuación. Sin embargo, el procedimiento descrito a continuación se puede aplicar fácilmente sin tratar las propiedades del flujo u_x , u_y , C_k , para $k = 1, 2, \dots, n$ y K como constantes por tramos en la celda. En esas situaciones, cualquier esquema de extrapolación conocido para u_x , u_y , C_k para $k = 1, 2, \dots, n$ y K se puede usar con los aspectos descritos.

25 En un aspecto, los flujos pueden calcularse a través de las caras de las celdas. Un ejemplo de una cara de celda es la superficie BmCmCe*Be* que se muestra en la Fig. 3. El cálculo del flujo a través de la cara de una celda se describe en detalle a continuación con referencia a la Fig. 4.

30 La Fig. 4 es un diagrama que es útil para explicar el cálculo del flujo entre una celda izquierda y una celda derecha. El diagrama se denomina en general por el número de referencia 400. El diagrama 400 comprende la topografía del lecho 402 y una elevación de la superficie del fluido 404. La topografía del lecho 402 representa un subconjunto de la topografía del lecho 302 que se muestra en la Fig. 3. En particular, la representación de la topografía del lecho 402 corresponde a las celdas reconstruidas de la topografía del lecho 302. La elevación de la superficie del fluido 404 representa un subconjunto de la elevación de la superficie del fluido 304 que se muestra en la Fig. 3. Sin perder generalidad, una primera celda 406 de la elevación de la superficie del fluido se indica como una celda izquierda. Una segunda celda 408 de la elevación de la superficie del fluido 404 se indica como una celda del lado derecho. El cálculo de los flujos de fluido que fluyen entre la celda izquierda y la celda derecha se describe en detalle a continuación.

35 Las superficies reconstruidas del lecho del lecho topográfico 402, que pueden obtenerse usando un esquema de reconstrucción descrito en la presente memoria, son continuas a través de las caras de las celdas. Sin embargo, las superficies de fluido de la elevación de la superficie del fluido 404 son a menudo discontinuas, como se muestra en la Fig. 4. Por lo tanto, las profundidades del agua en la cara de la celda en dos celdas a menudo son diferentes entre sí. Además, el grado de las discontinuidades puede ser diferente en las diferentes ubicaciones de la cara de la celda. La expresión $h_L = h_L(l)$ puede usarse para indicar la profundidad del agua en la cara de la celda en la celda izquierda, y en la ubicación / distancia lejos de la línea central 410 de la cara de la celda como se muestra en la Fig. 4. Del mismo modo, $h_R = h_R(l)$ indica la profundidad del agua correspondiente en la celda derecha. Se puede mostrar que

$$h_L(l) = h_L^{(0)} + \Delta_L \frac{l}{l_0} = h_L^{(0)} \left(1 + \frac{\Delta_L}{h_L^{(0)}} \frac{l}{l_0} \right) = h_L^{(0)} (1 + \hat{\Delta}_L \hat{l}) \quad (23)$$

$$h_R(l) = h_R^{(0)} + \Delta_R \frac{l}{l_0} = h_R^{(0)} \left(1 + \frac{\Delta_R}{h_R^{(0)}} \frac{l}{l_0}\right) = h_R^{(0)} (1 + \hat{\Delta}_R \hat{l}) \quad (24)$$

donde

$$h_L^{(0)} = \frac{1}{2} (\xi_{L,i} - z_{L,i} + \xi_{L,i+1} - z_{L,i+1}) \quad (25)$$

$$h_R^{(0)} = \frac{1}{2} (\xi_{R,i} - z_{R,i} + \xi_{R,i+1} - z_{R,i+1}) \quad (26)$$

$$\Delta_L = \frac{(\xi_{L,i+1} - z_{L,i+1}) - (\xi_{L,i} - z_{L,i})}{2} \quad (27)$$

$$\Delta_R = \frac{(\xi_{R,i+1} - z_{R,i+1}) - (\xi_{R,i} - z_{R,i})}{2} \quad (28)$$

En las ecuaciones anteriores, l_0 es la longitud del borde de media celda para la celda i o $i+1$,

$$\hat{l} = \frac{l}{l_0} \quad (29)$$

es la distancia adimensional desde la línea media de la cara de la celda,

$$\hat{\Delta}_L = \frac{\Delta_L}{h_L^{(0)}} \quad (30)$$

es el cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en la celda izquierda en la cara de la celda, y

$$\hat{\Delta}_R = \frac{\Delta_R}{h_R^{(0)}} \quad (31)$$

es el cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en la celda derecha en la cara de la celda.

Los flujos a través de la cara de la celda se pueden evaluar utilizando muchos solucionadores diferentes. Aquí se usa como ejemplo un solucionador conocido como solucionador HLL ("HLL" es un acrónimo de Harten, Lax y van Leer). El solucionador HLL obtiene directamente una solución aproximada para el flujo numérico entre celdas suponiendo una configuración de onda particular para la solución y calculando la velocidad de la onda (Harten, A., Lax, P. y van Leer, A., "On upstream differencing and Godunov-type scheme for hyperbolic conservation laws", Soc. Indus. Appl. Math. Rev., 25(1), 35-61, 1987.). El solucionador HLL ha demostrado ser estable incluso cuando se ejecuta el tiempo suficiente para generar una estratigrafía altamente complicada.

Suponiendo

$$\overline{FG}_L = (\overline{F}_L, \overline{G}_L), \quad (32)$$

el flujo a través de la cara de la celda puede darse mediante la ecuación

$$\overline{F}^* \cdot \overline{n} = \frac{s_R \overline{FG}_L \cdot \overline{n} - s_L \overline{FG}_R \cdot \overline{n} + s_L s_R (\overline{U}_R - \overline{U}_L)}{s_R - s_L} \quad (33)$$

donde las celeridades de las ondas en la cara de la celda son s_L y s_R , $\overline{F}^*(l)$ representa el flujo por anchura unitaria entre dos celdas en la ubicación que está a una distancia l de la línea media de la cara de una celda entre al menos dos de las celdas, y \overline{n} representa el vector unitario que es perpendicular a un límite entre al menos dos de las celdas en una cuadrícula no estructurada. $\overline{F}^*(l)$ es lo mismo que \overline{F}^* con su variable l mostrada.

Otras variables útiles para comprender los aspectos descritos incluyen las siguientes: l_0 , que representa la mitad de la longitud del límite entre al menos dos de las celdas; $\overline{f}_3^{*(0)}$, que representa un primer coeficiente de expansión correspondiente a un flujo de orden cero por anchura unitaria en el centro del borde entre las al menos dos de las celdas, el primer coeficiente de expansión se calcula según la ecuación (B48) en el Apéndice B; \overline{f}_3^* , que representa

un segundo coeficiente de expansión que se calcula según la ecuación B51 en el Apéndice B; $\hat{\Delta}_L^2$, que representa el cuadrado de un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en una primera de las al menos dos de las celdas; \tilde{f}_4^* , que representa un tercer coeficiente de expansión que se calcula según la ecuación (B52) en el Apéndice B; $\hat{\Delta}_R^2$, que representa el cuadrado de un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en un segundo de las al menos dos de las celdas; \tilde{f}_5^* , que representa un cuarto coeficiente de expansión que se calcula según la ecuación (B53) en el Apéndice B; $\hat{\Delta}_L$, que representa un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en la primera de las al menos dos de las celdas; y $\hat{\Delta}_R$, que representa un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en la segunda de las al menos dos de las celdas.

La separación de los estados constantes en la solución del problema local de Riemann se puede calcular utilizando los dos enfoques de expansión de Toro como se expone en E. F. Toro, "Riemann Problems and the WAF Method for Solving Two-Dimensional Shallow Water Equations", Phil. Trans. Roy. Soc. Londres, A338: 43-68, (1992) y E. F. Toro, "The Weighted Average Flux Method Applied to the Time-Dependent Euler Equations", Phil. Trans. Roy. Soc. Londres, A341: 499-530 (1992). Los dos enfoques de expansión de Toro establecen que para las celdas húmedas,

$$s_L = \min(\bar{q}_L \cdot \bar{n} - \sqrt{(R_w + RC)gh_L}, u^* - \sqrt{(R_w + RC)gh^*}) \quad (34)$$

$$s_R = \min(\bar{q}_R \cdot \bar{n} + \sqrt{(R_w + RC)gh_R}, u^* + \sqrt{(R_w + RC)gh^*}) \quad (35)$$

donde

$$\bar{q}_L = (u_{xL}, u_{yL}) \quad (36)$$

y

$$\bar{q}_R = (u_{xR}, u_{yR}). \quad (37)$$

En las ecuaciones anteriores, u_{xL} y u_{yL} son los componentes x e y de la velocidad de flujo en la celda izquierda, respectivamente. Del mismo modo, u_{xR} y u_{yR} son respectivamente los componentes x e y de la velocidad de flujo en la celda derecha.

En las ecuaciones (34) y (35),

$$u^* = \frac{1}{2}(\bar{q}_L + \bar{q}_R) \cdot \bar{n} + \sqrt{(R_w + RC)gh_L} - \sqrt{(R_w + RC)gh_R} \quad (38)$$

y

$$\sqrt{(R_w + RC)gh^*} = \frac{1}{2}(\sqrt{(R_w + RC)gh_L} + \sqrt{(R_w + RC)gh_R}) + \frac{1}{4}(\bar{q}_L - \bar{q}_R) \cdot \bar{n} \quad (39)$$

Puesto que las profundidades de los fluidos en las celdas izquierda y derecha varían con la distancia l desde el centro de la cara de la celda, y las diferencias de las profundidades de los fluidos a través de la cara de la celda también varían con l , el valor del flujo $\bar{F}^* \cdot \bar{n}$ en la ecuación (33) varía con l . El cálculo del flujo total a través de la cara de la

celda requiere la evaluación de la integral $\int_{-l_0}^{l_0} \bar{F}^*(l) \cdot \bar{n} dl$. para evitar calcular la integral numéricamente, lo que puede añadir una cantidad significativa de sobrecarga computacional al esquema, la ecuación (33) es la primera expansión

de Taylor al orden de $o(\hat{\Delta}_L^2)$, $o(\hat{\Delta}_R^2)$ o $o(\hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R)$ y luego el resultado se integra analíticamente sobre l . La derivación detallada se proporciona en el Apéndice B. El resultado final es

$$\int_{-l_0}^{l_0} \bar{F}^*(l) \cdot \bar{n} dl = 2l_0 \tilde{f}^{*(0)} + \frac{2}{3} l_0 (\tilde{f}_3^* \hat{\Delta}_L^2 + \tilde{f}_4^* \hat{\Delta}_R^2 + \tilde{f}_5^* \hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R) \quad (40)$$

donde las expresiones para evaluar $\tilde{f}^{*(0)}$, \tilde{f}_3^* , \tilde{f}_4^* y \tilde{f}_5^* se dan en las ecuaciones (B48) a (B53) en el Apéndice B.

El esquema de reconstrucción actual subdivide una celda en un número de triángulos. Por lo tanto, la integración del término fuente en la ecuación (13) también se subdivide en el número correspondiente de partes antes de que cada parte se sume para producir los resultados finales. Las etapas detalladas del cálculo se muestran en el Apéndice C. El resultado es

$$\int_{\Omega} \bar{S}_g dx dy = \begin{pmatrix} \sum_i -S_{\eta^x}^{(i)}(R_w + RC) \left[(\bar{\xi} - z_c) A_{\Omega_i} + (S_{\bar{\xi}} - S_{\eta^x}^{(i)})(x_c^{(i)} - x_c) A_{\Omega_i} + (S_{\bar{y}} - S_{\eta^y}^{(i)})(y_c^{(i)} - y_c) A_{\Omega_i} \right] \\ \sum_i -S_{\eta^y}^{(i)}(R_w + RC) \left[(\bar{\xi} - z_c) A_{\Omega_i} + (S_{\bar{\xi}} - S_{\eta^x}^{(i)})(x_c^{(i)} - x_c) A_{\Omega_i} + (S_{\bar{y}} - S_{\eta^y}^{(i)})(y_c^{(i)} - y_c) A_{\Omega_i} \right] \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

5 (41)

La Fig. 5 es un diagrama de flujo de proceso que muestra un procedimiento 500 según las técnicas y metodologías descritas. En el bloque 502 se obtiene una topografía inicial del lecho de una región bajo la superficie. La topografía del lecho se define por una pluralidad de celdas. Cada una de la pluralidad de celdas tiene una elevación asociada con el centro de su celda. Esta elevación puede ser una elevación de la altura del fluido, elevación del lecho o ambas. Otras variables conservadoras, como los volúmenes de sedimentos, pueden almacenarse en el centro de una o más celdas. Los valores pueden almacenarse en una memoria (como se analiza más adelante en la presente memoria) asociada con cada centro de la celda. Como se muestra en las figuras, se puede formar una cuadrícula de celdas bidimensional no estructurada, con elevaciones asociadas con los centros de las celdas, y se puede representar como una topografía del lecho constante por tramos (y/o una topografía de la superficie del fluido constante por tramos) que se puede expresar o visualizar como un modelo tridimensional de celdas que muestran elevaciones del lecho y/o fluido.

Usando las elevaciones almacenadas en el bloque 502, en el bloque 504, la topografía del lecho constante por tramos se reconstruye para producir una superficie espacialmente continua para los cálculos de flujo y términos fuente. En el bloque 506, se puede reconstruir una topografía del fluido constante por tramos en base a la superficie espacialmente continua. En el bloque 508, el flujo entre celdas se calcula utilizando la topografía reconstruida del lecho. Como ejemplo, el cálculo del flujo se puede realizar como se ha descrito anteriormente con referencia a la Fig. 4 y puede incluir el cálculo de términos del flujo en base a la topografía reconstruida del lecho. Por ejemplo, el cálculo del flujo puede tener en cuenta las variaciones de la topografía del lecho a través de una cara entre las celdas. En el bloque 510, las constantes de la fuente relacionadas con la fuerza gravitatoria pueden calcularse en base a la topografía reconstruida del lecho. La topografía reconstruida del fluido puede usarse adicionalmente para calcular las constantes de la fuente relacionadas con la fuerza gravitatoria. En el bloque 512, se pueden calcular otros términos fuente para las celdas, si es necesario.

Las variables conservadoras almacenadas en el bloque 502 pueden actualizarse y calcularse las variables primarias, como se muestra en el bloque 514. En base a las variables actualizadas, se pueden predecir los parámetros del flujo de fluido como la erosión y la deposición, según se muestra en el bloque 516. Las elevaciones de las celdas constantes por tramos pueden actualizarse adicionalmente. Como se muestra en la Fig. 5, el procedimiento puede volver repetidamente al bloque 502 para mejorar la exactitud de las predicciones del flujo de fluido.

La Figura 6 muestra un procedimiento 600 que utiliza predicciones del flujo de fluido, la erosión y/o la deposición como entrada para un modelo geológico. En el bloque 602, el procedimiento recibe dichas predicciones que se hacen en el bloque 516 de la Figura 5. En el bloque 604, las predicciones se introducen en un modelo geológico. El modelo geológico puede ser uno como se describe previamente en la presente memoria. En el bloque 606, el modelo geológico se usa para predecir las características geológicas (como la distribución del tamaño de grano de los sedimentos, la porosidad, la permeabilidad, la conectividad y similares) de una región bajo la superficie. En el bloque 608 se generan valores para las características previstas.

La Figura 7 muestra un procedimiento 700 que usa las predicciones del flujo de fluido, la erosión y/o la deposición, y/o las características geológicas para extraer hidrocarburos de una región bajo la superficie, que puede incluir un yacimiento o campo de hidrocarburos. En el bloque 702, el procedimiento recibe las predicciones hechas en el bloque 516 y/o el bloque 608. En el bloque 704, la presencia de hidrocarburos en una región bajo la superficie se predice en base al menos en parte a las predicciones hechas en el bloque 516. En el bloque 706 se extraen hidrocarburos de la región bajo la superficie. Las actividades definidas por el término "extracción de hidrocarburos" pueden interpretarse ampliamente como se expone en la presente memoria.

La Fig. 8 representa un diagrama de bloques de un entorno informático 800 que puede implementar uno o más de los procedimientos descritos. El entorno informático 800 incluye un ordenador del sistema 802, que puede implementarse como cualquier ordenador personal convencional o estación de trabajo, como una estación de trabajo basada en UNIX o cualquier otro clúster de computación o superordenadores. El ordenador del sistema 802 está en comunicación con los dispositivos de almacenamiento en disco 804, 806 y 808, cada uno de los cuales puede ser cualquier tipo conocido de medio de almacenamiento legible por ordenador, como dispositivos de almacenamiento en disco duro externo que están directamente conectados al ordenador del sistema o son accedidos utilizando una red de área local o mediante acceso remoto. Aunque los dispositivos de almacenamiento en disco 804, 806 y 808 se ilustran como dispositivos separados, se puede usar un único dispositivo de almacenamiento en disco para almacenar todas y cada una de las instrucciones del programa, datos de medición y resultados, según se desee.

En un aspecto, los datos de entrada se almacenan en el dispositivo de almacenamiento en disco 806. El ordenador del sistema 802 puede recuperar los datos apropiados del dispositivo de almacenamiento en disco 806 para realizar las instrucciones del programa correspondientes a los procedimientos descritos en la presente memoria. Las instrucciones del programa pueden estar escritas en un lenguaje de programación informática, como C++, C#, Java y similares. Las instrucciones del programa pueden almacenarse en una memoria legible por ordenador, como el dispositivo de almacenamiento en disco del programa 808. El ordenador del sistema 802 presenta la salida principalmente en un visualizador de texto/gráficos 810, o de forma alternativa, en una impresora 812. El ordenador del sistema 802 puede almacenar las predicciones u otros resultados de los procedimientos descritos en la presente memoria en el almacenamiento en disco 804, para su uso y análisis posterior. Se puede proporcionar un teclado 814 y un dispositivo apuntador (p. ej., un ratón, bola de seguimiento o similar) 816 con el ordenador del sistema 802 para permitir la operación interactiva. El ordenador del sistema 802 puede estar ubicado en un centro de datos a distancia del yacimiento. Asimismo, aunque la descripción anterior está en el contexto de instrucciones ejecutables por ordenador que pueden ejecutarse en uno o más ordenadores, los expertos en la técnica reconocerán que la materia objeto según se reivindica también se puede implementar en combinación con otros módulos de programa y/o como una combinación de hardware y software.

La Fig. 9 es un diagrama de bloques que muestra un medio tangible y legible por máquina que almacena el código adaptado para realizar el procedimiento descrito en la presente memoria. El medio tangible y legible por máquina en general se denomina el número de referencia 900. El medio tangible y legible por máquina 900 puede comprender una o más unidades de disco duro, un DVD, un CD o similar, y se puede corresponder con el dispositivo de almacenamiento en disco 806 en la Figura 8. El medio tangible y legible por máquina 900 almacena el código legible por ordenador 902 para obtener la topografía de un lecho de una región bajo la superficie, donde la topografía del lecho se define por una pluralidad de celdas. Cada una de la pluralidad de celdas tiene una elevación asociada con el centro de su celda, y la topografía del lecho y las elevaciones pueden almacenarse en una ubicación de memoria en los dispositivos de almacenamiento en disco 804, 806 y/o 808. El código 904 representa la topografía del lecho como una representación constante por tramos centrada en la celda en base a las elevaciones del centro de la celda. El código 906 reconstruye la topología del lecho como una superficie espacialmente continua. El código 908 calcula el flujo y los términos fuente relacionados la fuerza gravitatoria en base a la topografía reconstruida del lecho. El medio tangible y legible por máquina 900 también almacena el código 910, que calcula los flujos entre al menos dos de las celdas teniendo en cuenta las variaciones de la topografía del lecho a través de una cara entre las al menos dos de las celdas. El código 912 predice el flujo de fluido, la deposición de sedimentos en el lecho y/o la erosión de los sedimentos del lecho utilizando los términos fuente relacionados con los flujos y la fuerza gravitatoria. Además, el medio tangible y legible por máquina 900 puede contener o almacenar código relacionado con uno o más de: introducir predicciones en un modelo geológico de la región bajo la superficie, utilizar el modelo geológico para predecir características de la región bajo la superficie, generar las características previstas de la región bajo la superficie, predecir la presencia de hidrocarburos en la región bajo la superficie, extraer hidrocarburos de la región bajo la superficie y cualquier otra acción o etapa descrita en la presente memoria.

La invención puede tener amplias aplicaciones en la industria del petróleo y el gas, así como en muchas otras áreas, como la protección y gestión ambiental, el control de inundaciones y huracanes, y el pronóstico de inundaciones y huracanes.

Apéndice A

Cálculo de la elevación efectiva del centro de la celda.

Considere una celda con n vértices dispuestos en sentido antihorario desde $i = 1, 2, 3, \dots$ hasta n . Cada vértice i tiene una coordenada de (x_i, y_i) . La coordenada del centro de la celda (x_c, y_c) viene dada por la ecuación (1) y (2). El triángulo definido por dos vértices consecutivos $i, i + 1$ (o el vértice 1 si $i = n$), y el centro de la celda se denomina Ω_i .

Indique la elevación efectiva de cada vértice i como z_i y del centro de la celda como z_c . Utilice \bar{z} para indicar la representación constante por tramos de la elevación de la celda. El problema es encontrar el valor para z_c , de manera que la elevación promedio de la celda sobre las superficies definidas por Ω_i para $i = 1, 2, 3, \dots, n$ es igual a \bar{z} . En otras palabras, resolver z_c de modo que

$$\sum_i \int_{\Omega_i} z dx dy = \bar{z} \sum_i A_i, \quad (A1)$$

donde $z = z(x, y)$ es la elevación de la celda reconstruida en la ubicación (x, y) .

En triángulo Ω_i , z debe cumplir la siguiente ecuación

$$\begin{vmatrix} x & y & z & 1 \\ x_c & y_c & z_c & 1 \\ x_i & y_i & z_i & 1 \\ x_{i+1} & y_{i+1} & z_{i+1} & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad (A2)$$

5 En la ecuación (A2) y en todo el Apéndice A, definimos $i + 1 = 1$, si $i = n$.

De la ecuación anterior, se puede demostrar que

$$z = \frac{-a^{(i)}x + b^{(i)}y + d^{(i)}}{c^{(i)}} \quad (A3)$$

donde,

$$a^{(i)} = a_1^{(i)} + a_2^{(i)}z_c \quad (A4)$$

$$10 \quad b^{(i)} = b_1^{(i)} + b_2^{(i)}z_c \quad (A5)$$

$$c^{(i)} = x_c y_i - x_c y_{i+1} - x_i y_c + x_i y_{i+1} + x_{i+1} y_c - x_{i+1} y_i \quad (A6)$$

$$d^{(i)} = d_1^{(i)} + d_2^{(i)}z_c \quad (A7)$$

y

$$a_1^{(i)} = y_c z_i - y_c z_{i+1} + y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i \quad (A8)$$

$$15 \quad a_2^{(i)} = y_i - y_{i+1} \quad (A9)$$

$$b_1^{(i)} = x_c z_i - x_c z_{i+1} + x_i z_{i+1} - x_{i+1} z_i \quad (A10)$$

$$b_2^{(i)} = x_i - x_{i+1} \quad (A11)$$

$$d_1^{(i)} = x_c (y_i z_{i+1} - y_{i+1} z_i) - y_c (x_i z_{i+1} - x_{i+1} z_i) \quad (A12)$$

$$d_2^{(i)} = x_i y_{i+1} - x_{i+1} y_i \quad (A13)$$

20 Sustituya la ecuación (A3) por la ecuación (A1), utilizando las siguientes propiedades donde

$$\int_{\Omega_i} x dx dy = X_c^i A_i \quad (A14)$$

y

$$\int_{\Omega_i} y dx dy = Y_c^i A_i \quad (A15)$$

la elevación efectiva del centro de la celda viene dada por

$$z_c = \frac{\bar{z} \sum_i A^{(i)} - \sum_i \left(-\frac{a_1^{(i)}}{c^{(i)}} X_c^{(i)} A^{(i)} + \frac{b_1^{(i)}}{c^{(i)}} Y_c^{(i)} A^{(i)} + \frac{d_1^{(i)}}{c^{(i)}} A^{(i)} \right)}{\sum_i \left(\frac{a_2^{(i)}}{c^{(i)}} X_c^{(i)} A^{(i)} - \frac{b_2^{(i)}}{c^{(i)}} Y_c^{(i)} A^{(i)} + \frac{d_2^{(i)}}{c^{(i)}} A^{(i)} \right)} \quad (A16)$$

25

Apéndice B

Cálculo de flujos HLL.

Para facilitar una integración analítica de la ecuación (33) con respecto a la variable \hat{l} , la función de flujo HLL que se muestra en el lado derecho de la ecuación (33) es la primera expansión de Taylor al segundo orden de

$$5 \quad \begin{aligned} & o(\hat{\Delta}_L^2), \\ & o(\hat{\Delta}_R^2) \\ & \text{o } o(\hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R). \end{aligned}$$

Al sustituir las ecuaciones (23) y (24) en las ecuaciones (14) a (17) y al expandir los resultados al segundo orden, obtenemos

$$10 \quad \overline{FG}_L = \overline{FG}_L^0 + \bar{f}_1 \hat{\Delta}_L \hat{l} + \bar{f}_2 \hat{\Delta}_L^2 \hat{l}^2 \quad (\text{B1})$$

$$\overline{FG}_R = \overline{FG}_R^0 + \bar{f}_3 \hat{\Delta}_R \hat{l} + \bar{f}_4 \hat{\Delta}_R^2 \hat{l}^2 \quad (\text{B2})$$

$$\bar{U}_L = \bar{U}_L^0 + \bar{g}_1 \hat{\Delta}_L \hat{l} \quad (\text{B3})$$

$$\bar{U}_R = \bar{U}_R^0 + \bar{g}_2 \hat{\Delta}_R \hat{l} \quad (\text{B4})$$

donde

$$15 \quad \overline{FG}_L^{(0)} = (\bar{F}_L^{(0)}, \bar{G}_L^{(0)}) = \begin{pmatrix} u_{x,L}^2 h_L^{(0)} + \frac{1}{2}(R_w + RC_L)gh_L^{(0)2} & u_{x,L}u_{y,L}h_L^{(0)} \\ u_{x,L}u_{y,L}h_L^{(0)} & u_{y,L}^2 h_L^{(0)} + \frac{1}{2}(R_w + RC_L)gh_L^{(0)2} \\ h_L^{(0)}u_{x,L} & h_L^{(0)}u_{y,L} \\ h_L^{(0)}u_{x,L}C_{k,L} & h_L^{(0)}u_{y,L}C_{k,L} \\ \vdots & \vdots \\ h_L^{(0)}u_{x,L}K_L & h_L^{(0)}u_{y,L}K_L \end{pmatrix} \quad (\text{B5})$$

$$\bar{f}_1 = \begin{pmatrix} u_{x,L}^2 h_L^{(0)} + (R_w + RC_L)gh_L^{(0)2} & u_{x,L}u_{y,L}h_L^{(0)} \\ u_{x,L}u_{y,L}h_L^{(0)} & u_{y,L}^2 h_L^{(0)} + (R_w + RC_L)gh_L^{(0)2} \\ u_{x,L}h_L^{(0)} & u_{y,L}h_L^{(0)} \\ u_{x,L}C_{k,L}h_L^{(0)} & u_{y,L}C_{k,L}h_L^{(0)} \\ \vdots & \vdots \\ u_{x,L}K_L h_L^{(0)} & u_{y,L}K_L h_L^{(0)} \end{pmatrix} \quad (\text{B6})$$

$$\bar{f}_2 = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(R_w + RC_L)gh_L^{(0)2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{2}(R_w + RC_L)gh_L^{(0)2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \vdots & \vdots \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{B7})$$

$$\begin{aligned} \overline{FG}_R^{(0)} &= (\overline{F}_R^{(0)}, \overline{G}_R^{(0)}) \\ &= \left(\begin{array}{c} u_{x,R}^2 h_R^{(0)} + \frac{1}{2}(R_w + RC_R)gh_R^{(0)2} \\ u_{x,R}u_{y,R}h_R^{(0)} \\ h_R^{(0)}u_{x,R} \\ h_R^{(0)}u_{x,R}C_{k,R} \\ \vdots \\ h_R^{(0)}u_{x,R}K_R \end{array}, \begin{array}{c} u_{x,R}u_{y,R}h_R^{(0)} \\ u_{y,R}^2 h_R^{(0)} + \frac{1}{2}(R_w + RC_R)gh_R^{(0)2} \\ h_R^{(0)}u_{y,R} \\ h_R^{(0)}u_{y,R}C_{k,R} \\ \vdots \\ h_R^{(0)}u_{y,R}K_R \end{array} \right) \end{aligned} \quad (\text{B8})$$

$$\tilde{f}_3 = \left(\begin{array}{c} u_{x,R}^2 h_R^{(0)} + (R_w + RC_R)gh_R^{(0)2} \\ u_{x,R}u_{y,R}h_R^{(0)} \\ u_{x,R}h_R^{(0)} \\ u_{x,R}C_{k,R}h_R^{(0)} \\ \vdots \\ u_{x,R}K_R h_R^{(0)} \end{array}, \begin{array}{c} u_{x,R}u_{y,R}h_R^{(0)} \\ u_{y,R}^2 h_R^{(0)} + (R_w + RC_R)gh_R^{(0)2} \\ u_{y,R}h_R^{(0)} \\ u_{y,R}C_{k,R}h_R^{(0)} \\ \vdots \\ u_{y,R}K_R h_R^{(0)} \end{array} \right) \quad (\text{B9})$$

$$\tilde{f}_4 = \left(\begin{array}{c} \frac{1}{2}(R_w + RC_R)gh_R^{(0)2} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array}, \begin{array}{c} 0 \\ \frac{1}{2}(R_w + RC_R)gh_R^{(0)2} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{array} \right) \quad (\text{B10})$$

$$\tilde{U}_L^{(0)} = \begin{pmatrix} u_{x,L}h_L^{(0)} \\ u_{y,L}h_L^{(0)} \\ h_L^{(0)} \\ h_L^{(0)}C_{k,L} \\ \vdots \\ h_L^{(0)}K_L \end{pmatrix} \quad (\text{B11})$$

$$\tilde{g}_1 = \begin{pmatrix} u_{x,L}h_L^{(0)} \\ u_{y,L}h_L^{(0)} \\ h_L^{(0)} \\ C_{k,L}h_L^{(0)} \\ \vdots \\ K_L h_L^{(0)} \end{pmatrix} \quad (\text{B12})$$

$$\tilde{U}_R^{(0)} = \begin{pmatrix} u_{x,R}h_R^{(0)} \\ u_{y,R}h_R^{(0)} \\ h_R^{(0)} \\ h_R^{(0)}C_{k,R} \\ \vdots \\ h_R^{(0)}K_R \end{pmatrix} \quad (\text{B13})$$

$$\vec{g}_2 = \begin{pmatrix} u_{x,R} h_R^{(0)} \\ u_{y,R} h_R^{(0)} \\ h_R^{(0)} \\ C_{k,R} h_R^{(0)} \\ \vdots \\ K_R h_R^{(0)} \end{pmatrix}. \quad (\text{B14})$$

Escriba s_L y s_R como

$$s_L = s_L^{(0)} + c_{s1} \hat{\Delta}_L \hat{l} + c_{s2} \hat{\Delta}_R \hat{l} + c_{s3} \hat{\Delta}_L^2 \hat{l}^2 + c_{s4} \hat{\Delta}_R^2 \hat{l}^2 + c_{s9} \hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R \hat{l}^2 \quad (\text{B15})$$

$$5 \quad s_R = s_R^{(0)} + c_{s5} \hat{\Delta}_L \hat{l} + c_{s6} \hat{\Delta}_R \hat{l} + c_{s7} \hat{\Delta}_L^2 \hat{l}^2 + c_{s8} \hat{\Delta}_R^2 \hat{l}^2 + c_{s10} \hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R \hat{l}^2. \quad (\text{B16})$$

Las expresiones para los coeficientes de expansión en las ecuaciones anteriores se muestran a continuación.

Al sustituir las ecuaciones (23) y (24) en las ecuaciones (38) y (39) da como resultado

$$u^* = \frac{1}{2} (\bar{q}_L + \bar{q}_R) \cdot \bar{n} + \sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta_L \hat{l}}{h_L^{(0)}} - \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta_L \hat{l}}{h_L^{(0)}} \right)^2 \right] - \sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta_R \hat{l}}{h_R^{(0)}} - \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta_R \hat{l}}{h_R^{(0)}} \right)^2 \right] \quad (\text{B17})$$

17)

$$\sqrt{(R_w + RC)gh^*} = \frac{1}{2} \sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta_L \hat{l}}{h_L^{(0)}} - \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta_L \hat{l}}{h_L^{(0)}} \right)^2 \right] + \frac{1}{2} \sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{\Delta_R \hat{l}}{h_R^{(0)}} - \frac{1}{8} \left(\frac{\Delta_R \hat{l}}{h_R^{(0)}} \right)^2 \right] + \frac{1}{4} (\bar{q}_L - \bar{q}_R) \cdot \bar{n}$$

(B18)

10 La siguiente etapa es usar los resultados en las ecuaciones anteriores y comparar los valores de las siguientes expresiones

$$\bar{q}_L \cdot \bar{n} - \sqrt{(R_w + RC)gh_L} = \bar{q}_L \cdot \bar{n} - \sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} - \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}}}{2h_L^{(0)}} \Delta_L \hat{l} + \frac{1}{8} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}}}{h_L^{(0)2}} \Delta_L^2 \hat{l}^2$$

(B19)

y

$$u^* - \sqrt{(R_w + RC)gh^*} = \left(\frac{1}{4} \bar{q}_L + \frac{3}{4} \bar{q}_R \right) \cdot \bar{n} + \frac{1}{2} \sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} - \frac{3}{2} \sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} + \frac{1}{4} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}}}{h_L^{(0)}} \Delta_L \hat{l} - \frac{3}{4} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}}}{h_R^{(0)}} \Delta_R \hat{l} - \frac{1}{16} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}}}{h_L^{(0)2}} \Delta_L^2 \hat{l}^2 + \frac{3}{16} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}}}{h_R^{(0)2}} \Delta_R^2 \hat{l}^2$$

(B20)

en $\hat{l} = 0$. Si el valor de la expresión que se muestra en la ecuación (B19) en $\hat{l} = 0$ es menor que el valor de la expresión que se muestra en la ecuación (B20) en $\hat{l} = 0$, entonces s_L se evaluará usando esa ecuación y los coeficientes de expansión para s_L son

$$c_{s1} = -\frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}}}{2} \quad (\text{B21})$$

5

$$c_{s2} = 0 \quad (\text{B22})$$

$$c_{s3} = \frac{1}{8}\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} \quad (\text{B23})$$

10

$$c_{s4} = 0 \quad (\text{B24})$$

$$c_{s9} = 0 \quad (\text{B25})$$

con

$$s_L^{(0)} = \bar{q}_L \cdot \bar{n} - \sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}}. \quad (\text{B26})$$

15 De lo contrario

$$c_{s1} = \frac{1}{4}\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} \quad (\text{B27})$$

$$c_{s2} = -\frac{3}{4}\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \quad (\text{B28})$$

20

$$c_{s3} = -\frac{1}{16}\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} \quad (\text{B29})$$

$$c_{s4} = \frac{3}{16}\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \quad (\text{B30})$$

$$c_{s9} = 0 \quad (\text{B31})$$

con

$$s_L^{(0)} = \left(\frac{1}{4}\bar{q}_L + \frac{3}{4}\bar{q}_R\right) \cdot \bar{n} + \frac{1}{2}\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} - \frac{3}{2}\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}}. \quad (\text{B32})$$

25

Del mismo modo para s_R , primero se evalúan las siguientes expresiones

$$\begin{aligned} \bar{q}_R \cdot \bar{n} + \sqrt{(R_w + RC)gh_R} &= \bar{q}_R \cdot \bar{n} + \sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} + \\ &\frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}}}{2h_R^{(0)}} \Delta_R \hat{l} - \frac{1}{8} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}}}{h_R^{(0)^2}} \Delta_R^2 \hat{l}^2 \end{aligned} \quad (\text{B33})$$

y

$$\begin{aligned} u^* + \sqrt{(R_w + RC)gh^*} &= \left(\frac{3}{4}\bar{q}_L + \frac{1}{4}\bar{q}_R\right) \cdot \bar{n} + \frac{3}{2}\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} - \frac{1}{2}\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \\ &+ \frac{3}{4} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}}}{h_L^{(0)}} \Delta_L \hat{l} - \frac{1}{4} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}}}{h_R^{(0)}} \Delta_R \hat{l} \\ &- \frac{3}{16} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}}}{h_L^{(0)^2}} \Delta_L^2 \hat{l}^2 + \frac{1}{16} \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}}}{h_R^{(0)^2}} \Delta_R^2 \hat{l}^2 \end{aligned}$$

(B34)

Si el valor de la expresión que se muestra en la ecuación (B33) es menor que el valor de la expresión que se muestra en la ecuación (B34), entonces s_R se evaluará usando esa ecuación y los coeficientes de expansión para s_R son

$$c_{s5} = 0 \quad (B35)$$

$$5 \quad c_{s6} = \frac{\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}}}{2} \quad (B36)$$

$$c_{s7} = 0 \quad (B37)$$

$$10 \quad c_{s8} = -\frac{1}{8}\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \quad (B38)$$

$$c_{s10} = 0 \quad (B39)$$

con

$$s_R^{(0)} = \bar{q}_R \cdot \bar{n} + \sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \quad (B40)$$

De lo contrario

$$15 \quad c_{s5} = \frac{3}{4}\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} \quad (B41)$$

$$c_{s6} = -\frac{1}{4}\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \quad (B42)$$

$$20 \quad c_{s7} = -\frac{3}{16}\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} \quad (B43)$$

$$c_{s8} = \frac{1}{16}\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \quad (B44)$$

$$c_{s10} = 0 \quad (B45)$$

con

$$25 \quad s_R^{(0)} = \left(\frac{3}{4}\bar{q}_L + \frac{1}{4}\bar{q}_R\right) \cdot \bar{n} + \frac{3}{2}\sqrt{(R_w + RC)gh_L^{(0)}} - \frac{1}{2}\sqrt{(R_w + RC)gh_R^{(0)}} \quad (B46)$$

Al sustituir las ecuaciones (B1)-(B4) y las ecuaciones (B15) y (B16) en la ecuación (33), y retener solo los términos de

orden $o(1)$, $o(\hat{\Delta}_L)$, $o(\hat{\Delta}_R)$, $o(\hat{\Delta}_L^2)$, $o(\hat{\Delta}_R^2)$, $o(\hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R)$, obtenemos

$$\begin{aligned} \bar{F}^* \cdot \bar{n} &= \frac{s_R \overline{FG}_L \cdot \bar{n} - s_L \overline{FG}_R \cdot \bar{n} + s_L s_R (\bar{U}_R - \bar{U}_L)}{s_R - s_L} \\ &= \bar{f}^{*(0)} + \bar{f}_1^* \hat{\Delta}_L \hat{l} + \bar{f}_2^* \hat{\Delta}_R \hat{l} + \bar{f}_3^* \hat{\Delta}_L^2 \hat{l}^2 + \bar{f}_4^* \hat{\Delta}_R^2 \hat{l}^2 + \bar{f}_5^* \hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R \hat{l}^2 \end{aligned} \quad (B47)$$

donde los coeficientes se dan mediante las siguientes ecuaciones

$$30 \quad \bar{f}^{*(0)} = a_{s0} \bar{e}_0 \quad (B48)$$

$$\bar{f}_1^* = a_{s0} \bar{e}_1 + a_{s1} \bar{e}_0 \quad (B49)$$

$$35 \quad \bar{f}_2^* = a_{s0} \bar{e}_2 + a_{s2} \bar{e}_0 \quad (B50)$$

$$\bar{f}_3^* = a_{s0} \bar{e}_3 + a_{s1} \bar{e}_1 + a_{s3} \bar{e}_0 \quad (B51)$$

$$\bar{f}_4^* = a_{s_0} \bar{e}_4 + a_{s_2} \bar{e}_2 + a_{s_4} \bar{e}_0 \quad (\text{B52})$$

$$\bar{f}_5^* = a_{s_0} \bar{e}_5 + a_{s_1} \bar{e}_2 + a_{s_2} \bar{e}_1 + a_{s_5} \bar{e}_0 \quad (\text{B53})$$

5 En las ecuaciones anteriores, los coeficientes a_{s_0} , a_{s_1} , a_{s_2} , a_{s_3} , a_{s_4} , a_{s_5} y los coeficientes \bar{e}_0 , \bar{e}_1 , \bar{e}_2 , \bar{e}_3 , \bar{e}_4 , \bar{e}_5 se dan mediante las ecuaciones

$$a_{s_0} = (s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^{-1} \quad (\text{B54})$$

$$a_{s_1} = -\frac{(c_{s_5} - c_{s_1})}{(s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^2} \quad (\text{B55})$$

$$a_{s_2} = -\frac{(c_{s_6} - c_{s_2})}{(s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^2} \quad (\text{B56})$$

$$a_{s_3} = \frac{(c_{s_5} - c_{s_1})^2}{(s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^3} - \frac{(c_{s_7} - c_{s_3})}{(s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^2} \quad (\text{B57})$$

$$10 \quad a_{s_4} = \frac{(c_{s_6} - c_{s_2})^2}{(s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^3} - \frac{(c_{s_8} - c_{s_4})}{(s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^2} \quad (\text{B58})$$

$$a_{s_5} = \frac{2(c_{s_6} - c_{s_2})(c_{s_5} - c_{s_1})}{(s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^3} - \frac{(c_{s_{10}} - c_{s_9})}{(s_R^{(0)} - s_L^{(0)})^2} \quad (\text{B59})$$

$$\bar{e}_0 = (s_R^{(0)} \overline{FG}_L^{(0)} - s_L^{(0)} \overline{FG}_R^{(0)}) \cdot \bar{n} + \bar{d}_0 \quad (\text{B60})$$

$$\bar{e}_1 = (c_{s_5} \overline{FG}_L^{(0)} - c_{s_1} \overline{FG}_R^{(0)} + s_R^{(0)} \bar{f}_1) \cdot \bar{n} + \bar{d}_1 \quad (\text{B61})$$

$$\bar{e}_2 = (c_{s_6} \overline{FG}_L^{(0)} - c_{s_2} \overline{FG}_R^{(0)} - s_L^{(0)} \bar{f}_3) \cdot \bar{n} + \bar{d}_2 \quad (\text{B62})$$

$$15 \quad \bar{e}_3 = (c_{s_7} \overline{FG}_L^{(0)} - c_{s_3} \overline{FG}_R^{(0)} + c_{s_5} \bar{f}_1 + s_R^{(0)} \bar{f}_2) \cdot \bar{n} + \bar{d}_3 \quad (\text{B63})$$

$$\bar{e}_4 = (c_{s_8} \overline{FG}_L^{(0)} - c_{s_4} \overline{FG}_R^{(0)} - c_{s_2} \bar{f}_3 - s_L^{(0)} \bar{f}_4) \cdot \bar{n} + \bar{d}_4 \quad (\text{B64})$$

$$\bar{e}_5 = (c_{s_{10}} \overline{FG}_L^{(0)} - c_{s_9} \overline{FG}_R^{(0)} + c_{s_6} \bar{f}_1 - c_{s_1} \bar{f}_3) \cdot \bar{n} + \bar{d}_5 \quad (\text{B65})$$

donde

$$\bar{d}_0 = s_L^{(0)} s_R^{(0)} (\bar{U}_R^{(0)} - \bar{U}_L^{(0)}) \quad (\text{B66})$$

$$20 \quad \bar{d}_1 = (c_{s_1} s_R^{(0)} + c_{s_5} s_L^{(0)}) (\bar{U}_R^{(0)} - \bar{U}_L^{(0)}) - s_L^{(0)} s_R^{(0)} \bar{g}_1 \quad (\text{B67})$$

$$\bar{d}_2 = (c_{s_2} s_R^{(0)} + c_{s_6} s_L^{(0)}) (\bar{U}_R^{(0)} - \bar{U}_L^{(0)}) + s_L^{(0)} s_R^{(0)} \bar{g}_2 \quad (\text{B68})$$

$$\bar{d}_3 = (c_{s_3} s_R^{(0)} + c_{s_7} s_L^{(0)} + c_{s_1} c_{s_5}) (\bar{U}_R^{(0)} - \bar{U}_L^{(0)}) - \bar{g}_1 (c_{s_1} s_R^{(0)} + c_{s_5} s_L^{(0)}) \quad (\text{B69})$$

$$\bar{d}_4 = (c_{s_4} s_R^{(0)} + c_{s_8} s_L^{(0)} + c_{s_2} c_{s_6}) (\bar{U}_R^{(0)} - \bar{U}_L^{(0)}) + \bar{g}_2 (c_{s_2} s_R^{(0)} + c_{s_6} s_L^{(0)}) \quad (\text{B70})$$

$$\bar{d}_5 = (c_{s_9} s_R^{(0)} + c_{s_{10}} s_L^{(0)} + c_{s_2} c_{s_5} + c_{s_1} c_{s_6}) (\bar{U}_R^{(0)} - \bar{U}_L^{(0)}) - \bar{g}_1 (c_{s_2} s_R^{(0)} + c_{s_6} s_L^{(0)}) + \bar{g}_2 (c_{s_1} s_R^{(0)} + c_{s_5} s_L^{(0)}) \quad (\text{B71})$$

25 Apéndice C

Cálculos del término fuente relacionado con las fuerzas gravitatorias.

La integración del primer término en el lado derecho de la ecuación (13) se puede escribir como

$$\begin{aligned}
 \int_{\Omega} \bar{S}_z dxdy &= \sum_i \int_{\Omega_i} \bar{S}_z dxdy \\
 &= \begin{pmatrix} \sum_i \int_{\Omega_i} -(R_w + RC)gh \frac{\partial z}{\partial x} dxdy \\ \sum_i \int_{\Omega_i} -(R_w + RC)gh \frac{\partial z}{\partial y} dxdy \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \sum_i S_{\eta^x}^{(i)} \int_{\Omega_i} -(R_w + RC)gh dxdy \\ \sum_i S_{\eta^y}^{(i)} \int_{\Omega_i} -(R_w + RC)gh dxdy \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} \sum_i -S_{\eta^x}^{(i)} (R_w + RC)V_{\Omega_i} \\ \sum_i -S_{\eta^y}^{(i)} (R_w + RC)V_{\Omega_i} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \tag{C1}
 \end{aligned}$$

donde V_{Ω_i} es el volumen de fluido en la parte superior del triángulo Ω_i . Se puede calcular como

$$\begin{aligned}
 V_{\Omega_i} &= \int_{\Omega_i} h dxdy \\
 &= \int_{\Omega_i} (\xi - z) dxdy \\
 &= \int_{\Omega_i} \left[\bar{\xi} + S_{\xi} (x - x_c) + S_{\eta^y} (y - y_c) - z_c - S_{\eta^x}^{(i)} (x - x_c) - S_{\eta^y}^{(i)} (y - y_c) \right] dxdy \tag{C2} \\
 &= \int_{\Omega_i} [\bar{\xi} - z_c] dxdy + \int_{\Omega_i} (S_{\xi} - S_{\eta^x}^{(i)}) (x - x_c) dxdy + \int_{\Omega_i} (S_{\eta^y} - S_{\eta^y}^{(i)}) (y - y_c) dxdy \\
 &= (\bar{\xi} - z_c) A_{\Omega_i} + (S_{\xi} - S_{\eta^x}^{(i)}) (x_c^{(i)} - x_c) A_{\Omega_i} + (S_{\eta^y} - S_{\eta^y}^{(i)}) (y_c^{(i)} - y_c) A_{\Omega_i}
 \end{aligned}$$

Al sustituir V_{Ω_i} en la ecuación (C1) con la ecuación (C2), se pueden obtener los resultados finales de la integración.

REIVINDICACIONES

1. Un procedimiento implementado por ordenador para mejorar un modelo geológico de una región bajo la superficie, que comprende:

- 5 (a) obtener la topografía de un lecho (102) de la región bajo la superficie, la topografía del lecho (102) definida por una pluralidad de celdas (108, 110, 112, 114, 116, 118), cada una de la pluralidad de celdas (108, 110, 112, 114, 116, 118) que tiene una elevación asociada con el centro de su celda,
- (b) representar la topografía del lecho (102) como una representación constante por tramos centrada en la celda en base a las elevaciones asociadas con la pluralidad de celdas (108, 110, 112, 114, 116, 118);
- (c) reconstruir la topografía del lecho (102) para producir una superficie espacialmente continua;
- 10 (d) calcular el flujo y los términos fuente relacionados la fuerza gravitatoria en base a la topografía reconstruida del lecho (202, 302, 402);
- (e) calcular los flujos entre al menos dos de las celdas (406, 408), teniendo en cuenta las variaciones de la topografía del lecho (202, 302, 402) a través de una cara entre las al menos dos de las celdas (406, 408);
- 15 (f) predecir al menos uno de entre el flujo de fluido, la deposición de sedimentos en el lecho y la erosión de sedimentos del lecho utilizando los flujos y los términos fuente relacionados la fuerza gravitatoria;
- (g) introducir el al menos uno de entre el flujo de fluido, la deposición y la erosión previstos en el modelo geológico de la región bajo la superficie;
- (h) usar el modelo geológico para predecir las características de la región bajo la superficie; y
- (i) generar las características previstas de la región bajo la superficie.

20 2. El procedimiento según la reivindicación 1, en el que los flujos se calculan con al menos un primer orden de exactitud.

3. El procedimiento mencionado en la reivindicación 1, en el que la reconstrucción de la topografía del lecho (102) comprende definir triángulos por pares de dos vértices de celdas consecutivos y el centro efectivo de una celda.

4. El procedimiento mencionado en la reivindicación 1 que además comprende:
reconstruir una elevación de la superficie del fluido (104); y

25 calcular el flujo y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria en base a la topografía reconstruida del lecho (202, 302, 402) y la elevación de la superficie reconstruida del fluido (304, 404).

5. El procedimiento mencionado en la reivindicación 4, en el que la elevación de la superficie del fluido se reconstruye utilizando un esquema constante por tramos, o un esquema lineal por tramos.

30 6. El procedimiento mencionado en la reivindicación 1, que comprende extraer hidrocarburos en base a las características previstas generadas de la región bajo la superficie.

7. El procedimiento mencionado en la reivindicación 1, en el que la reconstrucción de la topografía del lecho (102) conserva la masa por debajo y por encima de la superficie espacialmente continua.

8. El procedimiento mencionado en la reivindicación 1, en el que el cálculo de flujos entre al menos dos de las celdas (406, 408) se realiza según la siguiente ecuación:

35
$$\int_{-l_0}^{l_0} \vec{F}^*(l) \cdot \vec{n} dl = 2l_0 \vec{f}^{*(0)} + \frac{2}{3} l_0 (\vec{f}_3^* \hat{\Delta}_L^2 + \vec{f}_4^* \hat{\Delta}_R^2 + \vec{f}_5^* \hat{\Delta}_L \hat{\Delta}_R)$$

en el que $\vec{F}^*(l)$ representa un flujo por anchura unitaria entre dos celdas en la ubicación que está a una distancia l de la línea media de la cara de una celda entre las al menos dos de las celdas, \vec{n} representa un vector unitario perpendicular a un límite entre las al menos dos de las celdas en una cuadrícula no estructurada, l_0 representa la mitad

40 de la longitud del límite entre las al menos dos de las celdas, $\vec{f}^{*(0)}$ representa un primer coeficiente de expansión correspondiente a un flujo de orden cero por anchura unitaria en el centro del borde entre las al menos dos de las

celdas, \vec{f}_3^* representa un segundo coeficiente de expansión, $\hat{\Delta}_L^2$ representa el cuadrado de un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en una primera de las al menos dos de las celdas, \vec{f}_4^* representa un tercer

- coeficiente de expansión, $\hat{\Delta}_R^2$ representa el cuadrado de un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en un segundo de las al menos dos de las celdas, \vec{f}_5^* representa un cuarto coeficiente de expansión, $\hat{\Delta}_L$ representa un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en la primera de al menos dos de las celdas, y $\hat{\Delta}_R$ representa un cambio adimensional de la profundidad máxima del fluido en la segunda de las al menos dos de las celdas.
- 5
9. El procedimiento mencionado en la reivindicación 1 que además comprende:
- actualizar las elevaciones de las celdas constantes por tramos utilizando el flujo de fluido, la deposición de sedimentos y la erosión de sedimentos previstos; y
- repetir las etapas (a) a (f) para mejorar la exactitud de las predicciones del flujo de fluido.
- 10
10. El procedimiento mencionado en la reivindicación 1, en el que las características previstas de la región bajo la superficie incluyen al menos una de entre la distribución de tamaño del grano de los sedimentos, la porosidad y la permeabilidad.
11. El procedimiento mencionado en la reivindicación 1, en el que la pluralidad de elevaciones representan variables conservadoras, y que además comprende actualizar las variables conservativas en base a los términos fuente calculados.
- 15
12. Un producto de programa de ordenador que tiene lógica ejecutable por ordenador grabada en un medio tangible y legible por máquina (900), el producto de programa de ordenador que comprende:
- código (902) para obtener la topografía de un lecho de una región bajo la superficie, la topografía del lecho definida por una pluralidad de celdas, cada una de la pluralidad de celdas que tiene una elevación asociada con el centro de su celda;
- 20
- código (904) para representar la topografía del lecho como una representación constante por tramos centrada en la celda en base a las elevaciones asociadas con la pluralidad de celdas;
- código (906) para reconstruir la topografía del lecho para producir una superficie espacialmente continua;
- 25
- código (908) para calcular el flujo y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria en base a la topografía reconstruida del lecho;
- código (910) para calcular los flujos entre al menos dos de las celdas teniendo en cuenta las variaciones de la topografía del lecho a través de una cara entre las al menos dos de las celdas; y
- código (912) para predecir al menos uno de entre el flujo de fluido, la deposición de sedimentos en el lecho y la erosión de sedimentos del lecho utilizando los flujos y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria.
- 30
13. El producto de programa informático mencionado en la reivindicación 12, en el que el código (906) para reconstruir la topografía del lecho comprende un código para definir triángulos por pares de dos vértices de celdas consecutivos y el centro efectivo de una celda.
14. El programa informático de mencionado en la reivindicación 12, que además comprende:
- código para reconstruir una elevación de la superficie del fluido por encima de la topografía del lecho; y
- 35
- código para calcular el flujo y los términos fuente relacionados con la fuerza gravitatoria en base a la topografía reconstruida del lecho y la elevación de la superficie reconstruida del fluido.
15. El producto de programa informático mencionado en la reivindicación 12, que comprende un código para gestionar la producción de recursos de hidrocarburos en base a la predicción del flujo de fluido.
16. El programa informático de mencionado en la reivindicación 12, que además comprende:
- 40
- código para introducir el al menos uno de entre el flujo de fluido, la deposición y la erosión previstos en un modelo geológico de la región bajo la superficie;
- código para predecir características de la región bajo la superficie usando el modelo geológico; y
- código para generar las características previstas de la región bajo la superficie.

17. Un procedimiento para extraer hidrocarburos de una región bajo la superficie, utilizando el procedimiento de la reivindicación 1.

100

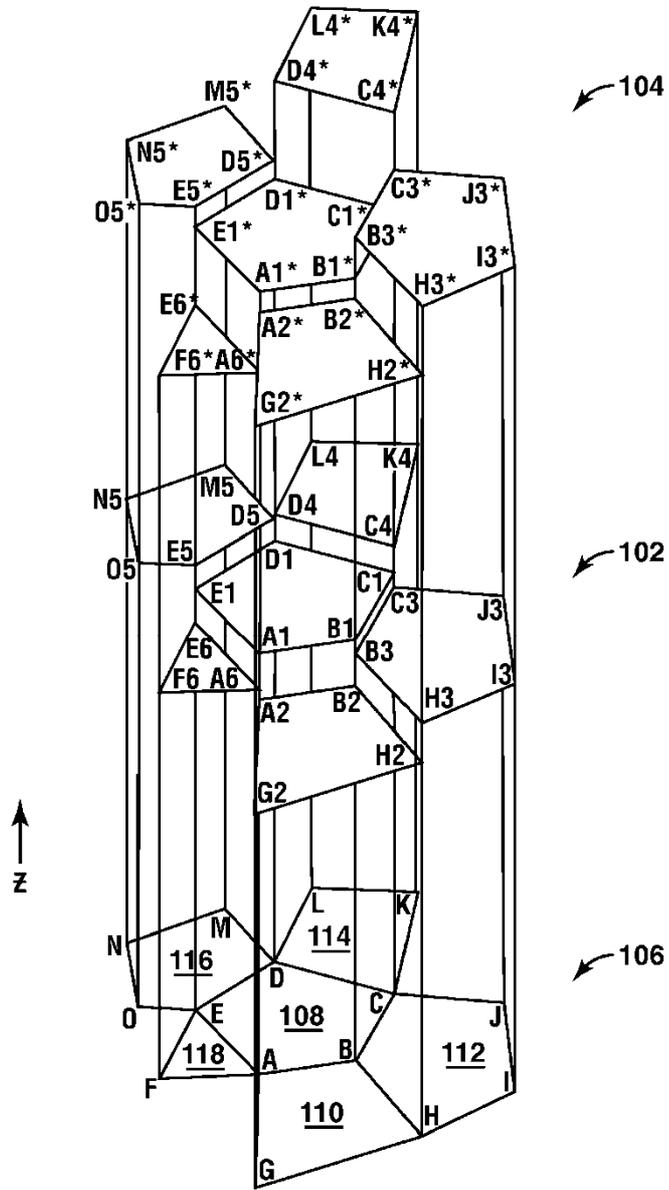
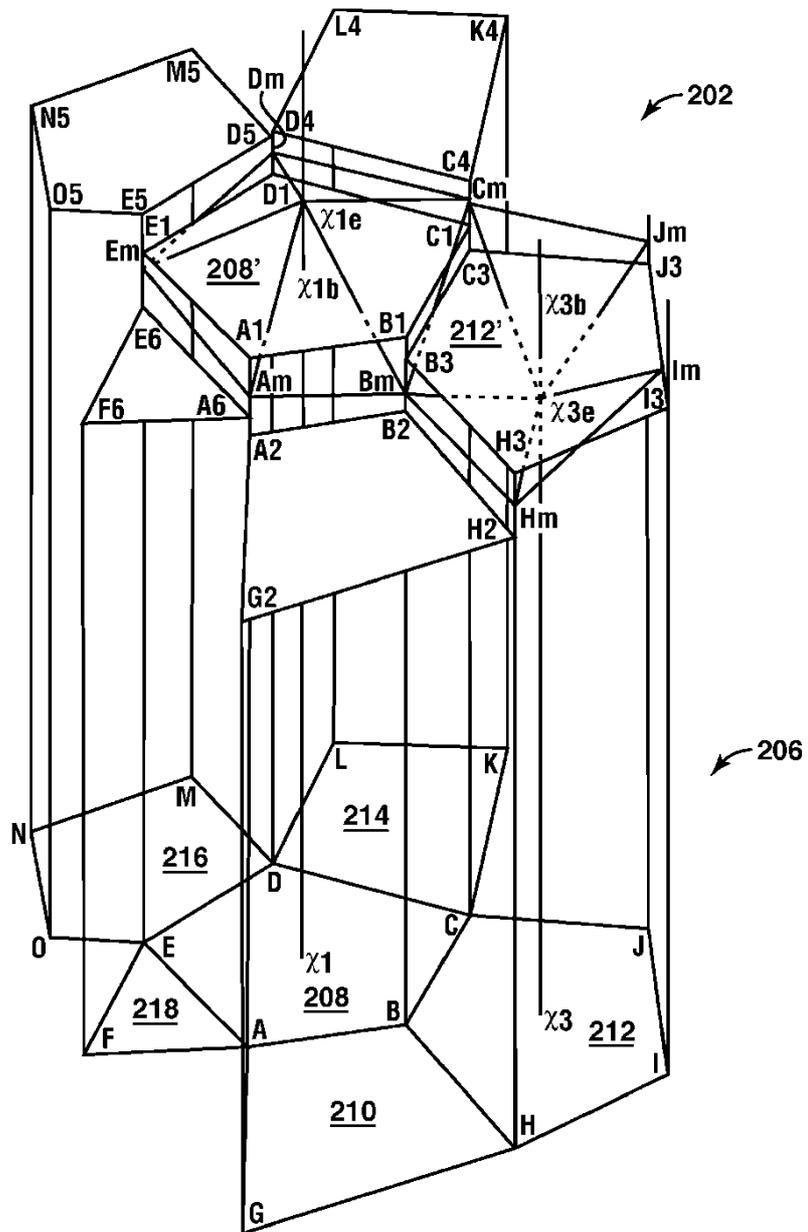


FIG. 1

200



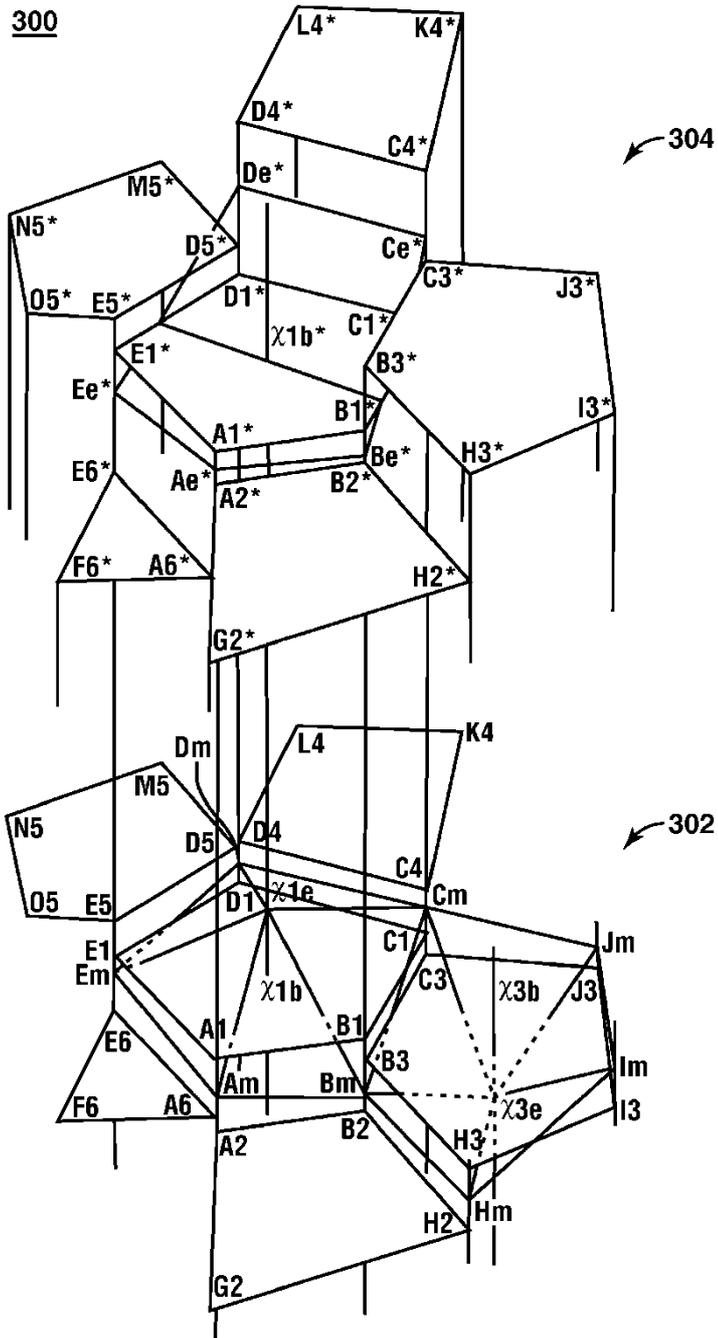


FIG. 3

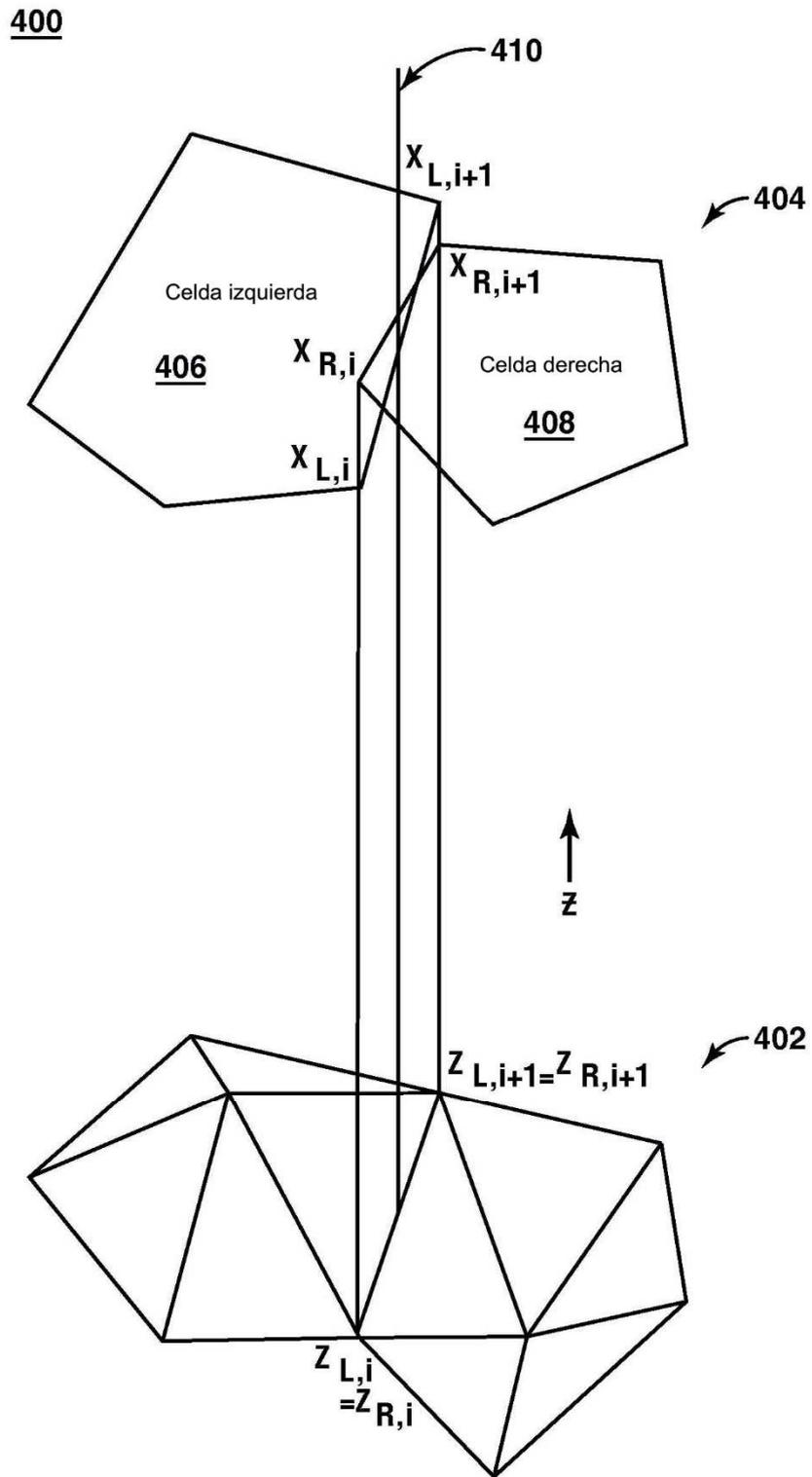


FIG. 4

500

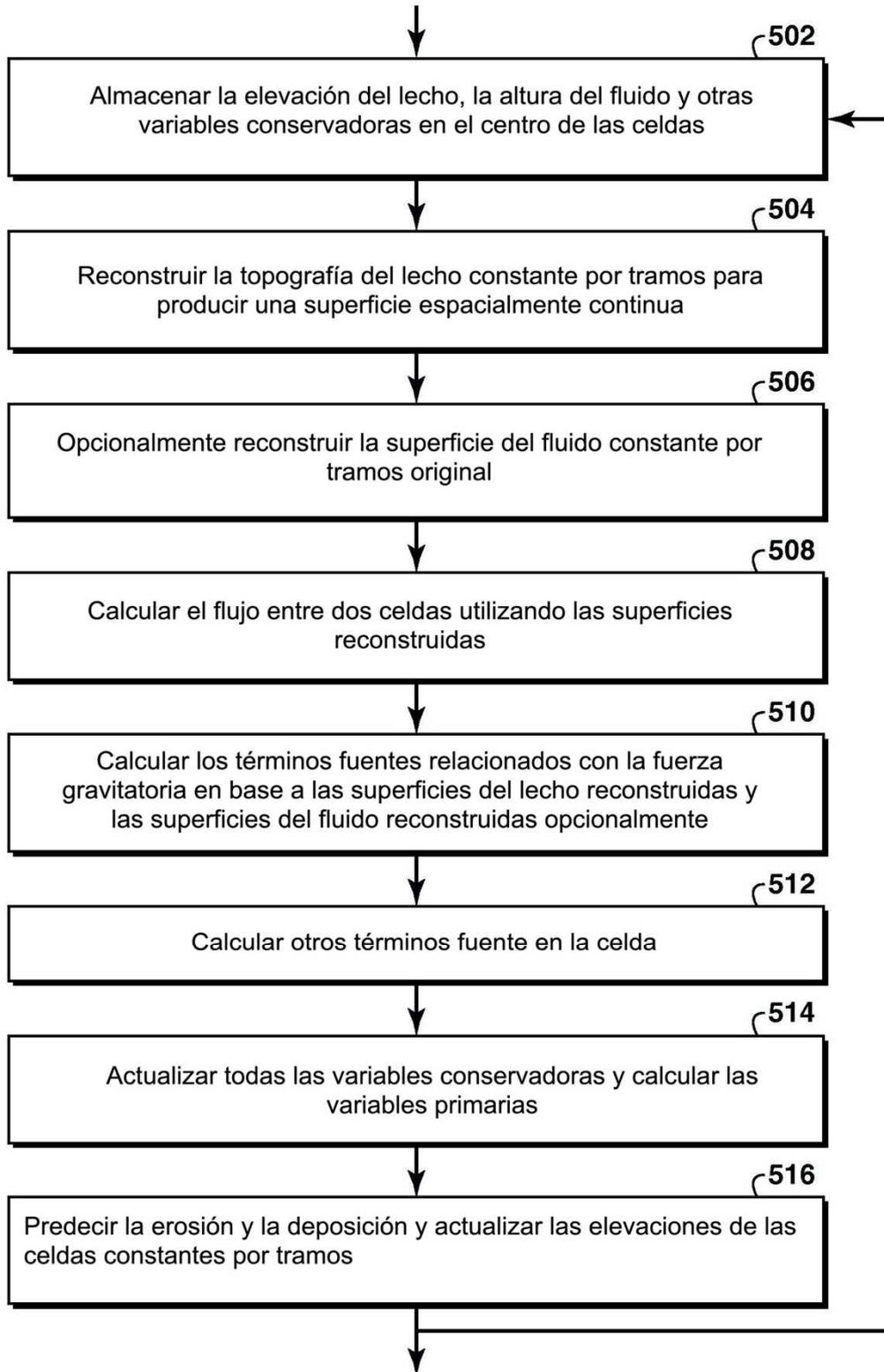


FIG. 5

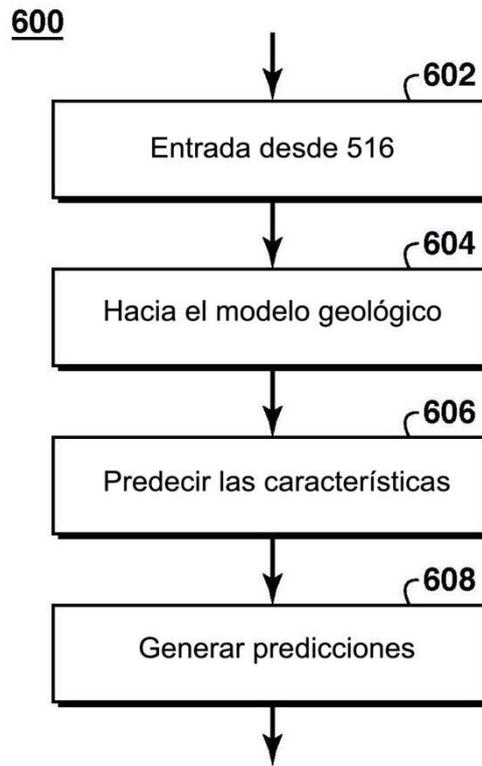


FIG. 6

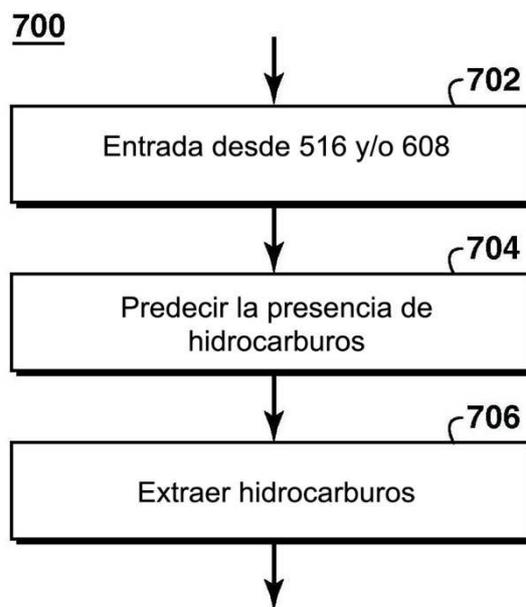


FIG. 7

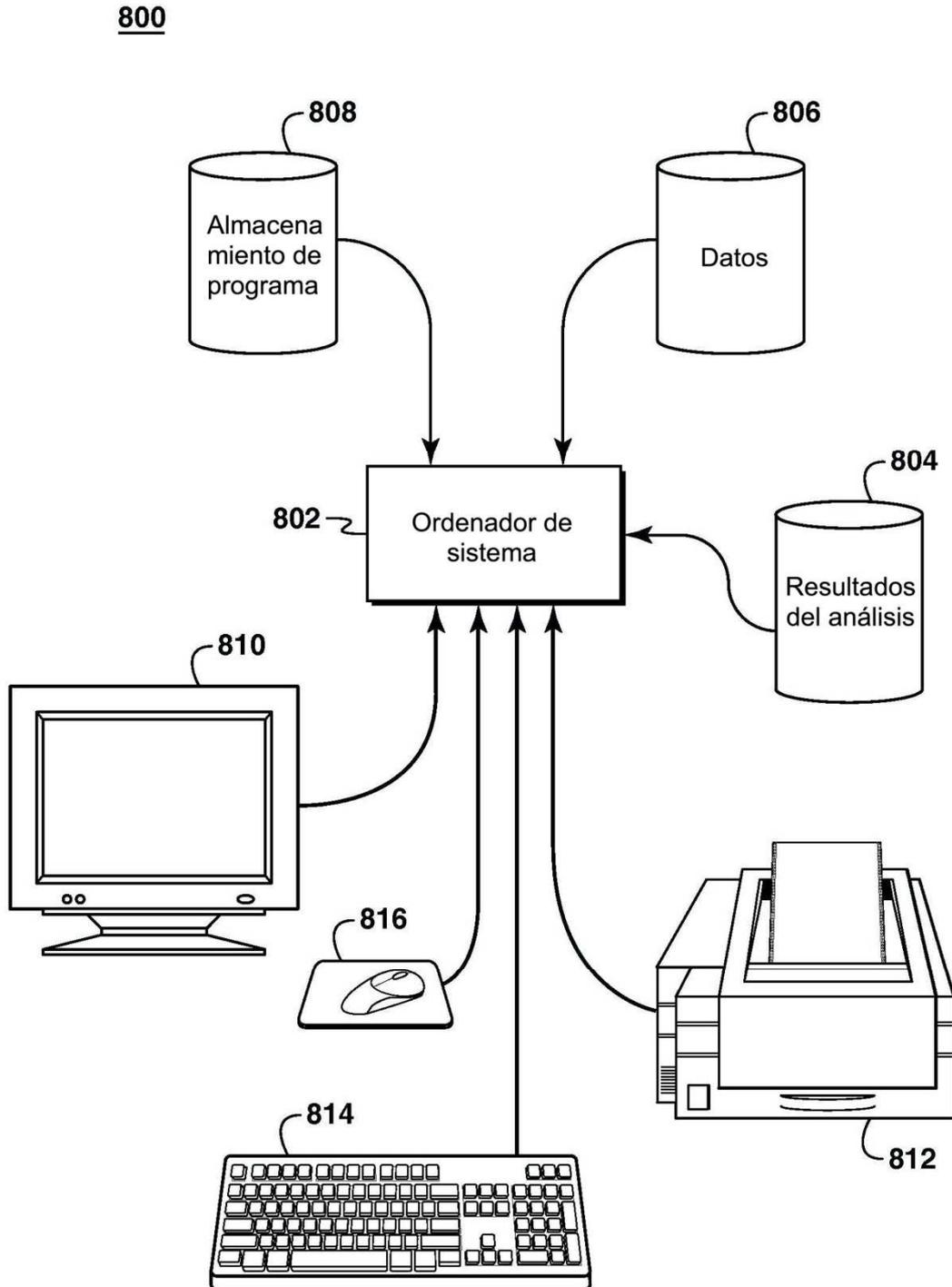


FIG. 8

900

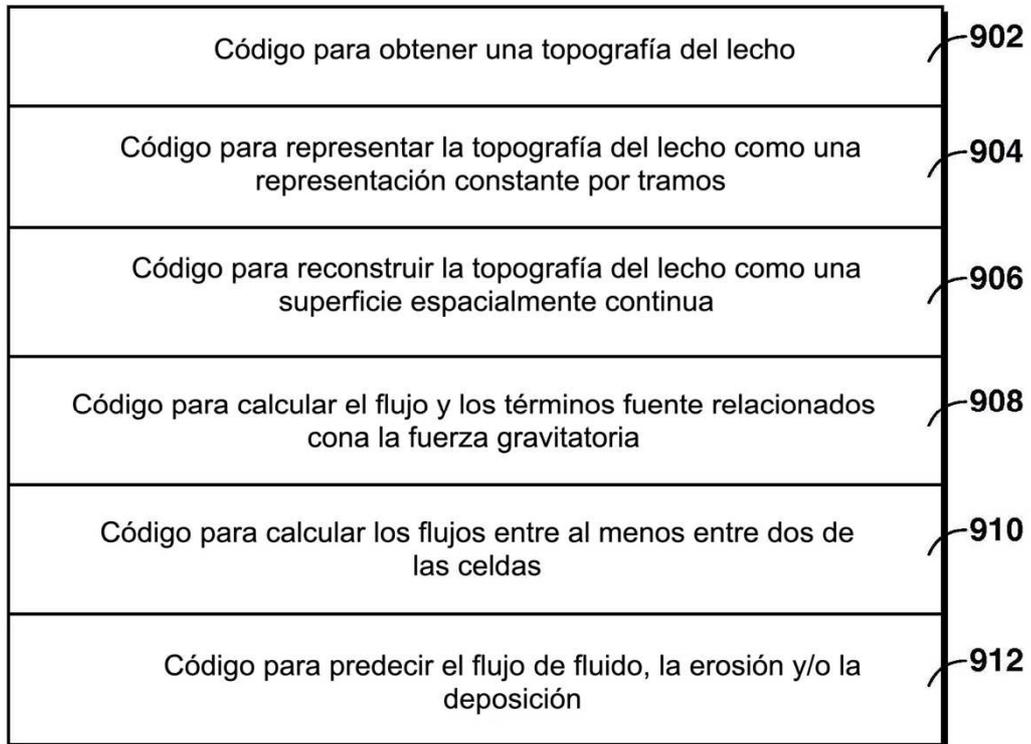


FIG. 9