

19



OFICINA ESPAÑOLA DE
PATENTES Y MARCAS

ESPAÑA



11 Número de publicación: **2 792 858**

51 Int. Cl.:

G01C 21/16 (2006.01)

G01S 19/49 (2010.01)

12

TRADUCCIÓN DE PATENTE EUROPEA

T3

- 86 Fecha de presentación y número de la solicitud internacional: **09.09.2015 PCT/IL2015/050921**
- 87 Fecha y número de publicación internacional: **24.03.2016 WO16042545**
- 96 Fecha de presentación y número de la solicitud europea: **09.09.2015 E 15842426 (7)**
- 97 Fecha y número de publicación de la concesión europea: **18.03.2020 EP 3195015**

54 Título: **Método y sistema de navegación inercial asistido por GPS**

30 Prioridad:

16.09.2014 IL 23469114

45 Fecha de publicación y mención en BOPI de la traducción de la patente:

12.11.2020

73 Titular/es:

IMI SYSTEMS LTD. (100.0%)

P.O.B. 1044

Ramat Hasharon 4711011, IL

72 Inventor/es:

BOYARSKI, SHMUEL

74 Agente/Representante:

ELZABURU, S.L.P

ES 2 792 858 T3

Aviso: En el plazo de nueve meses a contar desde la fecha de publicación en el Boletín Europeo de Patentes, de la mención de concesión de la patente europea, cualquier persona podrá oponerse ante la Oficina Europea de Patentes a la patente concedida. La oposición deberá formularse por escrito y estar motivada; sólo se considerará como formulada una vez que se haya realizado el pago de la tasa de oposición (art. 99.1 del Convenio sobre Concesión de Patentes Europeas).

DESCRIPCIÓN

Método y sistema de navegación inercial asistido por GPS

Campo de la invención

5 La presente invención se refiere a un sistema y método de navegación inercial asistido por GPS multisensor (multi-IMU y multi-GPS).

Antecedentes de la invención

10 El tema del filtrado federado, y específicamente la navegación federada con múltiples IMU, ha recibido considerable atención en las últimas tres décadas. La referencia [1] contiene una amplia revisión sistemática del filtrado distribuido de Kalman, no necesariamente en el contexto de la navegación. Las obras fundamentales de Carlson, referencias [2]-[6], han introducido ideas y técnicas de filtrado descentralizadas/federadas en el ámbito de la navegación. Estos enfoques de navegación fueron investigados a fondo en el instituto de tecnología de la USAF, referencias [7]-[8]. Algunos trabajos más recientes sobre este tema se ejemplifican en las referencias [9]-[11]. Las referencias [12]-[16] son libros y documentos sobre navegación inercial, y las referencias [17]-[19] son el documento fundamental sobre el filtrado de Kalman y dos libros prácticos bien conocidos sobre el tema. Las relaciones cinemáticas y dinámicas básicas entre puntos dentro de un cuerpo rígido aparecen en numerosas fuentes, por ejemplo, la referencia (20).

15 Sin embargo, con respecto a la navegación, la mayoría, si no todas, las investigaciones pasadas sobre navegación federada multisensor se centraron únicamente en sus *aspectos de filtrado*: filtrado central versus distribuido/en cascada/federado; la profundidad del intercambio de información entre el filtro 'maestro' y los filtros 'locales'; establece tamaños y contenido (en los niveles 'local' y 'maestro'); con o sin restablecimiento de filtros ('local'/'maestro'); y la correlación incurrida entre filtros locales debido a dinámicas comunes y actualizaciones comunes, etc. Una virtud importante de la navegación federada multisensor, enfatizada en la mayoría de las investigaciones anteriores sobre el tema, si no todas, es la redundancia (tolerancia a fallas) y la capacidad de detección/aislamiento de fallas, con respecto a fallas 'duras' y 'blandas'. La técnica relacionada se divulga en el artículo titulado: "Localización al aire libre mejorada del sistema de fusión multi-GPS/INS utilizando la distancia de Mahalanobis", de Yun-Ki Kim, Seung-Hwan Choi y Jang-Myung Lee del Departamento de Ingeniería Eléctrica, Universidad Nacional de Pusan, Busan, Corea. Kim et ál. describen un sistema para estimar la posición exterior con tres GPS y un sensor IMU. Se describe técnica relacionada adicional en "Integración de unidades de medición de inercia múltiple para navegación peatonal", de Jared B. Bancroft, Universidad de Calgary, Canadá, Departamento de Ingeniería Geomática, 31 de diciembre de 2010, informes UCGE, 2010, 20320: 196. Bancroft describe un GPS para navegación peatonal, cuya precisión se ve reforzada por la fusión con múltiples unidades de medida de inercia (IMU).

Compendio de la invención

20 El presente sistema incluye un cuerpo rígido móvil ('vehículo', por ejemplo, una aeronave) en el que se instala de forma fija una pluralidad de unidades de medición de inercia (IMU) y una o más antenas y receptores de GPS. Una computadora de navegación (NC) completa el hardware de navegación e interconecta todos los elementos de hardware anteriores. El presente sistema y método de navegación inercial asistido por GPS fusionan los datos de todos los sensores disponibles para producir la solución de navegación (posición, velocidad, actitud). Se supone que ya se ha desarrollado un INS de IMU única/GPS único, y se desea modificarlo y crear un INS multi-GPS/multi-IMU con cambios mínimos de software y con una carga computacional adicional mínima. Estos 'requisitos de minimidad' prácticamente excluyen la navegación federada de la técnica anterior. En comparación con un sistema de navegación inercial (INS) de IMU única/GPS único 'de referencia', el presente sistema y método proporcionan (con receptores de GPS e IMU similares al receptor y la IMU del INS de referencia) una mayor precisión de navegación con una complejidad algorítmica y computacional adicional mínima. El presente método solo se desvía mínimamente de un esquema de navegación inercial asistido por GPS de IMU única/GPS único, y da como resultado beneficios de rendimiento y costo asociados con un sistema de navegación de múltiples agentes. El beneficio de costo se debe al hecho de que varias IMU y receptores de GPS de relativamente baja precisión y bajo costo pueden ofrecer una precisión de navegación que de otra manera (con un INS de IMU única/GPS único) requiere un receptor de GPS y una IMU de alta gama y muy costosos.

25 El sistema y método actuales proporcionan un enfoque de navegación que difiere de las investigaciones y prácticas pasadas de varias maneras. Primero, solo hay un filtro de navegación, y prácticamente es un filtro de navegación básico 'estándar' de IMU única/GPS único, excepto por cambios de ajuste de filtro mínimos. Este filtro no tiene más estados que un filtro de navegación de IMU única/GPS único, y admite solo una solución de IN (fusionada) y una solución de GPS (fusionada), como si hubiera una IMU y un receptor de GPS en el sistema. Además, a pesar de incluir solo un filtro 'estándar' único, la invención incluye correcciones individuales y restablecimientos para todas las IMU e IN, y ayudas individuales para todos los receptores de GPS, de manera similar a la navegación federada de filtros múltiples de la técnica anterior. Y lo anterior se logra mediante la aplicación intensiva de relaciones internas estáticas, cinemáticas y dinámicas de cuerpo rígido bien conocidas, en lugar de otro complejo esquema de filtrado. La clave para las correcciones individuales de sensores es un algoritmo innovador que calcula una solución de mínimos cuadrados en tiempo real para la *aceleración angular* del cuerpo. La detección/el aislamiento de fallas, que no se discuten aquí,

también pueden ser respaldados dentro del alcance de la invención.

5 La carga computacional y la complejidad del software aquí son solo un poco mayores que en un INS de IMU única/GPS único, sin embargo, tanto la carga como la complejidad son significativamente menores que con la navegación federada, que es la técnica anterior de la navegación con múltiples IMU, donde hay varios filtros, generalmente un filtro dedicado por cada IMU más un filtro central.

La presente invención describe un método y un sistema para la navegación inercial asistida por GPS como se establece en las reivindicaciones 1 y 11 adjuntas, respectivamente.

En algunas realizaciones, las correcciones de IMU individuales se calculan como incrementos para las correcciones anteriores, y se integran.

10 En algunas realizaciones, las correcciones de IMU individuales se calculan completamente, después de cada actualización de filtro nuevamente, sin integradores.

15 En algunas realizaciones, el cálculo de las correcciones individuales para los sensores utiliza correcciones de velocidad angular y aceleración angular palanca-brazo, y aceleraciones lineales actualizadas por filtro/corregidas por palanca en las ubicaciones de las IMU individuales, para definir los incrementos de corrección de IMU locales (que se someten a integración) o correcciones locales completas de IMU.

Acrónimos y definiciones

LLLN o *L* - el verdadero marco Local-Level Local-North (LLLN), donde *XYZ* está al Norte-Este-Abajo (NED)

ECEF o *E* - Marco centrado en la tierra fijo en la tierra (ECEF)

CUERPO o *B* - Marco fijo en el cuerpo del cuerpo rígido, donde *XYZ* es adelante-derecha-abajo

20 *I* - el marco inercial

CG - Centro de gravedad del cuerpo rígido, y origen de *C*

IN - Esquema de navegación inercial (estándar)

INS - Sistema de navegación inercial (estándar)

IMU - Unidad de medida Inercial

25 *GPS* - Sistema de posicionamiento global

NC - Computadora de navegación

KF - Filtro de Kalman

HW - Hardware

MC - Simulación de Montecarlo

30 *CEP* - Probabilidad de error circular, el radio del círculo en el que reside el 50 % de los resultados

R95 - El radio del círculo en el que reside el 95 % de los resultados

DCM - Matriz de cosenos de dirección

1PPS - Un pulso por segundo

$\sim \mathcal{N}(\mu, R)$ - Distribución normal (gaussiana) con media μ y varianza R

35 *L_{IN}* - el LLLN (erróneo) calculado por el *IN*

C_M^N - DCM para transformar vectores del marco *M* a *N*

$C_L^B(\psi, \theta, \phi)$ - DCM para transformar vectores del marco *L* de cierto LLLN (verdadero o calculado) en el marco del cuerpo *B*, donde la actitud del marco del cuerpo con respecto al marco LLLN está definida por el triplete de ángulos de Euler estándares occidentales ψ, θ, ϕ

40 $\Psi = [\Psi^R, \Psi^P, \Psi^Y]^T$ - el vector de ángulos (minutos) que relaciona *L_{IN}* con *LLLN*; los errores de actitud RPY (Roll-Pitch-Yaw) del *IN*

C_B^E - DCM para transformar vectores del marco del cuerpo B al marco ECEF E

PVT - Posición (3 vectores), Velocidad (3 vectores), Tiempo

$PV\Theta A\Omega$: Posición, Velocidad, actitud (Θ), Aceleración y velocidad angular (Ω) (los 3 vectores)

$\Delta\theta, \Delta v$ - incrementos de actitud y velocidad (salidas de IMU)

5 $()_I - ()$ fusionado/a

$()_X^Z - ()$ de la entidad X , en el marco Z

$()_{YX}^Z - ()$ de la entidad X , con respecto al marco Y , en el marco Z

Ω_{IB}^B - velocidad angular (Ω) del marco B con respecto al marco I , expresado en el marco B (el superíndice)

r_{Ij} - el vector de posición de la IMU n.º j ($j = 1, \dots, M$), en B (r_{IMUj} en la Figura 3)

10 \bar{r}_I - la media de r_{Ij} , $j = 1, \dots, M$ (ubicación de 'IMU media'), en B ($r_{IMUmedia}$ en la Figura 3)

r_{Ai} - el vector de posición de la antena n.º i ($i = 1, \dots, N$), en B (r_{ANTI} en la Figura 3)

\bar{r}^A - la media de r_{Ai} , $i = 1, \dots, N$ (ubicación de 'antena media'), en B ($r_{IMUmedia ANTmedia}$ en la Figura 3)

r_{IA} - vector en B desde la ubicación de 'IMU media' \bar{r}_I hasta la ubicación de 'antena media' \bar{r}^A ($r_{IMUmedia}$ en la Figura 3)

15 r_{IAi} - vector en B desde la ubicación de 'IMU media' hasta la i .ª antena, $i = 1, \dots, N$ ($r_{IMUmedia ANTi}$ en la Figura 3)

r_{Iij} - vector en B desde la ubicación de 'IMU media' hasta la j .ª IMU, $j = 1, \dots, M$ ($r_{IMUmediaIMUj}$, Figura 3)

Descripción de realizaciones de la invención

Los INS de referencia

20 El INS se supone que existe (Figura 1), y que está a mano y bien reconocido, incluye una única IMU estándar, que proporciona coning y sculling corregido $\{\Delta\theta, \Delta v\}$; un solo receptor de GPS (con una sola antena), que proporciona arreglos $\{P, V, T\}$; y una computadora de navegación que ejecuta un esquema de navegación inercial (IN) y un filtro de navegación estándar con los 15 estados de error estándar $\{PV\Theta A\Omega\}$. El filtro habitualmente es un filtro de Kalman [KF], pero puede ser algún otro filtro, por ejemplo, un KF unscented, un filtro H_∞ , un filtro de partículas, etc. Se corrigen los arreglos de posición y velocidad del GPS para el efecto palanca-brazo del cuerpo-vector entre las ubicaciones de la IMU y la antena. Estas correcciones de palanca-brazo se realizan, de manera estándar, antes de pasar los arreglos al filtro. La computadora utiliza la señal 1PPS del receptor de GPS, junto con el mensaje de tiempo del receptor, para adaptar su propio reloj a la hora del GPS e identificar los tiempos de los arreglos. La computadora también envía señales de sincronización a la IMU, para garantizar la llegada oportuna de la salida de IMU. Las salidas del filtro se utilizan para corregir (restablecer) tanto las entradas de IN como las salidas de IN. Todas las salidas de navegación (solución de $PV\Theta A\Omega$ completa corregida por filtro de navegación) se envían como 'ayuda' al receptor de GPS, para facilitar el rastreo y la readquisición de satélites.

Principales elementos de la invención

35 La invención (Figura 2) incluye las siguientes actividades de computación e intercomunicación, que están completamente definidas en este documento (excepto las dos primeras, las interfaces de hardware y los cálculos de navegación inercial, que se realizan como en el INS 'estándar' de referencia):

- La computadora de navegación (NC) interconecta todas las IMU de la misma manera que la NC de referencia interconecta su IMU, y todos los receptores de GPS de la misma manera que la NC de referencia interconecta su receptor de GPS;
- La NC ejecuta (en paralelo) esquemas de navegación inercial (IN) estándar M , uno por cada IMU;
- 40 • La NC calcula la media de todas las IN, obteniendo así una solución de IN *fusionada* para la ubicación media de las IMU;
- La NC calcula la media de todas las soluciones de GPS, obteniendo así una solución de GPS *fusionada* para la ubicación media de las antenas de GPS;

• La NC alimenta las soluciones de IN fusionadas y de GPS fusionadas (después de corregir la solución de GPS fusionada para la palanca-brazo entre las ubicaciones de 'IMU media' y 'antena media') a un filtro de navegación 'estándar' (IMU única/GPS único) (solo reajustado debido a los errores de 'sensores medios' más pequeños); y

5 • La NC ejecuta un módulo de corrección de IMU/IN/GPS individual que, en función de la física del cuerpo rígido, calcula

- una corrección $\{A, \Omega\}$ para cada IMU,
- una corrección $\{P, V, \Theta\}$ para cada IN, y
- un mensaje de ayuda $\{P, V, \Theta, A, \Omega\}$ para cada receptor de GPS,

10 individual de carácter adecuado y aplica estas correcciones/ayudas individuales a todas las IMU, las IN y los receptores de GPS.

Fusión de GPS

Con referencia a la Figura 3, la ubicación media de las antenas de GPS (ubicación de 'IMU media' o 'centro de IMU') en los ejes del cuerpo es

$$\bar{\mathbf{r}}_A \triangleq \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_{A_i} \quad (1)$$

15 Fusión de arreglo de posición

La verdadera posición ECEF del i .º receptor de GPS es $\mathbf{P}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \mathbf{r}_{A_i}$, donde \mathbf{P}_{CG}^E es la posición CG del cuerpo en ECEF. Por lo tanto, un modelo simple del i .º arreglo de posición del receptor en ECEF en el momento t , que se indica como $\mathbf{P}_{GPS_i}^E(t)$, es

$$\mathbf{P}_{GPS_i}^E(t) = \mathbf{P}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \mathbf{r}_{A_i} + \mathbf{v}_{P_i}^E(t) \quad (2)$$

20 donde $\mathbf{v}_{P_i}^E$ es el error de arreglo de posición en ECEF del i .º receptor, que aquí se supone que es un ruido gaussiano blanco de media cero con covarianza $R_P(t)$. Se supone que todos los receptores tienen las mismas estadísticas de error de posición: $R_P(t) = R_P(t) \forall i$.

El arreglo de posición de GPS de carácter *fusionado* se obtiene sumando la ecuación (2) sobre los arreglos disponibles $i = 1, \dots, N$ y dividiendo por N :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{P}}_{GPS}^E &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{P}_{GPS_i}^E(t) = \\ &= \mathbf{P}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_{A_i} + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_{P_i}^E(t) = \end{aligned} \quad (3)$$

$$25 \quad \mathbf{P}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \bar{\mathbf{r}}_A + \bar{\mathbf{v}}_P^E(t)$$

donde $\bar{\mathbf{v}}_P^E$ es el ruido de posición de 'GPS medio', cuya covarianza es $\bar{R}_P(t) = \frac{1}{N} R_P(t)$. Por lo tanto, para receptores iguales, la media de los arreglos de posición de ECEF de los receptores representa un arreglo de posición de ECEF (fusionado) $\bar{\mathbf{P}}_{GPS}^E$ de la ubicación media del cuerpo de las antenas de GPS ($\bar{\mathbf{r}}_A$) y $\bar{\mathbf{P}}_{GPS}^E$ tiene una covarianza de error N veces menor que la de un receptor único. Este último hecho afecta el ajuste del filtro de navegación propuesto.

30 Si los receptores son diferentes, se debería usar $\bar{R}_P^{-1} = \sum_{i=1}^N R_{P_i}^{-1}$ y $\bar{\mathbf{P}}_{GPS}^E = \bar{R}_P \sum_{i=1}^N (R_{P_i}^{-1} \mathbf{P}_{GPS_i}^E)$; $\bar{\mathbf{P}}_{GPS}^E$ entonces representa una 'ubicación de antena' ponderada por covarianza. Los errores de sesgo de arreglo de posición, por ejemplo, los errores ionosféricos (residuales), son comunes a todos los receptores y, por lo tanto, cambian $\bar{\mathbf{P}}_{GPS}^E$.

Fusión de arreglo de velocidad

El i .º arreglo de velocidad del receptor de GPS en ECEF en el momento t , que se indica como $\mathbf{V}_{GPS_i}^E(t)$, es

$$\begin{aligned} \mathbf{V}_{GPS_i}^E(t) &= \mathbf{V}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) (\boldsymbol{\Omega}_{EB}^B \times \mathbf{r}_{A_i}) + \mathbf{v}_{V_i}^E(t) \\ &= \mathbf{V}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) [\boldsymbol{\Omega}_{EB}^B \times] \mathbf{r}_{A_i} + \mathbf{v}_{V_i}^E(t) \end{aligned} \quad (4)$$

35

donde \mathbf{V}_{CG}^E es la velocidad CG del cuerpo en ECEF y $\mathbf{v}_{V_i}^E$ es el error de arreglo de velocidad (ruido) en ECEF del i .º receptor, que se supone que es $\sim \mathcal{N}(0, R_{V_i})$. Todos los receptores tienen las mismas estadísticas de errores de velocidad: $R_{V_i}(t) = R_V(t) \forall i$. Debe tenerse en cuenta que $\Omega_{EB}^B = \Omega_{IB}^B - \Omega_{IE}^B$, donde Ω_{IE} es la velocidad de rotación de la Tierra (constante), Ω_{IE}^B es Ω_{IE} en B, y Ω_{IB}^B (la velocidad angular inercial del cuerpo, en B) se mide (con errores) por los giroscopios de velocidad en las IMU. La matriz $[\Omega \times]$ es la forma simétrica sesgada (también conocida como producto cruzado) del producto cruzado del vector $\Omega = [\Omega_X \Omega_Y \Omega_Z]^T$, y que se define como

$$[\Omega \times] \triangleq \begin{bmatrix} 0 & -\Omega_Z & \Omega_Y \\ \Omega_Z & 0 & -\Omega_X \\ -\Omega_Y & \Omega_X & 0 \end{bmatrix}. \quad (5)$$

El arreglo de velocidad del GPS de carácter *fusionado* se obtiene sumando la ecuación (4) sobre $i = 1, \dots, N$ y dividiendo por N :

$$\begin{aligned} \bar{\mathbf{V}}_{GPS}^E &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{V}_{GPS_i}^E(t) = \\ &= \mathbf{V}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \Omega_{EB}^B \times \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{r}_{A_i} \right) + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mathbf{v}_{V_i}^E(t) \\ &= \mathbf{V}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \Omega_{EB}^B \times \bar{\mathbf{r}}_A + \bar{\mathbf{v}}_V^E(t) \\ &= \mathbf{V}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) [\Omega_{EB}^B \times] \bar{\mathbf{r}}_A + \bar{\mathbf{v}}_V^E(t) \end{aligned} \quad (6)$$

donde $\bar{\mathbf{v}}_V^E$ es el ruido de velocidad de 'GPS medio', de covarianza $\bar{R}_V(t) = \frac{1}{N} R_V(t)$. Por lo tanto, la media de los arreglos de velocidad de ECEF de los receptores (iguales) representa un arreglo de velocidad de ECEF (fusionado) $\bar{\mathbf{V}}_{GPS}^E$ para la ubicación media del cuerpo de las antenas $\bar{\mathbf{r}}_A$, y este arreglo de velocidad tiene una covarianza de error N veces menor que la de un receptor único (esto afecta el ajuste del filtro de navegación). Si los receptores son diferentes, se debería usar $\bar{R}_V^{-1} = \sum_{i=1}^N R_{V_i}^{-1}$ y $\bar{\mathbf{V}}_{GPS}^E = \bar{R}_V \sum_{i=1}^N (R_{V_i}^{-1} \mathbf{V}_{GPS_i}^E)$.

Fusión de IN

Antes de analizar la fusión de IN, debe tenerse en cuenta que cada esquema de IN es idéntico al esquema de IN del INS de referencia, pero se inicializa individualmente, con su propia posición y velocidad mejor conocida inicialmente, que pueden ser significativas para cuerpos grandes e inicializaciones sin reposo. Si el cuerpo es 'pequeño' e inicialmente en reposo, puede ser prácticamente aceptable inicializar todas las IN con la misma posición (y velocidad cero). La inicialización de actitud es la misma para todas las IN.

La salida $\{\Delta\theta, \Delta u\}$ de cada IMU se enruta (después de correcciones $\{A, \Omega\}$ individuales, como en el INS de referencia; el cálculo de las correcciones se describirá más adelante) a un esquema de IN estándar dedicado. La salida $\{P, V, \Theta\}$ de cada IN se enruta (después de correcciones $\{P, V, \Theta\}$ individuales, como en el INS de referencia) al módulo de fusión de IN; este último también recibe $\{\Delta\theta, \Delta u\}$ con correcciones. Ver la Figura 2.

Debe tenerse en cuenta que, aunque los errores individuales de cada IN se abordarán en esta subsección, y aunque cada IN obviamente 'tiene' una matriz de covarianza de error, *no funcionan filtros 'locales' en el método de navegación de esta invención*. Los errores de IN se discuten aquí solo para mostrar cómo se deben usar los parámetros de ruido de salida de las IMU (que conducen a errores de $\{P, V, \Theta\}$ de IN) como parámetros de ruido de procesos en el reajuste del filtro de navegación (único, estándar).

Fusión de salida de posición de IN

La fusión de salida de posición de IN es similar a la fusión de arreglo de posición de GPS descrita anteriormente.

Mediante $\mathbf{P}_{IN_j}^E$, se indica la j .ª salida de posición de IN en ECEF y, mediante $\mathbf{e}_{P_{IN_j}}^E$, se indica su error. Entonces,

$$\mathbf{P}_{IN_j}^E(t) = \mathbf{P}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \mathbf{r}_{I_j} + \mathbf{e}_{P_{IN_j}}^E(t). \quad (7)$$

La salida de posición de IN *fusionada* $\bar{\mathbf{P}}_{IN}^E$ se obtiene sumando la ecuación (7) sobre las M IN y dividiendo por M :

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{P}}_{IN}^E &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{P}_{IN_j}^E(t) = \\ &\mathbf{P}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{r}_{I_j} + \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{e}_{PIN_j}^E(t) \\ &= \mathbf{P}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \bar{\mathbf{r}}_I + \bar{\mathbf{e}}_{PIN}^E(t)\end{aligned}\quad (8)$$

donde $\bar{\mathbf{e}}_{PIN}^E \triangleq \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{e}_{PIN_j}^E$ es el error de posición de 'IN media'. Así, $\bar{\mathbf{P}}_{IN}^E$ representa una solución de posición de ECEF (fusionada) para la ubicación media del cuerpo de las IMU ($\bar{\mathbf{r}}_I$), y su covarianza de error (sin nombre) es aproximadamente M veces menor que la de una sola IN. Ver la referencia [10] para una discusión detallada.

5 Fusión de salida de velocidad de IN

De manera similar,

$$\mathbf{V}_{IN_j}^E(t) = \mathbf{V}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) [\boldsymbol{\Omega}_{EB}^B \times] \mathbf{r}_{I_j} + \mathbf{e}_{VIN_j}^E(t) \quad (9)$$

$$\begin{aligned}\bar{\mathbf{V}}_{IN}^E &= \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{e}_{VIN_j}^E(t) = \\ \mathbf{V}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) \boldsymbol{\Omega}_{EB}^B \times \left(\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{r}_{I_j} \right) + \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{e}_{VIN_j}^E(t) \\ &= \mathbf{V}_{CG}^E(t) + C_B^E(t) [\boldsymbol{\Omega}_{EB}^B \times] \bar{\mathbf{r}}_I + \bar{\mathbf{e}}_{VIN}^E(t)\end{aligned}\quad (10)$$

Aquí $\bar{\mathbf{e}}_{VIN}^E \triangleq \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \mathbf{e}_{VIN_j}^E$ es el error de velocidad de 'IN media' y $\bar{\mathbf{V}}_{IN}^E$ representa una solución de velocidad de ECEF (fusionada) para $\bar{\mathbf{r}}_I$. La covarianza de error de velocidad de IN fusionada es aproximadamente M veces menor que la de una sola IN.

10 Fusión de salida de actitud de IN

Fusión de salida de actitud de IN

La $C_{LLL}^B(\psi, \theta, \phi)$ verdadera se aplica en todo el cuerpo, sin embargo, cada IN produce una C_{LIN}^B calculada ligeramente diferente. Para la j^{a} IN, $j = 1, \dots, M$, se mantiene la siguiente relación entre las salidas de actitud de IN $\{\psi_j, \theta_j, \phi_j\}$, sus errores de actitud $\{\Psi^{Rj}, \Psi^{Pj}, \Psi^{Yj}\}$ y los verdaderos ángulos de Euler $\{\psi, \theta, \phi\}$ (ver la Figura 4):

15

$$\begin{aligned}C_{LLL}^B(\psi, \theta, \phi) &= \\ C_{LIN_j}^B(\psi_j, \theta_j, \phi_j) C_{LLL}^{LIN_j}(\Psi^{Rj}, \Psi^{Pj}, \Psi^{Yj}) &\implies \\ C_B^{LIN_j} C_{LLL}^B &= C_{LLL}^{LIN_j}(\Psi^{Rj}, \Psi^{Pj}, \Psi^{Yj}).\end{aligned}\quad (11)$$

Al aproximar la formulación completa de DCM de ángulos de Euler bien conocida a ángulos diminutos, la C_{LLL}^{LIN} puede expresarse usando $[\Psi^R, \Psi^P, \Psi^Y]^T$ (cada uno normalmente de unos pocos miliradianes) como

$$C_{LLL}^{LIN} \cong \begin{bmatrix} 1 & \Psi^Y & -\Psi^P \\ -\Psi^Y & 1 & \Psi^R \\ \Psi^P & -\Psi^R & 1 \end{bmatrix}. \quad (12)$$

20 La definición (5) y esta última aproximación conducen al resultado bien conocido

$$C_{LLL}^{LIN} \cong I - [\boldsymbol{\Psi} \times]. \quad (13)$$

Por lo tanto, la ecuación (11) puede aproximarse bien como

$$C_B^{LIN_j}(\psi_j, \theta_j, \phi_j) C_{LLL}^B(\psi, \theta, \phi) \cong I - [\boldsymbol{\Psi}_j \times]. \quad (14)$$

Sumando j y dividiendo por M :

$$\begin{aligned} & \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M C_B^{LIN_j}(\psi_j, \theta_j, \phi_j) C_{LLN}^B(\psi, \theta, \phi) \cong \\ & \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M (I - [\Psi_j \times]) = I - \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M [\Psi_j \times] = \\ & I - [(\frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Psi_j) \times] \implies \end{aligned}$$

$$\bar{C}_B^{LIN} C_{LLN}^B \cong I - [\bar{\Psi} \times]. \quad (15)$$

$\bar{C}_B^{LIN} \triangleq \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M C_B^{LIN_j}$ es la media de las salidas de DCM de todas las IN y $\bar{\Psi} \triangleq \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Psi_j$ es el error de actitud medio de las IN (vector de ángulos pequeños). Por lo tanto, la salida de actitud fusionada de las IN, \bar{C}_B^{LIN} , tiene una covarianza de error aproximadamente M veces menor que la de una sola IN. Se requiere una orto-normalización estándar (ver la referencia [15] sección 7.1.1.3) en \bar{C}_B^{LIN} .

5

Fusión de velocidad angular de IN

Ω_{IB}^B de carácter *verdadero* se aplica en todo el cuerpo, sin embargo, cada IMU produce Ω_j o $\Delta\theta_j$ que se miden ligeramente diferentes. El modelo de medición es

$$\Omega_j(t) = \Omega_{IB}^B(t) + e_{\Omega_{IN_j}}(t). \quad (16)$$

10 La salida de velocidad angular de IN *fusionada* es el promedio de todas las Ω_j :

$$\bar{\Omega}_{IN} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M \Omega_j(t) = \quad (17)$$

$$\Omega_{IB}^B(t) + \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M e_{\Omega_{IN_j}}(t) = \Omega_{IB}^B(t) + \bar{e}_{\Omega_{IN}}(t).$$

$\bar{e}_{\Omega_{IN}}$ es el error de velocidad angular de 'IN media'; tiene una covarianza M veces menor que la de una sola IN.

Fusión de aceleración de IN

15 Un hecho físico fundamental sobre los cuerpos rígidos (ver, por ejemplo, la referencia [20]) es que la aceleración lineal inercial expresada en el marco del cuerpo de un punto arbitrario *fijo* D en el cuerpo, \mathbf{a}_{ID}^B , definido por el vector de posición fijo $\mathbf{r}_D = [x, y, z]^T$ en el marco B , donde el origen O de B es el CG del cuerpo, está relacionada con la aceleración lineal inercial del CG, \mathbf{a}_{IO}^B , a través de la velocidad angular inercial del cuerpo Ω_{IB}^B y la aceleración angular inercial del cuerpo $\dot{\Omega}_{IB}^B$:

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_{ID}^B &= \mathbf{a}_{IO}^B + \Omega_{IB}^B \times \Omega_{IB}^B \times \mathbf{r}_D + \dot{\Omega}_{IB}^B \times \mathbf{r}_D \\ &= \mathbf{a}_{IO}^B + ([\Omega_{IB}^B \times][\Omega_{IB}^B \times] + [\dot{\Omega}_{IB}^B \times]) \mathbf{r}_D. \end{aligned} \quad (18)$$

20 Los acelerómetros miden la aceleración inercial *detectada* (\mathbf{sa}), no la aceleración inercial verdadera (\mathbf{a}); estos dos tipos de aceleración están relacionados por (ver la referencia [15], sección 4.3)

$$\mathbf{sa} = \mathbf{a} - \frac{\mathbf{G}}{m} \quad (19)$$

dónde \mathbf{G} es la fuerza gravitacional que actúa sobre la masa total del cuerpo m . Restando \mathbf{G}/m de ambos lados de la ecuación (18), es evidente que la ecuación (18) también es válida para las aceleraciones *detectadas* \mathbf{sa}_{ID}^B y \mathbf{sa}_{IO}^B .

25 Por las observaciones anteriores, el modelo de *medición* de la aceleración detectada de la j -ésima IMU (o IN) es

$$\begin{aligned} \mathbf{sa}_j &= (\mathbf{sa}_{IB}^B)_j + \mathbf{e}_{\mathbf{sa}_{IN_j}} = \\ & \mathbf{sa}_{IO}^B + ([\Omega_{IB}^B \times][\Omega_{IB}^B \times] + [\dot{\Omega}_{IB}^B \times]) \mathbf{r}_{I_j} + \mathbf{e}_{\mathbf{sa}_{IN_j}} \end{aligned} \quad (20)$$

donde Ω_{IB}^B y $\dot{\Omega}_{IB}^B$ se aplican en todo el cuerpo. Por lo tanto, cuando la ecuación (20) se promedia sobre las M IMU

se obtiene el siguiente resultado para la aceleración fusionada \overline{sa}_{IN} válida en \bar{r}_I :

$$\overline{sa}_{IN} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M sa_j = sa_{IO}^B + ([\Omega_{IB}^B \times][\Omega_{IB}^B \times] + [\dot{\Omega}_{IB}^B \times]) \bar{r}_I + \bar{e}_{saIN} \quad (21)$$

donde $\bar{e}_{saIN} = \frac{1}{M} \sum_{j=1}^M e_{saIN_j}$ es el error de aceleración detectado de 'IN media', y su covarianza es M veces menor que la de e_{saIN_j} , el error de aceleración detectado de IN_j . En la práctica, la velocidad y actitud de salida de las IMU (para navegación) se incrementan, y se mantienen resultados similares a los de las ecuaciones. (21) y (17).

Ajuste y funcionamiento del filtro de navegación

La discusión sobre la fusión de IN anterior lleva a las siguientes conclusiones con respecto al ajuste del filtro (determinación de las matrices P_0 , Q y R , usadas en el filtro) en el esquema propuesto:

- P_0 : Los términos $\{P, V, \Theta\}$ deben reflejar la precisión de inicialización de navegación (fusionada). Cada IN se inicializa individualmente, pero todas las inicializaciones de posición derivan prácticamente de una posición dada, con correcciones de palanca para las IMU, y todas las inicializaciones de actitud son iguales a una actitud dada. (Si el cuerpo no está en reposo, habrá $\Omega \times r$ 'correcciones' de velocidad individuales agregadas a una velocidad dada). Por lo tanto, los términos P, V, Θ de la 'P0 fusionada' deben ser iguales a los del INS de referencia. Los términos $\{A, \Omega\}$, sin embargo, deberían ser $\frac{1}{M}$ de los parámetros respectivos de una IMU única.
- Q : Dado que para todos los términos de IN se encontró que su covarianza de error es aproximadamente M veces menor que la de la IN de referencia, y dado que Q representa las covarianzas de los procesos aleatorios que conducen a la covarianza de error de la IN, la 'Q fusionada' debería ser $\frac{1}{M}$ de la Q de referencia.
- R : La 'R fusionada' debería ser $\frac{1}{N}$ de la R de referencia.

La IN fusionada representa \bar{r}_I y el GPS fusionado representa \bar{r}_A . Por lo tanto, los datos del GPS deben, antes de ingresarse en el filtro de navegación, someterse a correcciones de palanca de velocidad y posición estándar utilizando \bar{r}_{IA} (en lugar de la palanca de la IMU única a la antena de GPS única, utilizada en el INS de referencia).

Tanto el estado de filtro *a posteriori* (después de la actualización de GPS) como la salida de navegación de estado completo *solamente* se aplican al punto del cuerpo definido por \bar{r}_I (excepto la actitud, que se aplica en todo el cuerpo). Como todos los sensores están ubicados *en otra parte*, el cálculo de correcciones de IMU/IN *individuales* y la ayuda de GPS *individual* requiere atención especial (ver más abajo).

No se describirán aquí detalles sobre el cálculo *estándar* del restablecimiento de $\{P, V, \Theta\}$ en el filtro de navegación. Debe tenerse en cuenta que en el presente método (de manera similar al esquema de navegación de referencia), después de cada actualización de GPS, los integradores para las 'correcciones de $\{A, \Omega\}$ fusionadas' se incrementan y luego se deducen de las $\{A, \Omega\}$ fusionadas *a priori* actuales, que son sumas de las $\{A, \Omega\}$ *corregidas individuales* actuales, para obtener $\{A, \Omega\}$ 'con corrección de filtro fusionadas' (*a posteriori*).

Cálculo de correcciones de IMU/IN individuales

El módulo de navegación inercial (IN) dentro de un INS *estándar* se asocia tradicionalmente con dos tipos de 'correcciones', ambas realizadas a la frecuencia de arreglo del GPS, que es la tasa de actualización del filtro (y a menudo también la tasa de propagación del filtro), y ambas se realizan *después de cada actualización de filtro*.

Debe tenerse en cuenta que la salida $\{\Delta\theta, \Delta u\}$ de la IMU se corrige *siempre* antes de suministrarse a la IN; la corrección se aplica a la tasa de cálculo de IN (= tasa de salida de IMU). Los términos de corrección $\{\Delta\theta, \Delta u\}$ son *integrales* de los estados de filtro con respecto a $\{A, \Omega\}$ (Figura 1). El estado del filtro generalmente 'existe' solo en las actualizaciones del filtro: el estado se calcula en la etapa de actualización del filtro, se usa para las correcciones de IN y se restablece inmediatamente a cero ya que las correcciones de IN portan toda la información del estado del filtro.

Entonces, en un INS *estándar*, después de cada actualización de filtro:

- La salida de la IN $\{P, V, \Theta\}$ es 'restablecida', es decir, anulada, por la salida $\{P, V, \Theta\}$ de estado completo correspondiente de todo el INS (que, en ese instante, ya incorpora de manera óptima la información de actualización de GPS).
- Los términos de corrección de la tasa de IMU $\{\Delta\theta, \Delta u\}$ mencionada anteriormente están integrados, es decir

incrementados por las partes $\{A, \Omega\}$ del estado de filtro *a posteriori*.

En el *presente* método, todos los elementos anteriores son realizados *individualmente* para cada IN. Ver la Figura 2 y la siguiente descripción.

Restablecimiento de salida de IN individual

- 5 • P : Dado que la salida de posición de estado completo con actualización del filtro del esquema de navegación

$(\mathbf{P}_{r_I}^E)$ se aplica en $\bar{\mathbf{r}}_I$, y las IMU se encuentran en \mathbf{r}_{II_j} , la 'posición de restablecimiento para la j .ª IMU es

$$\mathbf{P}_{IN_j}^{E(+)} = \mathbf{P}_{r_I}^E + \hat{C}_B^E \mathbf{r}_{II_j} \quad (22)$$

donde \hat{C}_B^E es la salida de DCM con actualización del filtro del sistema de navegación y (+) indica datos (individuales) después del restablecimiento.

- 10 • V :

$$\mathbf{V}_{IN_j}^{E(+)} = \mathbf{V}_{r_I}^E + \hat{C}_B^E [\hat{\Omega} \times] \mathbf{r}_{II_j} \quad (23)$$

donde $\mathbf{V}_{r_I}^E$ y $\hat{\Omega}$ son las salidas de estado completo con actualización del filtro de velocidad y tasa del sistema de navegación.

- Θ :

15 $C_B^{LIN_j(+)} = \hat{C}_B^E, \quad \forall j. \quad (24)$

Corrección de salida de IMU individual

La corrección de $\Delta\theta$ se basa en el hecho de que $\hat{\Omega}$ es la velocidad angular actual más conocida en *todos* los puntos del cuerpo, por lo tanto, deseamos alcanzar

$$\Omega_j^{(+)} = \hat{\Omega}, \quad \forall j \quad (25)$$

- 20 manipulando los términos de corrección $\Delta\theta$ (o Ω) individuales. Hay dos formas de lograr esto: definir directamente la corrección de Ω individual 'completa' *a posteriori* como la diferencia entre la medición de tasa *sin procesar* individual actual y $\hat{\Omega}$ prescindiendo así de los integradores con respecto a las tasas (más precisamente, la estimación del error en la tasa); o mantener los integradores de la tasa y definir el *incremento* de la estimación individual de error de tasa como la diferencia entre la tasa *corregida* local *a priori* y $\hat{\Omega}$ (esta es la opción aplicada en el ejemplo). Debe tenerse en cuenta que ambas forman *difieren de la práctica estándar* (para una IMU única) de incrementar los integradores
- 25 con los estados de actualización de filtro apropiados, y ambas conducen a estimaciones de error de IMU 'más ruidosas' (aunque individuales).

Las correcciones de Δu (o \mathbf{A}) individuales son más complicadas, ya que de acuerdo con la ecuación (18) el cálculo de la aceleración lineal en un punto del cuerpo dado, dada la aceleración lineal del CG, requiere conocer la *aceleración*

30 *angular* $\dot{\Omega}_{IB}^B$, que no se mide ni se calcula en los INS. Hasta aquí, era suficiente saber que $\dot{\Omega}_{IB}^B$ es igual para todo el cuerpo.

Uno puede tratar de estimar de alguna manera $\dot{\Omega}_{IB}^B$, por ejemplo mediante un filtro basado en Ω . Este enfoque incurre en un retraso de tiempo perjudicial. En cambio, el presente método aplica una nueva versión de una técnica conocida (ver, por ejemplo, las referencias [22], [23]), que ahora se presentará.

- 35 Primero, se reescribe la ecuación (18) cambiando lados para \mathbf{a}_{IL}^B y \mathbf{a}_{IO}^B :

$$\mathbf{a}_{IO}^B = \mathbf{a}_{ID}^B - ([\Omega_{IB}^B \times][\Omega_{IB}^B \times] + [\dot{\Omega}_{IB}^B \times]) \mathbf{r}_D.$$

Dado que esto último es válido para *cualquier* \mathbf{r}_D , tenemos para \mathbf{r}_1^B y \mathbf{r}_2^B

$$\begin{aligned} (\mathbf{a}_{IB}^B)_1 - ([\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times][\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times] + [\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B \times]) \mathbf{r}_1^B = \\ (\mathbf{a}_{IB}^B)_2 - ([\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times][\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times] + [\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B \times]) \mathbf{r}_2^B, \end{aligned}$$

por lo que

$$(\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)_{IB}^B - ([\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times][\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times] + [\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B \times]) (\mathbf{r}_1^B - \mathbf{r}_2^B) = 0. \quad (26)$$

5 Examinando la ecuación (26) en nuestro contexto, se conocen todas las ubicaciones de las IMU y las IMU miden las aceleraciones y velocidades angulares. Así, la (26) *aplicada a cualquiera de las dos IMU* es un conjunto de tres ecuaciones lineales a partir de las cuales se puede extraer la aceleración angular de 3 vectores $\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B$, de la siguiente manera: (26) \Rightarrow

$$[\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B \times](\mathbf{r}_1^B - \mathbf{r}_2^B) = (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)_{IB}^B - [\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times][\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times](\mathbf{r}_1^B - \mathbf{r}_2^B).$$

10 Debe tenerse en cuenta que el RHS anterior es completamente conocido. El LHS se puede simplificar teniendo en cuenta que para cualquiera de los dos vectores $\mathbf{v}_1, \mathbf{v}_2$

$$\mathbf{v}_1 \times \mathbf{v}_2 = [\mathbf{v}_1 \times] \mathbf{v}_2 = -\mathbf{v}_2 \times \mathbf{v}_1 = -[\mathbf{v}_2 \times] \mathbf{v}_1.$$

Por lo tanto,

$$\begin{aligned} [\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B \times] (\mathbf{r}_1^B - \mathbf{r}_2^B) = -[(\mathbf{r}_1^B - \mathbf{r}_2^B) \times] \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B \implies \\ [(\mathbf{r}_1^B - \mathbf{r}_2^B) \times] \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B = [\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times][\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B \times](\mathbf{r}_1^B - \mathbf{r}_2^B) - (\mathbf{a}_1 - \mathbf{a}_2)_{IB}^B. \end{aligned} \quad (27)$$

15 Ahora, la ecuación (27) en forma abreviada es $C_{(1,2)} \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B = D_{(1,2)}$ (el significado de $C_{(1,2)}$ y $D_{(1,2)}$ es obvio), reconocido que se reconoce como la forma familiar $Cx = D$ donde el vector x es el desconocido y la matriz C y el vector D son dados.

Para aplicar realmente la ecuación (27), se usan dos ubicaciones de IMU cualesquiera \mathbf{r}_k y \mathbf{r}_l , donde $k, l \in \{1, \dots, M\}$; se reemplaza \mathbf{a}_1 y \mathbf{a}_2 por las aceleraciones *detectadas* (medidas) aceleraciones ${}^s\mathbf{a}_k$ y ${}^s\mathbf{a}_l$; y se reemplaza $\boldsymbol{\Omega}_{IB}^B$ por la estimación de tasa del cuerpo actual más conocida $\boldsymbol{\Omega}$:

$$20 [(\mathbf{r}_{I_k} - \mathbf{r}_{I_l}) \times] \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B = [\hat{\boldsymbol{\Omega}} \times][\hat{\boldsymbol{\Omega}} \times](\mathbf{r}_{I_k} - \mathbf{r}_{I_l}) - ({}^s\mathbf{a}_k - {}^s\mathbf{a}_l). \quad (28)$$

Dado que ${}^s\mathbf{a}_k$ y ${}^s\mathbf{a}_l$ e incluso $\hat{\boldsymbol{\Omega}}$ contienen sesgos y ruidos, la solución de la ecuación (28) para $\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B$ es errónea hasta cierto punto. Para minimizar este error, se propone recopilar los datos disponibles de *todas* las IMU y obtener una solución de *mínimos cuadrados* de varianza mínima para $\dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B$, de la siguiente manera.

25 La ecuación (28) puede escribirse con *dos* IMU *cualquiera*. Se aplica la ec. (28) a *todos* los pares de IMU posibles, se concatenan las ecuaciones resultantes $q = M(M-1)/2$ en una ecuación sobredeterminada y se resuelve mediante un procedimiento de mínimos cuadrados. Detalles: (28) abreviada como $\tilde{C}_{(k,l)} \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B = \tilde{D}_{(k,l)}$, o $\tilde{C}_p \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B = \tilde{D}_p$, donde $p \in \{1, \dots, q\}$ es un *par* de IMU. La ecuación concatenada es entonces

$$\tilde{C} \dot{\boldsymbol{\Omega}}_{IB}^B = \tilde{D}, \quad \tilde{C}_{3q \times 3} = \begin{bmatrix} \tilde{C}_1 \\ \vdots \\ \tilde{C}_q \end{bmatrix}, \quad \tilde{D}_{3q \times 1} = \begin{bmatrix} \tilde{D}_1 \\ \vdots \\ \tilde{D}_q \end{bmatrix}. \quad (29)$$

30 La solución de mínimos cuadrados de la ecuación (29) es $\hat{\dot{\boldsymbol{\Omega}}} = (\tilde{C}^T \tilde{C})^{-1} \tilde{C}^T \tilde{D}$. Debe tenerse en cuenta que la inversión de la matriz solo implica una matriz de 3×3 . Dado que existe una manera analítica simple de forma cerrada para invertir una matriz de 3×3 , la inversión de la matriz y la solución completa de mínimos cuadrados *no* son de computación intensiva.

Para finalizar, ahora que se conoce la aceleración angular del cuerpo, es posible calcular la corrección A de salida de IMU individual. Dado que la ecuación (28) se aplica a dos puntos del cuerpo *cualesquiera*, se elige el punto l para que sea la 'IMU media', se elige el punto k para que sea la j .ª IMU, y se resuelve para sa_j :

$$\begin{aligned} sa_j &= [\hat{\Omega} \times][\hat{\Omega} \times](r_{I_j} - \bar{r}_I) + sa_I - [(r_{I_j} - \bar{r}_I) \times] \hat{\Omega} \\ &= [\hat{\Omega} \times][\hat{\Omega} \times](r_{II_j}) + sa_I - [(r_{II_j}) \times] \hat{\Omega} \\ &= sa_I + ([\hat{\Omega} \times][\hat{\Omega} \times] + [\hat{\Omega} \times]) r_{II_j}. \end{aligned} \quad (30)$$

5 Aquí, sa_I es la aceleración detectada con corrección de filtro de carácter fusionado (*a posteriori*) en \bar{r}_I (ver el último párrafo en la subsección "AJUSTE Y FUNCIONAMIENTO DEL FILTRO DE NAVEGACIÓN" anterior).

Las correcciones de aceleración individuales ahora se pueden calcular de dos maneras (ver las dos formas de corrección de tasa de carácter individual en el párrafo siguiente a la ecuación (25)): con o sin integradores.

10 Un *incremento de A* de estimación de error individual aplicable a la IMU en r_I se puede definir como la diferencia entre la aceleración *corregida* local *a priori* y la sa_j 'completa' *a posteriori* de la ecuación (30). Cada integral A individual se avanza, después de una actualización de GPS, mediante su incremento de A individual aplicable. Este es el enfoque aplicado en el ejemplo más adelante. Alternativamente, se define la corrección de A individual 'completa' *a posteriori* como la diferencia entre la medición de aceleración *sin procesar* individual actual (= salida de IMU) y sa_j , y se prescinde de los integradores con respecto a la estimación de errores de aceleración.

15 Ambas maneras *difieren en dos aspectos de la práctica estándar* (para una IMU única): debido a los términos de corrección de palanca-brazo de velocidad/aceleración angular, y debido al uso de la aceleración *a posteriori* local 'más conocida' (sa) para definir los incrementos locales (para los integradores), en lugar de utilizar estados de actualización de filtro. Las estimaciones de error A resultantes son 'más ruidosas' que las habituales para una IMU única, sin embargo, son verdaderamente individuales.

20 Cálculo de ayuda de GPS individual

Los elementos de ayuda individuales $\{P, V, \Theta, \Omega\}$ para los receptores de GPS, que pueden enviarse a una tasa de IN, se calculan de manera similar a las ecuaciones (22)-(25) excepto con r_{IA_i} en lugar de r_{II_j} . Los elementos individuales de ayuda A se calculan mediante (ver la ecuación (30))

$$sa_i = sa_I + ([\hat{\Omega} \times][\hat{\Omega} \times] + [\hat{\Omega} \times]) r_{IA_i}. \quad (31)$$

25 Durante la interrupción del GPS

Quando las señales de GPS no están disponibles, después de haber estado disponible durante un tiempo durante la navegación, el sistema continúa navegando como cualquier INS estándar, es decir, con navegación puramente inercial utilizando las correcciones de IMU más recientes (y 'congeladas'). De hecho, cada IN dentro del sistema hace eso individualmente, y la fusión de IN continúa independientemente del estado del GPS.

30 Con datos de GPS, el rendimiento de navegación con respecto a la ubicación de 'IMU media' (o 'centro de IMU') \bar{r}_I es mucho mejor que el del INS de referencia (con respecto a su ubicación de IMU única). De hecho, es hasta aproximadamente \sqrt{MN} veces mejor debido solamente a la reducción de ruidos; y las correcciones de sensores individuales mejoran eso significativamente. Durante la *interrupción* del GPS, la navegación es mejor que la del INS de referencia tanto porque los errores de las IMU residuales son más pequeños como porque las 'condiciones iniciales' de la navegación puramente inercial son más precisas.

35 Sin embargo, la invención tiene una característica útil adicional que es aplicable durante las interrupciones del GPS: aunque la precisión de la navegación se deteriora inevitablemente durante la interrupción, la solución de navegación *fusionada* siempre es significativamente *mejor* que la de cualquier IN *individual* dentro del sistema. Así, *se puede seguir realizando un restablecimiento de salida de IN individual* (ver las ecuaciones (22) - (24)), para datos de

40 navegación $\{P, V, \Theta\}$ mejorados con respecto a todo caso de r_{I_j} . ($P_{r_I}^E, V_{r_I}^E, \hat{C}_B^E$ y $\hat{\Omega}$ en tal caso son solo las variables respectivas fusionadas, sin actualizaciones de filtro). Esto puede ser prácticamente importante, por ejemplo, cuando un sensor óptico está ubicado cerca de una IMU. No hace falta decir que los restablecimientos de salidas de IN individuales durante la interrupción del GPS *no mejoran la navegación del conjunto* con respecto a \bar{r}_I .

45 Debe tenerse en cuenta que r_{II_j} multiplica \hat{C}_B^E , que *no tiene una precisión perfecta*, de forma tal que un r_{II_j} 'muy grande' no es aconsejable (incluso con datos de GPS).

Ejemplo de simulación

El ejemplo de simulación numérica que se describe a continuación demuestra las características principales de la invención, con varias IMU y un solo receptor de GPS, y compara el rendimiento de la invención con el rendimiento de un esquema de navegación (casi) idéntico (con el mismo hardware), aunque carece de las correcciones de IMU individuales.

La razón principal para usar un receptor de GPS en el ejemplo, en lugar de varios receptores, es el deseo de resaltar la contribución de las correcciones de IMU individuales. El enfoque con el que se compara la invención se aplica (como la invención) a la navegación inercial completa para cada IMU, incluidas las inicializaciones individuales y los restablecimientos de filtro de PV0 individuales. Es decir, el enfoque comparado es significativamente más complicado que el enfoque básico de múltiples IMU, que consiste en promediar las salidas de las IMU y ejecutar una sola IN. El enfoque comparado difiere de la invención solo en que aplica las mismas correcciones de tasa y aceleración del filtro de navegación para todas las IMU (en lugar de las correcciones individuales para cada IMU, en la invención).

La configuración de hardware (simulada) utilizada en todas las simulaciones de navegación incluye cinco IMU de bajo grado ADIS16448, fabricadas por ANALOG DEVICES. Cuatro de estas IMU se 'colocan' en los cuatro vértices de un tetraedro cuya longitud del borde es de 0.2 metros; una IMU se 'coloca' en el centro del tetraedro. Ver la referencia [23] para una discusión de los efectos del arreglo de IMU. La simulación incluye el modelado de ubicaciones y desalineaciones de IMU individuales, y de errores de sesgo/factor de escala/paseo aleatorio individuales (según la especificación ADIS16448) para cada uno de los 30 sensores (una IMU incluye una tríada de acelerómetros y una tríada de giroscopios de velocidad). Una segunda configuración de hardware evaluada fue una versión contraída de la primera, con todas las IMU ubicadas conjuntamente. Para ser justos, se utilizaron las mismas secuencias aleatorias en las ejecuciones de simulación con el enfoque comparado.

Se usó una trayectoria de 3 minutos de un cohete, que incluye la fase de impulso (aproximadamente 20 segundos) y una parte de la fase balística. La recepción de GPS está disponible durante los primeros 2 minutos. Debe tenerse en cuenta que la precisión de la actitud de la navegación en una trayectoria balística a gran altitud es generalmente pobre.

La Figura 5 presenta errores de posición, velocidad y actitud en una ejecución de simulación única para los dos esquemas de navegación comparados, y para dos configuraciones de hardware (HW): tetraedro+centro e IMU de ubicación conjunta. En los primeros 120 segundos, el GPS domina la precisión de navegación y las cuatro ejecuciones presentan un rendimiento prácticamente idéntico. Durante la interrupción del GPS (de 120 a 180 segundos; ver la Figura 6), es evidente una clara ventaja de la invención, con aproximadamente la mitad de los errores del enfoque comparado (con una pequeña ventaja para la configuración de ubicación no conjunta, pero no en actitud). Por lo tanto, en este ejemplo, las correcciones de IMU individuales son equivalentes a usar (en el enfoque comparado) alrededor de cuatro veces la cantidad de IMU (20 IMU). Dado que el enfoque comparado es significativamente más avanzado que el simple promedio de IMU, la ventaja de la invención sobre el promedio de IMU es aun mayor.

La razón de este éxito se puede ver en la Figura 7, que aborda una de las IMU descentradas en las ejecuciones de simulación realizadas para la Figura 5, y presenta para cada uno de los seis sensores de esta IMU el error cierto total (excluyendo el paseo aleatorio, para mayor claridad) y las estimaciones de error realizadas por los dos métodos comparados (nota: después $t = 120$ las estimaciones están 'congeladas'). Las variables presentadas son los incrementos de velocidad y ángulo; los gráficos pertenecientes a los incrementos de velocidad X y Z se amplían. Aunque el invento no proporciona estimaciones de error sin fisuras, sigue funcionando mucho mejor que el enfoque comparado, que aplica las mismas correcciones de filtro para todas las IMU. Deben tenerse en cuenta las estimaciones claramente mejores con respecto al acelerómetro Y y los giroscopios de velocidad X y Z. La estimación del acelerómetro Z también es significativamente mejor. La estimación del acelerómetro X captura la verdadera dinámica del error, mientras que el enfoque comparado pasa completamente por alto este último.

La invención y el enfoque comparado también se han comparado estadísticamente mediante ejecuciones de simulación de Montecarlo. Las precisiones de navegación de posición horizontal resultantes, en términos de CEP y R95, se presentan en la Figura 8, que amplía el período de interrupción del GPS. En esta simulación de MC, la invención es dos veces más precisa que el enfoque comparado, tanto con respecto a CEP como a R95.

La Figura 9 muestra las respectivas mediciones de precisión de actitud tridimensionales del 50 % y 95 % y también amplía el período de interrupción del GPS. La precisión de la actitud mostrada es pobre debido a la condición de vuelo a gran altitud de carácter balístico. Con respecto a la precisión de la actitud, las medidas del 50 % de la invención y los enfoques comparados son bastante similares; sin embargo, la medida de precisión de la actitud del 95% de la invención es mucho mejor (2.7 veces mejor en $t = 180$ segundos) que la del enfoque comparado. Esto significa que la distribución de errores de actitud del presente método es mucho más estrecha que la del método comparado. Debe tenerse en cuenta nuevamente que el enfoque comparado requeriría aproximadamente 20 IMU (en lugar de 5 IMU) para lograr la precisión de posición de la invención, y que el promedio de IMU (el enfoque básico para la navegación multi-IMU) requeriría aun más IMU.

Obviamente, uno puede ejecutar un esquema de navegación inercial y un filtro de navegación individual por cada IMU, y fusionar sus salidas (ver las referencias [10], [2]-[6]) para lograr un rendimiento similar al de la invención, quizás

incluso mejor. Sin embargo, la complejidad del código en tiempo real asociada, la extensión de la desviación con respecto a un código en tiempo real de IMU única/GPS único existente y la carga computacional resultante serían todas *mucho mayores* que con la presente invención.

Referencias

- 5 [1] Mahmoud, M.S. y Khalid, H.M. "Distributed Kalman filtering: a bibliographic review", Control Theory & Applications, IET, Volume 7, Issue 4, **2013**. Digital Object Identifier: **10.1049/iet-cta.2012.0732**
- [2] N. A. Carlson. "Information-Sharing Approach to Federated Kalman Filtering", Proceedings of the **1988** IEEE National Aerospace and Engineering Conference (**NAECON 88**), págs. **1581**, Dayton, **OH.**, **1988**.
- 10 [3] N. A. Carlson. "Federated Filter for Fault-Tolerant Integrated Navigation Systems", IEEE Position, Location, and Navigation Symposium, págs. **110119**, Orlando, **FL.**, **1988**.
- [4] N. A. Carlson. "Federated square root filter for decentralized parallel processes", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, Vol. **26(3)**, págs. **517-525**, **1990**.
- [5] N. A. Carlson. "Federated filter for computer efficient near-optimal GPS integration", IEEE Trans. on Aerospace and Electronic Systems, págs. **306-314**, **1996**.
- 15 [6] N. A. Carlson. "Federated Filter for Distributed Navigation and Tracking Applications", **ION 58th AM**, pp. **340-353**, **2002**.
- [7] Lawrence, P.J. "Comparison of a Distributed Kalman Filter Versus a Centralized Kalman Filter with Fault Detection Considerations", AFIT MS Thesis, Wright-Patterson **AFB**, **AFIT/GE/ENG/93S-06**, **1993**.
- [8] Stephen J. Delory. "Design and Analysis of a Navigation System Using The Federated Filter", AFIT MS Thesis, Wright-Patterson **AFB**, **AFIT/GSO/IENG/95D-02**, **1995**.
- 20 [9] A. Edelmayer y M. Miranda. "Federated filtering for fault tolerant estimation and sensor redundancy management in coupled dynamics distributed systems", Proceedings of the **15th** Med. Conf. on Control & Automation, Athens, Julio **2007**.
- [10] Ilia Rapoport, Amit Brandes and Harel Kraus. "Optimal Fusion of Multiple Sensors with a Common External Update", Proceedings of the **53rd** Israel Annual Conference on Aerospace Sciences, Tel-Aviv & Haifa, Israel, Marzo **2013**.
- 25 [11] Tae-Gyoo Lee. "Centralized Kalman Filter with Adaptive Measurement Fusion: its Application to a GPS/SDINS Integration System with an Additional Sensor", International Journal of Control, Automation, and Systems, Vol. **1(4)**, pp.**444-452**, Dec. **2003**.
- [12] Paul G. Savage. "Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 1: Attitude Algorithms", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. **21(1)**, págs. **19-28** Ene.-Feb. **1998**.
- 30 [13] Paul G. Savage. "Strapdown Inertial Navigation Integration Algorithm Design Part 2: Velocity and Position Algorithms", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. **21(2)**, págs. **208-318**, Mar.-Abr. **1998**.
- [14] Paul G. Savage. "A Unified Mathematical Framework for Strapdown Algorithm Design", Journal of Guidance, Control, and Dynamics, Vol. **29(2)**, págs. **237-249**, Mar.-Abr. **2006**.
- [15] P. G. Savage. Strapdown Analytics, chap. **4.6**, **6**, **15.2**. Strapdown Associates, **2000**.
- 35 [16] D. H. Titterton y J. L. Weston. Strapdown Inertial Navigation Technology, IEE Radar, Sonar, Navigation and Avionics Series **5**, **1997**.
- [17] R. E. Kalman. "A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems", Transactions **ASME 82D**, pp. **33-45**, **1960**.
- [18] Peter S. Maybeck. Stochastic Models, Estimation and Control, Vol. **1**, Navtech Book & Software Store, **1994**.
- [19] Y. Bar-Shalom, X.-Rong Li and T. Kirubarajan. Estimation with Applications To Tracking and Navigation, John Wiley & Sons, **2001**.
- 40 [20] Bernard Etkin. Dynamics of Atmospheric Flight, John Wiley & Sons, **1972**.
- [21] Y. Oshman y F.L. Markley. "Spacecraft attitude/rate estimation using vector-aided GPS observations", IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, **35(3)**, págs. **1019-1032**, **1999**.
- [22] S. Merhav. "A Nongyroscopic Inertial Measurement Unit", Journal of Guidance, Vol. **5(3)**, págs. **227-235**, **1982**.
- 45 [23] R. Hanson. Using Multiple MEMS IMUs to Form a Distributed Inertial Measurement Unit, Master's Thesis, US Airforce Institute of Technology, **2005**.

REIVINDICACIONES

1. Un método de navegación inercial asistido por GPS que comprende:
- 5 proporcionar múltiples sensores que incluyen múltiples unidades de medición de inercia (IMU) y al menos un receptor y antena del sistema de posicionamiento global (GPS), dichas IMU y al menos un receptor y una antena de GPS se instalan fijamente en un cuerpo rígido, dicho al menos un receptor de GPS proporciona soluciones de posición y velocidad; y
- proporcionar una computadora de navegación con software de navegación incorporado o una computadora, que no está dedicada a la navegación, sin embargo, tiene las interfaces de hardware y el software de navegación necesarios; caracterizado por que la computadora está configurada para realizar las siguientes actividades:
- 10 (a) interactuar con todas las IMU y todos los receptores de GPS;
- (b) ejecutar, en paralelo, múltiples esquemas de navegación inercial estándar (IN), uno por cada IMU;
- (c) calcular los valores medios de las soluciones de posición, velocidad y actitud de todos los esquemas de IN, obteniendo así una solución de IN fusionada para la ubicación media de las IMU;
- 15 (d) calcular la media de todas las soluciones de GPS, obteniendo así una solución de GPS fusionada para la ubicación media de las antenas GPS;
- (e) aplicar correcciones de palanca-brazo, con el vector desde la ubicación media de las IMU a la ubicación media de las antenas de GPS;
- (f) alimentar la solución de IN fusionada y la solución de GPS fusionada corregida de palanca-brazo a un único filtro de navegación estándar de modo que dicho filtro de navegación estándar no tenga más estados de filtro que un solo GPS y un solo filtro de navegación de IMU y se adapte a la única solución de IN fusionada y una única solución de GPS fusionada, como si hubiera una IMU y un receptor de GPS;
- 20 (g) calcular una solución de mínimos cuadrados para la aceleración angular del cuerpo rígido; y
- (h) ejecutar un módulo de corrección de IMU/IN/GPS que, en función de la física del cuerpo rígido y las salidas del filtro de navegación único, está configurado para calcular:
- 25 (i) correcciones de velocidad angular y aceleración lineal para cada IMU,
- (ii) correcciones de posición, velocidad y actitud para cada IN, y
- (iii) mensajes de ayuda de posición, velocidad, actitud, aceleración lineal y velocidad angular para cada receptor de GPS
- individuales adecuados.
- 30 2. El método de la reivindicación 1, que utiliza un esquema de navegación inercial (IN) por cada IMU.
3. El método de la reivindicación 1, en donde todas las correcciones y los mensajes de ayuda se realizan individualmente para cada sensor y salida de IN.
4. El método de la reivindicación 3, en donde todas las correcciones y los mensajes de ayuda se calculan mediante algoritmos basados en la física del cuerpo rígido.
- 35 5. El método de la reivindicación 1, en donde la aceleración angular del cuerpo rígido se calcula utilizando un método de mínimos cuadrados que utiliza datos de todas las IMU.
6. El método de la reivindicación 1 o la reivindicación 2, en donde las correcciones de IMU individuales se calculan como incrementos de las correcciones anteriores, y se integran matemáticamente.
7. El método de una cualquiera de las reivindicaciones 1 a 3, en donde las correcciones de IMU individuales se calculan completamente de nuevo después de cada actualización del filtro de navegación, sin integración matemática.
- 40 8. El método de la reivindicación 1, en donde el cálculo de correcciones individuales de todos los sensores usa:
- a. términos de corrección de palanca-brazo de velocidad angular y aceleración angular, y
- b. aceleraciones lineales con actualización de filtro y corregidas por palanca en las ubicaciones individuales de las IMU, para definir incrementos de corrección de IMU locales o para definir correcciones de IMU locales completas.
- 45 9. El método de la reivindicación 2, en donde, con fines de cálculo, las IMU se emparejan en todos los pares de IMU

posibles y el método de mínimos cuadrados utiliza datos de aceleración lineal y velocidad angular de todos dichos pares de IMU.

10. El método de la reivindicación 5, en donde el uso de datos de todas las IMU comprende además el uso de ubicaciones respectivas de las IMU instaladas de forma fija en el cuerpo rígido.

5 **11.** Un sistema de navegación inercial (INS) asistido por GPS que comprende múltiples sensores que incluyen múltiples unidades de medición de inercia (IMU) y una computadora con software de navegación, y al menos un receptor y una antena del sistema de posicionamiento global (GPS), todos instalados de forma fija en un cuerpo rígido, dicho al menos un receptor de GPS proporciona soluciones de posición y velocidad,

caracterizado por que la computadora está configurada para:

10 (a) interconectar todas las IMU y todos los receptores de GPS;

(b) ejecutar, en paralelo, múltiples esquemas de navegación inercial estándar (IN), uno por cada IMU;

(c) calcular los valores medios de las soluciones de posición, velocidad y actitud de todos los esquemas de IN, obteniendo así una solución de IN fusionada para la ubicación media de las IMU;

15 (d) calcular la media de todas las soluciones de GPS, obteniendo así una solución de GPS fusionada para la ubicación media de las antenas de GPS;

(e) aplicar correcciones de palanca-brazo, con el vector desde la ubicación media de las IMU hasta la ubicación media de las antenas de GPS;

20 (f) alimentar la solución de IN fusionada y la solución de GPS fusionada corregida con palanca-brazo a un único filtro de navegación estándar, de modo que dicho filtro de navegación estándar no tenga más estados de filtro que un filtro de navegación de GPS único e IMU única y se adapte a la solución de una IMU fusionada única y de un GPS fusionada única, como si hubiera una IMU y un receptor GPS;

(g) calcular una solución de mínimos cuadrados para la aceleración angular del cuerpo rígido; y

(h) ejecutar un módulo de corrección de IMU/IN/GPS que, en función de la física del cuerpo rígido y las salidas del filtro de navegación estándar único, calcula:

25 (i) correcciones de velocidad angular y aceleración lineal para cada IMU,

(ii) correcciones de posición, velocidad y actitud para cada IN, y

(iii) mensajes de ayuda de posición, velocidad, actitud, aceleración lineal y velocidad angular para cada receptor de GPS

individuales adecuados.

30

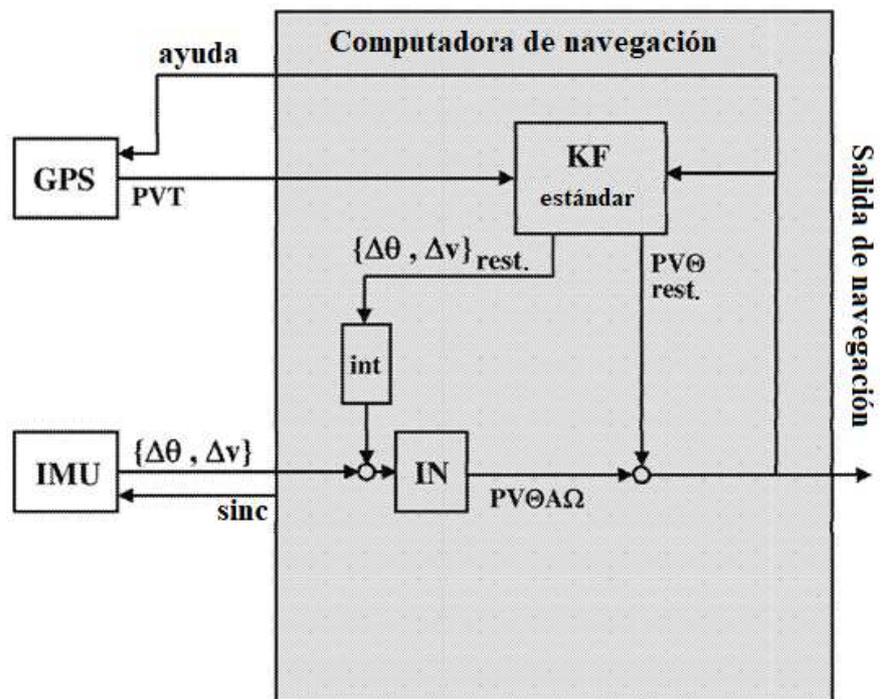


Figura 1: El INS de referencia (técnica anterior)

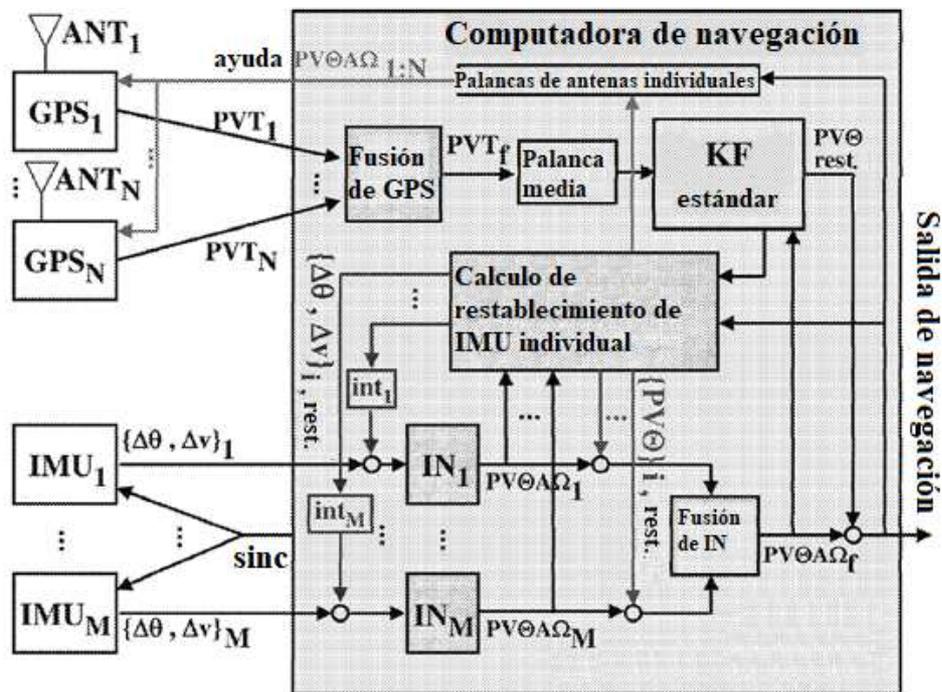


Figura 2: El MANS propuesto

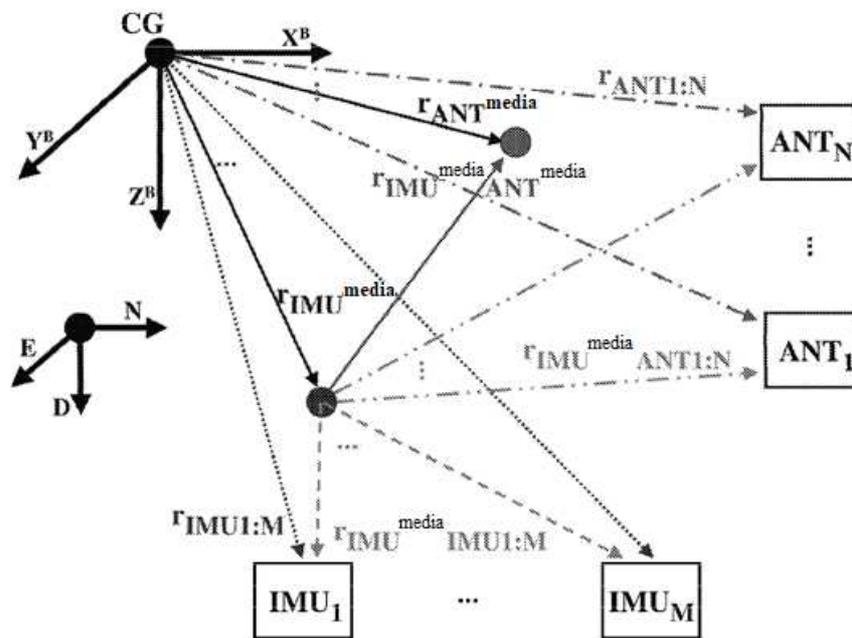


Figura 3: Ubicaciones en el cuerpo y vectores (ver la nomenclatura de vectores)

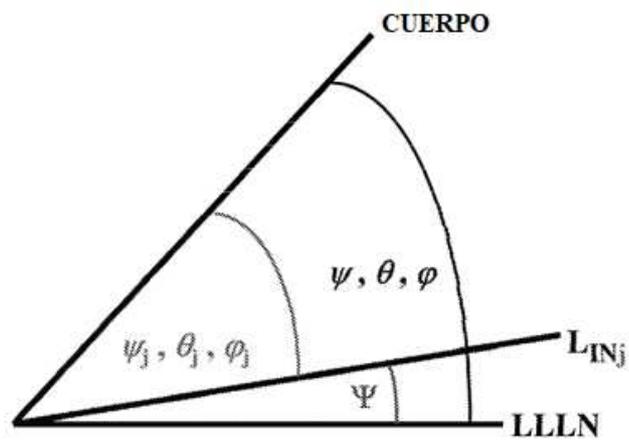


Figura 4: Salidas de actitud y errores de actitud

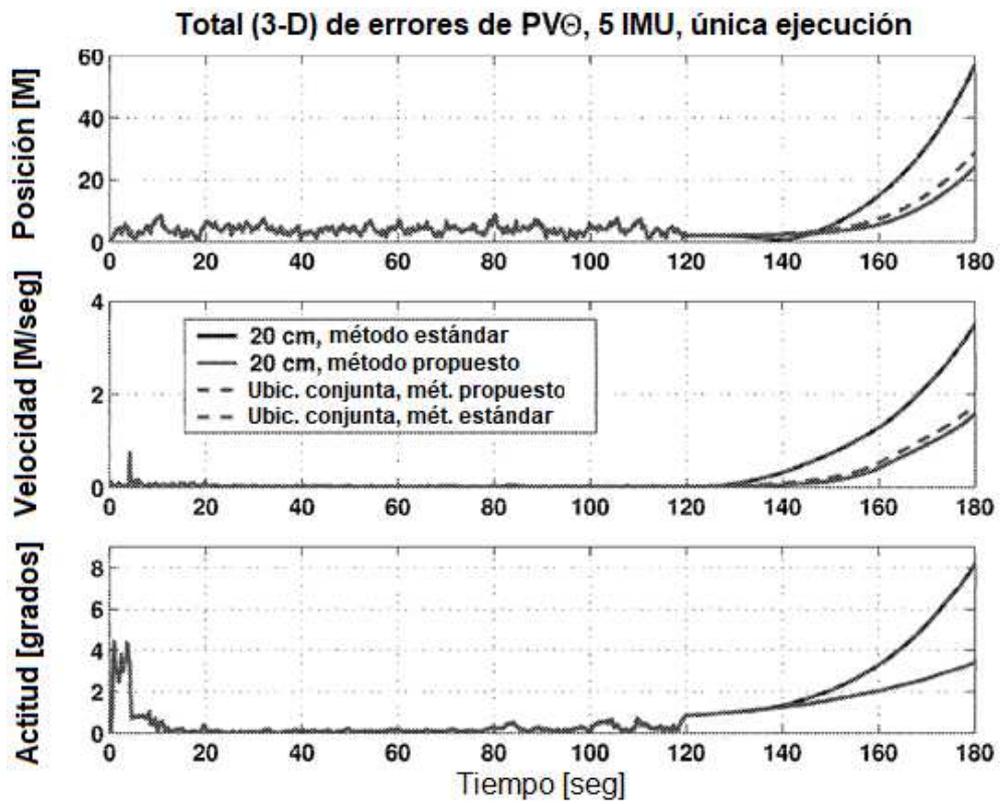


Figura 5: errores de $PV\Theta$, ejecución única, 2 esquemas de NAV, 2 configuraciones de HW

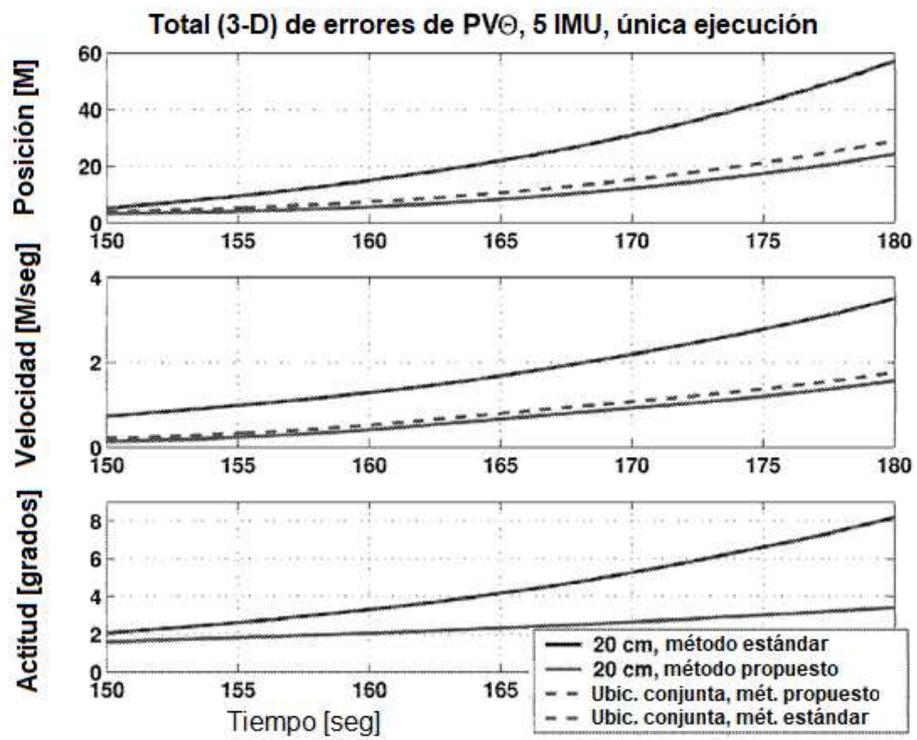


Figura 6: Ampliación de la Figura 5

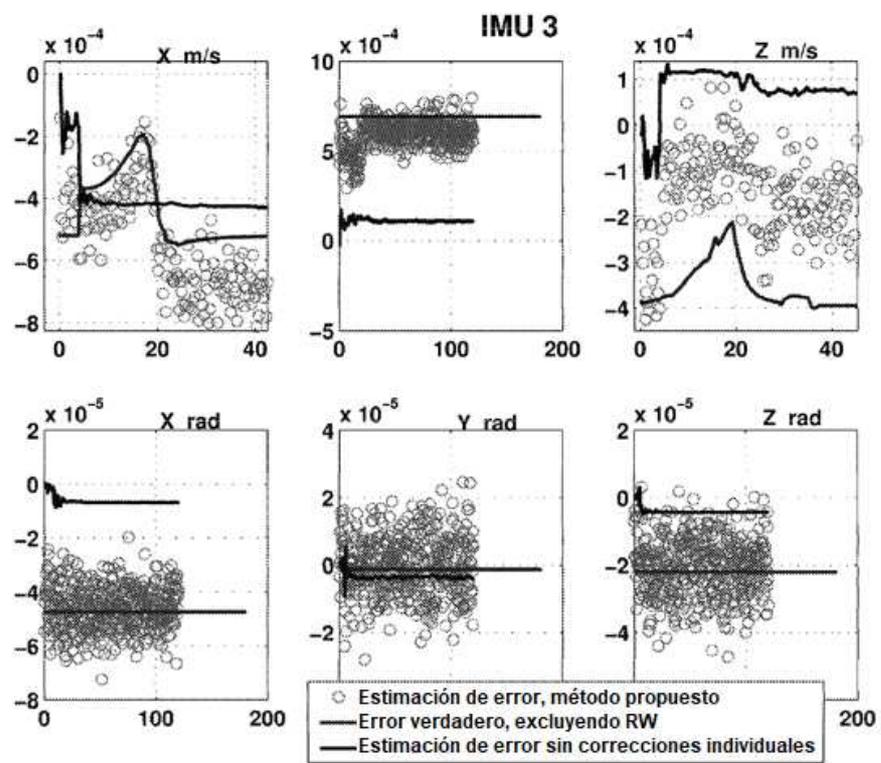


Figura 7: Errores de IMU fuera del centro: verdaderos y estimados mediante ambos métodos

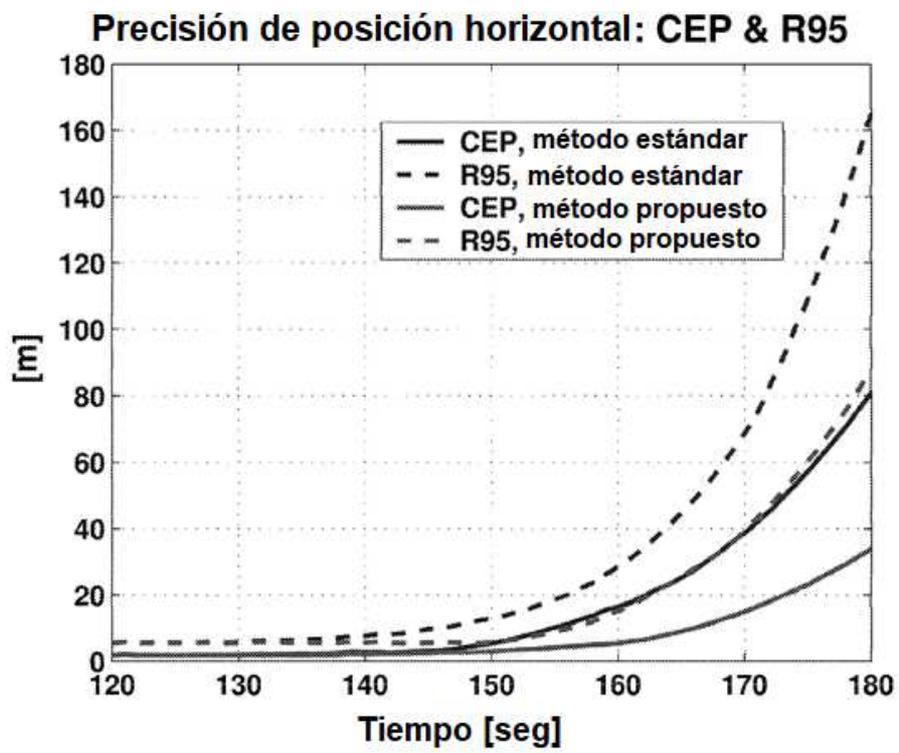


Figura 8: Comparación de CEP y R95 de carácter horizontal, Montecarlo

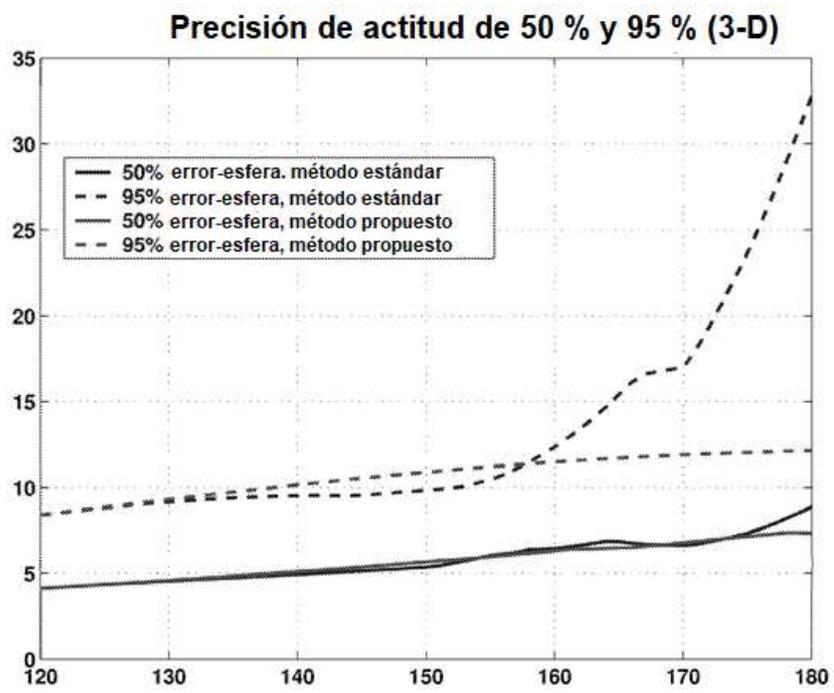


Figura 9: Errores de actitud, 2 esquemas de NAV, Montecarlo